УЧЕБНИК

МАТЕМАТИКА

6





Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

Musiqisi Üzeyir Hacıbəylinin,
sözləri Əhməd Cavadındır.

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadiriz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hərbə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştaqdır!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



ГЕЙДАР АЛИЕВ

ОБЩЕНАЦИОНАЛЬНЫЙ ЛИДЕР АЗЕРБАЙДЖАНСКОГО НАРОДА

СЕВДА ИСМАЙЫЛОВА
АРЗУ ГУСЕЙНОВА

УЧЕБНИК

по предмету

МАТЕМАТИКА

для 6-х классов общеобразовательных заведений

© Министерство образования Азербайджанской Республики

Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

Это издание с международной лицензией Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 (CC BY-NC-SA 4.0) размещено на сайте www.trims.edu.az. При использовании данного издания принимаются условия лицензии:

При ссылке необходимо указать имя автора(ов) издания.

Коммерческое использование издания запрещено.

Производные издания должны распространяться в соответствии с условиями лицензии оригинальной публикации.

Замечания и предложения, связанные с этим изданием, просим отправлять на электронные адреса:
info@eastwest.az и derslik@edu.gov.az.
Заранее благодарим за сотрудничество!

ŞƏRQ-QƏRB

Оглавление

Повторение пройденного материала 7

1. Обыкновенные дроби

1.1. Простые и составные числа 12
1.2. Разложение составного числа на простые множители 13
1.3. Наибольший общий делитель 14
1.4. Наименьшее общее кратное 17
1.5. Основное свойство дроби 19
1.6. Сокращение дробей 21
1.7. Приведение дробей к общему (одинаковому) знаменателю 23
1.8. Сравнение дробей с разными знаменателями 25
1.9. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями 27
1.10. Сложение и вычитание смешанных чисел 30
1.11. Умножение дробей 33
1.12. Умножение смешанных чисел 35
1.13. Взаимно обратные числа 36
1.14. Деление дробей 37
1.15. Нахождение числа по его части 38
1.16. Действия над обыкновенными и десятичными дробями 40
Проверьте себя 42

2. Отношение. Пропорция. Процент

2.1. Отношение 44
2.2. Пропорция 49
2.3. Прямо пропорциональные величины. Коэффициент пропорциональности 52
2.4. Деление числа на части прямо пропорциональные заданным числам 56
2.5. Обратно пропорциональные величины 58
2.6. Деление числа на части обратно пропорциональные заданным числам 60
2.7. Масштаб 61
2.8. Процент 64
2.9. Нахождение числа по его проценту 65
2.10. Выражение отношения двух чисел в виде процента 67
2.11. Выражение изменения величин в процентах 69
2.12. Задачи на проценты 71
Проверьте себя 74

3. Целые числа

3.1. Положительные и отрицательные числа 76
3.2. Числовая ось 78

3.3. Противоположные числа. Целые числа 80
3.4. Модуль числа (абсолютное значение) 82
3.5. Сравнение целых чисел 83
3.6. Сложение отрицательных чисел 85
3.7. Сложение чисел с разными знаками 87
3.8. Вычитание целых чисел 89
3.9. Умножение целых чисел 91
3.10. Деление целых чисел. 94
3.11. Последовательность действий 96
3.12. Разность двух конечных множеств. 98
Проверьте себя 100

4. Математическое выражение. Уравнение. Неравенство

4.1. Математическое выражение 102
4.2. Коэффициент 104
4.3. Раскрытие скобок 105
4.4. Вынесение общего множителя за скобки 107
4.5. Приведение подобных слагаемых 108
4.6. Уравнение 109
4.7. Решение задач с помощью уравнений 111
4.8. Неравенство 115
Проверьте себя 117

5. Прямоугольная система координат

5.1. Параллельные и перпендикулярные прямые 119
5.2. Координаты 122
5.3. Прямоугольная система координат 124
5.4. Прямо пропорциональная зависимость. 127
5.5. Обратно пропорциональная зависимость 129
5.6. Функция. 131
Проверьте себя 133

6. Угол. Окружность. Симметрия

6.1. Смежные и вертикальные углы 135
6.2. Построение треугольника 138
6.3. Взаимное расположение прямой и окружности 139
6.4. Взаимное расположение двух окружностей. 142
6.5. Дуга. Центральный угол 145
6.6. Длина окружности 146
6.7. Осевая симметрия 149
6.8. Конгруэнтные фигуры. 151
Проверьте себя 153

7. Измерения. Площадь. Объём

7.1. Единицы длины 155
7.2. Измерение и вычисление площади 157
7.3. Круг. Сектор. Сегмент 160
7.4. Площадь круга 161
7.5. Площадь полной поверхности цилиндра 163
7.6. Единицы объёма. Объём цилиндра 165
Проверьте себя 167

8. Статистика. Вероятность

8.1. Сбор информации 169
8.2. Построение таблиц, отражающих характер изменения информации 170
8.3. Диаграмма 172
8.4. Гистограмма 174
8.5. Среднее арифметическое, мода и медиана 176
8.6. Прогнозирование результата 179
8.7. Вероятность 181
8.8. Равновероятные, маловероятные и высоковероятные события . . . 183
8.9. Количество возможных исходов событий 185
8.10. Количество благоприятных исходов относительно сложных событий 188
Проверьте себя 191
Повторение **192**
Таблица простых чисел **209**
Ответы **210**

Основные символы в математике:

$+$	$-$	$\cdot \times$	$: /$	$=$	$\neq$	$\approx$
плюс, сложение	минус, вычитание	умножение	деление	равно	неравно	приблизительно равно
$>$	$<$	$\geq$	$\leq$	$\pm$	%	∞
больше	меньше	больше или равно	меньше или равно	плюс или минус	процент	бесконечность
$\cup$	$\cap$	$\in, \notin$	$\subset, \not\subset$	$A \backslash B$	$\varnothing$	π
объединение	пересечение	принадлежит, не принадлежит	подмножество, не является подмножеством	разность множеств A и B	пустое множество	пи $\approx 3{,}14$
$\angle$	$\perp$	$\parallel$	$\lvert a \rvert$	$\frac{a}{b}$	a/b	$\square^\circ$
угол	перпендикулярно	параллельно	модуль числа a	дробь, a числитель, b знаменатель		градус

Повторение пройденного материала

1. Запишите цифрами число:

а) сто девяносто миллиардов сорок миллионов пятьсот тысяч три;

б) семь миллиардов четыре миллиона десять тысяч триста;

в) двести три миллиарда шесть тысяч;

г) восемь миллиардов восемь миллионов восемь тысяч восемь.

2. Запишите цифрами число:

а) 40 тыс.;

б) 2602 тыс.;

в) 6065 млн.;

г) 4 миллиона 23 тысячи 150;

д) 18 миллиардов 3 миллиона 405 тысяч 18;

е) 5 миллиардов 5 миллионов 5 тысяч 5.

3. Выразите:

а) в сантиметрах:	3 м 90 см,	3 м 9 см;	4 дм 7 см;	110 мм;
б) в метрах:	2 км 750 м;	2 км 75 м;	5 км 5 м;	6600 см;
в) в километрах и метрах:	1350 м;	72 300 м;	12000 м;	225 м
г) в метрах и сантиметрах:	986 см;	5020 см;	5600 см;	499 см.

4. Выразите:

а) в граммах:	5 кг 200 г;	1 кг 5 г;
б) в килограммах:	3 т 60 кг;	8 ц 70 кг;
в) в килограммах и граммах:	6840 г;	3090 г;
г) в центнерах и килограммах:	556 кг;	4350 кг.

5. Напишите вместо звездочки знак $<$ или $>$ так, чтобы неравенство было верно: а) $224 * 216$; б) $566 * 1001$; в) $0 * 54$.

6. Начертите прямую CD, луч MK и отрезок AB так, чтобы прямая CD пересекала луч MK и отрезок AB, а луч MK не пересекал отрезок AB.

7. Четыре мальчика измерили свой рост. Получились следующие результаты: 149 см, 167 см, 158 см и 152 см. Известно, что Али выше Самира, но ниже Наиля, Юсиф ниже, чем Самир. Какого роста каждый мальчик?

8. Для детского дома купили фрукты. Яблок – 46 кг, груш на 12 кг меньше, чем яблок, а мандаринов на 8 кг больше, чем груш. На сколько килограммов мандаринов купили меньше, чем яблок?

9. Составьте выражение для решения задачи: «В прошлом году для того чтобы вывезти урожай яблок, хозяйству понадобилось 28 грузовиков грузоподъёмностью 1500 кг каждый. В этом году урожай вывезли 32 таких же грузовика. Сколько килограммов яблок собрали в хозяйстве за два года?

10. Сумма двух чисел больше первого из них на 48. Чему равно второе число?

11. Расстояние от города до деревни s км. За сколько часов пройдёт это расстояние турист, если будет идти со скоростью 4 км/ч? Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение при $s = 36$ км; $s = 28$ км; $s = 20$ км; $s = 12$ км.

Повторение пройденного материала

1. В каждом ряду зрительного зала m мест, а число рядов на 5 меньше, чем мест в каждом ряду. Сколько мест в зрительном зале? Составьте выражение для решения задачи.

2. Школьники отправились на экскурсию. Их разместили в 5 автобусах и 3 вагонах. В каждом вагоне оказалось x школьников, а в каждом автобусе – на 17 меньше. Составьте выражение для определения количества школьников, отправившихся на экскурсию.

3. Найдите значение выражения $(1073 + a) : 82$, если $a = 7\,537$, $a = 15\,901$.

4. Найдите значение выражения $350 : x + 17$, если $x = 7$; $x = 14$.

5. Решите задачу, составив уравнение:

а) В классной комнате было несколько учеников. После того как 7 учеников вошли, а 9 вышли, в комнате их стало 31. Сколько учеников было в классной комнате первоначально?

б) Валех задумал число. Если из этого числа вычесть 91 и к полученной разности прибавить 37, то получится 46. Какое число задумал Валех?

6. Решите уравнение:

а) $138 + x + 57 = 218$; б) $248 – (y + 123) = 24$.

7. У трёх мальчиков было всего 30 карандашей. У Сабира на 5 карандашей больше, чем у Ахмеда и на 2 карандаша меньше, чем у Эльшана. Сколько карандашей у каждого мальчика? Решите задачу с помощью модели «часть-целое».

8. Найдите произведение:

а) $243 \cdot 37$; б) $408 \cdot 245$; в) $302 \cdot 507$.

9. Туристы прошли пешком путь в 7 раз меньше, чем проехали на автобусе. Какой путь проехали туристы на автобусе, если пешком они прошли 4 км? Найдите длину всего пути.

10. Найдите значение выражения $38 \cdot a$, если $a = 10$; $a = 100$; $a = 1000$; $a = 0{,}1$; $a = 0{,}001$.

11. Выполните деление:

а) $11\,988 : 37$; б) $28\,220 : 83$; в) $595\,200 : 2400$;
г) $11\,803 : 29$; д) $105\,009 : 493$; е) $187\,680\,000 : 68\,000$.

12. Цена трех одинаковых ручек 1 манат 80 гяп. Сколько стоит одна ручка?

13. Матери 36 лет. Она старше сына в 3 раза и старше дочери в 4 раза. Найдите сумму возрастов сына и дочери.

14. Найдите значение выражения: а) $1\,248 : n$, если $n = 8$; $n = 13$;
б) $m : 36$, если $m = 7\,308$; $m = 29\,232$.

Повторение пройденного материала

1. Найдите значения выражений:

а) $425 \cdot 206 - 57\,816 : 72$; в) $2001 : 69 + 58\,884 : 84$;

б) $(352\,195 + 96\,309) : 56$; г) $42\,275 : (7004 - 6909)$.

2. За 6 часов теплоход прошёл 210 км, а поезд за 4 часа – 420 км. Во сколько раз скорость поезда больше скорости теплохода?

3. За три пачки печенья и 2 пакета конфет заплатили 35 манатов 40 гяпик. Сколько стоит один пакет конфет, если пачка печенья стоит 3 маната 80 гяпик?

4. Найдите значение выражения $a : 13 + 83 \cdot 7$, если $a = 377$.

5. В грузовую машину погрузили приборов в количестве a и такое же количество станков. Масса одного прибора 136 кг, а одного станка – 640 кг. Составьте выражение для определения массы всего груза и найдите его значение при $a = 16$.

6. Найдите 5% от значения выражения $420 : 12 + 23 \cdot 15$.

7. Бригада мастеров должна была ремонтировать ежедневно 150 сельскохозяйственных машин. Однако бригада ежедневно ремонтировала на 30 машин больше и выполнила план за 10 дней. За сколько дней бригада должна была отремонтировать сельскохозяйственные машины по плану?

8. Решите уравнения:

а) $18m - 5 = 553$; б) $300 - 6k = 48$.

9. Ученик задумал число. Это число он умножил на 9 и к полученному результату прибавил 40, получилось 76. Какое число задумал ученик?

10. В двух ящиках 4,8 кг гороха. Сколько килограммов гороха в каждом ящике, если в одном на 0,6 кг гороха больше, чем в другом? Решите задачу, составив схему «часть – целое».

11. На числовой оси найдите координаты точек B и C, если известно, что координата точки A равна 2,7, точка B находится на 0,3 единицы левее точки A, а точка C находится на 0,5 единиц правее точки B.

12. Найдите значения выражений:

а) $87{,}5 - (69{,}38 + 1{,}82)$; б) $4{,}2 - (2{,}4506 - (0,\,61 - 0,\,504))$;

в) $14{,}39 + 23{,}61 - 0{,}63$; г) $2{,}7 + (40 - (16 - 2{,}07))$.

13. В 1539 году по заказу шаха Тахмасиба I был соткан ковёр, который получил название «Шейх Сефи». Сейчас этот азербайджанский ковер находится в музее Виктории и Альберта в Лондоне. Найдите периметр ковра, если его ширина равна 5 м 34 см, а длина – 11 м 50 см.



Повторение пройденного материала

1. Собственная скорость теплохода 30,5 км/ч. Скорость течения 2,8 км/ч. Найдите скорость теплохода против течения и его скорость по течению.

2. Выполните действия: (43,7 – 8,73) – (3,8 + 19,67).

3. Отец купил три дыни. Масса первой дыни 5,25 кг, что на 2,5 кг меньше массы второй и на 1,15 кг больше массы третьей дыни. Найдите массу второй и третьей дынь.

4. В таблице дана информация о количестве населения в четырёх городах Азербайджана. По данным таблицы ответьте на следующие вопросы:

а) В каком городе больше всего жителей?

б) В каком городе меньше всего жителей?

в) Сколько жителей в городе Баку?

г) Сколько населения во всех четырёх городах вместе взятых?

д) Сколько жителей в Гяндже и Мингячевире вместе взятых?

Город	**Количество населения**	**Количество населения (человек)**
Баку		?
Гянджа		?
Сумгаит		?
Мингячевир		?

 1 000 000  100 000  10 000  1 000

5. Выполните округление чисел:

а) до тысяч: 38 753; 144 296; 356 500;

б) до десятков миллионов: 5 862 183 234; 54 427 502 001.

6. Округлите числа:

а) до десятых: 7,167; 2,853; 4,341; 6,219; 6,35;

б) до сотых: 0,692; 1,234; 9,078; 6,417; 0,025;

в) до десятков: 352,4; 206,3; 425,5;

г) до сотен: 416,2; 513,9; 555,5.

7. Найдите произведение:

а) 3,5 · 18; б) 0,486 · 15; в) 8 · 13,24; г) 31 · 8,04;

д) 2,07 · 37; е) 0,18 · 12; ж) 27,16 · 26; з) 15 · 17,02.

8. Найдите периметр и площадь прямоугольника, длина которого 7,7 м, а ширина в 4 раза меньше.

9. Найдите значение выражения:

а) 48,7 : m, если $m = 1$; $m = 10$; $m = 100$; $m = 1000$; $m = 0{,}1$;

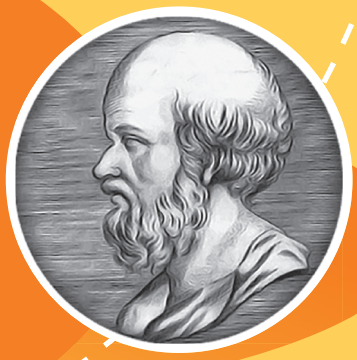
б) 185 : k, если $k = 10$; $k = 0{,}01$; $k = 1000$; $k = 10\,000$.

1 Обыкновение дроби

Что вы изучите в этом разделе:

- Как определять простые и составные числа;
- Как разлагать составное число на простые множители;
- Как находить наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее краткое (НОК);
- Основное свойство дроби и сокращение дробей;
- Действия с дробями и взаимно обратные числа;
- Приведение дробей к общему (одинаковому) знаменателю и сравнение дробей;
- Как находить части числа и число по его части;
- Действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Древнегреческий гениальный мыслитель, математик, философ, астроном, географ Эратосфен Киренский (276–194 гг. до нашей эры) внёс неоценимый вклад в дело создания и развития географической науки. Он ввёл в науку понятие география и написал первую книгу по географии. Являясь создателем первой карты мира, Эратосфен вычислил размеры Земли. В математике им был предложен способ нахождения простых чисел. Этот способ известен под названием «Решето Эратосфена».



1.1. Простые и составные числа

Исследование: найдите количество делителей заданных натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 и распределите их по количеству делителей на следующие множества:

1) числа, имеющие менее двух делителей; 2) числа, имеющие только два делителя; 3) числа, имеющие более двух делителей.

Решение: 1) числа, имеющие менее двух делителей: 1;

2) числа, имеющие только два делителя: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23;

3) числа, имеющие более двух делителей: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25 (например: делителями числа 25 являются числа 1; 5 и 25).

Натуральное число называется простым, если оно имеет только 2 делителя, то есть оно делится только на единицу и само на себя.

Например: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 и т.д.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется составным.

Например: . 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25 и т.д.

1 ни простое, ни составное число.
Все чётные натуральные числа, кроме числа 2, – составные.

Задания

1. Из данных чисел 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15, 16, 19, 21, 25, 29, 37, 40, 41, 43, 45, 50, 169, 217, 231, 412 выберите простые числа.

2. Докажите, что числа 2968, 3600, 888888, 676767 – составные числа.

3. Найдите все простые числа, расположенные между числами:
а) 7 и 42; б) 10 и 53.

4. Если неизвестное число умножить на себя и к полученному результату прибавить 18, то получим 67. Выясните, простым или составным являлось неизвестное число.

5. При помощи таблицы простых чисел (стр. 209) распределите данные числа: 101, 123, 107, 111, 113, 235, 239, 241, 253, 359, 377, 643, 647, 663, 773, 785, 821, 827, 949, 953, 1033, 1039, 1051, 1071, 1159, 1165, 1201 на два множества – простые и составные числа.

6. Может ли произведение двух простых чисел быть простым числом? Ответ обоснуйте.

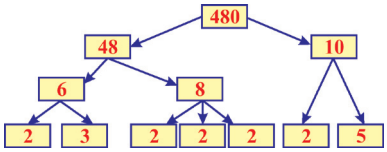
б) Определите, простым или составным является число, выражающее площадь квадрата, если его сторона равна 7 дм.

а) Определите, простым или составным является число, выражающее объём куба, если его ребро равно 5 см.

7. Если произвольное простое число умножить на себя и из произведения вычесть 1, то получим или делитель или кратное числа 24. Выясните верно ли обратное (т.е. если к произвольному делителю или кратному числа 24 прибавить 1, то является ли полученное число квадратом некоторого простого числа?)

1.2. Разложение составного числа на простые множители

Каждое составное натуральное число, можно представить в виде произведения двух натуральных чисел. Если из полученных множителей хотя бы один – составное число, то его опять можно представить в виде произведения двух натуральных чисел. Это действие можно повторять до тех пор, пока все множители не станут простыми числами. Таким образом, составное число будет представлено в виде произведения простых множителей. Покажем это на примере:



Замечание: Число 480 можно представить в виде произведения других множителей: 480 = 24 · 20; 480 = 12 · 40 и т.д.

480 = 48 · 10 = 6 · 8 · 10 = 2 · 3 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 5.

Представление числа в виде произведения простых множителей называется разложением числа на простые множители.

Каждое составное число можно единственным образом представить в виде произведения простых множителей. На практике при разложении чисел на простые множители используются признаки делимости и разложение выполняется как на схеме справа:

168	2	168 : 2 = 84
84	2	84 : 2 = 42
42	2	42 : 2 = 21
21	3	21 : 3 = 7
7	7	7 : 7 = 1
1		

У числа 168 пять простых множителей (2; 2; 2; 3; 7), а различных простых множителей – три (2; 3; 7).

Задания

1. Какие из нижеуказанных равенств являются разложением числа на простые множители:

а) 25 = 1 · 5 · 5; б) 49 = 7 · 7; в) 48 = 6 · 8;
г) 122 = 2 · 61; д) 444 = 2 · 6 · 37; е) 315 = 5 · 63;
ж) 1002 = 2 · 3 · 167; з) 1205 = 5 · 241; и) 2070 = 2 · 5 · 207.

2. Разложите на простые множители заданные числа: 150; 210; 450; 780; 3500; 4200; 5400; 23400; 44000. **Образец: 150 = 15 · 10 = 3 · 5 · 2 · 5 = 2 · 3 · 5 · 5.**

3. Разложите на простые множители заданные числа:
42, 58, 77, 289, 330, 420, 154, 195, 210, 1001, 1002, 225, 875, 1225, 2695.

4. Запишите несколько таких а) двузначных чисел; б) трёхзначных чисел, чтобы их можно было представить в виде произведения: 1) двух одинаковых простых множителей; 2) трёх одинаковых простых множителей; 3) четырёх одинаковых простых множителей.

5. Предположим, что некоторое натуральное число А представлено в виде произведения простых множителей: $A = a^m \cdot b^n \cdot c^k \cdot \ldots$, где *a, в,c,…*– простые множители, m, n, k,... – их количество. Тогда число всех натуральных делителей числа А вычисляется так: N = (m+1)(n+1)(k+1) ...

Образец: $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^1$ число натуральных делителей равно N=(3+1)(2+1)(1+1)=24. Пользуясь образцом, определите число натуральных делителей чисел: 18, 25, 33, 63, 72, 128, 215.

1.3. Наибольший общий делитель

Исследование: выпишем все возможные делители чисел 45 и 60:

Делители числа 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45.

Делители числа 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

Найдём общие делители этих чисел: 1, 3, 5, 15.

Число 15 является наибольшим из общих делителей. Т.е. наибольшим общим делителем чисел 45 и 60 является 15.

Самое большое натуральное число, на которое делятся без остатка все заданные числа, называется наибольшим общим делителем этих чисел.

Наибольший общий делитель a и b записывается, как НОД (a; b). **Читается:** наибольший общий делитель чисел a и b.

Алгоритм нахождения наибольшего общего делителя:

1. **Разлагаем числа на простые множители;**
2. **Отбираем множители, находящиеся в наименьшем количестве среди простых общих множителей, на которые разложено каждое число, и находим их произведение** (например: если в первом разложении множитель «2» присутствует пять раз, а во втором разложении множитель «2» присутствует трижды, то выбираем множитель «2» трижды.)**;**
3. **Если в разложении нет общих простых множителей, то наибольшим общим делителем заданных чисел считается единица (1).**

Образец: Найдите НОД (168; 196).

Решение: Разложим числа на простые множители: **168=2 · 2 · 2 · 3 · 7** и **196=2 · 2 · 7 · 7.** Как видим, общие множители 2 и 7. Так как в разложении первого числа меньше всех встречается множитель «7», а в разложении второго числа – множитель «2», то наибольший общий делитель состоит из двух «2» и одной «7». Тогда НОД (168; 196)= 2 · 2 · 7=28.

Натуральные числа, не имеющие общего делителя, кроме единицы 1, называются взаимно простыми числами.

Наибольший общий делитель взаимно простых чисел равен 1.
Например: НОД(18; 25) = 1; НОД(35; 44) = 1.

Два последовательных натуральных числа взаимно простые, т.е. их наибольший общий делитель равен 1. *Например*: НОД(39; 40) = 1. (т.к. 39 = 3 · 13 и 40 = 2 · 2 · 2 · 5)

Два последовательных нечётных числа тоже взаимно простые. НОД(21; 23) = 1.

Если одно из чисел является делителем другого, то оно также является наибольшим общим делителем этих чисел. *Например*: НОД(9; 3) = 3; НОД(32; 64) = 32.

Внимание! Наибольший общий делитель натуральных чисел не может быть больше наименьшего из этих чисел.

Задания

1. Найдите: а) НОД(70; 175); б) НОД(23; 25); в) НОД(45; 75; 105); г) НОД(63; 84); д) НОД(48; 72; 120); е)НОД(24; 25).

2. Выберите ряд, в котором наибольший общий делитель равен 12:

1) 24 и 36;	2) 33 и 66;	3) 12, 24 и 36;
4) 24, 48 и 72;	5) 16, 24 и 36;	6) 22, 44 и 66;
7) 12, 48 и 96;	8) 24, 48 и 96;	9) 36, 48 и 96.

3. Выберите ряд, для которого наибольший общий делитель равен 9:

1) 45 и 63;	2) 18, 36 и 99;	3) 9, 81 и 101;
4) 36 и 54;	5) 18, 63 и 117;	6) 34, 54, 63 и 72;
7) 72 и 108;	8) 45, 90 и 98;	9) 27, 54 и 108.

4. Сколько пар взаимно простых чисел можно составить из чисел 9, 14, 15, 17 и 27?

5. 48 штук пахлавы и 36 штук шекербуры необходимо упаковать в одинаковые подарочные коробки. Какое наибольшее число коробок можно приготовить?

6. Найдите наибольший общий делитель чисел, представленных в виде произведения:

а) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$ и $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;
б) $2^3 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$ и $2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \cdot 19^3$;
в) $2^2 \cdot 5 \cdot 7$ и $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$; г) $3^2 \cdot 11 \cdot 13$ и $3^3 \cdot 11^2 \cdot 17$.

7. 155 тетрадей и 62 карандаша поровну разделили между учащимися шестого класса. Сколько всего учащихся в классе? Сколько тетрадей и сколько карандашей досталось каждому из учащихся?

8. **Практическая работа:** запишите два или три числа. Предложите товарищу по парте найти наибольший общий делитель. Задания решите совместно.

9. Прямоугольник со сторонами: а) 8 см и 12 см; б) 24 дм и 36 дм разделите на равные квадраты так, чтобы сторона квадрата была наибольшей. Сколько квадратов получится в каждом случае?

10. а) Представьте наибольший общий делитель чисел 180 и 120 в виде суммы двух чисел так, чтобы одно из них было в 4 раза больше другого.
б) Представьте наибольший общий делитель чисел 480 и 320 в виде разности двух чисел так, чтобы одно из них было в 5 раз больше другого.

11. Ученики шестого класса вместе с классным руководителем посетили детский дом. Каково наибольшее возможное число детей в детском доме, если шестиклассники поровну разделили между ними 30 апельсинов и 70 мандаринов?

12. Между сколькими детьми можно поровну распределить 93 почтовые марки, посвящённые дружественным отношениям между Азербайджаном и Беларусью, и 62 почтовые марки, посвящённые запуску первого телекоммуникационного спутника Азербайджана?



Это полезно знать...

Нахождение НОД по алгоритму Эвклида (по разности):

Допустим, что надо найди наибольший общий делитель (НОД) двух чисел. Заменим большее из них разностью этих чисел. Будем повторять этот процесс до тех пор, пока не получим два одинаковых не равных нулю числа. Последнее полученное число и является наибольшим общим делителем заданных двух чисел.



Эвклид (300 лет до н.э.)

Образец: **НОД(420; 150) = ?**

1) 420 – 150 = 270 **2) 270 – 150 = 120** **3) 150 – 120 = 30**
4) 120 – 30 = 90 **5) 90 – 30 = 60** **6) 60 – 30 = 30**

НОД(420; 150) = НОД(270; 150) = НОД(120; 150) = НОД(120; 30) =
= НОД(30; 90) = НОД(30; 60) = НОД(30; 30) = 30.

Найдите наибольший общий делитель заданных чисел по алгоритму Эвклида (по разности):

НОД(451; 287); НОД(198; 254); НОД(1200; 1325).

Нахождение НОД по алгоритму Эвклида (по частному):

Для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел (НОД) каждое из чисел делим на одно и то же число до тех пор, пока они не станут взаимно простыми числами. Произведение полученных делителей будет являться наибольшим общим делителем этих чисел.

Образец: **НОД(420; 150) = ?**

НОД(420; 150) = 10 · НОД(42; 15) = 10 · 3 · НОД(14; 5) = 10 · 3 · 1 = 30

Т.е., НОД(420; 150) = 30.

Найдите наибольший общий делитель заданных чисел по алгоритму Эвклида (по частному):

НОД(426; 126); НОД(198; 252); НОД(2316; 136).

1.4. Наименьшее общее кратное

Исследование: запишем числа, кратные числам 12 и 18:

Ряд кратных числа 12: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108...

Ряд кратных числа 18: 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126...

Выделим общие кратные этих чисел: 36, 72, 108... Из полученных общих кратных наименьшим является число 36.

Наименьшее натуральное число, кратное каждому из заданных чисел, называется наименьшим общим кратным этих чисел.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначается как НОК(a; b). **Читается:** наименьшее общее кратное чисел a и b.

Алгоритм нахождения наименьшего общего кратного:

1. **Разлагаем числа на простые множители;**
2. **Выбираем множители, находящиеся в наибольшем количестве среди простых множителей, входящих хотя бы в одно разложение;**
3. **Находим произведение выбранных множителей.**

Образец: НОК(16; 24) = ?

16 = 2 · 2 · 2 · 2 **24** = 2 · 2 · 2 · 3

Т.е., НОК(16; 24) = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 = **48**

1) Если одно из чисел является кратным другого, то оно также является наименьшим общим кратным данных чисел.

Например: НОК(70; 35) = 70; НОК(22; 44; 88) = 88.

2) Если числа взаимно простые, то их наименьшее общее кратное равно их произведению.

Например: НОД(24; 25) = 1, поэтому НОК(24; 25) = 24 · 25 = 600.

Внимание! Наименьшее общее кратное натуральных чисел не может быть меньше большего из них.

Задания

1. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 12 и 46; б) 26 и 78; в) 144 и 125; г) 11, 44 и 66;
д) 55 и 56; е) 205 и 300; ж) 477 и 506; з) 45, 54 и 99.

2. Найдите:

НОК(26; 78); НОК(39; 90); НОК(546; 245); НОК(34; 64);
НОК(99; 88); НОК(25; 75; 120); НОК(40; 80); НОК(17; 34; 51).

3. Участников соревнования можно разделить в команды как по пять, так и по семь человек. Сколько всего участников, если известно, что их количество больше 60, но меньше 100?

4. Найдите:

НОК(3; 15); НОК(7; 11); НОК(45; 46); НОК(51; 125);
НОК(90; 45); НОК(300; 150); НОК(17; 23); НОК(11; 99);
НОК(25; 50; 100); НОК(21; 25).

5. а) Запишите два числа, наименьшее общее кратное которых равно 34; 58; 65.
б) Приведите пример чисел, наибольшим общим делителем которых является число 1.

6. Длина прыжка кошки 50 см, зайца – 45 см. Через какое наименьшее расстояние их следы совпадут, если кошка и заяц начнут одновременно прыгать с одного и того же места в одном и том же направлении?

Произведение натуральных чисел a и b равно произведению наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного этих же чисел: $\boldsymbol{a \cdot b = НОД(a; b) \cdot НОК(a; b)}$

Образец: Так как НОК(50; 75) = 150 и НОД(50; 75) = 25,
$50 \cdot 75 = 150 \cdot 25 = 3750$.

7. а) Найдите произведение $a \cdot b$, если НОК(a; b) = 790 и НОД(a; b) = 24;
б) Найдите произведение $m \cdot n$, если НОК(m; n) = 408 и НОД(m; n) = 66;
в) Найдите НОД(a; b), если НОК(a; b) = 345 и $a \cdot b$ = 9315;
г) Найдите НОК(a; b), если НОД(a; b) = 82 и $a \cdot b$ = 10168.

8. Вычислите:

а) НОК(35; 77) : НОД(35; 77); б) НОК(96; 26) : НОД(96; 26);
в) НОК(21; 84) : НОД(21; 84). Какой вывод можно сделать?

9. Найдите произведение c не общих простых множителей чисел a и b.

а) a = 24, b = 56; б) a = 264, b = 582; в) a = 22, b = 176;
г) a = 68, b = 256; д) a = 225, b = 60; е) a = 1245, b = 1000.

Для приведенных примеров $\boldsymbol{НОК(a; b) : НОД(a; b) = c}$;
Покажите верность равенств: $\boldsymbol{a \cdot b = c \cdot НОД^2(a; b)}$; $\boldsymbol{a \cdot b \cdot c = НОК^2(a; b)}$

10. Установите, чему равны следующие выражения, если a и b – взаимно простые числа:

а) НОД(a; b); б) НОК(a; b); в) НОД(a; b) · НОК(a; b);
г) НОК(a; b) + НОД(a; b); д) НОК(a; b) : НОД(a; b).

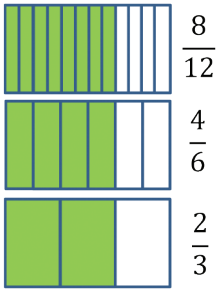
11. Установите, чему равны следующие выражения, если m кратное числа n:

а) НОД(m; n); б) НОК(m; n); в) НОД(m; n) · НОК(m; n);
г) НОК(m; n) + НОД(m; n); д) НОК(m; n) : НОД(m; n).

12. Самир и Наиль одновременно начали двигаться по песчанному берегу в одном направлении с одного и того же места. Длина шага Самира 65 см, а Наиля – 75 см. Сколько раз их следы совпали, если они прошли 195 м?

1.5. Основное свойство дроби

Как видно по модели $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, т.е., разделив числитель и знаменатель дроби $\frac{8}{12}$ на одно и тоже натуральное число, мы получили равную ей дробь. Согласно тому же правилу, если числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{3}$ умножить на одно и то же натуральное число, то вновь получим равную дробь: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.



Основное свойство дроби: Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение дроби не изменится (получится дробь, равная данной).

Образец: Используя основное свойство дроби, найдите значение a в равенстве: $\frac{a}{4} = \frac{6}{8}$

Решение: В левой части равенства знаменатель равен 4, а в правой – 8-ми. Значит, числитель и знаменатель левой части надо умножить на 2. Тогда $a = 6 : 2$, т.е. $a = 3$.

Задания

1. Начертите числовую ось, приняв за единичный отрезок длину 20 клеток тетради. Отметьте на оси точки с координатами: $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{12}{20}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Соответствующие каким дробям точки совпали? Почему?

2. Начертите числовую ось, приняв за единичный отрезок длину 18 клеток тетради. Отметьте на оси точки с координатами: $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{18}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{4}{18}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{16}{18}$, $\frac{18}{18}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, 1. Соответствующие каким дробям точки совпали? Почему?

3. Числитель и знаменатель каждой дроби: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{10}{19}$, $\frac{99}{206}$, $\frac{15}{33}$, $\frac{7}{22}$, $\frac{11}{39}$ умножьте на 3. Результат запишите в виде равенства.

4. Числитель и знаменатель каждой дроби: $\frac{8}{12}$, $\frac{16}{32}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{24}{76}$, $\frac{2}{22}$, $\frac{10}{16}$, $\frac{12}{28}$, $\frac{92}{256}$, $\frac{20}{38}$, $\frac{36}{82}$, $\frac{6}{66}$ разделите на 2. Результат запишите в виде равенства.

5. Замените * числами так, чтобы равенства были верными:

а) $\frac{1}{3}=\frac{*}{6}=\frac{*}{18}=\frac{7}{*}$;

б) $\frac{13}{7}=\frac{26}{*}=\frac{*}{70}=\frac{104}{*}$;

в) $\frac{2}{5}=\frac{6}{*}=\frac{*}{25}=\frac{28}{*}$;

г) $\frac{80}{120}=\frac{*}{12}=\frac{*}{3}=\frac{10}{*}$;

д) $\frac{6}{11}=\frac{*}{22}=\frac{30}{*}=\frac{36}{*}$;

е) $\frac{30}{48}=\frac{*}{8}=\frac{10}{*}=\frac{15}{*}$.

6. Выясните, истинно или ложно данное равенство:

а) $\frac{3}{8}=\frac{18}{48}$; б) $\frac{1}{6}=\frac{7}{42}$; в) $\frac{100}{240}=\frac{5}{12}$; г) $\frac{3}{4}=\frac{33}{44}$;

д) $\frac{6}{54}=\frac{1}{9}$; е) $\frac{5}{18}=\frac{20}{72}$; ж) $\frac{4}{5}=\frac{16}{25}$; з) $\frac{42}{49}=\frac{6}{7}$.

7. Запишите для каждой дроби по 3 равные ей дроби:

а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{7}{11}$; г) $\frac{64}{84}$; д) $\frac{75}{125}$.

8. Запишите дроби в виде дроби со знаменателем 42:

а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{5}{6}$; в) $\frac{3}{14}$; г) $\frac{16}{21}$; д) $\frac{32}{84}$; е) $\frac{45}{210}$.

9. Запишите дроби в виде дроби со знаменателем 72:

а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{9}$; в) $\frac{48}{144}$; г) $\frac{15}{36}$; д) $\frac{75}{216}$; е) $\frac{7}{12}$.

10. а) Запишите число 3 в виде дроби со знаменателем 10;
б) Запишите число 8 в виде дроби со знаменателем 6;
в) Запишите число 21 в виде дроби со знаменателем 11;
г) Запишите число 5 в виде дроби с числителем 15;
д) Запишите число 8 в виде дроби с числителем 1664;
е) Запишите число 70 в виде дроби с числителем 560.

11. При каком значении a верно равенство:

а) $\frac{a}{5}=\frac{6}{15}$; б) $\frac{7}{a}=\frac{49}{28}$; в) $\frac{13}{2}=\frac{78}{a}$; г) $\frac{a}{32}=\frac{5}{8}$;

д) $\frac{a}{6}=\frac{9}{54}$; е) $\frac{1}{12}=\frac{4}{a}$; ж) $\frac{56}{70}=\frac{8}{a}$; з) $\frac{6}{5}=\frac{a}{60}$.

12. При каком значении x верно равенство:

а) $\frac{x+3}{65}=\frac{4}{13}$; б) $\frac{7}{x+4}=\frac{21}{60}$;

в) $\frac{5x-8}{5}=\frac{18}{45}$; г) $\frac{x-2}{36}=\frac{5}{12}$;

д) $\frac{5+x}{23}=\frac{36}{92}$; е) $\frac{4}{19-3x}=\frac{36}{63}$.

Образец: $\frac{7}{x+4}=\frac{21}{60}$

Если числители равных дробей равны, то равны и их знаменатели

$\frac{7}{x+4}=\frac{7}{20}$

$x+4=20$

$x=16.$

1.6. Сокращение дробей

Разделим числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{6}$ на 2: $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$.

В этом случае говорят, что дробь $\frac{2}{6}$ сократили на 2.

Например: $\frac{28}{64} = \frac{28:4}{64:4} = \frac{7}{16}$. Здесь дробь $\frac{28}{64}$ сократили на 4.

Сократить дробь – это значит числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель, отличный от 1.

Если числитель и знаменатель дроби не имеют общих делителей, отличных от 1, то такая дробь называется несократимой.

Например: $\frac{8}{11}$; $\frac{17}{64}$; $\frac{12}{25}$ и т.д.

Сокращение дробей можно выполнить двумя способами:

1. Делением числителя и знаменателя дроби на общий делитель до получения несократимой дроби. Такое сокращение называют **сокращением по частям**.

Например: $\frac{60}{90} = \frac{30}{45} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$. Таким образом, $\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$.

2. Делением числителя и знаменателя дроби на наибольший общий делитель. Такое сокращение называют **полным сокращением**.

Например: НОД(60, 90) = 30. Поэтому дробь $\frac{60}{90}$ можно сократить на 30:

$\frac{60}{90} = \frac{2}{3}$.

Например: Сократить: а) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$; б) $\frac{10 \cdot 11 + 17 \cdot 10}{15 \cdot 38 - 10 \cdot 15}$.

Решение: а) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$; б) $\frac{10 \cdot 11 + 17 \cdot 10}{15 \cdot 38 - 10 \cdot 15} = \frac{10 \cdot (11 + 17)}{15 \cdot (38 - 10)} = \frac{10 \cdot 28}{15 \cdot 28} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$.

Задания

Примечание: Дробная часть смешанного числа может быть сокращена $4\frac{8}{12} = 4\frac{2}{3}$

1. Сократите дроби:

а) $\frac{5}{15}$; $\frac{14}{35}$; $\frac{10}{60}$; $\frac{46}{72}$; $\frac{120}{180}$; $\frac{6}{20}$;

б) $\frac{75}{125}$; $\frac{21}{39}$; $\frac{28}{84}$; $\frac{14}{210}$; $\frac{18}{1935}$; $\frac{117}{234}$;

в) $\frac{3}{12}$; $\frac{6}{56}$; $\frac{26}{65}$; $\frac{52}{78}$; $\frac{625}{2575}$; $\frac{66}{99}$;

г) $\frac{9}{42}$; $\frac{25}{70}$; $\frac{12}{60}$; $\frac{38}{105}$; $\frac{8}{1000}$; $\frac{204}{306}$.

2. Из данных дробей выберите несократимые дроби:

а) $\frac{11}{12}$; $\frac{7}{42}$; $\frac{9}{111}$; $\frac{5}{42}$; $\frac{12}{68}$; $\frac{13}{36}$;

б) $\frac{15}{25}$; $\frac{24}{99}$; $\frac{28}{45}$; $\frac{26}{51}$; $\frac{16}{42}$; $\frac{22}{69}$.

3. Представьте десятичные дроби в виде обыкновенных дробей. Результат сократите (если возможно):

а) 0,4; б) 0,125; в) 0,16; г) 0,2348; д) 0,5; е) 0,84; ж) 0,59; з) 0,96.

4. Найдите количество равных дробей: а) $\frac{14}{56}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{11}{14}$; $\frac{16}{32}$; $\frac{75}{150}$;

б) $\frac{5}{4}$; $\frac{81}{99}$; $\frac{20}{16}$; $\frac{27}{33}$; $\frac{35}{28}$; $\frac{45}{36}$; в) $\frac{24}{27}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{6}{60}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{40}{45}$; $\frac{7}{70}$.

5. Запишите в виде обыкновенных дробей. Результат сократите (если возможно):

а) какую часть года составляют 3 месяца, 5 месяцев, 6 месяцев, 8 месяцев, 9 месяцев, 11 месяцев?

б) какую часть века составляют 3 года, 15 лет, 26 лет, 54 года, 89 лет, 95 лет?

в) какую часть развёрнутого угла составляют 4°, 22°, 126°, 153°?

г) какую часть прямого угла составляют 2°, 15°, 36°, 75°, 89°?

6. Вычислите значение выражения. Результат сократите:

а) $\frac{21}{25}+\frac{14}{25}$; б) $\frac{7}{32}+\frac{5}{32}$; в) $\frac{20}{43}-\frac{13}{43}$; г) $4\frac{17}{45}+3\frac{13}{45}$;

д) $9\frac{59}{63}-5\frac{24}{63}$; е) $\frac{16}{63}+\frac{12}{63}$; ж) $\frac{53}{85}-\frac{19}{85}$; з) $8\frac{34}{81}+2\frac{38}{81}$.

7. Запишите все несократимые правильные дроби со знаменателем 14.

8. Запишите все несократимые неправильные дроби с числителем 16.

9. Вычислите:

а) $\frac{4\cdot5}{25\cdot6}$; б) $\frac{2\cdot3\cdot4\cdot5}{4\cdot5\cdot6\cdot7}$; в) $\frac{9\cdot13+2\cdot9}{54\cdot13}$;

г) $\frac{8\cdot13}{39\cdot2}$; д) $\frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{7\cdot9\cdot11\cdot12}$; е) $\frac{27\cdot15-7\cdot27}{9\cdot15-9\cdot11}$;

ж) $\frac{3\cdot38}{19\cdot7}$; з) $\frac{3\cdot16-8\cdot3}{27}$; и) $\frac{24\cdot2+6\cdot24}{7\cdot60-5\cdot60}$.

10. Вычислите:

а) $\frac{12\cdot21}{35\cdot15}$; б) $\frac{25\cdot17\cdot44}{51\cdot8\cdot75}$; в) $\frac{17\cdot48}{17\cdot16-9\cdot16}$;

г) $\frac{72\cdot11}{33\cdot30}$; д) $\frac{8\cdot3+8\cdot23}{3\cdot16}$; е) $\frac{14\cdot5-14\cdot3}{21\cdot9+21\cdot3}$.

11. Сократите:

а) $\frac{6}{18}$; б) $\frac{32}{60}$; в) $\frac{96}{72}$; г) $\frac{45}{9}$; д) $\frac{39}{91}$; е) $\frac{95}{38}$.

1.7. Приведение дробей к общему (одинаковому) знаменателю

Чтобы сравнить, сложить или вычесть дроби с разными знаменателями их можно привести к **общему (одинаковому) знаменателю**.

Исследование 1: Приведём дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ к общему знаменателю. Так как знаменатели этих дробей равны 4 и 6, то по основному свойству дроби имеем:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{9}{12};\quad \frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12}.$$

Таким образом, мы привели дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ к знаменателю 12. Числитель и знаменатель первой дроби мы умножили на 3, а числитель и знаменатель второй дроби – на 2 и получили дроби $\frac{9}{12}$ и $\frac{10}{12}$. Число 3 называется дополнительным множителем дроби $\frac{3}{4}$, а число 2 – дроби $\frac{5}{6}$.

Исследование 2: Дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ приведём к другому общему знаменателю. Пусть дополнительным множителем первой дроби будет число 6, а второй – 4:

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 6}=\frac{18}{24};\quad \frac{5}{6}=\frac{5\cdot 4}{6\cdot 4}=\frac{20}{24}.$$

Таким образом, мы привели дроби к знаменателю 24.

По этому правилу мы можем привести дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$ к знаменателям 12, 24, 36, 48 и т.д. Значит, общий знаменатель является общим кратным знаменателей дробей.

Однако при приведении дробей к общему знаменателю берётся наименьший общий знаменатель (наименьшее общее кратное чисел, являющихся знаменателями дробей). НОК(4; 6) = 12.

Алгоритм приведения к наименьшему общему знаменателю:

1. **Находят наименьшее общее кратное знаменателей;**
2. **Наименьшее общее кратное знаменателей делят на каждый знаменатель, чем находят дополнительные множители для каждой дроби;**
3. **Числитель и знаменатель каждой дроби умножают на соответствующий ей дополнительный множитель.**

Образец: Приведём дроби $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{12}$ к общему знаменателю.

1. Найдём НОК(8, 12). НОК(8, 12) = 24.
2. Найдём дополнительный множитель первой дроби 24 : 8 = 3
3. Найдём дополнительный множитель второй дроби 24 : 12 = 2

$\frac{5}{8}=\frac{15}{24}$, $\frac{7}{12}=\frac{14}{24}$ Ответ: $\frac{15}{24}$ и $\frac{14}{24}$.

Задания

1. Запишите обыкновенные дроби:

а) $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{7}{10}; \frac{44}{80}; \frac{9}{15}$ в виде дробей со знаменателем 20;

б) $\frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{7}{9}; \frac{11}{18}; \frac{14}{72}$ в виде дробей со знаменателем 36;

в) $\frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{13}{16}; \frac{31}{32}; \frac{42}{128}; \frac{64}{256}$ в виде дробей со знаменателем 64;

г) $\frac{1}{4}; \frac{2}{5}; \frac{9}{10}; \frac{17}{20}; \frac{24}{25}; \frac{5}{125}$ в виде дробей со знаменателем 100.

2. Из заданных дробей $\frac{5}{6}; \frac{5}{8}; \frac{3}{10}; \frac{7}{16}; \frac{9}{24}; \frac{11}{18}; \frac{8}{28}; \frac{10}{12}; \frac{10}{3}; \frac{7}{4}; \frac{13}{36}; \frac{1}{14}$ выберите дроби, которые можно привести к знаменателю 48. Выбранные дроби записать с указанным знаменателем.

3. Представьте дробь:

а) $\frac{7}{9}$ в виде дроби со знаменателем 27;

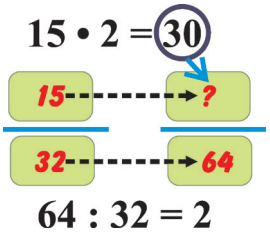
б) $\frac{7}{17}$ в виде дроби со знаменателем 102;

в) $\frac{13}{16}$ в виде дроби со знаменателем 80;

г) $\frac{11}{13}$ в виде дроби со знаменателем 78;

д) $\frac{21}{23}$ в виде дроби со знаменателем 69;

е) $\frac{15}{24}$ в виде дроби со знаменателем 144.



4. Сравните дроби или, приведя к наименьшему общему знаменателю, или же, приведя к общему числителю:

а) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; б) $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{15}$; в) $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$; г) $\frac{4}{9}$ и $\frac{7}{12}$;

д) $\frac{1}{21}$ и $\frac{3}{5}$; е) $\frac{1}{24}$ и $\frac{1}{36}$; ж) $\frac{7}{18}$ и $\frac{5}{6}$; з) $\frac{2}{15}$ и $\frac{11}{12}$;

и) $\frac{3}{10}, \frac{3}{8}$ и $\frac{3}{4}$ к) $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{30}$; л) $\frac{1}{9}, \frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$; м) $\frac{3}{28}, \frac{9}{14}$ и $\frac{7}{8}$.

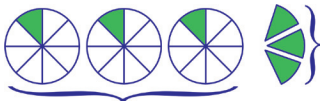
5. а) Может ли наибольший общий знаменатель двух натуральных чисел a и b ($a > b$) быть больше их разности? НОД($a; b$) > $a - b$? Обоснуйте свой ответ примерами.

b) Может ли наименьшее общее кратное двух натуральных чисел быть меньше их суммы? НОК(a, b) < $a + b$? Обоснуйте свой ответ примерами.

1.8. Сравнение дробей с разными знаменателями

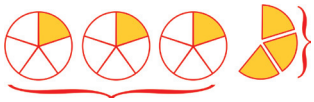
Исследование: Возьмём 3 одинаковых яблока и разделим их поровну между восьмью детьми. Три других таких же яблока поровну разделим между пятью детьми. Сравним между собой части, приходящиеся на одного ребенка в том и другом случае. В каком случае полученная часть будет больше?

Решение: Исследование проведём на примере по рисунку:



$8 \cdot 3 = 24$ части

часть, которую получит каждый ребёнок в первом случае – $\frac{3}{8}$



$5 \cdot 3 = 15$ частей

часть, которую получит каждый ребёнок во втором случае – $\frac{3}{5}$

Как видно по рисунку, во втором случае каждый ребёнок получит большую часть яблок,чем в первом: $\frac{3}{5} > \frac{3}{8}$.

Примечание: Дроби можно сравнить, приведя их к одинаковому числителю. Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та дробь, у которой знаменатель меньше.

Существует несколько правил сравнения дробей:

1. При сравнении дробей с разными знаменателями, их можно привести к наименьшему общему знаменателю и сравнить по правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

Образец: Для сравнения дробей $\frac{11}{14}$ и $\frac{13}{21}$ приведём их к общему знаменателю.

Решение: Сначала найдём наименьшее общее кратное чисел 14 и 21. НОК(14; 21) = $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительный множитель. Получим $\frac{11}{14} = \frac{33}{42}$ и $\frac{13}{21} = \frac{26}{42}$, сравним полученные дроби. Так как $\frac{33}{42} > \frac{26}{42}$, то $\frac{11}{14} > \frac{13}{21}$.

2. Дроби с разными знаменателями можно сравнить, не приводя их к наименьшему общему знаменателю. Например: $\frac{11}{14}$ и $\frac{13}{21}$. Числитель левой дроби умножаем на знаменатель правой, а числитель правой дроби – на знаменатель левой $11 \cdot 21 = 231$ и $13 \cdot 14 = 182$. Получилось $231 > 182$, поэтому: $\frac{11}{14} > \frac{13}{21}$.

3. Для правильных дробей, у которых разность знаменателя и числителя одинакова, большей будет та дробь, в записи которой участвуют большие числа: $\frac{45}{47} < \frac{119}{121}$.

Задания

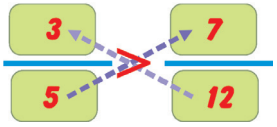
1. Сравните дроби:
а) $\frac{5}{7}$ и $\frac{7}{9}$; б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{4}$; в) $\frac{8}{25}$ и $\frac{7}{20}$; г) $\frac{11}{20}$ и $\frac{17}{30}$; д) $\frac{8}{38}$ и $\frac{4}{19}$; е) $\frac{5}{12}$ и $\frac{4}{9}$.

2. Сравните дроби:
а) $\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{6}$; б) $\frac{7}{9}$ и $\frac{8}{11}$; в) $\frac{3}{14}$ и $\frac{5}{21}$; г) $\frac{5}{16}$ и $\frac{7}{16}$; д) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{10}$; е) $\frac{7}{12}$ и $\frac{11}{18}$.

3. Запишите обыкновенные дроби, у которых разность знаменателя и числителя одно и то же число, и сравните их. ***Образец:*** $\frac{5}{9} < \frac{7}{11}$; $\frac{189}{289} > \frac{21}{121}$.

4. Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:
а) $\frac{7}{13}$ и $\frac{5}{16}$; б) $\frac{3}{7}$ и $\frac{9}{21}$; в) $\frac{10}{21}$ и $\frac{9}{14}$; г) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{6}$;

$3 \cdot 12 = 36 > 5 \cdot 7 = 35$



5. Запишите дроби:
1) больше $\frac{1}{2}$ со знаменателем: а) 6; б) 10; в) 22;
2) больше $\frac{1}{6}$ со знаменателем: а) 12; б) 30; в) 66.

6. Запишите дроби в порядке возрастания: а) $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{4}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{9}{20}$.

7. Запишите дроби в порядке убывания: а) $\frac{4}{9}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{13}{18}$; б) $\frac{28}{45}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{13}{18}$; $\frac{8}{15}$.

8. Девятикилограммовый кусок сыра разделили на 16 равных частей, а тринадцатикилограммовый кусок сыра – на 20 равных частей. Какой из отрезанных кусков больше?

9. Сколько из дробей $\frac{3}{7}$; $\frac{11}{28}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{13}{42}$; $\frac{23}{70}$ больше $\frac{5}{14}$?

10. Сколько из дробей $\frac{43}{112}$; $\frac{9}{28}$; $\frac{3}{14}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4}$ меньше $\frac{19}{56}$?

11. Найдите все натуральные значения x, удовлетворяющие неравенству:
а) $\frac{8}{19} > \frac{x}{19}$; б) $\frac{x}{18} < \frac{5}{6}$; в) $\frac{12}{23} > \frac{x}{23}$; г) $\frac{x}{36} < \frac{11}{12}$.

12. Из дробей $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{7}{24}$; $\frac{11}{24}$ выберите те, которые больше $\frac{11}{48}$ и меньше $\frac{29}{48}$. Ответ запишите в виде множества.

13. Из дробей $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{9}{14}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{15}{28}$; $\frac{11}{24}$ выберите те, которые больше $\frac{19}{56}$ и меньше $\frac{37}{56}$. Ответ запишите в виде множества.

14. Запишите несколько дробей со знаменателем 48, которые больше $\frac{1}{4}$.

15. Запишите две дроби: а) больше $\frac{1}{5}$ и меньше $\frac{1}{4}$; б) больше $\frac{1}{7}$ и меньше $\frac{1}{6}$.

1.9. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Исследование: В течение дня Гюльшан $\frac{1}{3}$ часа занимается музыкой, $\frac{1}{5}$ часа – решением задач.

а) Сколько всего времени Гюльшан тратит на занятия музыкой и решение задач?

б) На какое занятие Гюльшан тратит времени больше и на сколько?

Решение: а) для ответа на первый вопрос надо сложить дроби $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$. Знаменатели у дробей разные, поэтому их надо привести к общему знаменателю: $\frac{1}{3}=\frac{1\cdot5}{3\cdot5}=\frac{5}{15}$; $\frac{1}{5}=\frac{1\cdot3}{5\cdot3}=\frac{3}{15}$. Тогда, $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$.

б) $\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}$

Ответ: а) $\frac{8}{15}$ часа; б) на занятия музыкой тратится на $\frac{2}{15}$ часа больше.

Для сложения или вычитания дробей с разными знаменателями их можно привести к наименьшему общему знаменателю, а затем сложить или вычесть по правилу сложения или вычитания дробей с общими знаменателями. При возможности нужно сократить полученную дробь.

Образец 1: Найдём сумму $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}$: $\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=\frac{4}{24}+\frac{9}{24}=\frac{4+9}{24}=\frac{13}{24}$.

Образец 2: Найдём разность $\frac{7}{16}-\frac{5}{36}$: $\frac{7}{16}-\frac{5}{36}=\frac{63}{144}-\frac{20}{144}=\frac{43}{144}$.

Задания

1. Вычислите:

а) $\frac{3}{7}+\frac{4}{9}$; б) $\frac{17}{18}-\frac{11}{12}$; в) $\frac{7}{9}+\frac{4}{15}$; г) $\frac{1}{8}+\frac{4}{9}$;

д) $\frac{8}{9}-\frac{7}{8}$; е) $\frac{7}{16}+\frac{1}{6}$; ж) $\frac{9}{14}+\frac{3}{7}-\frac{1}{28}$; з) $\frac{9}{11}-\frac{2}{5}$;

и) $\frac{13}{15}-\frac{2}{3}$; к) $\frac{5}{6}+\frac{2}{9}$; л) $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$; м) $\frac{13}{16}+\frac{9}{32}$;

н) $\frac{20}{21}+\frac{4}{7}$; о) $\frac{10}{21}+\frac{9}{14}$; п) $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}$; р) $\frac{3}{28}+\frac{5}{14}$.

2. Вычислите:

а) $\frac{9}{14}-\frac{3}{7}+\frac{15}{28}$; б) $\frac{7}{12}-\frac{5}{6}+\frac{13}{24}$; в) $\frac{13}{18}-\frac{29}{45}+\frac{8}{15}$;

г) $\frac{9}{16}+\frac{7}{24}-\frac{3}{8}$; д) $\frac{2}{5}+\frac{4}{15}-\frac{5}{9}$; е) $\frac{37}{42}-\frac{17}{24}+\frac{5}{7}$.

3. Сначала сократив дроби, а потом, приведя их к общему знаменателю, вычислите:

а) $\frac{25}{80}+\frac{45}{60}$; б) $\frac{36}{300}+\frac{12}{40}-\frac{350}{1000}$; в) $\frac{42}{120}+\frac{20}{32}-\frac{28}{160}$;

г) $\frac{20}{45}+\frac{26}{54}$; д) $\frac{14}{24}-\frac{39}{90}+\frac{15}{100}$; е) $\frac{45}{72}-\frac{33}{144}-\frac{20}{64}$.

4. В одной емкости $\frac{3}{10}$ л молока, в другой – $\frac{4}{11}$ л. В какой емкости больше молока и на сколько?

5. Сабир поймал рыбу длиной $\frac{8}{25}$ м, а Намик – $\frac{13}{40}$ м. Кто из них поймал рыбу длиннее и на сколько?

6. Гюльназ потратила на уборку квартиры $\frac{11}{20}$ часа, что на $\frac{2}{15}$ часа больше, чем на мытьё посуды. Сколько всего времени потратила Гюльназ на уборку и мытьё посуды?

7. Медвежонок съел на завтрак $\frac{2}{9}$ части мёда в кувшине, это на $\frac{2}{15}$ частей мёда в кувшине меньше того, что он съел на ужин. Какую часть всего мёда съел медвежонок за день.

8. Решите уравнения:

а) $x+\frac{11}{43}=\frac{9}{12}$; б) $\frac{21}{34}-y=\frac{16}{51}$; в) $\frac{21}{78}-a=\frac{4}{39}$;

г) $x+\frac{36}{155}=\frac{45}{62}$; д) $\frac{77}{89}+y=\frac{173}{178}$; е) $\frac{19}{21}-a=\frac{14}{210}$.

9. Выполните действия, представив десятичные дроби в виде обыкновенных:

а) $0{,}8-\frac{5}{7}$; б) $0{,}36+\frac{8}{15}$; в) $\frac{7}{8}-0{,}25$; г) $0{,}4+0{,}67-\frac{2}{5}$;

д) $0{,}5+\frac{1}{3}$; е) $\frac{1}{3}-0{,}25$; ж) $0{,}125+\frac{5}{12}$; з) $0{,}75-\frac{3}{16}+\frac{1}{4}$.

10. Вычислите наиболее удобным способом:

а) $\frac{5}{12}+\frac{7}{36}+\frac{11}{12}+\frac{17}{36}$; б) $\frac{3}{7}+\frac{14}{19}+\frac{4}{7}+\frac{5}{19}$;

в) $\frac{9}{40}+\frac{13}{50}+\frac{12}{50}+\frac{11}{40}$; г) $\frac{13}{18}+\frac{4}{81}+\frac{7}{18}+\frac{41}{81}$.

11. Одна сторона треугольника $\frac{11}{25}$ см, другая на $\frac{1}{3}$ см длиннее, третья сторона на $\frac{4}{15}$ см короче второй. Найдите периметр треугольника.

Исследование: а) Объём бассейна 600 л воды. Одна труба заполнит пустой бассейн за 5 часов, а другая – за 6 часов. Сколько л воды вливается в бассейн за 1 час из каждой трубы?

б) Одна труба заполняет водой пустой бассейн за 5 часов, другая труба – за 4 часа. Какая часть бассейна будет заполнена за 1 час, если открыть обе трубы одновременно?

в) Первой трубой пустой бассейн заполняется водой за 5 часов, а другой трубой полный бассейн опорожняется за 6 часов. Какая часть бассейна будет заполнена за 1 час, если открыть обе трубы одновременно?

Решение: а) Первая труба за 1 час заполняет бассейн на 600 : 5 = 120 л, вторая – на 600 : 6 = 100 л. **Ответ:** 100 л и 120 л.

б) Первая труба за 1 час заполнит $\frac{1}{5}$ часть бассейна, вторая труба – $\frac{1}{4}$ часть. Если открыть обе трубы одновременно, то за 1 час заполнится $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{4}{20}+\frac{5}{20}=\frac{9}{20}$ часть бассейна. **Ответ:** $\frac{9}{20}$.

в) Первая труба за 1 час заполнит $\frac{1}{5}$ часть бассейна, вторая труба за 1 час опорожняет $\frac{1}{6}$ часть. Если открыть обе трубы одновременно, то за 1 час заполнится $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{6}{30}-\frac{5}{30}=\frac{1}{30}$ часть бассейна. **Ответ:** $\frac{1}{30}$.

12. Один мастер может выполнить работу за 12 дней, другой – эту же работу выполнит за 20 дней, а третий – за 30 дней. За какое время мастера выполнят эту же работу, если будут работать вместе?

13. Отец и сын, работая вместе, могут покрасить забор за 12 часов. Работая отдельно, отец покрасит забор за 21 час. За какое время покрасит забор сын, работая отдельно?

14. Полный бассейн опорожняется через одну трубу за 8 часов, а через другую заполняется за 9 часов. Какая часть бассейна заполнится за 1 час, если открыть обе трубы одновременно?

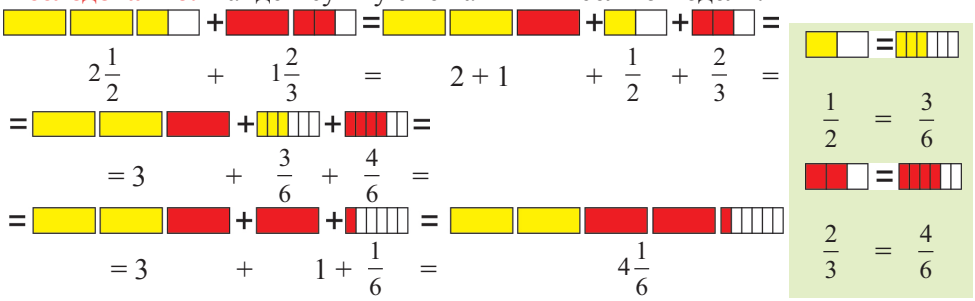
15. Первая труба наполняет бак водой за 8 минут, вторая за 16 минут. Какая часть бака останется незаполненной через 1 минуту, если открыть обе трубы одновременно?

16. Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два поезда. Какую часть всего пути составит расстояние между поездами через 1 час с момента их выезда, если первый поезд проходит весь путь за 6 часов, а второй поезд за 8 часов?

17. Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу вышли пешеход и велосипедист. Через сколько минут они встретятся, если велосипедист проезжает весь путь за 16 минут, а пешеход проходит за 48 минут?

1.10. Сложение и вычитание смешанных чисел

Исследование: Найдём сумму смешанных чисел по модели:



Чтобы сложить смешанные числа с разными знаменателями, складывают их целые части, а дробные части приводят к общему знаменателю и складывают по правилу сложения дробей с одинаковыми знаменателями и приписывают к целой части. Если дробная часть окажется неправильной дробью, то её надо превратить в смешанное число и прибавить к целой части.

Образец 1: $4\frac{5}{12}+2\frac{3}{4}=(4+2)+\left(\frac{5}{12}+\frac{9}{12}\right)=6+\frac{14}{12}=6+1\frac{1}{6}=7\frac{1}{6}.$

Чтобы найти разность двух смешанных чисел, надо вычесть из целой части уменьшаемого целую часть вычитаемого, а дробные части привести к общему знаменателю и вычесть из дробной части уменьшаемого дробную часть вычитаемого по правилу вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то из целой части уменьшаемого занимается 1, которая представляется в виде дроби и добавляется к дробной части уменьшаемого.

Образец 2: $14\frac{7}{8}-7\frac{3}{28}=(14-7)+\left(\frac{49}{56}-\frac{6}{56}\right)=7+\frac{43}{56}=7\frac{43}{56}.$

Примечание: Вычитание и сложение можно выполнить после приведения дробей к общему знаменателю.

Образец 3: $5\frac{1}{6}+2\frac{4}{9}=5\frac{3}{18}+2\frac{8}{18}=5+2+\frac{3}{18}+\frac{8}{18}=7\frac{11}{18}.$

Образец 4: $12\frac{1}{21}-2\frac{13}{28}=12\frac{4}{84}-2\frac{39}{84}=11\frac{88}{84}-2\frac{39}{84}=9\frac{49}{84}=9\frac{7}{12}.$

Примечание: Вычитание и сложение смешанных чисел также можно выполнить, обратив их в неправильные дроби.

Задания

1. Вместо * вставьте пропущенные числа:

а) $2\frac{2}{5}+7\frac{3}{10}=*+\frac{*}{10}+\frac{*}{10}=*\frac{7}{10}$;

б) $8\frac{1}{9}+2\frac{3}{5}=10+\frac{*}{45}+\frac{*}{45}=10\frac{*}{45}$;

в) $5-2\frac{3}{5}=*\frac{*}{*}-2\frac{3}{5}=*\frac{*}{*}$;

г) $7\frac{5}{6}-2\frac{1}{4}=*\frac{*}{12}-\frac{*}{12}=*\frac{*}{12}$.

2. Вычислите значение выражения:

а) $4\frac{5}{9}+7\frac{1}{6}$;

б) $6\frac{11}{12}+8\frac{13}{18}$;

в) $2\frac{3}{16}+1\frac{7}{24}+3\frac{1}{12}$;

г) $5\frac{7}{8}+6\frac{3}{10}$; д) $6\frac{3}{8}+2\frac{5}{9}$; е) $1\frac{8}{21}+4\frac{3}{14}+2\frac{2}{7}$;

ж) $33\frac{2}{5}-11\frac{1}{8}$; з) $8\frac{13}{16}+8\frac{13}{14}$; и) $41\frac{5}{6}-1\frac{17}{24}-3\frac{5}{12}$;

к) $25\frac{11}{15}-18\frac{7}{10}$; л) $42\frac{1}{9}+2\frac{4}{25}$; м) $10\frac{3}{75}+14\frac{3}{35}+2\frac{1}{7}$.

3. Вычислите, обратив смешанные числа в неправильные дроби.

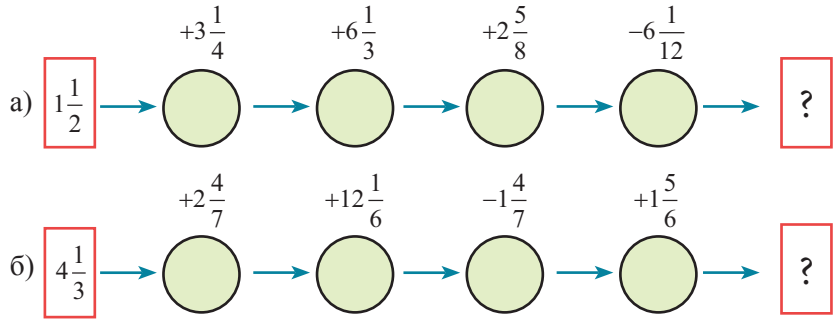
а) $8\frac{9}{14}+3\frac{3}{7}$; б) $12\frac{11}{12}+\frac{13}{18}$; в) $7\frac{5}{12}-3\frac{7}{24}$;

г) $12\frac{7}{9}-8\frac{2}{15}$; д) $24\frac{11}{16}-17\frac{1}{6}$; е) $8\frac{23}{30}-7\frac{11}{20}$;

ж) $4\frac{3}{16}-\frac{5}{8}$; з) $6\frac{4}{9}-3\frac{7}{6}$; и) $10\frac{3}{24}-9\frac{19}{36}$;

к) $22\frac{10}{51}-18\frac{2}{34}$; л) $14\frac{4}{19}-13\frac{1}{8}$; м) $62\frac{9}{11}-45\frac{1}{22}$.

4. Выполните последовательность действий:



5. Решите уравнение:

а) $x+9\frac{7}{10}=28\frac{2}{15}$; б) $11\frac{3}{4}-y=5\frac{15}{34}$; в) $7\frac{27}{44}+a=18\frac{51}{55}$;

г) $6\frac{3}{11}+b=11\frac{93}{121}$; д) $9\frac{5}{36}-x=2\frac{4}{9}$; е) $k-5\frac{17}{60}=7\frac{9}{20}$.

6. Выполните действия, представив десятичные дроби в виде обыкновенных:

а) $4{,}25+1\frac{19}{25}$; б) $7\frac{7}{8}-3{,}18$; в) $19{,}75-19\frac{3}{16}$; г) $3{,}45+2\frac{4}{9}$.

7. Скорость теплохода в стоячей воде $20\frac{2}{7}$ км/ч, а скорость течения реки – $2\frac{11}{14}$ км/ч. Найдите скорость теплохода по течению и против течения.

8. Скорость катера по течению $27\frac{1}{3}$ км/ч, а скорость течения реки $1\frac{4}{9}$ км/ч. Найдите скорость катера против течения.

9. Разгадайте имя азербайджанского учёного (расставьте буквы в соответствии с номером примера).

I. $4\frac{7}{27}-2\frac{2}{9}$; **II.** $6\frac{11}{48}+\frac{17}{24}$; **III.** $7\frac{61}{81}-\frac{1}{18}$;

IV. $0{,}625+6\frac{9}{16}$; **V.** $7{,}8+\frac{39}{50}$; **VI.** $\frac{2}{11}+\frac{7}{22}+5\frac{2}{44}$;

VII. $\frac{25}{49}-\frac{1}{7}-\frac{5}{14}$; **VIII.** $9{,}05-4\frac{3}{5}$; **IX.** $47\frac{7}{8}-45\frac{15}{52}$.

Ответ	$7\frac{113}{162}$	8,58	$2\frac{1}{27}$	$7\frac{3}{16}$	$5\frac{6}{11}$	4,45	$6\frac{15}{16}$	$2\frac{61}{104}$	$\frac{1}{98}$
Буква	Т	И	Л	Ф	З	Д	Ю	Е	А

10. Вычислите:

а) $7\frac{7}{9}-4\frac{1}{12}+2\frac{3}{4}$; б) $10\frac{9}{16}-\left(3\frac{11}{12}+4\frac{4}{9}\right)$;

в) $17\frac{2}{3}-6\frac{1}{36}+4\frac{3}{8}$; г) $\left(20-10\frac{23}{36}\right)-\left(14\frac{4}{27}-6\frac{1}{18}\right)$.

11. Вычислите:

а) $5\frac{5}{9}+3\frac{1}{6}-6\frac{4}{27}$; б) $12\frac{13}{48}-\left(9\frac{17}{32}-4\frac{5}{24}\right)$;

в) $1\frac{5}{7}+3\frac{11}{14}-2\frac{1}{4}$; г) $\left(18-10\frac{18}{35}\right)-\left(3\frac{9}{28}+2\frac{3}{20}\right)$.

12. В трёх ящиках $36\frac{9}{16}$ кг мандаринов. В первом и втором ящике вместе $28\frac{7}{8}$ кг, во втором и в третьем – $24\frac{3}{4}$ кг. Сколько килограмм мандаринов в каждом ящике?

13. На набор трёх статей на компьютере затратили $53\frac{4}{10}$ минут. На первую и вторую статью затратили $24\frac{14}{15}$ минут. На вторую и третью – $38\frac{19}{45}$ минут. Сколько минут затратили на набор каждой статьи в отдельности?

14. Для приготовления $6\frac{1}{2}$ кг сладкого крема повар использовал $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао и некоторое количество сахарного песка. Сколько килограммов сахарного песка использовал повар?

15. Для приготовления 12 кг теста было израсходовано $7\frac{4}{15}$ кг муки, $2\frac{11}{20}$ кг масла, $1\frac{23}{30}$ кг сахарного песка и несколько кг сиропа. Найдите, сколько сиропа было израсходовано.

16. Найдите периметр треугольника, если одна из его сторон $12\frac{3}{8}$ см, что на $4\frac{5}{24}$ см больше второй стороны и на $3\frac{2}{3}$ см меньше третьей.

1.11. Умножение дробей

Исследование: Найдём произведение дробей $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$. Преобразуем эти дроби в десятичные, тогда $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$, т.е. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

1. Чтобы умножить две дроби, надо перемножить числители и результат записать в числитель произведения, а затем перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель произведения.

Если произведение двух дробей сокращающаяся дробь, перед вычислением произведений в числителе и знаменателе можно провести сокращение.

Образец: $\frac{15}{26} \cdot \frac{13}{45} = \frac{15 \cdot 13}{26 \cdot 45} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$.

2. Чтобы умножить натуральное число на дробь, надо числитель дроби умножить на число и результат записать в числителе произведения, а знаменатель оставить без изменения.

Образец: $\frac{7}{18} \cdot 9 = \frac{7 \cdot 9}{18} = \frac{7 \cdot 1}{2} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Задания

1. Выполните умножения:

а) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5}$; б) $\frac{5}{9} \cdot \frac{6}{25}$; в) $\frac{14}{16} \cdot \frac{24}{49}$; г) $\frac{21}{36} \cdot \frac{32}{56}$;

д) $\frac{9}{14} \cdot \frac{49}{36}$; е) $\frac{15}{27} \cdot \frac{9}{50}$; ж) $\frac{4}{6} \cdot \frac{18}{24}$; з) $\frac{1}{16} \cdot \frac{64}{102}$.

2. Найдите произведение:

а) $\frac{1}{24} \cdot 18$; б) $35 \cdot \frac{3}{70}$; в) $\frac{5}{16} \cdot 12$; г) $144 \cdot \frac{15}{48}$;

д) $25 \cdot \frac{3}{5}$; е) $\frac{17}{21} \cdot \frac{6}{51} \cdot 14$; ж) $\frac{45}{77} \cdot \frac{49}{81}$; з) $\frac{23}{64} \cdot \frac{16}{46} \cdot 32$.

3. Найдите произведение:

а) $\frac{9}{10} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{6}$; б) $\frac{3}{25} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{10}{9}$; в) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{20}{72}$;

г) $\frac{17}{13} \cdot \frac{26}{51} \cdot \frac{8}{9}$; д) $8 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{7}{12}$; е) $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{17}$;

ж) $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{15}$; з) $\frac{11}{36} \cdot \frac{2}{55} \cdot 18$; и) $\frac{21}{22} \cdot 12 \cdot \frac{33}{56}$.

4. Преобразуйте десятичную дробь в обыкновенную и вычислите произведение:

а) $0{,}25 \cdot \frac{3}{5}$; б) $0{,}125 \cdot \frac{5}{8}$; в) $\frac{9}{65} \cdot \frac{5}{8} \cdot 0{,}64$; г) $\frac{13}{44} \cdot 6{,}5 \cdot \frac{11}{130}$.

5. Преобразуйте обыкновенную дробь в десятичную и вычислите произведение:

а) $\frac{3}{4} \cdot 0{,}6$; б) $\frac{1}{5} \cdot 2{,}12$; в) $43{,}01 \cdot \frac{1}{8} \cdot 0{,}5$; г) $3{,}25 \cdot \frac{17}{50} \cdot 2{,}1 \cdot \frac{1}{4}$.

6. Вычислите значение выражения:

а) $25 \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)$; б) $\left(\frac{3}{5} - \frac{4}{15}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$; в) $\frac{7}{29} \cdot 10 + 19 \cdot \frac{7}{29}$;

г) $10 - 5 \cdot \frac{6}{5} - \frac{1}{3}$; д) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{15} - \frac{3}{10}$; е) $\frac{11}{34} \cdot 8 + 9 \cdot \frac{11}{34}$.

7. Найдите:

а) $\frac{1}{5}$ часть от 15 кг; б) $\frac{5}{6}$ от 12 кг;

в) $\frac{7}{9}$ от 27 см; г) $\frac{45}{100}$ от 2000 т;

д) $\frac{3}{10}$ от 50 га; е) $\frac{3}{8}$ от 40 мм.

Найдём $\frac{3}{4}$ части 12 *а*:

$12 \cdot \frac{3}{4} = 3 \cdot 3 = 9$ *(а)*

8. Найдите:

а) $\frac{1}{4}$ от $\frac{5}{8}$ м; б) $\frac{3}{5}$ от $\frac{3}{10}$ кг; в) $\frac{7}{10}$ от $\frac{7}{9}$ см;

г) $\frac{5}{6}$ от $\frac{1}{2}$ г; д) $\frac{9}{10}$ от $\frac{27}{100}$ дм; е) $\frac{13}{15}$ от $\frac{13}{25}$ га.

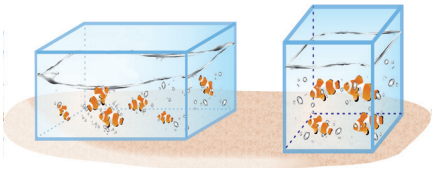
9. Для приготовления теста было использовано $\frac{3}{5}$ стакана сахарного песка. Сколько грамм сахарного песка было использовано, если стакан вмещает 250 г сахарного песка?

10. Стену площадью 24 м^2 необходимо покрасить белой краской. До обеда Ахмед покрасил $\frac{5}{8}$ части стены. Сколько м^2 стены осталось покрасить?

11. Составьте задачу, для решения которой надо выполнить умножение:

а) $240 \cdot \frac{7}{12}$; б) $500 \cdot \frac{3}{10}$.

12. У Асмер есть два аквариума. Один из них имеет размеры $\frac{9}{10} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$ м, размеры другого – $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{10}$ м. Какой из аквариумов вмещает больше воды?



13. Корова съедает некоторое количество сена за 3 дня, а коза такое же количество сена – за 6 дней. Ответьте на следующие вопросы:

а) какую часть корма съест каждое животное за один день?

б) за сколько дней съедят это же количество корма корова и коза вместе?

14. Урок длится $\frac{3}{4}$ часа. Сколько часов длится 6 уроков?

15. Вычислите:

а) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; б) $0{,}2 \cdot \frac{5}{8} \cdot 0{,}125 \cdot 64$.

1.12. Умножение смешанных чисел

Образец 1: $2\frac{3}{4}\cdot\frac{8}{9}=\frac{11}{4}\cdot\frac{8}{9}=\frac{11\cdot 8}{4\cdot 9}=\frac{22}{9}=2\frac{4}{9}$.

Образец 2: $6\frac{1}{7}\cdot 1\frac{6}{43}=\frac{43}{7}\cdot\frac{49}{43}=\frac{49\cdot 43}{7\cdot 43}=\frac{7\cdot 1}{1\cdot 1}=7$.

Обращение смешанного числа в неправильную дробь:

$$a\frac{b}{c}=\frac{a\cdot c+b}{c}$$

Чтобы найти произведение смешанных чисел, можно превратить их в неправильные дроби и выполнить умножение по правилу умножения правильных дробей. Перед нахождением произведения надо провести возможные сокращения.

Задания

1. Вычислить:

а) $2\frac{7}{9}\cdot 15$; б) $3\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}$; в) $28\cdot 2\frac{3}{4}$; г) $1\frac{3}{5}\cdot 2\frac{1}{2}$;

д) $3\frac{1}{6}\cdot 24$; е) $7\frac{7}{12}\cdot\frac{12}{21}$; ж) $121\cdot 4\frac{1}{11}$; з) $10\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{41}$.

2. Найдите значение выражения:

а) число $12\frac{7}{9}$ увеличить в 3 раза и к результату прибавить $9\frac{7}{12}$;

б) число $3\frac{3}{5}$ увеличить в 4 раза и из результата вычесть $2\frac{7}{10}$.

3. Сколько дециметров проволоки потребуется для изготовления прямоугольного параллелепипеда с размерами $\frac{4}{5}$ дм; $1\frac{1}{5}$ дм; $1\frac{2}{5}$ дм?

4. Для приготовления ужина мама чистит необходимое количество картофеля за 6 минут, а её дочь – такое же количество картофеля за 18 минут:

а) какую часть необходимого картофеля почистит каждая из них за 1 минуту?

б) какую часть необходимого картофеля почистят мама и дочь, работая вместе, за 1 минуту?

в) за сколько времени они почистят весь картофель, работая вместе?

5. От верёвки длиной 4 м 25 см отрезали $\frac{18}{25}$ части её длины. Сколько метров верёвки осталось?

6. Саадат умножила $2\frac{1}{3}$ на $8\frac{3}{4}$ и получила $16\frac{1}{4}$. Проверьте, правильно ли Саадат выполнила умножение.

7. При вычислении значения выражения $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}\cdot 3\frac{1}{3}$ Эльгиз получил результат 10, а Акиф – $6\frac{1}{2}$. Эльгиз считает, что его ответ более простой, и поэтому является правильным результатом. Прав ли Эльгиз?

1.13. Взаимно обратные числа

Исследование: в дроби $\frac{5}{8}$ поменяем местами числитель и знаменатель. Найдём произведение этой дроби с исходной. Как видно, $\frac{5}{8}\cdot\frac{8}{5}=1$. Если поменять местами числитель и знаменатель дроби и умножить полученную дробь на первоначальную, то получим 1.

Образец: а) для дроби $\frac{2}{3}$ обратной является дробь $\frac{3}{2}$;

б) для числа 5 $\left(5=\frac{5}{1}\right)$ обратным числом является $\frac{1}{5}$;

в) для 0,8 $\left(0{,}8=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}\right)$ обратной дробью является $\frac{5}{4}$ = 1,25;

г) для $2\frac{1}{3}$ $\left(2\frac{1}{3}=\frac{5}{3}\right)$ обратной дробью является $\frac{3}{5}$.

$\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{2}$; 5 и $\frac{1}{5}$; 0,8 и 1,25; $2\frac{1}{3}$ и $\frac{3}{5}$ являются взаимно обратными числами.

Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно обратными.

$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1$; $5\cdot\frac{1}{5}=1$; $0{,}8\cdot1{,}25=1$; $12\cdot\frac{1}{12}=1$.

Число, обратное единице равно самому себе. $1=\frac{1}{1}$.

Задания

1. Выберите взаимно обратные числа:

а) 0,5 и 2; б) 1,2 и $\frac{5}{6}$; в) 0,2 и 0,5; г) 2,5 и 0,4;

д) $\frac{5}{4}$ и $\frac{3}{5}$; е) 0,005 и 20; ж) 30 и $\frac{1}{3}$; з) 0,125 и 8.

2. Выберите пары взаимно обратных чисел:

1,5; 0,05; 1,125; 2; 0,2; 1,25; 1,875; 0,08; 8; 10; $\frac{2}{3}$; 0,5; 0,8; 5; $\frac{8}{9}$; $\frac{8}{15}$.

3. Вычислите, используя произведение взаимно обратных чисел:

а) $\left(0{,}05\cdot\frac{2}{3}\right)\cdot20$; б) $\frac{5}{12}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{5}\right)$; в) $\frac{1}{2}\cdot(2{,}56\cdot2)$;

г) $\frac{7}{13}\cdot\left(\frac{35}{43}\cdot\frac{13}{7}\right)\cdot\frac{43}{35}$; д) $0{,}125\cdot\left(\frac{3}{25}\cdot\frac{6}{9}\right)\cdot8$; е) $\frac{7}{4}\cdot\left(\frac{17}{76}\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot\frac{19}{34}$.

4. а) Напишите дробь, обратную $\frac{2}{3}$. Выясните, является ли эта дробь правильной или неправильной. Какая из дробей на числовой оси ближе к 1?

б) Запишите какую-либо правильную дробь и дробь, обратную ей. Какая из дробей ближе к 1?

в) Выразите мнение, какая из двух дробей расположена ближе к единице: правильная или обратная ей неправильная дробь? Ответ обоснуйте.

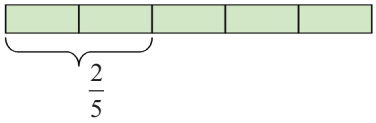
5. Сначала найдите произведение данных чисел, а потом – произведение чисел, обратных данным:

а) 8 и $\frac{2}{3}$; б) $2\frac{1}{6}$ и 0,3; в) 2,4 и 12; г) $\frac{2}{11}$ и $4\frac{1}{13}$.

Выразите мнение о полученных результатах.

1.14. Деление дробей

Исследование: Сколько времени уйдёт на прохождение всего пути, если за 1 час можно пройти $\frac{2}{5}$ всего пути?



Решение: Для решения задачи построим модель. Разделим длину пути на 5 частей. По модели видно, что на весь путь уйдёт $1+1+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$ часа. С другой стороны, для решения задачи можно было бы длину всего пути разделить на длину пути, пройденную за 1 час. Тогда $1:\frac{2}{5}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

Чтобы разделить дробь на дробь, надо делимое умножить на дробь, обратную делителю.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$$

Смешанные числа перед делением превращают в неправильную дробь, а затем выполняют деление.

Образец 1: $\frac{5}{9}:\frac{8}{9}=\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{8}=\frac{5\cdot9}{9\cdot8}=\frac{5}{8}$.

Образец 2: $3\frac{1}{12}:1\frac{13}{24}=\frac{37}{12}:\frac{37}{24}=\frac{37}{12}\cdot\frac{24}{37}=2$.

Образец 3: $\frac{5}{6}:5=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$.

Образец 4: $13:3\frac{1}{4}=13:\frac{13}{4}=13\cdot\frac{4}{13}=\frac{13\cdot4}{13}=4$.

Задания

1. Выполните деление:

а) $\frac{7}{8}:\frac{7}{16}$; б) $\frac{3}{5}:\frac{11}{15}$; в) $\frac{27}{40}:\frac{18}{35}$; г) $1:\frac{8}{9}$;

д) $\frac{5}{9}:15$; е) $10:\frac{4}{15}$; ж) $14:42$; з) $57:30$;

и) $5\frac{1}{5}:\frac{13}{15}$; к) $6:2\frac{1}{2}$; л) $6\frac{5}{9}:18$; м) $28:1\frac{5}{9}$.

2. Вычислите:

а) $\left(\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{3}{8}\right):\frac{15}{16}$; б) $5:1\frac{1}{4}+7:1\frac{1}{3}$;

в) $\left(\frac{6}{21}+\frac{1}{7}-\frac{5}{14}\right):\left(\frac{5}{18}-\frac{1}{9}+\frac{3}{6}\right)$; г) $77:\frac{11}{12}-19:2\frac{3}{8}$.

3. **Практическая работа:** Как, не используя линейку, от верёвки длиной $\frac{2}{3}$ м отрезать $\frac{1}{2}$ м? А как вы отрежете $\frac{1}{2}$ часть?

4. Преобразуйте десятичную дробь в обыкновенную и вычислите произведение:

а) $0{,}75:\frac{3}{5}$; б) $0{,}625:\frac{5}{8}$; в) $\frac{9}{15}:\frac{5}{8}:0{,}64$; г) $\frac{13}{14}:6{,}5\cdot\frac{11}{130}$.

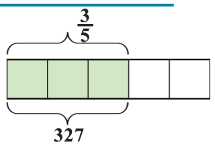
5. Преобразуйте обыкновенную дробь в десятичную и вычислите произведение:

а) $\frac{3}{4}:0{,}6$; б) $\frac{1}{5}:0{,}12$; в) $4{,}5:\frac{1}{8}\cdot0{,}5$; г) $8{,}25\cdot\frac{11}{25}:0{,}1:\frac{1}{4}$.

6. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 48 см^2, а длина одной стороны $2\frac{2}{11}$ см.

1.15. Нахождение числа по его части

Исследование: Найдем число, $\frac{3}{5}$ части которого равно 327.



Решение: Смоделируем число, $\frac{3}{5}$ части которого равно 327.

Очевидно, если разделить число 327 на 3 равные части, каждая часть получится 109. Так как всего 5 частей, то получится $109 \cdot 5 = 545$.

Ответ: 545.

Здесь мы нашли число по имеющейся части.

Для нахождения числа по имеющейся части надо данное число разделить на дробь, обозначающую часть.

Образец: Найдём число, $\frac{3}{4}$ части которого равны 5: $5 : \frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

Задания

1. Дополните предложения:

а) чтобы найти половину числа, надо число умножить на .... или разделить на ...

б) чтобы найти одну четвёртую часть числа, надо число умножить на ... или разделить на ...

в) чтобы найти одну десятую часть числа, надо число умножить на ... или разделить на ...

г) чтобы найти одну сотую часть числа, надо число умножить на ... или разделить на ...

2. Истинные размеры дома на плане выражены $\frac{1}{20}$ частью. Найдите действительную длину двери, если на плане её длина равна 15 см?

3. Когда в бак налили 45 л воды, то бак оказался заполнен на $\frac{3}{4}$ части. Какова вместимость бака?

4. Сколько всего фруктов привезли в магазин, если продали 340 кг фруктов, что составило $\frac{17}{20}$ части привезённых фруктов?

5. Самир за 3 часа покрасил $\frac{2}{7}$ части стены. За сколько часов он покрасит всю стену, если будет работать с такой же скоростью?

6. Составьте задачу, решением которой будут следующие выражения:

а) $140 : \frac{7}{9}$; б) $300 : \frac{3}{10}$.

7. В таблице представлено распределение заработной платы между тремя работниками. Решите задачи по таблице:

а) Сколько денег получил Гусейн?

б) Какова вся заработная плата Самира?

в) Какую часть всей заработной платы получил Наиль?

Работники	Вся зарплата	Полученная часть	Полученные деньги
Гусейн	400 манатов	$\frac{3}{5}$	?
Самир	?	$\frac{1}{6}$	100 манатов
Наиль	360 манатов	?	120 манатов

8. После того, как поезд прошёл 44 км, ему осталось пройти ещё $\frac{7}{11}$ пути. Чему равна длина всего пути?

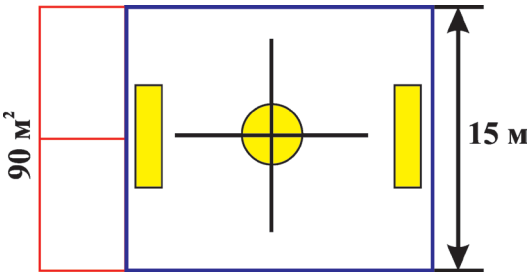
9. а) Стакан вмещает 200 мл молока. Какую часть стакана составляет 160 мл?
б) Человек в сутки спит 8 часов. Какую часть суток человек бодрствует?

10. В книге 208 страниц. Ученик в первый день прочитал $\frac{1}{4}$ часть книги, а во второй – $\frac{3}{4}$ оставшейся части. Сколько страниц осталось прочитать?

11. В первой школе количество учеников VI класса составляет 120 человек, во второй – $\frac{1}{2}$ от количества учеников первой школы. А в третьей школе их количество равно $\frac{3}{5}$ разности числа учащихся двух других школ. Найдите количество учеников VI классов в каждой школе.

12. Масса сплава, состоящего из золота, меди, олова и железа равна 600 грамм. Золото и медь составляют $\frac{2}{3}$ части сплава, золото и олово – $\frac{3}{4}$ части, золото и железо – $\frac{3}{5}$. Найдите массу каждого металла в отдельности.

13. Площадь раздевалок физкультурного зала равна 90 м^2, что составляет $\frac{2}{7}$ площади всего зала. Найдите длину физкультурного зала, если ширина зала равна 15 м.



1.16. Действия над обыкновенными и десятичными дробями

1. При сокращении дроби $\frac{x}{6}$ на 2 получили дробь $\frac{2}{y}$. Найдите значения x и y (если x и y натуральные числа).

2. При сокращении дроби $\frac{15}{a}$ на 3 получили дробь $\frac{n}{4}$. Найдите значения a и n (если a и n натуральные числа).

3. Сократите дроби: а) $\frac{39}{78}$; б) $\frac{777}{444}$; в) $\frac{450}{2000}$; г) $\frac{125}{625}$.

4. Сравните дроби $\frac{171}{181}$ и $\frac{171171}{181181}$.

5. Найдите множество натуральных решений неравенств:

а) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; б) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; в) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; г) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$; д) $\frac{5}{12} > \frac{x}{24}$.

6. Дробь сначала сократили на 2, потом на 3 и, наконец, на 7. На какое число можно было бы сократить дробь сразу?

7. а) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $6\frac{19}{91}$?

б) Как изменится разность, если вычитаемое увеличить на $5\frac{1}{58}$?

в) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $\frac{23}{45}$, а вычитаемое на $\frac{3}{10}$?

г) Как изменится разность, если уменьшаемое уменьшить на $\frac{3}{8}$, а вычитаемое увеличить на $3\frac{5}{16}$?

д) Как изменится разность, если вычитаемое уменьшить на $7\frac{3}{28}$, а уменьшаемое на $8\frac{5}{8}$?

8. Вычислите, изменив порядок действий:

а) $\left(9\frac{3}{7}+2\frac{9}{16}\right)-5\frac{3}{7}$; б) $10\frac{5}{14}-\left(3\frac{5}{14}+2\frac{9}{34}\right)$;

в) $\left(4\frac{5}{8}+1\frac{6}{11}\right)-\frac{6}{11}$; г) $7\frac{1}{7}-\left(2\frac{6}{13}+3\frac{1}{7}\right)$;

д) $\left(12\frac{19}{24}+5\frac{19}{28}\right)-3\frac{19}{24}$; е) $6\frac{4}{9}-\left(1\frac{11}{24}+4\frac{4}{9}\right)$.

9. Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:

а) $\frac{61}{62}$ и $\frac{62}{63}$; б) $\frac{1003}{1007}$ и $\frac{103}{107}$; в) $\frac{17}{48}$ и $\frac{37}{68}$.

10. Сравните:

а) $\frac{33}{35}$ и $\frac{57}{59}$; б) $\frac{5}{6}$ и $\frac{13}{15}$; в) $\frac{12}{17}$ и $\frac{35}{51}$; г) $\frac{17}{42}$ и $\frac{13}{14}$.

11. Вычислите:

а) $\left(\left(\frac{12}{7}\cdot\frac{8}{14}\right)+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{5}$; б) $\left(1+1\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\right):\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)$; в) $\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{13}{11}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{10}{14}\cdot\frac{22}{26}$.

12. а) Как и на сколько изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на $\frac{19}{30}$, а другое на $\frac{14}{45}$?

б) Как и на сколько изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на $2\frac{3}{8}$, а другое уменьшить на $\frac{14}{45}$?

в) Как и на сколько изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на $4\frac{6}{11}$, а другое уменьшить на $5\frac{5}{22}$?

г) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $14\frac{3}{8}$?

д) Как изменится разность, если вычитаемое увеличить на $\frac{4}{21}$?

13. Вычислите: а) $5\frac{3}{4}\cdot3\frac{5}{7}+3\frac{5}{7}\cdot1\frac{1}{4}$; б) $15\frac{3}{8}\cdot4\frac{1}{6}-4\frac{1}{6}\cdot15\frac{3}{8}$;

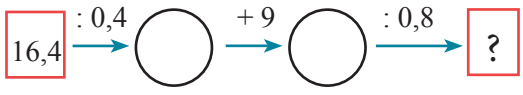
в) $\left(\left(3\frac{1}{3}+5\frac{7}{9}\right)\cdot2\frac{1}{4}-1\frac{1}{15}\left(3\frac{5}{6}-\frac{7}{12}+9\frac{7}{8}\right)\right)\cdot\frac{16}{39}$;

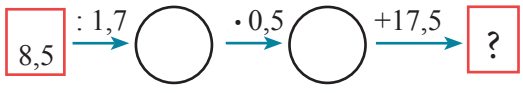
г) $\left(20\frac{8}{15}\cdot7\frac{1}{2}-54\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\right):\left(3\frac{13}{21}\cdot8\frac{2}{8}-29\frac{2}{5}\right)-\frac{5}{6}\cdot1\frac{1}{5}+\frac{21}{25}$.

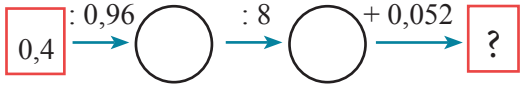
14. Вычислите: а) $\dfrac{8\frac{2}{3}+5\cdot1\frac{1}{8}-10:2\frac{2}{3}}{8\frac{1}{2}-5\frac{3}{4}}$; б) $\dfrac{12\frac{2}{3}-63\frac{1}{3}:5\frac{2}{11}}{2\frac{2}{3}}$;

в) $\dfrac{0,8}{2:0,25-3,125\cdot2,4}$; г) $\left(7\frac{14}{45}:7-\frac{39}{40}\right)\cdot7,2$.

15. Найдите пропущенные числа:

а) 

б) 

в) 

Проверьте себя

1. Сократите дроби: $\frac{31}{62}$; $\frac{8}{24}$; $3\frac{13}{39}$; 0,25; 4,75.

2. Представьте число: а) 12 в виде дроби со знаменателем 3;
б) 7 в виде дроби с числителем 7.

3. Методом подбора найдите x, если $\frac{5}{x} = \frac{20}{28}$.

4. Найдите методом подбора a, если $\frac{a-7}{a} = \frac{2}{9}$.

5. Вычислить: а) НОД(13; 26); б) НОД(65; 66); в) НОД(42; 35).

6. Какими натуральными числами могут быть числа m и n, если известно, что НОК(m; n) = 21; НОД(m; n) = 1?

7. Чему равно значение выражения НОК(a; b) + НОД(a; b), если a и b взаимно простые числа?

а) $ab + 1$; б) $a + b$; в) $ab - 1$; г) $a - b$.

8. В школьную библиотеку привезли 92 книги художественной литературы и 138 учебников. Эти книги поровну поделили между школьниками. Какое наибольшее количество школьников получили книги?

9. Решите уравнение:

а) $\left(x+\frac{5}{12}\right)-\frac{9}{20}=\frac{11}{15}$; б) $\left(x+\frac{4}{25}\right)-\frac{21}{50}=\frac{34}{75}$.

10. Приведите дроби $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{23}{32}$; $\frac{57}{64}$ к наименьшему общему знаменателю.

11. Вычислите:

а) $18\frac{61}{92}-4\frac{13}{46}+12\frac{9}{23}$; б) $\frac{10}{21}:\frac{5}{6}-\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4}$; в) $\left(2-\frac{7}{10}\right):\left(\frac{5}{7}+\frac{3}{14}\right)$.

12. Пустой бассейн наполняется через одну трубу за 12 часов, а через другую – за 9 часов. Какая часть бассейна наполнится за 1 час, если открыть обе трубы? За сколько часов может наполниться бассейн, если открыть обе трубы?

13. После того как турист прошёл $\frac{3}{11}$ части пути, ему осталось пройти 56 км. Сколько километров прошёл турист?

2 Отношение. Пропорция. Процент

Что вы изучите в этом разделе:

- Отношение и его элементы;
- Пропорцию и её основное свойство;
- Прямо пропорциональные величины и коэффициент пропорциональности;
- Как разбить число на части, прямо пропорциональные заданным числам;
- Как разбить число на части, обратно пропорциональные заданным числам;
- Масштаб и его определение;
- Процент, нахождение числа по его проценту, процентное выражение отношения двух чисел, процентное выражение изменения величин;
- Решение ситуационных задач на проценты.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ещё с древних времён понятие «пропорция» означало равенство двух отношений целых чисел. Древние вавилонцы применяли пропорции для отражения в подобных треугольниках пропорциональности сторон, заданных в целых числах. Первые теоретические рассуждения о пропорции принадлежат древнегреческому учёному Пифагору (580–500 гг до н.э.) и его ученикам.



Слово «процент» заимствовано из латинского языка "procentum" и означает «одну сотую». До 1425-го года символа обозначающего процент не существовало. Коротко процент обозначали «р» или «р 100». Современное обозначение процента символом % взято из сокращённого словосочетания с итальянского языка "per cento".

2.1. Отношение

Для сравнения чисел можно находить их разность или частное. Разность показывает, на сколько одно число больше или меньше другого. Частное показывает, во сколько раз одно число больше или меньше другого или какую часть одно число составляет от другого.

Исследование: в классе 15 мальчиков и 10 девочек. Ответьте на следующие вопросы:

а) на сколько мальчиков больше, чем девочек?

б) на сколько девочек меньше, чем мальчиков?

в) во сколько раз мальчиков больше, чем девочек?

г) какую часть составляет число девочек от числа мальчиков?

Решение: а) мальчиков больше, чем девочек на $15 - 10 = 5$;

б) девочек меньше, чем мальчиков на 5;

в) мальчиков больше, чем девочек в $\frac{15}{10} = 1{,}5$ раза;

г) число девочек составляет $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ от числа мальчиков.

Как видно, каждый из способов применяется на практике с разной целью.

Отличное от нуля частное двух чисел *a* и *b* называется отношением двух чисел *a* и *b*. Здесь $b \neq 0$.

Числа a и b называются членами отношения: a – первый член отношения, b – второй член.

Отношение двух чисел показывает, во сколько раз одно число больше другого или какую часть одно число составляет от другого.

Отношение десятичных дробей можно привести к отношению натуральных чисел.

Образец 1: Отношение $0{,}2 : 1{,}24$ можно записать как $\frac{0{,}2}{1{,}24}$. Известно, что числитель и знаменатель дроби можно умножить на одно и то же число (основное свойство дроби), при этом получится равная дробь: $\frac{0{,}2}{1{,}24} = \frac{0{,}2 \cdot 100}{1{,}24 \cdot 100} = \frac{20}{124} = \frac{5}{31}$. Поэтому отношение $0{,}2 : 1{,}24$ можно заменить отношением $5 : 31$.

Задания

1. Учитель проверил 25 работ учащихся. Ему осталось проверить ещё 45 работ:

а) Во сколько раз количество непроверенных работ больше количества проверенных работ?

б) Какую часть составляет количество проверенных работ от количества непроверенных работ?

в) Напишите ещё несколько отношений.

2. Запишите в виде отношения:

а) 7-ми к 3-м; б) 6-ти к 28-ми; в) 7,2-х к 5,09-тым; г) $2\frac{1}{3}$-их к $5\frac{7}{12}$-ым.

3. Прочитайте и вычислите отношения:

а) 16 : 24; б) 128 : 35; в) 2,8 : 5,6; г) $\frac{5}{8} : \frac{5}{6}$; д) $7\frac{2}{3} : 11\frac{1}{2}$.

4. Вычислите отношения:

а) 1,8 : 5,4;	б) 2,4 : 0,08;	в) 3,5 : 49;	г) 360 г : 5,4 кг;
д) 9,6 : 0,16;	е) 3 дм : 5 см;	ж) 8 м : 1 км;	з) 14,4 дм : 160 см;
и) 12 м : 1,8 км;	к) 24 кг : 480 г;	л) 1 кг : 250 г;	м) 1 сутки : 24 часа.

Примечание: В отличие от безразмерных величин при вычислении отношений физических величин следует сначала привести их к одной и той же единице измерения.

5. Запишите несколько чисел, отношение которых равно: а) 5; б) 0,5; в) $\frac{2}{5}$.

6. Значение какого отношения отлично от других: 10 : 15; 20 : 25; 1 : 1,5; $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$?

7. В спортивных соревнованиях принимали участие 72 школьника, 18 из которых – девочки. Что показывают следующие отношения:

а) 72 : 18; б) 18 : 72; в) 18 : 54; г) 54 : 72.

8. Сплав состоит из 250 г меди и 125 г цинка. Найдите следующие отношения: а) массы меди к массе сплава; б) масса цинка к массе меди. Какие ещё отношения можно составить для этой задачи?

9. Израсходовали 12 л бензина из 20 л. Найдите отношение объёма израсходованного бензина к объёму неизрасходованного.

10. Отрезок AB разделён на 10 одинаковых частей:



а) Найдите отношения:

AC : MP; BM : EL; BN : BP; DE : AL;

б) Составьте и запишите ещё три отношения.

11. Стороны треугольника ABC разделены на равные части (рис. 1). Найдите отношения: AB : AC; AB : BC; AC : BC. Какие ещё отношения можно составить?

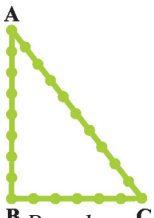


Рис. 1

12. Какие из данных отношений равны:

а) 16 : 4 и 0,8 : 0,2; б) $\frac{34}{85}$ и $\frac{27}{45}$;

в) 0,3 : 0,6 и $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$; г) $\frac{4,2}{0,7}$ и $\frac{9}{1,5}$.

13. Начертите прямоугольники, стороны которых относятся как: а) 1 : 2; б) 5 : 3; в) 1 : 1. Сколько из полученных фигур являются квадратами?

14. Запишите отношения в виде отношения натуральных чисел:

а) $1 : \frac{3}{8}$; б) $\frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; в) $\frac{3}{4} : \frac{5}{18}$; г) $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$;

д) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$; е) 0,8 : 0,03; ж) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$; з) $3\frac{1}{2} : 3,6$.

15. Дано отношение $a : b$. Найдите, как изменится частное, если:

а) первый член увеличить в 4 раза;

б) второй член увеличить в 2,4 раза;

в) перый и второй член увеличить в 10 раз;

г) второй член в 7 раз увеличить, а первый в 3 раза уменьшить;

д) первый член уменьшить в 9 раз, второй член в 4,5 раза?

16. Начертите отрезок AB и отметьте на нём точку D так, чтобы:

а) $\frac{AD}{BD} = 1$; б) $\frac{AD}{BD} < 1$; в) $\frac{AD}{BD} > 1$; г) $\frac{AD}{BD} = 2$.

17. Отношение количества красных шаров к жёлтым равно 5 : 2. Определите, каких шаров и во сколько раз больше. Запишите обратное отношение и объясните, что оно показывает.

18. Книга дороже тетради в 1,5 раза. Найдите отношение цены книги к цене тетради, а также отношение цены тетради к цене книги.

19. а) Велосипедист расстояние 54 км проехал за 3,8 часа. Запишите скорость велосипедиста в виде отношения.

б) Принтер за 15 минут распечатывает 150 страниц. Выразите производительность принтера в виде отношения (производительностью является число, которое показывает, сколько страниц в минуту может распечатать принтер).

20. Скорость звука в воздухе 300 м/сек., а скорость пули 1,5 км/сек. Найдите отношение скорости пули к скорости звука. Во сколько раз скорость пули больше скорости звука?

21. Запишите утверждения в виде отношения:

а) каждый двадцатый ученик играет в шахматы;

б) каждый десятый футболист забивал гол;

в) каждая тысячная ворона белого цвета;

г) каждый восьмой ученик – отличник.

22. Сторона одного квадрата 16 см, второго – 4 см. Найдите следующие отношения:

а) стороны большего квадрата к стороне меньшего;

б) периметра большего квадрата к периметру меньшего;

в) площади большего квадрата к площади меньшего.

23. Длина ребра большего куба 12 см, а меньшего – 4 см (рис. 1). Найдите следующие отношения:

а) длины ребра меньшего куба к длине ребра большего куба;

б) площади полной поверхности меньшего куба к площади полной поверхности большего куба;

в) объём меньшего куба к объёму большего.

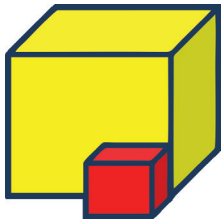


Рис. 1

24. Составьте отношения и объясните значение каждого пункта:

а) Айгюль за 3 часа прочитала 36 страниц;

б) портной купил 2 метра ткани за 50 манат;

в) Самир прошёл 4 метра, сделав 10 шагов;

г) принтер за 5 минут распечатал 25 страниц.

25. Для учащихся V и VI классов школа закупила 50 билетов в театр. В пятых классах учится 72 ученика, а в шестых – 48. В каком отношении нужно разделить билеты между пятыми и шестыми классами? Решите задачу при помощи схемы «часть – целое».

26. В студенческом городке количество юношей и девушек выражено отношением 1 : 3.

а) Если количество девушек 27, то сколько студентов-юношей?

б) Если количество юношей 46, то сколько студентов-девушек?

в) Если количество юношей 78, то сколько всего студентов?

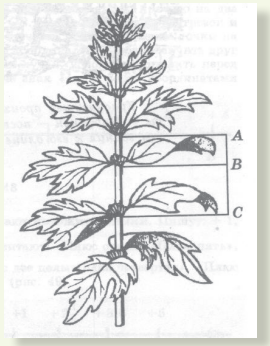
г) Если количество студентов 36, то на сколько юношей меньше, чем девушек?

д) Если юношей меньше, чем девушек на 12, то сколько всего студентов?

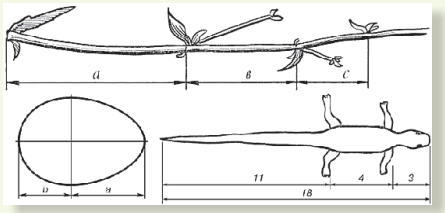
Это полезно знать...

Люди различают окружающие предметы по форме. Интерес человека к форме исходит из жизненной необходимости или стремления постичь красоту формы предмета. Форма бывает более привлекательной и красивой, если во время построения её соблюдается симметрия и «золотое сечение».

«Золотое сечение» – это деление величины (например, длины отрезка) на две части так, чтобы отношение большей части к меньшей было равно отношению всей величины к её большей части. Это отношение ≈ 1,618. «Золотое сечение» – это идеальное деление целого на части, которое присутствует и в природе, и в архитектуре, и в искусстве, и в повседневной жизни.

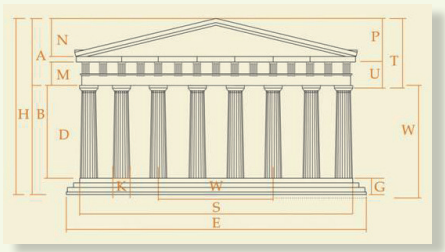


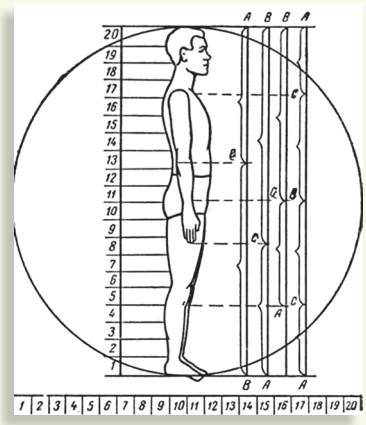
В природе



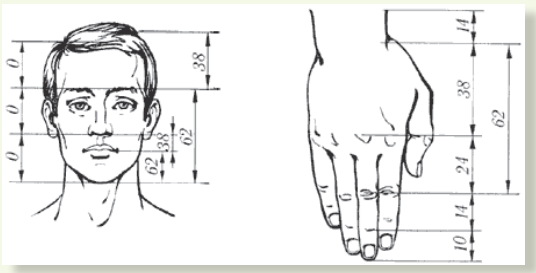


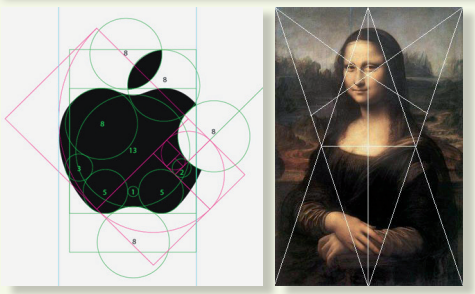
В архитектуре





В человеческом теле





В искусстве

Принято считать, что понятие «золотое сечение» впервые ввёл в научный лексикон древнегреческий философ Пифагор (VI в. до н.э.).

2.2. Пропорция

Исследование: Сравним два отношения 4,2 : 0,6 и 0,84 : 0,12.

Решение: 4,2 : 0,6 = 7 и 0,84 : 0,12 = 7. Так как каждое отношение равно одному и тому же числу (7-ми), то значит 4,2 : 0,6 = 0,84 : 0,12 Такое равенство является пропорцией.

Равенство двух оношений называется пропорцией.

Записывается это так: $a : b = c : d$ или $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, а читается так: «отношение a к b равно отношению c к d».

a и d называются крайними членами пропорции, а b и c – средними членами.



***Основное свойство пропорции*: произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов.**

В пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $ad = bc$.

При перемене мест крайних или средних членов пропорции вновь получается пропорция. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ или $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.

Образец 1: Проверьте, является ли пропорцией равенство: 9 : 21 = 3 : 7
Согласно свойству пропорции $9 \cdot 7 = 63$ и $21 \cdot 3 = 63$.
Значит данное равенство – пропорция.

Образец 2: За 4,2 м ткани заплатили 63 маната. Какова цена 3,2 м ткани?

Составим пропорцию: 4,2 : 3,2 = 63 : x (здесь x манатов цена 3,2 м ткани)

$4{,}2x = 63 \cdot 3{,}2$

$x = 48$.

Ответ: 48 манат.

Задания

1. Укажите крайние и средние члены пропорций:

а) 5 : 3 = 20 : 12; б) $\frac{16}{56} = \frac{18}{63}$; в) a : 23 = 2 : 9;

г) 12 : 39 = 4 : 13; д) $\frac{20}{15} = \frac{48}{36}$; е) $\frac{m}{k} = \frac{18}{p}$.

2. Составьте верные пропорции из чисел:

а) 2, 7, 6, 21; б) 72, 8, 180, 20; в) $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{9}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{20}{63}$; г) $6\frac{2}{3}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{14}{13}$, $2\frac{1}{6}$.

3. Можно ли из данных отношений составить пропорцию?

а) 2,8 : 0,7 и 152 : 38;

б) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ и $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$;

в) 15 : 1,8 и $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$;

г) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ и $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

4. Решите уравнения, используя основное свойство пропорции:

а) $6 : x = 36 : 30$; б) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$; в) $12 : 7 = 3 : x$;

г) $\frac{y}{16} = \frac{3}{8}$; д) $4{,}9 : 0{,}35 = a : 35$; е) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.

5. Решите уравнения:

а) $x : 5 = 21 : 15$; б) $4{,}5 : 0{,}6 = a : 2{,}4$;

в) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$; г) $\frac{3{,}4}{5{,}1} = \frac{1{,}4}{k}$.

6. Решите задачи, составив пропорции:

а) За 8 кг конфет заплатили 48 манат. Сколько манат нужно заплатить за 12 кг таких же конфет?

б) Туристы за 5 часов прошли 24 км. Сколько километров они пройдут за 7 часов?

в) Программист отформатировал 4 компьютера за 8 часов. За сколько часов он отформатирует 5 компьютеров с прежней скоростью?

г) Деревянный брус объёмом 800 см^3 имеет массу 528 г. Найдите массу деревянного бруса объёмом 1500 см^3.

д) Из 25 м ткани можно сшить 5 пальто. Сколько метров ткани потребуется для пошива 12 пальто?

7. На пошив 21 костюма было израсходовано 56 метров ткани. Сколько костюмов можно сшить из 84 м ткани?

8. Сколько времени потребуется, чтобы наполнить бассейн 288 л воды, если за 7 часов его можно наполнить 224 литрами?

9. Из 150 кг картофеля получают 27 кг крахмала. Сколько крахмала получат из 420 кг картофеля? Сколько картофеля нужно, чтобы получить 30,6 кг крахмала?

10. Составьте всевозможные пропорции из равенства $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

11. Вместо a и b вставьте такие числа, чтобы получилась пропорция:

а) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; б) $\frac{16}{a} = \frac{9}{b}$; в) $\frac{7}{a} = \frac{48}{b}$; г) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$; д) $\frac{12}{a} = \frac{a}{3}$.

12. Решите уравнения:

а) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$; б) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$; в) $2{,}5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

г) $\frac{2}{x-0{,}4} = \frac{1}{0{,}4}$; д) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3{,}2}$; е) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

13. Решите уравнения:

а) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$; б) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$; в) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

г) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$; д) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$; е) $12 : \frac{4}{5}x = 20 : \frac{1}{4}$.

14. Для приготовления четырех порций каши требуется 220 г злаков, 960 г молока и 50 г сахарного песка. Сколько граммов каждого продукта потребуется для приготовления 18 порций каши?

15. Как изменится пропорция ($a : b = c : d$) если:

а) каждый первый член отношений увеличить в 8 раз;

б) каждый первый член отношений разделить на 2;

в) каждый второй член отношений увеличить в 7 раз;

г) оба средних члена пропорции разделить на 5,3;

д) оба крайних члена пропорции умножить на 10;

е) один средний и один крайний член увеличить в 6 раз?

16. Отношение дробных чисел замените на отношение натуральных чисел:

а) $\frac{4}{15} : \frac{11}{75}$; б) $\frac{9}{25} : 2\frac{3}{5}$; в) $1\frac{4}{9} : 1\frac{1}{5}$;

г) $\frac{4}{5} : 4 : 1\frac{4}{5}$; д) $\frac{3}{5} : \frac{1}{4} : \frac{7}{12}$; е) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{5}{12}$;

ж) $6 : 1\frac{4}{8} : \frac{8}{12}$; з) $2\frac{1}{3} : 3\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; и) $\frac{14}{15} : 2\frac{2}{6} : 12$.

17. Сыну 24 года и его возраст относится к возрасту отца как $2 : 4\frac{1}{2}$. Сколько лет отцу?

18. Масса золота в сплаве относится к массе серебра как 5 : 8. Какова масса сплава, если масса золота 20 г? Решите задачу, составив модель «часть-целое».

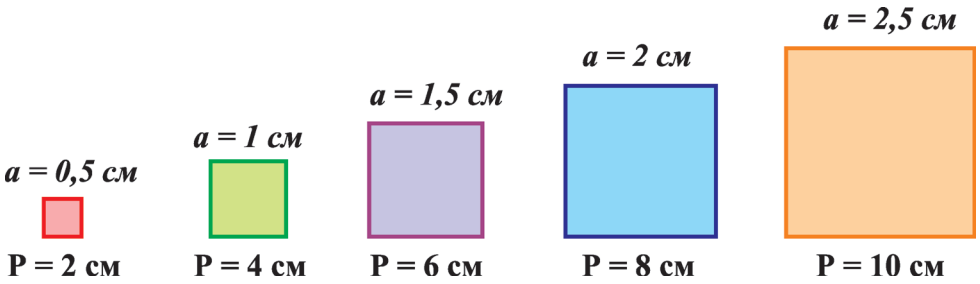
19. Высота зала относится к высоте окна как $5\frac{3}{5} : 1\frac{3}{5}$. Найдите высоту зала, если высота окна $1\frac{1}{7}$ м?

20. Высота классной комнаты относится к высоте двери и окна как 5 : 4 : 2. Найдите высоту двери и окна, если высота классной комнаты равна 2,5 м.

2.3. Прямо пропорциональные величины. Коэффициент пропорциональности

Исследование: Выясним, как изменится периметр квадрата при увеличении стороны.

Решение: Периметр квадрата найдём по формуле $P = 4a$.



Как видим, отношение стороны первого квадрата к стороне второго равно $\frac{0,5}{1} = \frac{1}{2}$, как и отношение их периметров $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Аналогично, отношение стороны самого маленького квадрата $\frac{0,5}{2,5} = \frac{1}{5}$ к стороне самого большого квадрата равно, как и отношения их периметров $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. Можно сделать вывод, что, во сколько раз увеличилась сторона квадрата, во столько же раз увеличился и периметр.

Если при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз другая величина также увеличивается (уменьшается) во столько же раз, то такие величины называются прямо пропорциональными. Отношение соответствующих значений прямо пропорциональных величин постоянно и называется коэффициентом пропорциональности.

Образец: Поезд за 4 часа проходит 240 км. Сколько километров пройдёт поезд за 6 часов, если будет ехать с той же скоростью?

Решение: Известно, что во сколько раз увеличится время, во столько же раз увеличится пройденный поездом путь: $S = vt$. Для решения составим пропорцию:

$4 : 6 = 240 : x$

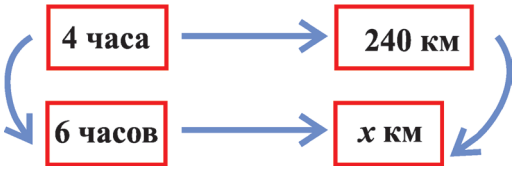
$4x = 240 \cdot 6$

$4x = 1440$

$x = 360$

Ответ: 360 км





Задания

1. Пусть A и B зависимые величины и $A = \kappa B$. Найдите коэффициент пропорциональности:

а) $A = 3{,}6$; $B = 2{,}5$;

б) величина B меньше величины A в 3 раза;

в) B – время, потраченное в пути (мин.), A – путь (м), скорость 36 км/час;

г) пройдя расстояние 500 м, колесо велосипеда сделало 64 оборота. B – количество оборотов колеса, A – пройденное расстояние;

д) значения A и B возьмите из таблицы:

A	**8**	**6,29**	**225**
B	16	17,04	9

2. Одна сторона прямоугольника равна 12 см, другая – на 5 см меньше. Найдите отношение сторон прямоугольника.

3. Измерьте и найдите отношение длин отрезков:



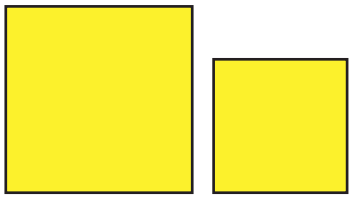
Решите задания 4–8 и выскажите своё мнение по полученным результатам

4. Измерьте стороны квадратов и вычислите их периметры. Найдите:

а) отношение сторон квадратов;

б) отношение периметров квадратов;

в) отношение площадей квадратов.



5. Поезд, не изменяя скорости, за 10 часов прошёл 320 км. Сколько времени поезд будет в пути, если расстояние:

а) уменьшится в 2 раза; б) увеличится в 3 раза?

6. Площадь прямоугольника 60 м^2. Как изменится площадь прямоугольника, если ширина останется неизменной, а длина:

а) увеличится в 3 раза; б) уменьшится в 4 раза?

7. За несколько метров ткани заплатили 54 маната. Как изменится заплаченная сумма денег, если длина ткани:

а) уменьшится в 6 раз; б) увеличится в 2 раза?

8. Двое рабочих за некоторое время изготовили 24 детали. Сколько рабочих потребуется, чтобы за то же время изготовить:
а) 48 деталей; б) 120 деталей?

9. Определите по таблице, являются ли величины x и y прямо пропорциональными:

а)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

б)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

в)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

г)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

10. Заполните таблицу, зная, что a и b прямо пропорциональные величины:

a	0,3	8	3,2		
b			9,6	2,7	42

11. Заполните таблицу, зная, что x и y прямо пропорциональные величины:

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

12. Известно, что за m кг фруктов заплатили p манат. Найдите цену 1 кг фруктов и заполните таблицу:

m (кг)	3	8		1,2	
p (манат)	22,5		30		6

Запишите формулу зависимости p от m.

13. Скорость автомобиля 60 км/ч. Заполните таблицу, если известно, что он за t часов проходит s километров:

t (час)	2	0,5		3,2		
s (км)			90		240	156

Запишите формулу зависимости t от s.

14. Санан за 8 манат купил 10 карандашей. Сможет ли Санан за 10 манат купить 15 таких же карандашей? Обоснуйте ответ.

15. Автомобиль на 55 км пути израсходовал 5 литров бензина. На сколько километров хватит 7 литров?

16. Найдите массу стального бруса объёмом 50 мм^3, если масса стального бруса объёмом 30 мм^3 равна 234 г?

17. Для приготовления варенья из 5 кг инжира потребуется 2,5 кг сахарного песка. Сколько сахарного песка потребуется для приготовления варенья из 12,5 кг инжира?

18. Из 100 граммов шерсти, полученной при стрижке баранов, остаётся только 40 грамм чистой шерсти. Сколько чистой шерсти получат от каждого барана, если от одного животного в течение года было получено 17 кг шерсти, а от другого – 18 кг?

19. Измерения прямоугольного параллелепипеда относятся как 9 : 13 : 17. Найдите сумму рёбер прямоугольного параллелепипеда, если длина меньшего ребра 18 см.

20. Разность между сторонами прямоугольника равна 30 см. Зная, что стороны прямоугольника относятся как 8:11, найдите периметр прямоугольника.

21. За 2 ч дети поймали на полянке 15 бабочек. Сколько бабочек они поймают за 3 часа? Можно ли количество пойманных бабочек и время, за которое их поймали, назвать прямо пропорциональными величинами?



22. Для перевозки вещей на дачу три семьи арендовали грузовую машину и заплатили 110 манат. Найдите, в каком отношении надо разделить между этими семьями арендную плату пропорционально пройденному расстоянию, если дачи расположены вдоль одной дороги на расстоянии 24 км, 28 км и 36 км от города?

2.4. Деление числа на части прямо пропорциональные заданным числам

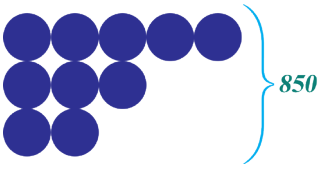
Исследование: Мама сказала дочери, что для приготовления салата надо взять помидоры, огурцы и зелень в отношении 5 : 3 : 2. Дочь не поняла мать. Тогда мама объяснила ей, что для салата надо взять 5 частей помидоров, 3 части огурцов и 2 части зелени, т.е. использованные продукты должны быть прямо пропорциональны числам 5, 3 и 2.

Вопрос: Сколько граммов каждого продукта надо взять, чтобы приготовить 850 г салата?

Решение: ***I способ:*** построим модель «часть-целое»: 1) 5 + 3 +2 = 10 (частей) – весь салат;

2) 850 : 10 = 85 г – масса одной части;

3) 5 · 85 = 425 г; 3 · 85 = 255 г; 2 · 85 = 170 г.



II способ: Обозначим массу одной части за x. Тогда: помидоров – $5x$, огурцов – $3x$, зелени – $2x$. По условию:

$$5x + 3x + 2x = 850$$
$$10x = 850$$
$$x = 85.$$

5 · 85 = 425 (г); 3 · 85 = 255 (г); 2 · 85 = 170 (г). **Ответ:** 425 г; 255 г; 170 г.

Задания

Решите задачу при помощи модели «часть-целое»:

1. а) представьте число 138 в виде суммы двух чисел, которые относятся как 18 : 5.

б) разделите число 70 на четыре части в отношении 3 : 6 : 8 : 11.

2. а) представьте число 72 в виде суммы двух чисел, которые относятся как 7 : 11.

б) представьте число 92 в виде суммы трёх чисел, отношение которых равно 2 : 3 : 5.

3. Для приготовления сока на 12 частей ягод берут 17 частей воды. Сколько ягод и воды нужно для приготовления 232 кг сока?

4. Для изготовления короны использовали 7 частей золота и 5 частей платины. Зная, что масса короны 2 кг 460 г, найдите, сколько каждого металла использовали?

5. Стороны треугольника относятся как 7 : 8 : 9. Периметр треугольника равен 48 см. Найдите длину каждой стороны.

6. Стороны треугольника относятся как 5 : 7 : 11. Сумма большей и меньшей стороны 80 см. Найдите периметр треугольника.

7. Найдите длины сторон прямоугольника, если его периметр равен 54 см, а стороны относятся как 6 : 3.

8. Развёрнутый угол ABC разделили лучом BD на два угла так, что градусные меры углов ABD и CBD относятся как 5 : 13. Найдите градусные меры углов ABD и CBD.

9. Луч BK, исходящий из вершины $\angle ABC = 130°$, делит его на части в отношении 19 : 7. Найдите градусные меры этих углов.

10. Найдите такие числа x и y, чтобы числа x, y и 24 соответственно находились в отношении:

а) 3 : 5 : 6; б) $\frac{1}{8} : \frac{1}{36} : \frac{1}{9}$.

11. Найдите такие числа a и b, чтобы числа a, b и 10 находились в отношении $2 : \frac{1}{6} : \frac{1}{9}$.

12. Трое рабочих, работая вместе, получили 800 манат. Первый рабочий трудился 16 часов, второй – 24 часа, а третий – 40 часов. Как правильно распределить заработанную сумму денег между ними?

13. Три фермы получили 540 т корма. Как распределить этот корм между ними, если на первой ферме 28 коров, на второй – 42 коровы, а на третьей – 65 коров?

14. Первое число относится ко второму как 4 : 9, второе к третьему как $15 : 2\frac{2}{3}$. Найдите эти числа, если их сумма равна 219.

15. Сумма четырёх чисел a, b, c и d, равна 386.

Известно, что $a : b = 2 : 5$, $b : c = 3 : 4$, $c : d = 6 : 7$. Найдите эти числа.

Указание: $a : b = 2 : 5 = 18 : 45$, $b : c = 3 : 4 = 45 : 60$, $c : d = 6 : 7 = 60 : 70$.

16. На отрезке AB длиной 5,6 см расставьте точки C, D и K так, чтобы AC : CD : DK : KB = 2 : 4 : 1: 1.

17. Для склеивания стекла и металла используется клей, который состоит из крахмала, мела, 20%-го водного раствора натрия, в отношении 1 : 8 : 5 : 25. Сколько граммов каждого вещества надо взять, чтобы приготовить 900 г клея? (Вычисления проводите с точностью до 1 грамма).

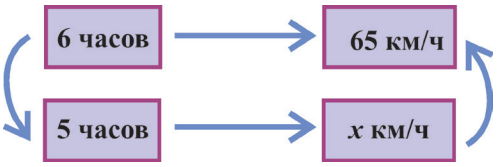
18. В зоопарке количество медвежат, лисят и волчат равно 48. Медвежат в два раза меньше, чем волчат, а количество волчат и лисят находится в отношении 2 : 5. Сколько медвежат, лисят и волчат в зоопарке?

2.5. Обратно пропорциональные величины

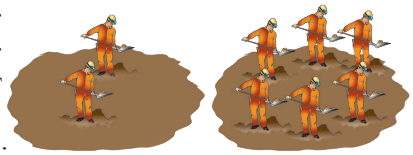
Образец 1: Поезд двигался 6 часов со скоростью 65 км/ч. С какой скоростью должен двигаться поезд, чтобы это же расстояние преодолеть за 5 часов?

Решение: По условию составим пропорцию. По рисунку обратные отношения одноименных величин равны.

$6 : 5 = x : 65$
$5x = 65 \cdot 6$
$x = 390 : 5$
$x = 78$
Ответ: 78 км/ч

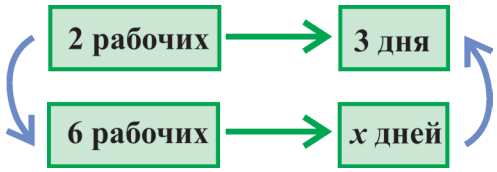


Образец 2: Двое рабочих выполняют некоторую работу за 3 дня. За сколько дней эту же работу выполнят 6 рабочих?



Решение: По условию составим пропорцию:

$2 : 6 = x : 3$
$6x = 2 \cdot 3$
$x = 6 : 6$
$x = 1$
Ответ: 1 день



Если при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз другая величина уменьшается (увеличивается) во столько же раз, то такие величины называются обратно пропорциональными.

Если x и y обратно пропорциональные величины, то $xy = k$ и k является постоянным числом.

Задания

1. Некоторое расстояние атомобиль проезжает со скоростью 75 км/ч. Как должно измениться время, если то же расстояние он проедет со скоростью 150 км/ч?

2. Как объяснить, что скорость и время являются взаимно обратными величинами (при неизменном расстоянии)?

3. Площадь прямоугольника находится по формуле $S = ab$ (где a и b – стороны прямоугольника). Юсиф утверждает, что если сторону a увеличить в 3 раза, а сторону b уменьшить в 2 раза, то площадь не изменится. Прав ли Юсиф? Ответ обоснуйте.

4. Для определения выполнения некоторой работы находят произведение времени, за которое эта работа была выполнена, и её производительности. Какова зависимость между временем и производительностью?

5. 6 тракторов могут вспахать поле за 10 дней. За сколько дней это же поле вспашут 10 тракторов?

6. Некоторую работу 15 рабочих выполняют за 12 дней. За сколько дней выполнят эту же работу 5 рабочих?

7. Сколько конфет по цене 3 маната за килограмм можно купить на те же деньги, которые заплатят за 5 кг конфет по цене 12 манатов за килограмм?

8. Фарид купил 18 портфелей по 8 манатов каждый. Сколько портфелей по 12 манатов мог бы купить Фарид на те же деньги? Сколько денег осталось бы у Фарида?

9. Самир купил 15 тетрадей по 60 гяпик за каждые 5 штук. Сколько тетрадей он смог бы купить на те же деньги, если за каждые 4 тетради платить 80 гяпик?

10. Для перевозки груза требуется 14 машин грузоподъёмностью 3,5 тонны каждая. Найдите грузоподъёмность машин, если этот же груз будут перевозить 10 машин.

11. В какой таблице даны обратно пропорциональные величины?

а)

x	1	2	9	18
y	18	9	2	1

б)

a	3	6	10	15
b	20	10	6	40

в)

x	2	3	4	6
y	6	4	3	1

г)

c	2	4	5	18
d	45	25	16	5

12. Оператор компьютера, набирая рукопись со скоростью 1 страница за 10 минут, закончил работу за 3 часа. За сколько часов он закончит работу, если на каждую страницу потратит на 2 минуты меньше?

13. Имеются два сцепленных зубчатых колеса. Одно из них имеет 65 зубцов и делает 260 оборотов в минуту. Сколько оборотов за это время делает колесо с 5 зубцами?



14. Расстояние от Баку до Лондона самолёт пролетел со скоростью 440 км/ч за 9 часов. За сколько времени он пролетит это же расстояние со скоростью 330 км/ч?

15. Расстояние между двумя пристанями теплоход преодолел за $15\frac{1}{2}$ часа со скоростью 18 км/ч. За какое время он пройдёт то же расстояние, если увеличит скорость на 0,6 км/ч?

16. Запас сена на складе обеспечивает корм 150 коровам на 50 дней. На какой период хватит этого корма, если число коров:

а) увеличится в 0,5 раза; б) уменьшится в 0,5 раз?

2.6. Деление числа на части обратно пропорциональные заданным числам

Исследование: Разделим число 940 на части, обратно пропорциональные числам 3, 4 и 5.

Решение: Известно, что для числа 3 обратным числом является число $\frac{1}{3}$, для 4 – это $\frac{1}{4}$, для 5 – это $\frac{1}{5}$. Разделим число 940 на части, прямо пропорциональные числам, обратным числам 3, 4 и 5.

Согласно правилу деления числа на прямо пропорциональные части в заданной пропорции

$$940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{3}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{3}=400;\qquad 940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{4}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{4}=300;$$

$$940:\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{5}=940:\frac{47}{60}\cdot\frac{1}{5}=240;$$

И в самом деле, 400 + 300 + 240 = 940. **Ответ:** 400, 300, 240

Чтобы разделить число на части в обратной пропорциональности заданным числам, надо разделить это число на части в прямой пропорциональности числам, обратным заданным.

Задания

1. Разделите число 140 на части, обратно пропорциональные числам:
а) 3 и 4; б) 5 и 2.

2. Разделите число 380 на части, обратно пропорциональные числам $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$.

3. Разделите число 343 на части, обратно пропорциональные числам 0,6 и 0,8.

4. Ширина и длина прямоугольника обратно пропорциональны числам 9 и 7.
а) найдите площадь прямоугольника, если его ширина 14 мм.
б) найдите периметр прямоугольника, если ширина меньше длины на 20 см.

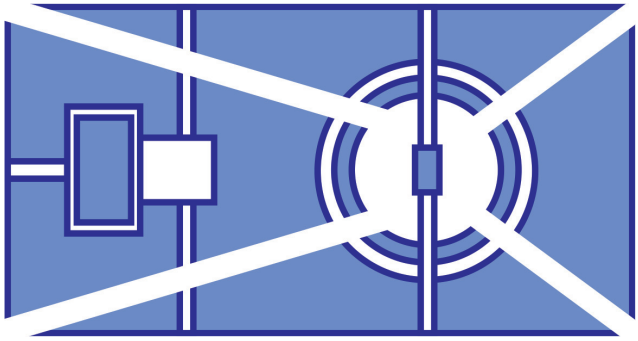
5. а) разделите число 150 на два числа так, чтобы $\frac{1}{6}$ часть первого числа равнялась $\frac{1}{9}$ части второго числа.
б) разделите число 2432 на три части так, чтобы 0,75 первой части, 0,3 второй части и 0,125 части третьей были равны.

6. Три брата, возраст которых 12, 8 и 6 лет соответственно, поделили между собой 18 конфет на части, обратно пропорциональные их возрасту. Сколько конфет досталось младшему брату?

7. Спортивная команда состоит из учеников VI и VII классов, и их количество обратно пропорционально числам 3 и 2. Найдите, сколько учеников каждого класса в команде, если всего в команде 30 детей.

2.7. Масштаб

На рисунке план участка дан в отношении 1:200. Это отношение называется **масштабом плана**.



На плане длина участка равна 9,5 см, а ширина – 5 см. Масштаб показывает, что 1 единица на плане в действительности равна 200 единицам. Значит, чтобы найти действительные размеры участка, надо величины, указанные на плане умножить на 200: 9,5 см · 200 = 19 м и 5 см · 200 = 10 м.

Чтобы действительные размеры перенести на план, надо их умножить на масштаб. Таким образом, мы нашли связь между размерами реального объекта и его изображением на плане.

Масштаб изображения – это отношение расстояния между двумя произвольными точками на плане к действительному расстоянию между этими же точками.

Масштаб может быть как меньше единицы, так и больше единицы. Если объект достаточно большой, то для его изображения на бумаге реальные размеры пропорционально уменьшают. При этом масштаб бывает меньше единицы. И наоборот, если объект очень маленький, то его размеры пропорционально увеличивают. Тогда масштаб становится больше единицы.

Образец: Расстояние между городами Баку и Москва 2200 км. Найдите это расстояние на карте, если масштаб равен 1 : 10000000.

Решение: На карте расстояние между городами Баку и Москва должно быть уменьшено. Значит, реальное расстояние должно уменьшиться в 10000000 раз: 2200 км = 220000000 см.

220000000 см : 10000000 = 22 см.

Задания

1. Найдите масштаб, если:

а) расстояние на местности равно 6 км, соответствующее расстояние на карте равно 2 см;

б) расстояние на местности равно 1500 м, соответствующее расстояние на карте равно 5 см;

в) расстояние на местности равно 600 км, соответствующее расстояние на карте 3 см.

2. а) Расстояние между городами Баку и Гянджа на местности равно 365 км. Масштаб карты 1:5000000. Найдите расстояние между городами на карте.

б) Расстояние на той же карте между городами Баку и Мингячевир равно 6,5 см. Найдите расстояние между городами на местности.

в) Расстояние на карте между городами Баку и Гянджа равно 25 см. Найдите масштаб карты.

3. **Работа по карте:** Возьмите любую карту. При помощи линейки найдите расстояние между любыми точками. Узнайте масштаб карты и вычислите расстояние между выбранными точками на местности.

4. Расстояние между двумя точками на карте 5 см. Масштаб карты равен 1 : 50000. Вычислите расстояние между этими точками на карте, масштаб которой: а) 1 : 125000; б) 1 : 20000.

5. **Работа с планом:** На рисунке изображён план квартиры. Масштаб 1 : 250. Найдите реальную площадь кухни, комнат и всей квартиры (рис. 1).

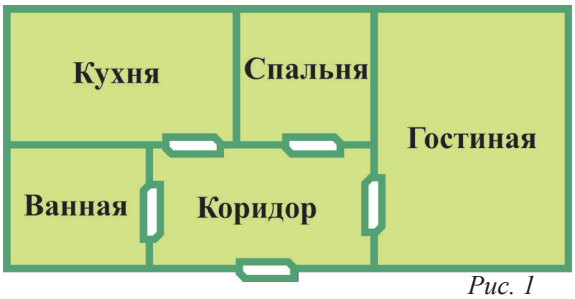
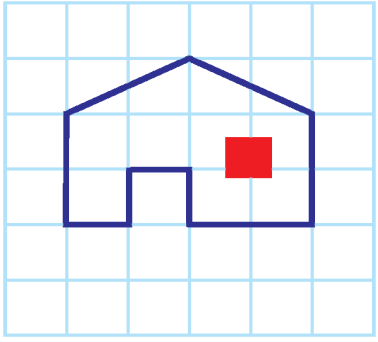
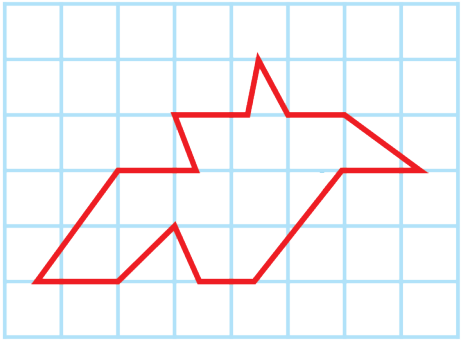


Рис. 1

6. **Практическая работа:** Начертите план вашей квартиры в масштабе 1:200.

7. Начертите фигуры с рисунков 2 и 3, увеличив масштаб в два раза:


Рис. 2


Рис. 3

8. Используя полученный вами рисунок 2 из задания 7 (рис. 2), найдите реальную высоту дома, если высота двери равна 2,5 м.

9. На рисунке 1 даны действительные размеры фигуры A. Определите, в каком масштабе даны размеры фигуры B.

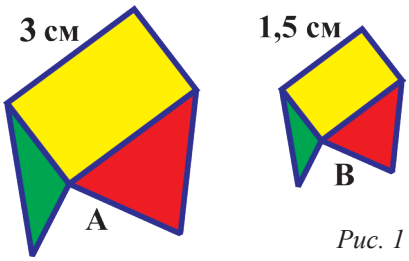


Рис. 1

10. В типографии используют бумагу следующих форматов: A0, A1, A2, A3, A4, A5 (рис. 2). Каждый следующий формат получается делением длины в отношении 1 : 2. Размеры формата A0 равны 841×1188. Определите:

а) размеры формата A3;

б) неизменность отношения длины бумаги к ширине различных форматов;

в) размеры формата A4, который используют чаще всего;

г) бумагу формата C получают делением большей стороны пополам при неизменном отношении длины и ширины. Найдите ширину формата C0, если длина данного формата равна 1296 мм.

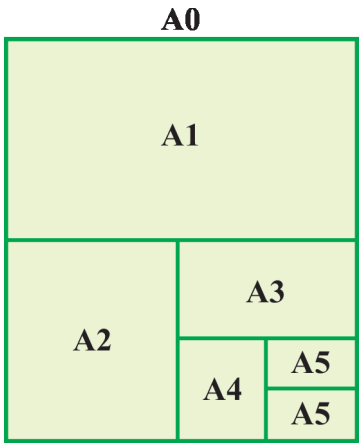


Рис. 2

11. Нарисуйте в тетради один из предметов, который вы видите в классе. Определите приблизительно, во сколько раз вы уменьшили реальное изображение предмета. Выполните измерения и определите масштаб. Сравните приближённое значение с вычисленным.

12. В городе Мюнхен (Германия) в одном из музеев хранится азербайджанский ковёр «Годжа Халы», сотканный в XVIII веке. Ширина ковра 1 м 30 см, а длина – 3 м. Измерьте размеры ковра на рисунке 3 и найдите, в каком масштабе дан рисунок.



Рис. 3

2.8. Процент

Задания

1. Около каждого из равенств справа в скобках запишите букву И, если равенство инстинно, и Л – в противном случае:

а) 0,87 = 87%; 57% = 0,57; 1,7 = 17%; 8% = 80; 2 = 20%;

б) 240% = 2,4; 3,01 = 301%; 30% = 0,3; 1,1 = 110%; 482% = 48,2;

в) 0,08 = 0,8%; 3% = 300; 16% = 0,16; 0,42 = 4,2%; 2,34 = 234%.

Образец: 0,87 = 87% (И).

2. Сколько процентов составляет:

а) половина; б) четверть; в) одна десятая; г) одна пятая?

Заполните таблицу:

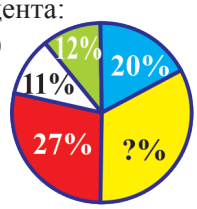
Дробь	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{10}$		
Десятичная дробь			0,75			0,6			0,02
Процент		25%			40%			5%	

3. Выразите процент в виде десятичной дроби:

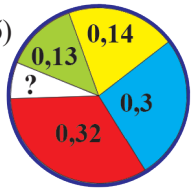
а) 122%; б) 167%; в) 150%; г) 245%; д) 201%; е) 150%.

4. Проценты круговой диаграммы выразите в виде частей, а части в виде процента:

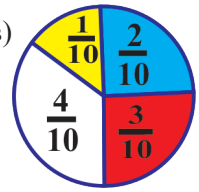
а)



б)



в)



5. Найдите:

а) 10% от 45; 56; 25; 90; 120; 116; 209; 346;

б) 25% и $\frac{1}{4}$ от 100; 21; 87; 92; 900; 782;

в) 50% и $\frac{1}{2}$ от 52; 86; 18; 222; 1000; 458;

г) 75% и $\frac{3}{4}$ от 96; 400; 782; 321; 5000.

6. Какую часть числа надо найти, чтобы вычислить 40%, 90%, 120%, 30%?

7. Округлите до сотых и выразите в виде процента:

а) 0,943; б) 0,2863; в) 0,864; г) 0,009; д) 0,4666; е) 0,60923.

8. Найдите:

а) 15% от 4,56 км; б) 28% от 82 кг; в) 52% от 45 минут.

9. При варке мясо теряет 45%. Сколько варёного мяса получится из 15 кг свежего?

2.9. Нахождение числа по его проценту

Исследование: Ученик прочитал 168 страниц, что составляет 30% всей книги. Сколько страниц в книге?

Решение: По условию 168 страниц составляет 30% книги. Обозначим через x количество страниц в книге.

Тогда $\frac{30}{100} \cdot x = 168$; $x = 168 : \frac{30}{100}$; $x = 560$.

Нашли число по заданному его проценту.

Ответ: в книге 560 страниц.

Чтобы найти число по его проценту, надо данное число разделить на число, показывающее этот процент, и полученный результат умножить на 100.

Формула для нахождения числа *b*, p% которого равны *a*: $b = \frac{a \cdot 100}{p}$

Задачи на нахождение процента от числа и числа по его проценту очень похожи. Поэтому для решения надо внимательно читать условие задачи.

Задания

1. Сколько клеток надо закрасить в квадрате со стороной 10 клеток, чтобы закрашенная часть составила 25%?

2. Найдите число:

а) 12% которого равно 75; б) 88% которого равно 99;

в) 15% которого равно 120; г) 21% которого равно 84.

3. Сколько см составляет половина отрезка, 50% которого равны 140 см?

4. Турист прошёл 12 км, что составляет 57% всего пути. Найдите длину всего пути.

5. Не вычисляя, сравните следующие выражения:

а) число, 75% которого равно 40, с числом, 40% которого равно 75;

б) число, 64% которого равно 132, с числом, 32% которого равно 231;

в) число, 25% которого равно 900, с числом, 43% которого равно 700.

6. Найдите разность числа, 11% которого равно 132, и числа, 62% которого равно 744.

7. Сумма длин двух противоположных сторон прямоугольника равна 23 см и составляет 55% периметра. Найдите 44% периметра прямоугольника.

8. Найдите длину отрезка AD, если длина отрезка BC = 3 см 4 мм, длина отрезка AB составляет 75% отрезка BC, отрезок CD составляет 50% отрезка BC:



9. а) Какую часть и сколько процентов от 124 составляет разность $\frac{3}{4}$ частей и 25 % числа 124? Ответ обоснуйте.

б) Чему равна разность чисел, 25% и $\frac{3}{4}$ частей которых, равны 123?

10. На рисунке 1 площадь 35% круга равна 700 мм^2. Найдите площадь каждой части круга.

11. а) Вычислите сумму 20% от числа 1035 и числа, 42% которого равно 630;

б) вычислите разность числа, 45% которого равно 180, и 14% от числа 1256;

в) вычислите сумму 78% от числа 563 и 87% от числа 453.

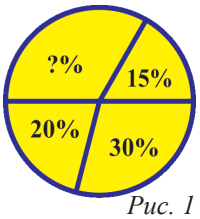


Рис. 1

12. Из 25 учеников при суммативном оценивании 24% показали четвёртый уровень, 44% – третий, остальные второй уровень знаний. Найдите количество учащихся каждого уровня.

13. а) Найдите половину от числа, 4% которого равно 0,24;

б) найдите 70% числа, 25% которого равно 140;

в) 250% выразите в виде числа и найдите 80%;

г) найдите число, $\frac{2}{75}$ % которого равно $\frac{14}{25}$.

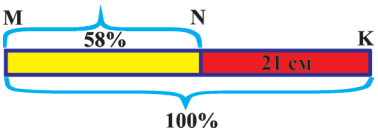
14. Изготовленные 135 деталей составляют 45% запланированной продукции. Определить количество запланированной продукции.

15. а) Найдите число, 30% которого равно $\frac{5}{8}$-х числа 720;

б) найдите число, 93% которого равно произведению чисел $3\frac{5}{12}$ и $2\frac{2}{41}$.

16. Луч BD, проходящий между сторонами $\angle ABC$, делит его на две части, одна из которых равна 78º, что составляет 78% всего угла. Найдите величину всего $\angle ABC$.

17. Найдите длину отрезка MN по рисунку:



18. а) Найдите число, 67% которого равно значению выражения:

$$\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{3}\right)-\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{4}{3}\right);$$

б) найдите число, 28% которого равно половине значения выражения:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right);$$

в) найдите число, 21% которого равно 54% значения выражения:

$$3\frac{5}{12}-\left(2\frac{2}{9}-\frac{1}{6}\right).$$

2.10. Выражение отношения двух чисел в виде процента

Исследование: Из 150 посаженных семян не проросло 25. Сколько процентов семян не проросло?

Решение: По условию необходимо выяснить, сколько процентов семян не проросло. Поэтому:

$$\frac{25}{150}\cdot 100\% = \frac{1}{6}\cdot 100\% = \frac{100}{6}\% = \frac{50}{3}\% = 16\frac{2}{3}\%.$$

Ответ: $16\frac{2}{3}\%$ семян не проросло.

Чтобы узнать, сколько процентов одно число составляет от другого, надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100%.

Данную в исследовании задачу можно решить и путем построения пропорции.

150 семян — 100 %
25 семян — x %

$150 : 25 = 100 : x$ $\qquad 150x = 2500$ $\qquad x = 16\frac{2}{3}\%$

Здесь одноименные величины записываются друг под другом.

Задания

1. Сколько процентов составляет:
а) 4 от 8-ми; б) 2 от 10-ти; в) 16 от 25-ти;
г) 20 от 150-ти; д) 45 от 300-т; е) 64 от 400-т.

2. Сколько процентов составляет число 40 от: а) 100; б) 80; в) 160; г) 10?

3. В соревнованиях по стрельбе один из призёров попал в цель 36 раз из 45, а другой – 38 из 50. Выразите в процентах точность попадания в цель каждого стрелка. Чей результат лучше?

4. В лесу количество елей составляет 40% от дубовых деревьев. Сколько процентов составляют дубы от елей?

5. Сколько процентов составляет цена газовой плиты от цены холодильника, если холодильник стоит 1050 манат, а газовая плита – 850 манат?

6. Из 25 учащихся шестого класса при оценивании 10 человек показали отличный результат. Сколько процентов учеников показали отличный результат?

7. Из 240 посаженных семян взошло 228. Найдите процент всхожести.

8. Придумайте задачу, решение которой будет:
а) 155 — 100%
31 — x%;
б) 33 — 100%
660 — x%.

9. Выразите отношение величин в процентах:
а) 3-х кг к 6-ти; б) 2-х м к 3-м;
в) 40 гяпик к 70-ти; г) 80-ти см к 72-м;
д) 12 мм к 12 см; е) 60-ти минут к 42-м.

10. Найдите процентное отношение двух чисел, отношение которых равно 2,4.

11. Площадь одного квадрата составляет 75% площади другого. Сколько процентов составляет площадь большего квадрата от меньшего?

12. По данным 2012-го года в Азербайджане проживало 9 млн населения, из которых 3 млн – городское население. Сколько процентов населения проживало в деревнях?

13. а) Сколько процентов площади круга составляет площадь части круга, соответствующая углу 120º (рис. 1)?

б) Сколько процентов площади квадрата составляет закрашенная часть квадрата (рис. 2)?

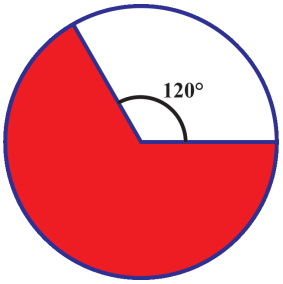


Рис. 1

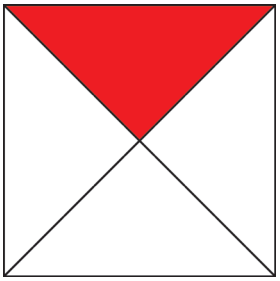


Рис. 2

14. В книге 340 страниц. Самир прочитал 250 страниц. Сколько процентов книги прочитал Самир? Сколько процентов книги осталось прочитать?

15. У Гюлай было 26 манат. На подарок маме она потратила половину своих денег. Сколько процентов денег потратила Гюлай?

16. На собрании участвовало 250 человек. За принятое решение проголосовало 180 человек. Сколько процентов проголосовало против?

17. На зимних каникулах Ахмед сделал 120 заданий по математике. В 20 из них он допустил ошибки. Сколько процентов от всего задания Ахмед выполнил правильно?

18. В классе отношение числа мальчиков к числу девочек равно 3 : 2.

а) Какую часть учащихся класса составляют мальчики? Сколько процентов мальчиков в классе?

б) Какую часть учащихся класса составляют девочки? Сколько процентов девочек в классе?

19. Число a на 20% меньше числа b. На сколько процентов число b больше числа a?

20. В классе из 32 учеников 18 – отличники. Сколько процентов всего класса составляют отличники?

21. Число a составляет 40% от числа b, число b составляет 30% от числа c. Сколько процентов число a составляет от числа c?

22. Число a составляет 15% от числа b, число c составляет 40% от числа d. Сколько процентов произведение ac составляет от bd?

2.11. Выражение изменения величин в процентах

Исследование: В связи с началом летнего сезона цена пальто с 240 манатов упала до 180 манатов. На сколько процентов понизилась цена пальто?

Решение: ***I способ:*** Составим пропорцию:

240 манатов — 100 %,
180 манатов — x %

$240 : 180 = 100 : x$

$x = 75$ %, $\quad 100 - 75 = 25$ %

Ответ: 25 %

II способ: 240 – 180 = 60 манатов (на столько изменилась цена).

Составим пропорцию:

240 манатов —100 %
60 манатов — x %

$240 : 60 = 100 : x$

$x = 25$ %

Задания

1. Цена платья снизилась со 150 манатов до 120 манатов. На сколько процентов изменилась цена платья?

2. Цена пылесоса выросла со 120 манатов до 140 манатов. На сколько процентов выросла цена пылесоса?

3. К числам 100 и 1000 в конце приписали цифру 1. Какое число в процентном отношении возросло больше?

4. Цена товара повысилась с 240 манатов до 300 манатов. На сколько процентов подорожал товар?

5. Посевная площадь уменьшилась с 40 га до 30 га. На сколько процентов уменьшилась посевная площадь?

6. На карамельной фабрике выпускают шоколадные конфеты и карамель. Сначала шоколадные конфеты составляли 80% выпускаемой продукции, через некоторое время они стали составлять 90% выпускаемой продукции. На сколько процентов уменьшилось производство карамели?

7. Цена акций в марте была 250 манатов. В декабре их цена упала до 200 манатов. Найдите, на сколько процентов понизилась цена акций?

8. Цена холодильника снизилась с 800 манатов до 650 манатов. На сколько процентов подешевел холодильник?

9. Перед празднованием Новруз Байрамы во многих магазинах была скидка на детскую обувь. Выберите пункт, в котором условия покупок были наиболее выгодными:

а) В I-ом магазине на $\frac{1}{3}$ первоначальной цены, во II-ом магазине на 30%;

б) В I-ом магазине на $\frac{1}{4}$ первоначальной цены, во II-ом магазине на 25%;

в) В I-ом магазине на $\frac{1}{5}$ первоначальной цены, во II-ом магазине на 15%.

10. Предприниматель закупил 100 телевизоров себестоимостью 500 манатов каждый. 25% из них он продал с 20%-ой прибылью, 40% с 25%-ой прибылью, остальные с 10%-ым убытком. Определите прибыль или убыток, полученные предпринимателем от продажи всех телевизоров.

11. Найдите себестоимость товара, проданного за 600 манатов с 20%-ым убытком.

12. Тарана хочет сшить платья из модного журнала. Первое платье обойдется ей в 28 манатов, а второе – в 32 маната. На сколько процентов дешевле обойдётся ей шитьё первого платья?

13. Число 300 увеличили на 15% и результат уменьшили на 20%. Установите, каким будет полученное число по отношению к исходному.

14. Цена мебели была 3000 манатов. Найдите новую цену мебели, если она подешевела на 10%.

15. Составьте и решите задачи по рисунку:



~~1200~~ ₼
900 ₼



~~600~~ ₼
540 ₼



~~1000~~ ₼
700 ₼

₼ – Символ азербайджанского маната

2.12. Задачи на проценты

Исследование: В этом году школа получила 30 компьютеров. Это в 2 раза больше того, что получила школа в прошлом году. На сколько процентов больше компьютеров получили в этом году?

Решение: По условию задачи в прошлом году в школе было 15 компьютеров, что составляло 100%. Тогда 30 компьютеров будет составлять 200%. 15 компьютеров – 100%; 30 компьютеров – 200%.

200 % – 100 % = 100% – на столько процентов стало больше.

Если какую-либо величину увеличить **в 2 раза**, значит она увеличится на **100 %**. Увеличение величины **на 50 %** означает увеличение в **1,5 раза**.

Уменьшение числа на **40 %**, значит, это число составляет 100 – 40 = 60% первоначального.

Тогда $100 : 60 = 5 : 3 = 1\frac{2}{3}$ – во столько раз уменьшится число.

Задания

1. Установите соответствие:

а) расходы увеличились на 100%	1. расходы уменьшились наполовину
	2. расходы уменьшились вдвое
б) расходы увеличились на 50%	3. расходы уменьшились втрое
	4. расходы увеличились вдвое
в) расходы уменьшились на 50%	5. расходы увеличились в 1,5 раза
	6. расходы увеличились втрое

2. Если число увеличить в: а) 1,2; б) 2,5 раз, то на сколько процентов увеличится число?

3. Сколько процентов будет составлять нынешняя цена товара от предыдущей, если цена товара: а) снизится на 40%; б) повысится на 50%; в) снизится на 42%; г) повысится на 75%?

4. а) Цена товара сначала повысилась на 20%, затем на 12%. Сколько процентов составляет новая цена от старой?

б) Цена товара была снижена на 18%, после чего новая цена снизилась ещё на 32%. Сколько процентов составляет новая цена от старой?

5. По столбчатой диаграмме определите:

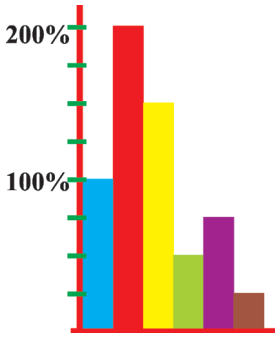
а) во сколько раз красный столбец выше синего?

б) на сколько процентов высота жёлтого столбца больше синего?

в) на сколько процентов и во сколько раз высота зелёного столбца меньше синего?

г) на сколько процентов и во сколько раз высота фиолетового столбца больше зелёного?

д) на сколько процентов и во сколько раз высота коричневого столбца меньше жёлтого?



Исследование: В 19 л воды растворили 1 кг соли. Найдём процентное содержание соли в растворе (1 литр воды приблизительно равен 1 кг воды).

Решение: 19 кг + 1 кг = 20 кг – масса всего раствора. Чтобы найти процентное содержание соли в растворе, надо массу соли поделить на массу раствора и полученное число выразить в процентах: $\frac{1}{20} = 0{,}05 = 5\%$.

Ответ: Процентное содержание соли – 5%.

5%-ый раствор означает, что на каждые 100 г раствора приходится 5 г соли.

Задания

1. Сколько граммов соли содержится в 120 граммах 20%-го раствора?

2. В 380 г первого раствора содержится 68,4 г соли, в 420 г второго раствора содержится 96,6 г соли. В каком растворе процентное содержание соли больше? На сколько процентов?

3. В 280 кг первого сплава содержится 98 кг меди, а в 220 кг второго сплава – 88 кг. В каком из сплавов процентное отношение меди меньше?

4. Смешали 160 г какао и 50 г сахарного песка. Определите процентное содержание какао и сахарного песка в смеси.

5. Сколько граммов спирта содержится в 280 л 40%-го раствора?

6. Двое мальчиков поспорили, сколько граммов соли в 244 г 12%-го раствора. Ариф сказал, что в растворе 29 г соли, а Мамед уверяет, что в растворе 30 г соли. Кто из мальчиков прав?



Рис. 1

7. В 568 г воды растворили 300 г соли. Найдите концентрацию раствора в %.

8. Найдите концентрацию раствора, если в 128 л 15%-го солевого раствора добавить 100 л воды.

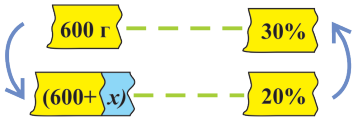
9. Составьте и решите задачу по рисунку (рисунок 1):

Исследование: Сколько надо добавить воды к 600 г 30%-го раствора соли, чтобы он стал 20%-м?

Решение: Обозначим за x количество воды, добавленной в раствор. Тогда, масса раствора будет равна $600 + x$.

Составим пропорцию:

Как видно по рисунку, масса раствора увеличилась, а процентное содержание соли уменьшилось. Несмотря на это, масса соли в растворе не изменилась. Используя обратную пропорциональность, запишем:



$600 : (600 + x) = 20 : 30$

$600 \cdot 30 = (600 + x) \cdot 20$

$600 + x = 18000 : 20$

$600 + x = 900$

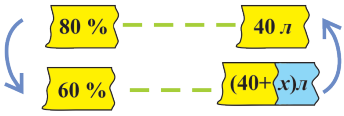
$x = 300$

Ответ: надо добавить 300 г воды.

Задания

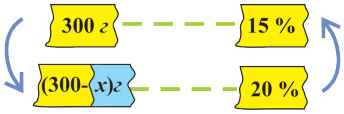
1. а) Сколько надо добавить воды к 40 л 80%-го спиртового раствора, чтобы он стал 60%-ым?

б) Сколько надо добавить воды к 40 л 90%-го спиртового раствора, чтобы он стал 80%-ым?



2. Сколько надо добавить воды к 40 л 30%-го раствора соли, чтобы он стал 20%-ым?

3. Сколько надо выпарить воды из 300 г 15%-го раствора сахара, чтобы он стал 20%-ым?



4. Сколько надо добавить 5%-го раствора йода к 80 г 2%-го йода, чтобы раствор стал 3%-ым?

5. Смешали 30 л 20%-го раствора соли и 20 л 30 %-го раствора соли. Найдите процентное содержание полученного раствора.

6. Составьте задачу по рисунку 2 и решите её.

7. Сколько надо выпарить воды из 500 г 40%-го спиртового раствора, чтобы он стал 50%-ым?

8. К 70%-му раствору йода добавили на 65 г меньше 45%-ый раствор йода, в результате получили 100 г 65%-го раствора йода. Найдите массу 70%-го расствора йода.



Рис. 2

9. Найдите, сколько граммов 30%-го и 10%-го растворов спирта взяли для получения 600 г 15%-го раствора спирта.

Проверьте себя

1. Найдите: а) 60% от 120 кг; б) 25% от 40 дм.

2. Найдите: а) число, 5% которого равно 12; б) число, 45% которого равно 50.

3. Найдите, сколько процентов составляет: а) 2 от 5; б) 18 от 25.

4. Величина изменилась: а) от 150 до 120 м; б) от 1 до 5 кг. Выразите изменение величины в процентах.

5. Мясо при варке теряет 45%. Сколько варёного мяса получится из 2 кг свежего?

6. В воздухе содержится 21% кислорода. Сколько кислорода содержится в комнате размером 4 м × 5 м × 3 м?

7. Расстояние на местности в 500 м на плане изображёно отрезком в 2 см. Найдите масштаб карты.

8. 25 $см^3$ равные 5% воздуха, поступающего в легкие за некоторое время, растворяется в крови. Найдите объём всего воздуха, получаемого лёгкими.

9. Среднее арифметическое двух чисел равно 14. Одно число составляет 75% другого. Найдите эти числа.

10. $\frac{2}{3}$ части организма человека составляет вода. Сколько литров воды в теле человека массой 45 кг?

11. Масса слона 4 т, масса голубой акулы – 150 т. Сколько процентов масса слона составляет от массы акулы?

12. В конце числа 25 приписали 0. На сколько процентов увеличилось число? Во сколько раз увеличилось число?

13. Увеличится или уменьшится площадь прямоугольника, если ширину прямоугольника увеличить на 40%, а длину уменьшить на 10%? Ответ выразите в процентах.

14. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если его ширину увеличить на 20%, а длину на 30%?

15. Сколько частей воды надо добавить к 30%-му спиртовому раствору, чтобы получился 10%-ый спиртовой раствор?

16. Найдите процентное содержание соли в растворе, который получится при смешивании 10 л 40%-го раствора с 20 л 25%-го.

17. Посевная площадь увеличилась с 60 га до 140 га. На сколько процентов увеличилась посевная площадь?

18. За год население увеличилось с 2500 до 2840 человек. На сколько процентов увеличилось население?

3 Целые числа

Что вы изучите в этом разделе:

- Отрицательные числа, числа противоположные натуральным;
- Целые числа и их расположение на числовой оси;
- Модуль числа (абсолютное значение);
- Сравнение целых чисел;
- Сложение и вычитание целых чисел;
- Умножение и деление целых чисел;
- Применение порядка действий в выражениях с целыми числами;
- Операции над множествами, разность двух конечных множеств.

Информация о создании отрицательных чисел

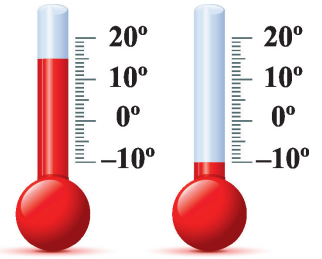
Отрицательные числа появились довольно позже натуральных и дробных чисел. Первые записи об отрицательных числах принадлежат китайским математикам II века до н.э. В те времена положительные числа означали прибыль, отрицательные числа – долги. Другие народности ничего не знали о таких числах. Только в VII веке в Индии и позже в XII–XIII веках в Европе стали пользоваться отрицательными числами. Своё распространение эти числа получили после исследований французского математика Рене Декарта (1596–1650). Он ввёл в науку геометрическое представление положительных и отрицательных чисел и понятие координатной прямой.



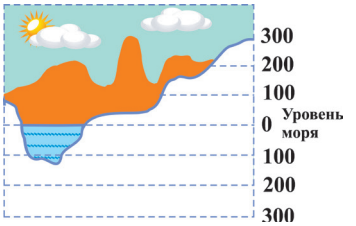
Рене Декарт

3.1. Положительные и отрицательные числа

1. Температура: На рисунке два термометра. Первый показывает 15° тепла, второй 10° мороза. Показания первого термометра записывают как +15 °С, а второго –10 °С. Утром температура воздуха была +8 °С. Днём стала +15 °С. Значит, температура изменилась на +7 °С. Вечером температура стала +10 °С. Т.е. изменилась на –5 °С.



2. Высота и глубина: Если высота горы 3500 м, то это записывается так +3500; глубину моря в 480 м, записывают так –480 м.



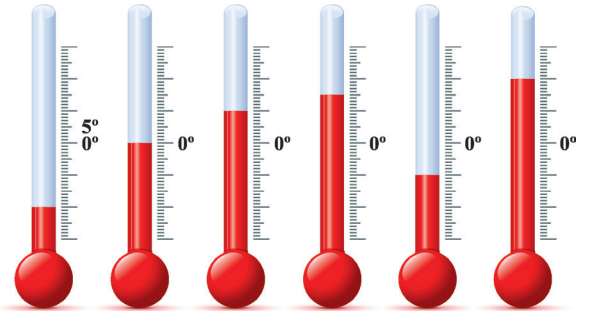
Таким образом, числа +15, +3500, +7, +3 являются положительными числами, а –10, –480, –1, –5, –2 являются отрицательными числами.

Иногда перед положительными числами пишется знак «+», но чаще всего не пишется. Например, +3 и 3 обозначают одно и то же число. Перед отрицательным же числом всегда пишется знак «–». Читается, как «+6» плюс 6; «–6» минус 6.

Задания

1. а) Запишите показания термометров с помощью отрицательных и положительных чисел.

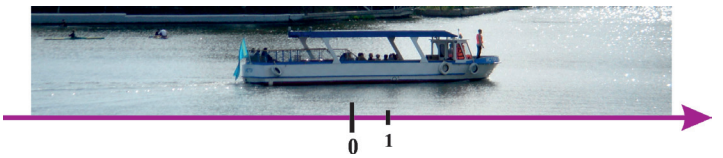
б) Как меняется температура в различных термометрах?



2. В тетради нарисуйте термометры и отметьте на них соответствующую температуру:

а) 10 °С; б) 12 °С; в) –8 °С; г) –15 °С.

3. Катер совершает движение по течению и против течения реки. Течение реки совпадает с положительным направлением координатной прямой. Катер начинает движение от начала координат. Отметьте на координатной прямой последнее место нахождения катера, если:



а) катер прошёл против течения 45 км, а по течению 21 км;

б) катер прошёл против течения 15 км, а по течению 18 км;

в) катер прошёл против течения 36 км, а по течению 29 км;

г) катер прошёл против течения 47 км, а по течению 22 км.

4. Пять футбольных команд набрали одинаковое количество очков. Места между ними распределятся по разнице забитых и пропущенных мячей. Запишите эту разницу в виде положительных и отрицательных чисел и определите место, занятое командой.

Команда	Количество забитых мячей	Количество пропущенных мячей	Разница	Занимаемое место
Нефтчи	7	10		
Карабах	12	12		
Хазар-Ленкорань	16	9		
Баку	0	5		
Габала	15	14		

5. Деньги, которые поступают на счёт в банк, называются **кредит**, деньги снятые со счёта – **дебет**. Ежедневная сумма денег в банке называется **сальдо**. По данным таблицы найдите:

День	Кредит (манатов)	Дебет (манатов)	Ежедневные поступления (манатов)	Сальдо (манатов)
0	-	-	-	+21000
1	5000	-		
2	-	12000		
3	-	15000		
4	-	5000		
5	8000	-		
6	6000	10000		
7	23000	4000		

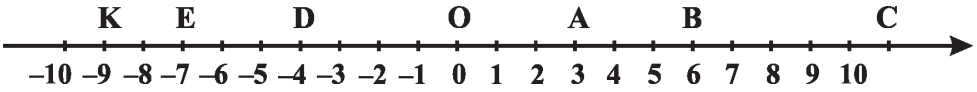
а) используя данные столбцов *кредит* и *дебет*, заполните столбец *ежедневные поступления*;

б) вычислите ежедневное сальдо;

в) постройте столбчатую диаграмму, на которой отображается изменение счёта. На горизонтальной оси отметьте дни, на вертикальной – состояние счёта (сальдо).

3.2. Числовая ось

Прямая, на которой даны начало отсчета (начало координат), единичный отрезок и направление называется числовой осью (координатной прямой). Обычно начало координат обозначается буквой О. На числовой оси можно отметить точку, соответствующую любому числу. Число, соответствующее каждой точке, называется ее координатой.

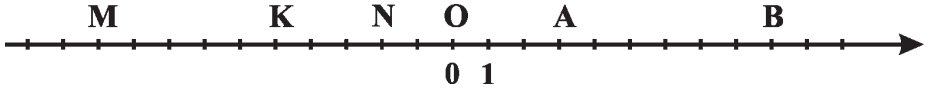


На числовой оси от точки О справа располагаются точки, координаты которых положительны, слева располагаются точки, координаты которых отрицательны. Координаты точек, показанных на рисунке, записываются так:

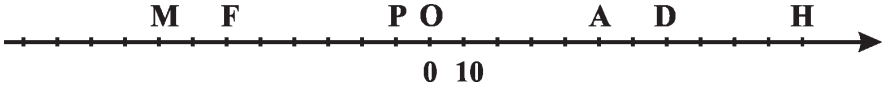
O(0), A(3), B(6), C(11), D(–4), E(–7), K(–9).

Задания

1. Запишите координаты точек, изображённых на рисунке:



2. Запишите координаты точек, изображённых на рисунке:



3. Выбрав единичный отрезок за 2 клетки, отметьте на числовой оси точки с заданными координатами:

A(–2); B(2); C(–4); K(–6); M(4); H(–1); P(–3); F(5,5); E(–3); D(2,5).

4. Для каждого из нижеуказанных чисел запишите несколько предыдущих и следующих за ним чисел:

а) 0; б) –5; в) 1; г) 13; д) –1; е) –11; ж) –13?

5. Между какими целыми числами расположены заданные числа?

2,3; –5; 3,6; 4,1; –1; 3,2; 7; 1; 0; –6; 6,5.

6. Запишите, если есть, натуральные числа, расположенные между числами:

а) –5 и 5; б) 0 и 12; в) –9 и 0; г) –15 и –7.

7. При помощи знаков «+» и «–» запишите температуру воздуха:

а) 25 градусов тепла; б) 3 градуса мороза;
в) 15 градусов мороза; г) 5 градусов тепла.

8. Вместо точек напишите подходящие слова:

а) если число a расположено на числовой оси слева, то число $-a$ расположено ...;

б) если число a расположено на числовой оси справа, то число $-a$ расположено ...

9. Нарисуйте шкалу термометра (рис. 1) в тетради и отметьте на ней показания температуры воздуха на 1 января: Баку +8 °C; Москва –15 °C; Берлин –9 °C; Париж +1 °C; Рим +5 °C; Варшава –12 °C.

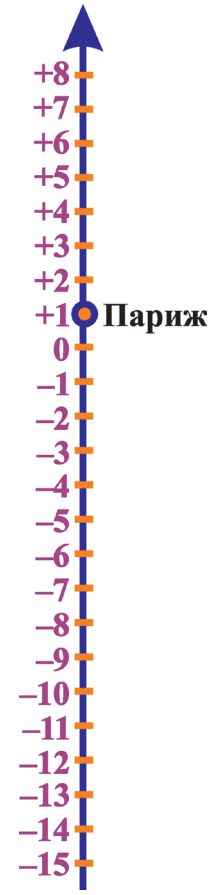


Рис. 1

10. На оси (рис. 2) указаны значения высот гор и глубин морей (в метрах). Определите по рисунку приблизительно (в метрах) высоты некоторых гор и глубины некоторых морей. Выясните по рисунку, каковы самая высокая гора и самое глубокое море.



Рис. 2

11. ***Движение по окружности***: для перехода от одной точки на окружности к другой при движении по окружности принято считать направление движения против часовой стрелки положительным (+), по часовой стрелке – отрицательным (–).

Точки на окружности (рис. 3) делят её на 8 одинаковых частей.

На сколько градусов надо повернуть радиус OA, чтобы от точки A перейти в точку:

а) C; б) K; в) D; г) E.

Сколькими способами можно совершить этот поворот?

Отметьте самостоятельно перемещение еще нескольких точек.

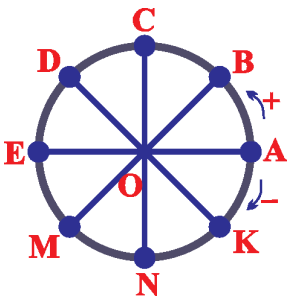
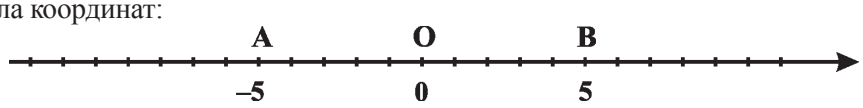


Рис. 3

3.3. Противоположные числа. Целые числа

На числовой оси выберем две точки A и B, симметричные относительно начала координат:



Как видно, длины отрезков OA и OB равны. А координаты точек отличаются только знаком: A(–5) и B(5).

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаками, называются противоположными числами. Точки, соответствующие этим числам, расположены симметрично относительно начала координат.

Например: для числа 5 противоположным числом является –5, для –5 противоположным числом будет 5 (или +5); для числа –2 противоположным числом является 2, для числа 2 противоположным числом будет –2.

Для кажого числа есть только одно противоположное ему число. Число 0 противоположно самому себе.

Для числа a противоположным будет число $-a$.

Выражение –(–7) надо понимать, как «число, противоположное числу –7» и это выражение равно 7, т.е. –(–7) = 7. Таким образом –(–a) = a.

Например: $\underbrace{-(-(-(-(-(-3)))))}_{\text{«–» нечётное количество раз}} = -3$ $\underbrace{-(-(-(-(-3))))}_{\text{«–» чётное количество раз}} = 3$

Натуральные числа, противоположные им числа и нуль составляют множество целых чисел.

Множество целых чисел обозначается буквой **Z**. Z = {..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, ...}. Во множестве целых чисел отсутствует наибольшее и наименьшее число.

Задания

1. Найдите числа, противоположные числам:

а) 7; –2; –4; 21; –33; 19; –15; 0; 28;

б) –200; –1; 678; –8756; 9086; 72; –45.

2. Заполните таблицу:

Число	Противоположное число	Число	Противоположное число
25	–(25) = –25	–6	
–54	–(–54) = 54	124	
–76		–91	
896		96	
–1800		–280	
509		–509	

3. Запишите выражения без скобок:
а) –(–45); б) –(90); в) (–4); г) –(–12); д) –(76).

4. Вставьте пропущенные слова:
а) если число a положительное число, то число $–a$ ... ;
б) если число m отрицательное число, то число $–m$ ... ;
в) если число k положительное число, то число –(–k) ...

5. Магазин закупил пять ковров по цене 300 манат, 250 манат, 185 манат, 185 манат и 137 манат, которые продал по цене 350 манат, 230 манат, 240 манат, 150 манат и 400 манат соответственно. Вычислите прибыль или убыток, полученный при продаже. Полученные результаты запишите в виде положительных и отрицательных чисел.

6. Подводная лодка совершила погружение в вертикальном направлении на 25 метров, потом продолжила погружение ещё на 40 м. После чего совершила подъём на 30 м. На какой глубине находится подводная лодка сейчас? Запишите результат при помощи знака «–».

7. Поставьте вместо точек такое число, чтобы получилось верное равенство:
а) –(...) = –34; б) –(...) = 34; в) –(...) = –90;
г) –(...) = –63; д) (...) = –34.

8. Запишите числа, равные заданным:
а) –(–(5));
б) –(–(–46));
в) –(–(–(...(5)...); *знак «–» повторяется 12 раз*
г) –(–(–(...(–(325)...); *знак «–» повторяется 15 раз*

9. а) Найдите значение выражения $–n$, если $n = 71; 0; –53; –1; –100$;
б) Найдите значение выражения $–(–m)$, если $m = –17; –6; 31$.

10. Термометр показывал температуру –2 °C. В течение дня температура опустилась на 5 °C, а затем поднялась на 7 °C. Какой стала температура воздуха в конце дня?

11. Температура воздуха в понедельник была 12 °C. Какой будет температура воздуха в субботу, если каждый день она будет подниматься на 2 °C?

12. Отметьте на числовой оси заданные точки
а) A(3) и B(–2); б) M(6) и N(–6); в) K(1) и P(–4); г) C(–3) и D(–1)
и найдите расстояние между этими точками.

13. а) Найдите расстояние от начала координат до точек:
A(–8), B(–21), C(–11), D(12), K(18);
б) На числовой оси отметьте точки:
A(–3), B(–10), C(–12), D(12), K(9).
Найдите расстояние между самыми крайними точками.

3.4. Модуль числа (абсолютное значение)

Исследование: Отметим на числовой оси две точки, равноудалённые от начала координат. Что можно сказать про расположение этих точек?

Решение: а) они расположены в разных направлениях от начала координат;
б) координаты точек отличаются только знаками;
в) точки расположены на одинаковом расстоянии от начала координат.

Модулем (абсолютным значением) числа *a* называется расстояние от начала координат до заданной точки, координата которой равна *a*, и обозначается $|a|$.

Модуль выражает расстояние, поэтому не может быть отрицательным числом.
Модуль положительного числа и нуля равен самому себе:

$$|10| = 10; \quad |0| = 0; \quad |10{,}9| = 10{,}9 \quad \text{и т.д.}$$

Модуль отрицательного числа равен противоположному числу:

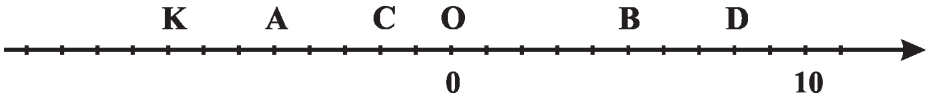
$$|-15| = -(-15) = 15; \quad |-7| = -(-7) = 7$$

В целом, если *a* равно положительному числу или нулю, то $|a| = a$.
Если же *a* – отрицательное число или равно нулю, то $|a| = -a$.

Задания

1. Найдите:
|11|; |–11|; |–231|; |–90|; |674|; |0|; |–79|; |1,01|; |–909|; |–23|.

2. Найдите модули координат точек на рисунке:



3. Вычислите (сначала найдите модули чисел, затем выполните действия):

а) $\|-23\| + \|-56\|$;	б) $\|-1005\| + \|2906\|$;	в) $\|-10\| \cdot \|2\|$;
г) $\|233\| + \|-256\|$;	д) $\|-323\| + \|-656\|$;	е) $\|-260\| : \|-13\|$;
ж) $\|-209\| - \|-109\|$;	з) $\|-207\| - \|-156\|$;	и) $\|34\| \cdot \|-8\| : \|-16\|$.

4. На числовой оси отметьте точки, модуль которых равен 2; 7; 3.

5. Напишите все числа, имеющие модуль 15; 56; 90; 0; 67.

6. Модуль какого из чисел больше?
а) –8 или 9; б) 0 или –100; в) –44 или –7; г) 0 или 25.

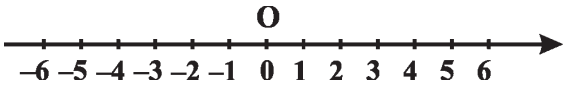
7. Сравните:
а) 23 и $|-23|$; б) $|-24|$ и 4; в) $|-7|$ и 0; г) 1 и $|-3|$.

8. Методом подбора найдите a:
а) $|a| = 12$; б) $|a| = 7$; в) $|a| = 0$; г) $|-a| = 11$.

9. Методом подбора найдите несколько целых решений неравенства:
а) $|a| < 4{,}2$; б) $|b| < -2$; в) $|x| \leq 5$.

3.5. Сравнение целых чисел

На числовой оси отметим два целых числа. Сравним эти числа. Число, расположенное правее – больше; число, расположенное левее – меньше.



$4 < 6$; $3 > 2$; $0 < 3$; $-2 < 4$; $-2 < 0$; $-6 < -4$; $-3 > -4$; и т.д.

1) Каждое положительное число находится справа от нуля, значит, любое положительное число больше нуля.

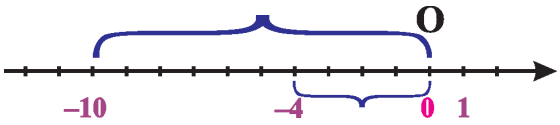
2) Каждое отрицательное число находится слева от нуля, значит, любое отрицательное число меньше нуля.

3) Нуль больше любого отрицательного числа и меньше любого положительного числа, таким образом, любое отрицательное число меньше положительного.

4) Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше, и меньше то, модуль которого больше.

Образец: Из двух отрицательных чисел на числовой оси больше то, которое ближе к началу координат.

$-10 < -4$



$1 > -10$

Задания

1. Сравните числа:

а) –2 и 2; 99 и –3; 200 и –200;

б) 3 и –25; 0 и 78; 35 и –305;

в) –1000000 и 20; –9012 и 0; –49 и 49.

2. Какое из чисел находится на числовой оси правее? (Запишите ответ, используя знак >):

а) –9 или 0; 89 или –23; 1000 или –1000;

б) 31 или –15; 0 или 99; 305 или –35;

в) –999999 или 1; –312 или 0; –19 или 19?

3. Какое из чисел находится на числовой оси левее? (Запишите ответ, используя знак <):

а) –100 или 11; 209 или –33; 500 или –499;

б) 781 или –455; 0 или 99; 73 или –65;

в) 999 или 1999; –444 или 1; –99 или 99?

4. Сравните числа, отмечая соответствующие им точки на числовой оси:

$-900 > -901$; $0 > -200$; $-65 < 1$.

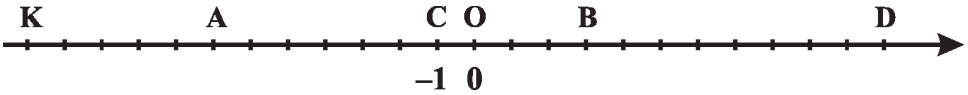
5. а) Расположите числа в порядке возрастания:
–9; 24; 0; –5; –200; –189; 67; 53; –1000.
б) Расположите числа в порядке убывания:
–123; 24; 1; –15; –30; –29; 909; 513.

6. Запишите в виде множества целые числа, расположенные между числами:
а) –5 и 1; б) –7 и 7; в) –4 и 0;
г) –6 и –1; д) 90 и 100; е) больше 2-х, но меньше 3-х.

7. Запишите наибольшее целое число, меньше числа:
а) –8; б) 0; в) 3; г) –200; д) –11; е) 11; ж) –65.

8. Запишите несколько чисел меньших 5, модуль которых больше числа 5.

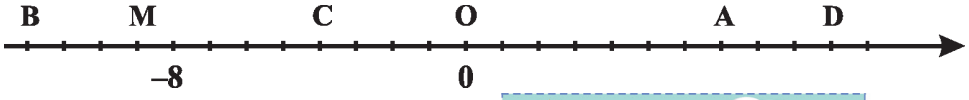
9. Найдите число, используя числовую прямую на рисунке:
а) OK + OC; б) OB + BD; в) OD + OA; г) OK + OB;
д) OD +OK; е) OB + OA + OC; ж) OB + OD + OC + OA + OK.



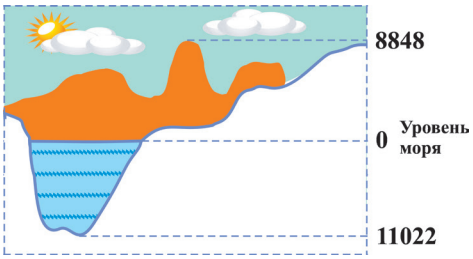
10. Расположите на числовой оси точки, модули координат которых равны числам: а) 3; б) 4; в) 1.

11. Найдите координаты точек, удалённых на 2 единицы от точек:
а) A(–3); б) B(5); в) C(–1); г) D(–4).

12. По рисунку найдите, на сколько единиц справа или слева удалены от точки A остальные точки?



13. Высота Эвереста – 8848 м, глубина Марианской впадины – 11022 м. Изобразите эти точки на числовой оси и найдите расстояние между ними.



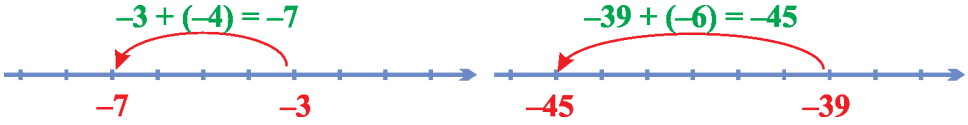
14. Предложите удобный способ для определения количества точек на числовой оси, координаты которых целые числа большие – 3, но меньшие 7. Укажите удобный способ, как найти сумму этих чисел.

15. Запишите множество целых чисел, расположенных между числами:
а) –15 и 1; б) –7 и 3;
в) –3 и 4; г) –2 и 5.

3.6. Сложение отрицательных чисел

Если на числовой прямой от точки – 3 передвинуться на 4 единицы влево, получится –7. Тем же способом, передвигаясь от точки – 39 на 6 единиц влево, получим –45.

Смоделируем на числовой прямой сумму этих двух отрицательных чисел:



Чтобы сложить два отрицательных числа, надо сложить их модули и поставить перед полученным числом знак «–».

Образец: а) (–99) + (–21) = –(99 + 21) = –120;

б) (–211) + (–58) + (–89) + (–42) = –(211 + 89 + 58 + 42) = –(300 +100) = –400

в) (–292) + (–139) = –(292 + 139) = –431;

Для отрицательных чисел также можно применять переместительное и сочетательное свойство сложения.

Задания

1. Вычислите:

а) (–8) + (–3); (–14) + (–13); (–100) + (–150);

б) (–12) + (–21); (–43) + (–56); (–59) + (–41);

в) (–19) + (–801); (–103) + (–307); (–86) + (–8).

2. Вычислите:

а) (–364) + (–78);

б) (–600) + (–400);

в) (–65346483) + (–89573453);

г) (–20009909) + (–87461191).

3. Вычислите, используя сочетательное свойство сложения:

а) (–4633) + (–3400) + (–1367) ;

б) (–30084) + (–3214) + (–6786);

в) (–8083) + (–4517) + (–1000);

г) (–56560923) + (–33439007) + (–87461191) + (–12538809).

4. Используя правило сложения отрицательных чисел, найдите затраченную сумму (затраты можно обозначать отрицательным числом):

а) в январе потратили 333 маната, а в феврале – 432 маната;

б) затраты в I квартале – 2434 маната, во II квартале – 4532 маната;

в) затраты за I и II квартал вместе составили 9 миллионов манатов, за III и IV квартал составили четвёртую часть миллиона манатов;

г) затраты в первом полугодии составили 37 тысяч 230 манатов, во втором полугодии – 21 тысячу 445 манатов.

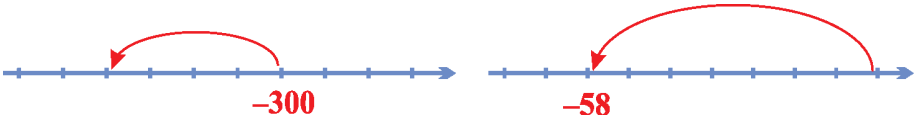
5. Представьте заданные числа в виде суммы двух отрицательных чисел:
а) –25; б) –100; в) –99; г) –1000; д) –101; е) –676.

6. Заполните таблицу:

a	–8	–89	–22	–430	–738	0	–78	–444	–1900
b	–12	–90	–100	–14	–262	–65	–88	–555	–1100
$a + b$									

7. Смоделируйте сложение на числовой оси:
а) (–9) + (–7); б) (–89) + (–2); в) –201 + (–6); г) –2009 + (–1).

8. Для каждой модели запишите выражения (одно деление равно 1 единице):



9. Вставьте пропущенные числа:
а) (–8) + ... = –15; б) (–92) + ... = –201; в) ... + (–17) = –71;
(–4) + ... = –6; ... + (–221) = –221; (–612) + ... = –613.

10. Вычислите сумму рациональным способом:
а) (–22)+(–15)+(–77)+(–64)+(–56)+(–178)+(–185)+(–123)+(–136)+(–144);
б) (–19) + (–18) + (–17) + ... + (–1);
в) (–999) + (–998) + (–997) + ... + (–991).

11. Заполните таблицу:

a	b	$a + b$	$–(a + b)$	$(–a) + (–b)$
–12	–67			
–32	–52			
–78	–65			
–652	–1122			
–988 273	–763 553			

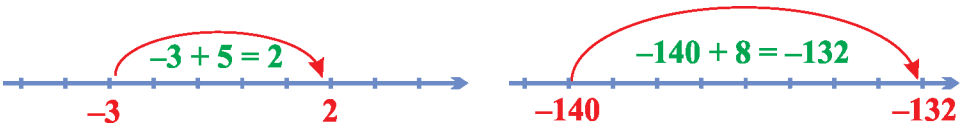
12. Найдите значение выражения $a + b + c$, если:
а) $a = –23$; $b = –9$; $c = –33$; б) $a = –99$; $b = –12$; $c = –903$;
в) $a = –44$; $b = –20$; $c = –87$; г) $a = –2002$; $b = –8162$; $c = –92635$.

13. а) Найдите сумму целых чисел, меньших –1008, но больших –1011.
б) Найдите сумму целых чисел, расположенных между числами – 600 и – 594.
в) Найдите сумму целых чисел, расположенных между числами –20 и –12.

3.7. Сложение чисел с разными знаками

При передвижении на числовой оси от числа –3 вправо на 5 единиц получится число 2. Таким же способом от числа –140 на 8 единиц справа расположено число –132.

Смоделируем на числовой оси сумму двух чисел с разными знаками:



Алгоритм сложения двух чисел с разными знаками:

1. Найдём модули этих чисел.
2. Из числа с большим модулем вычитается число с меньшим модулем.
3. Перед полученным числом ставим знак числа, модуль которого больше.

Образец: а) (+273) + (–892) = –(892 – 273) = –619;

б) (–17308) + 27893 = +(27893 –17308) = 10585;

в) (–111) + (–768) + 999 = –(111 + 768) + 999 = –(879) + 999 = +(999 – 879) = 120.

Как видим, знак суммы двух чисел с разными знаками совпадает со знаком числа, модуль которого больше. Другими словами, если модуль большего числа положителен, то и сумма положительна, если модуль большего числа отрицателен, то и сумма отрицательна.

Сумма противоположных чисел равна нулю: $-a + a = 0$; $-45 + 45 = 0$.

Обычно, если первое слагаемое отрицательно, при сложении скобки не используются. То есть выражение (–8) + (+7) выглядит так: –8 + 7.

Задания

1. Вычислите:

а) (–73) + 100; б) 9273 + (–2893);

в) (–35) + 35; г) –1092 + 1092.

2. Используя правило сложения чисел с разными знаками, подсчитайте сумму, если:

а) приход 453 маната и расход 231 манатов;

б) расход 1200 манатов и приход 2389 манатов;

в) приход 1 млн манатов и расход полмиллиона манатов;

г) приход 15 тыс. 145 манатов и расход 2 тыс. 235 манатов.

3. Вычислите:

а) –9 + 12 + (– 15); г) –76 + 112; ж) 672 + (–790) + (–342);

б) 42 + (–21) + (–1); д) 89009 + (–19009); з) 5412 + (–5412);

в) 16 + (–11) + 12; е) –456 + 556; и) 1002 + (–5621).

4. Запишите числа в виде суммы двух чисел с разными знаками:
а) –12; б) 9; в) –7; г) –8925; д) –68.

5. Запишите в виде выражения и найдите его значение:
а) сумму чисел 7 и (–20) увеличьте на 18;
б) сумму чисел –10 и (–27) увеличьте на (–75);
в) сумму чисел –99 и (–101) увеличьте на 89;
г) сложите число (–1092) с суммой чисел 1092 и (–60).

6. В кассе было 5000 манатов. Сколько денег стало в кассе в конце дня, если кассир зафиксировал свои операции так: –120, –300, 450, 346, –1200, 658?

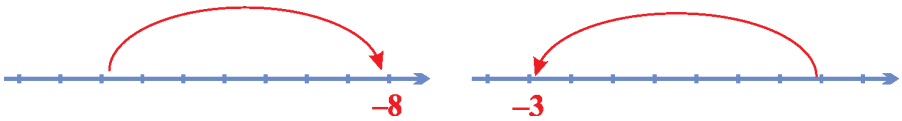
7. Водолаз сначала опустился на глубину 34 м. На какой глубине окажется водолаз, если числа 6, 12, –17, –3, 20, –5 показывают, как менялась глубина погружения?

8. Если $a = -42$ и $b = 87$, найдите значение выражения:
а) $a + b$; б) $|a| + b$; в) $a + |b|$; г) $|a| + |b|$; д) $|a + b|$.

9. Найдите значение выражения $|x + y| + x$, если:
а) $x = 77$; $y = -89$; б) $x = -100$; $y = -673$; в) $x = -9{,}09$; $y = 20{,}1$.

10. Сравните значение выражений $|m + n|$ и $|m| + |n|$, если
а) $m = -64$ и $n = 10$; б) $m = -233$ и $n = -335$.
Каким условиям должны соответствовать числа m и n, чтобы:
$|m + n| = |m| + |n|$.

11. Составьте выражения по моделям (1 деление равно единице):



12. В каком случае сумма двух чисел может быть меньше суммы их модулей? В каком случае сумма модулей будет меньше суммы этих двух чисел?

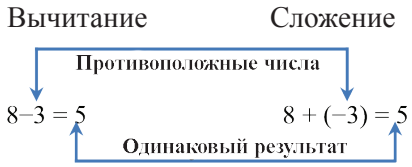
13. Найдите сумму:
а) (–2) + (–5) + (–9) + 4 + 5 + 8; б) (–6) + (–7) + (–12) + 14 + 15 + 23;
в) 1 + (–2) + (–8) + 6 + (–9) + (–4) + 5 + 21;
г) 20 + (–19) + 34 + (–22) + 45 + (–10).

14. Найдите сумму всех целых чисел, расположенных между числами:
а) –1001 и 1001; б) –493 и 502;
в) –100 и 140; г) –130 и 170.

Указание: после сложения противоположных чисел для нахождения суммы остальных чисел расположите их в порядке возрастания, и среднее из данных чисел умножьте на их количество. Если же количество оставшихся чисел окажется чётным, то необходимо среднее арифметическое двух средних чисел умножить на их количество.

3.8. Вычитание целых чисел

Мы уже знаем, что 8 + (–3) = 5. С другой стороны 8 – 3 = 5. Если равны правые части двух выражений, значит равны и левые, 8 – 3 = 8 + (–3). Таким образом, вычитание можно заменить сложением с числом, противоположным вычитаемому. В нашем примере мы заменили.



Похожим способом, чтобы от –8 отнять –3 необходимо к –8 прибавить число противоположное –3, т.е. 3: –8–(–3)=–8+3=–5. Или же, чтобы от 11 отнять –7 необходимо к 11 прибавить противоположное – 7 число 7: 11–(–7)=11+7=18

Чтобы найти разность двух целых чисел, надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому:

$$a - b = a + (-b). \qquad a - a = 0.$$

Образец: а) (–54) – (–14) = (–54) + 14 = –(54 –14) = – 40;
б) 34002 – 55892 = 34002 + (–55892) = –(55892 – 34002) = –21890;
в) 67392 – 57392 = 67392 + (–57392) = +(67392 – 57392) = 10000.

Задания

1. Замените вычитание сложением:
а) 25 – 9; б) 16 – 19; в) –709 – 1209; г) $a - b$; д) $m - (-n)$;
е) –24 – (–23); ж) –18 – (–76); з) 24 – (–21); и) 39 – 0; к) –a – b.

2. Вычислите по образцу. **Образец:** и) **–25 – (–75) = –25 + 75 = 50**
а) –10 – 20; б) –53 – 32; в) 1 – 100; г) –22 – 22; д) –13 – 72;
е) 7 – 8; ж) 44 – (–56); з) –9 – 0; и) –25 – (–75); к) 6 – (–6).

3. Найдите пропущенные числа:
а) 0 – ... = –88; б) ... – 9 = –5; в) ... – (–5) = 10; г) –12 – ... = 0;
д) 1 – ... = –1; е) 100 – ... = 9; ж) 90 – ... = –90; з) 2 – ... = –6.

4. Вычислите по образцу. **Образец:** ж) $j = -15 - 27 = -15 + (-27) = -42$.
а) $x = -5 - 3$; б) $y = -6 - (-8)$; в) $a = 7 - 13$; г) $-11 - 9 = c$;
д) $-13 - (-20) = p$; е) $-24 - 19 = t$; ж) $j = -15 - 27$; з) $f = 51 - (-11)$;
и) $-18 - (-18) = k$; к) $n = -20918 - 11111$; л) $m = 100990 - 999009$.

5. Упростите выражения:
а) 3 – 19; б) 11 – 22; в) –2 – (–6); г) –56 – 13;
д) 63 – (–63); е) –41 – (–39); ж) –28 – 17; з) –1 – 15.

6. Найдите значение выражения. **Образец:** **–34 – 26 – (–12) = –34 + (–26) + 12 = –48.**
а) –34 – 26 – (–12); б) 908 – (–647) – 231;
в) 238 – 546 – (–123); г) –532 – 736 – 767.

7. На калькуляторе кнопка [+/–] предназначена для изменения знака числа. При нажатии на эту кнопку число на дисплее (экране) меняет свой знак на противоположный. Какое число получится на калькуляторе, если выполнить следующую последовательность действий:

а) ввести число 9 и нажать на кнопку [+/–] 1 раз;

б) ввести число 3 и нажать на кнопку 4 раз;

в) ввести число 78 и нажать на кнопку 11 раз;

г) ввести число 5 и нажать на кнопку 23 раз.

8. По формуле $m = a - b$ вычислите m, если:

а) $a = 15$ млн манатов, $b = 12$ млн манатов;

б) $a = 189726$ манатов, $b = 297652$ манатов.

9. Температура воздуха +20 °C. В течение дня температура понизилась на 5 °C. Найдите температуру воздуха вечером.

10. Каждые 25 минут температура воздуха повышается на 2 °C. В 8 часов утра температура была –4 °C. Какой она станет через 2 часа 30 минут? Сколько минут должно пройти, чтобы температура воздуха стала +10 °C?

11. Истинно или ложно высказывание: «число $-n$ является отрицательным числом». Ответ обоснуйте.

12. Придумайте задачу, для решения которой нужно использовать отрицательные числа.

13. В конце месяца оказалось, что убыток предприятия составляет 1254 маната. Сколько надо заработать предприятию, чтобы получить прибыль 2500 манатов?

14. Вместо точек вставьте знаки «=» или «≠» (не равно):

а) $-3 - 2 \ldots -3 + (-2)$; б) $-6 - (-10) \ldots -6 - 10$;

в) $-11 - (-34) \ldots -11 + 34$; г) $0 - (-5) \ldots 0 + 5$.

15. Заполните таблицу:

a	b	$a - b$	$b - a$
20	29		
–19	72		
90	–23		
–77	–66		

16. Найдите значение выражения $a + b - c$, если:

а) $a = -8$; $b = -13$; $c = -27$; б) $a = -21$; $b = 65$; $c = -50$;

в) $a = -34$; $b = -24$; $c = -84$; г) $a = 101$; $b = -5$; $c = -99$.

3.9. Умножение целых чисел

Исследование: Рассмотрим следующие произведения $4 \cdot 3$; $(-4) \cdot 3$; $(-4) \cdot (-3)$.
Решение: Запишем первое и второе произведение в виде суммы:

$4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4 = 12$ $\qquad$ $(-4) \cdot 3 = (-4) + (-4) + (-4) = -12$

Как видим, если множители имеют одинаковый знак, то произведение будет положительным, если же множители имеют противоположный знак то произведение будет отрицательным.

Третье произведение $(-4) \cdot (-3)$ будет равно 12, так как в нем знак минуса встречается четное количество раз: $(-4) \cdot (-3) = 4 \cdot 3 = 12$. Таким образом, для нахождения произведения целых чисел, надо выполнить следующие действия:

1. Чтобы найти произведение двух целых чисел с одинаковыми знаками, надо перемножить их модули и перед полученным числом поставить знак «+» (или вообще не ставить знак). $4 \cdot 2 = 8$ или $(-3) \cdot (-2) = 6$.

2. Чтобы найти произведение двух целых чисел с разными знаками, надо перемножить их модули и перед полученным числом поставить знак «–». $(-5) \cdot 4 = -20$.

Образец: а) $(-9) \cdot (-14) = 9 \cdot 14 = 126$;

б) $100 \cdot (-25) = -(25 \cdot 100) = -2500$;

в) $(-57) \cdot 0 = 0$; $\qquad$ г) $(-54) \cdot 1 = -54$.

Примечание 1. Для целых чисел также применяются переместительное, сочетательное и распределительное свойства умножения.

а) $(-2) \cdot 3 = 3 \cdot (-2) = -6$;

б) $(-8) \cdot 7 \cdot (-5) = 7 \cdot ((-8) \cdot (-5)) = 7 \cdot 40 = 280$;

в) $(-65 + 46) \cdot 10 = -65 \cdot 10 + 46 \cdot 10 = -650 + 460 = -190$.

Примечание 2. Произведение четного количества отрицательных множителей будет положительным, а нечетного количества – отрицательным числом.

Задания

1. Вычислите:

а) $-9 \cdot 20$; б) $4 \cdot (-25)$; в) $-3 \cdot (-7)$; г) $-12 \cdot (-15)$;

д) $-361 \cdot 42$; е) $56 \cdot (-1000)$; ж) $-8 \cdot (-13) \cdot 10$; з) $90 \cdot 2 \cdot (-83)$.

2. Вычислите:

а) $4 \cdot (5 - 3)$; б) $8 \cdot (2 - 5)$; в) $(3 - 5) \cdot (6 - 2)$; г) $(1 - 2) \cdot (9 - 11)$;

д) $(-3) \cdot (4 - 8)$; е) $(256 - 376) \cdot (-2)$; ж) $(-4) \cdot (-12) \cdot (-10)$; з) $11 \cdot (9 - 43)$.

3. Найдите значение выражения:

а) $23 - 2y$, если $y = -50, 64, -943, 0, -1, -100$;

б) $5x + 125$, если $x = 93, -65, -1, 12$;

в) $6a - 7b + ab$, если $a = -1000$ и $b = 100$; г) $m - (-23)$, если $m = 20, -45$.

4. а) Найдите два целых числа, если их произведение равно –32, а сумма равна –14.

б) Найдите два целых числа, если их произведение равно 65, а сумма равна –18.

в) Найдите два целых числа, если их произведение равно 72, а разность равна 1.

г) Найдите произведение двух целых чисел, если их сумма равна –12, а разность равна –2.

5. Вычислите:

а) $(-4)^2$; 4^2; $(-12)^2$; $(-2)^3$; 25^2; $(-100)^3$; $(-1)^3$; 3^3; -4^2;

б) $15^2 - 10^3$; в) $100^2 - (-16)^2$; г) $(-5)^3 + (-5)^2$; д) $(-5)^2 - 2^3$;

е) $3^2 - (5^2 - 2^3)$; ж) $4^3 - (-3)^3$; з) $(-2)^3 \cdot (3)^2 \cdot 4$; и) $(-2)^2 + (-2)^2$.

6. Найдите произведение и заполните таблицу:

					+5					
					+4					
					+3					
			–4		+2					+10
					+1					
–5	–4	–3	–2	–1	*x*	+1	+2	+3	+4	+5
					–1					
					–2					
		+9			–3					
					–4		–8			
					–5					

7. Определите знак произведения ab, если a и b целые числа:

а) $a > 0$, $b > 0$; б) $a < 0$, $b > 0$; в) $a < 0$, $b < 0$; г) $a > 0$, $b < 0$.

8. Определите знак произведения трёх целых чисел, если:

а) два числа положительные, одно отрицательное;

б) одно число положительное, другое – отрицательное, третье число равно нулю;

в) два числа положительные, одно отрицательное;

г) все три числа отрицательные.

9. Не производя вычислений, расположите следующие произведения в порядке возрастания:

$-15 \cdot 25$; $-15 \cdot 56$; $-15 \cdot (-25)$; $-15 \cdot (-56)$.

10. Сначала определите, каким по знаку будет результат, а затем найдите значение выражения:

а) $-32 \cdot (20 - 32)$; б) $8 \cdot (-67) \cdot (-25)$;

в) $-4 \cdot (-10) + (-2) \cdot (-15)$; г) $-27 + (-10) \cdot (-20)$.

11. Представьте число –60 в виде произведения:
а) трёх множителей; б) четырёх множителей.

12. Представьте число 120 в виде произведения, различных множителей среди которых будут и отрицательные множители.

13. а) Сравните с нулём выражения, если a и b целые числа, и $a > 0$, $b < 0$:
1) $a \cdot b$; 2) $(-a) \cdot b$; 3) $(-a) \cdot (-b)$; 4) $a \cdot (-b)$.
б) Определите знак выражения, если x и y целые числа, и $x < 0$, $y < 0$:
1) $x \cdot y$; 2) $(-x) \cdot y$; 3) $(-x) \cdot (-y)$; 4) $x \cdot (-y)$.

14. Заполните таблицу:

a	–1	5	10	–9	–5
b	1	–2	4	–3	–3
c	6	–3	–8	6	–4
$a \cdot b \cdot c$					
$(-a) \cdot b \cdot c$					
$(-a) \cdot (-b) \cdot c$					
$(-a) \cdot (-b) \cdot (-c)$					

15. Найдите произведение:
а) $72 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$;
б) $21 \cdot \underbrace{(-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{30 \text{ раз}}$ $\quad 21 \cdot \underbrace{(-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{61 \text{ раз}}$;
в) $34 \cdot (-1)^3$;

16. Определите знак произведения:
а) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8) \cdot (-9)$;
б) $(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) \cdot (-6) \cdot (-7) \cdot (-8)$;
в) $(-4) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$;
г) $1 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-3) \cdot 4 \cdot (-4) \cdot \ldots \cdot 10 \cdot (-10) \cdot 11 \cdot (-11)$.

17. Определите знак произведения, если:
а) количество отрицательных множителей является чётным числом;
б) количество отрицательных множителей является нечётным числом.

18. Решите уравнения:
а) $x : (-25) = -35$; б) $y : 67 = -100$; в) $k : (-11) = 66$;
г) $a : (-1000) = 9$; д) $m : 74 = -56$; е) $(-x) : 8 = -200$;
ж) $(b - 15) : (-3) = 11$; з) $(22 - k) : (-1) = 90$; и) $(55 + n) : 16 = -65$;
к) $(a - 54) : 4 = 44$; л) $(33 - m) : 60 = -60$; м) $(82 + x) : (-2) = 1$;
н) $99 - (66 - x) : 3 = -22$; о) $100 + (122 - t) : 21 = -234$.

3.10. Деление целых чисел

Частное двух целых чисел находят по следующим правилам:

1. Чтобы найти частное двух целых чисел с одинаковым знаком, надо найти частное их модулей и поставить перед полученным числом знак «+» (или не ставить никакого знака).

$$18 : 3 = 6 \quad \text{и} \quad (-6) : (-3) = 2$$

2. Чтобы найти частное двух целых чисел с разными знаками, надо найти частное их модулей и поставить перед полученным числом знак «–».

$$(-18) : 6 = -3 \quad \text{и} \quad 18 : (-6) = -3$$

Образец: а) $(-225) : (-25) = 225 : 25 = 9$;

б) $100 : (-50) = -(100 : 50) = -2$; в) $0 : (-27) = 0$;

г) $165 : (-5) : (-3) = -33 : (-3) = 11$; д) $9 : (-1) = -9$.

Задания

1. Проверьте деление умножением:

а) $(-36) : 2 = -18$; б) $(-72) : (-6) = 12$;

в) $90 : (-9) = -10$; г) $0 : (-100) = 0$.

2. Выполните деление:

а) $(-68) : 34$; б) $(-70) : (-10)$; в) $(-200) : 25$; г) $(-1) : (-1)$;

д) $81 : (-9)$; е) $(-78) : (-6)$; ж) $(-950) : 50$; з) $(-19) : 19$;

и) $72 : (-1)$; к) $55 : (-5)$; л) $465 : (-15)$; м) $(-270) : (-30)$.

3. При каком значении x выполняется равенство?

а) $x : (-1) = 9$; б) $-89 : x = 89$; в) $x : (-2973) = 0$; г) $x : 1 = -230$.

4. а) Какое число надо умножить на –12, чтобы получилось:

–84; 48; –60; –240; 0; 12.

б) Какое число надо разделить на –2, чтобы получилось:

–14; 25; –50; –340; 0; –12.

5. Найдите неизвестный множитель: а) $23 \cdot y = -552$; б) $a \cdot (-25) = 625$;

в) $(-12) \cdot k = 144$; г) $c \cdot 100 = -67000$.

6. Заполните таблицу. Сравните знаки произведения и частного:

m	45	–244	–90	–20	72	–1000	–34	0	–1
n	–9	–4	10	–1	–36	10	–34	–67	1
$m : n$									
$m \cdot n$									

7. Определите знак частного $a : b$.

а) $a < 0, b > 0$; б) $a > 0, b > 0$; в) $a < 0, b < 0$; г) $a > 0, b < 0$.

8. Вычислите:

а) $-34 : 17 + 23$; б) $(-17 + 12) : (-1)$; в) $0 - (-35) : (-5)$;
г) $15 + 11 \cdot (-5)$; д) $-81 : 9 - 10$; е) $-84 : (-18 + 30)$.

9. Найдите значение выражения:

а) $-5 \cdot (-2) \cdot (-30) : 12$; б) $11 \cdot (-6) : (-3) \cdot (-1)$;
в) $(-12 - 6 + 30) : (-4)$; г) $(6 - 12) : (-2 + 8)$;
д) $-125 : (-12 + 7) \cdot (-10)$; е) $-1000 : 125 \cdot (-5 + 9)$.

10. Определите знак выражения и вычислите его значение:

а) $(126 - 226) : (50 - 75)$; б) $(-14) \cdot (-12) : (57 - 85)$;
в) $(-121) : (-11) + (-65) : 13$; г) $(1 - 34) : (89 - 100)$.

11. Вычислите:

а) $(-17 + 15 - 4) : 2$; б) $(-10 - 20 - 90) : 12$;
в) $(23 - 31 + 22) : (-7)$; г) $(48 + 25 - 48 - 13) : (-6)$.

12. Заполните таблицу:

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$	$x : y$
–108	–27				
–240	12				
15	–15				
–46	–46				

13. Найдите значение выражения $a \cdot b : c$, если:

а) $a = -12$, $b = 8$, $c = -6$; б) $a = -60$, $b = 0$, $c = 5$;
в) $a = -240$, $b = -30$, $c = -9$; г) $a = -18$, $b = -3$, $c = 9$.

14. Если $a = -900$, $b = 60$, $c = -3$ найдите значение выражения:

а) $a \cdot b : c$; б) $a : b \cdot c$; в) $a \cdot (b : c)$; г) $a : (b \cdot c)$.

15. Найдите неизвестный множитель:

а) $x \cdot 60 \cdot (-200) = 36000$; б) $35 \cdot y \cdot 10 = -700$;
в) $a \cdot (-20) \cdot (-50) = 3000$; г) $(-16) \cdot 125 \cdot b = 4000$.

16. Вычислите:

а) $20 : 10$; б) $7200 : 10^2$; в) $(-500) : 10^2$;
г) $(-1200) : 10^2$; д) $(-3600) : (-10)^2$; е) $25000 : (-25)$.

3.11. Последовательность действий

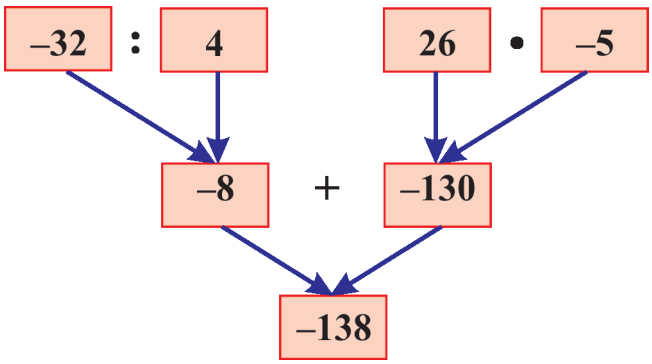
Исследование: Запишем алгоритм нахождения значения выражения:
$-32 : 4 + 26 \cdot (-5)$:

1) число –32 разделите на 4;

2) число 26 умножьте на (–5);

3) сложите результат действия 1 и действия 2.

Составим схему для выполнения вычисления:



Для целых чисел последовательность выполнения действий сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень такая же, как и для натуральных чисел.

I. Действия в выражении без скобок выполняются в следующей последовательности: возведение в степень, умножение и деление, и наконец, сложение и вычитание в том порядке, в каком они заданы.

II. Если выражение содержит скобки, тогда сначала действия в скобках выполняются в той последовательности, которая дана в пункте 1.

Задания

1. Составьте алгоритм и схему нахождения значения выражения:

а) $16 \cdot (-3) - 22 : (-2)$;
б) $|-67| + 2 \cdot (-122)$;
в) $-27 \cdot (-12) + 35 \cdot (-28)$;
г) $(-93 - 17) \cdot (26 + (-59))$;
д) $(76 - 200) \cdot (-314 + 524)$;
е) $52 \cdot (-8) - (-15) \cdot (-34)$.

2. Вычислите:

а) $(-14) + (-9) + (+56)$;
б) $(-36) + (+78) + (-46)$;
в) $(+25) + (-72) + (-99)$;
г) $(-29383) + (-6632) + 5976$.

3. Вычислите:

а) $27 - 53 + 42$;
б) $30 - 36 + 9$;
в) $19 + 62 - 77$;
г) $-32 - 71 + 97$;
д) $-1 + 2 - 3$;
е) $15 - 25 + 29$.

4. Выполните действия:

а) $(273 - 726) \cdot (-2) + 1000 \cdot (-64 + 64)$;

б) $(-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7) \cdot (-22)$;

в) $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) \cdot (-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8)$;

г) $(-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + 8 - 9 + 10) \cdot (-100)$.

5. Составьте алгоритм вычисления выражения и вычислите:

а) $(-6)^2 + (33 - 44 + 11)^2$; б) $|-5|^3 + (-8)^2 - 12 \cdot (-3)$;

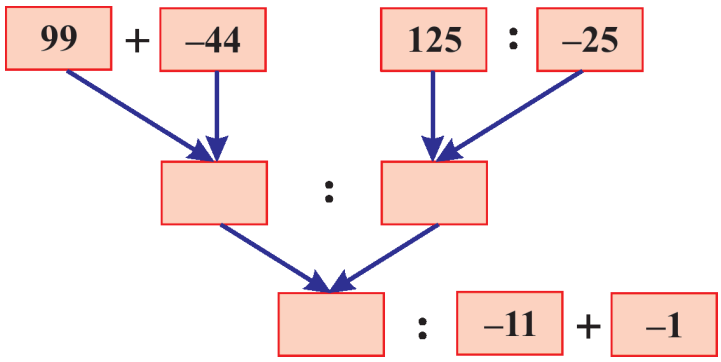
в) $(128 - 217 + 555) : (-233)$; г) $-655 : (425 - 225 - 205)$.

6. Составьте алгоритм для вычисления значения выражения наиболее удобным способом и вычислите:

а) $-321 \cdot 65 + (-321) \cdot 35$; б) $44 \cdot (-12) - (-12) \cdot 40 + 23 \cdot (-12)$;

в) $77 \cdot (-34) - (-34) \cdot (-77)$; г) $100 \cdot (16 - 31) - (45 - 30) \cdot 100$.

7. По заданной схеме запишите выражение и найдите его значение:



8. Выполните действия:

а) $2 \cdot (5 - 7) - 10$; б) $8 + 4 - 2 \cdot (2 - 8)$;

в) $(3 \cdot 5 - 24) + (-7)$; г) $-6 \cdot 4 - 2 \cdot (-12 + 3)$;

д) $(8 - 4 + 2) - 3 \cdot (6 - (4 \cdot 3 - 3))$; е) $2 + 3 + 2 \cdot 5 - 8 + 2 \cdot 4$;

ж) $(65 - 10 + 2) + 10$; з) $12 - (-3 \cdot 10 + 5 - 2) + (-1)$;

и) $10 - (2 \cdot (7 - 4) - (2 + 4) + 3))$; к) $-(8 - 12) - (4 + 6 - 3)$;

л) $(-11 + (-5) - (-6) + 3) - (8 - 6 + 2 \cdot (-6 \cdot 2 + 1))$;

м) $6 - (4 - 3 \cdot (4 - 3 \cdot (2 - 3)))$; н) $12 - (12 - (12 - (12 - 24)))$.

9. Вычислите:

а) $2^3 - 3^2$; б) $(-2)^3 - 2^3$; в) $(-2)^2 - (-2)^3 - (-2)^2$;

г) $4^3 - 2 \cdot 3^2 + (-1)^3$; д) $2 \cdot (-3)^3 + 9 - 4^2$; е) $(-1)^3 \cdot (-8) + 4 - 2^2$;

ж) $4 \cdot 2^2 + (-2)^3 + 5^2$; з) $(-3)^2 \cdot 2^3 - 2 \cdot (-3)^2$; и) $(-80 + 85)^2 + (4 - 7)^3$.

3.12. Разность двух конечных множеств

Разностью двух множеств A и B называется множество, состоящее из элементов множества A, не входящих в множество B.

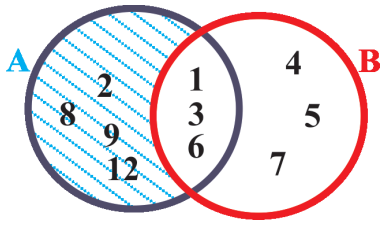
Записывается: A\B. **Читается:** «разность множества A и B»

B\A показывает разность множеств B и A. Такое множество состоит только из элементов множества B, не входящих в множество A.

Образец: **A = {1, 2, 3, 6, 8, 9, 12}** и **B = {1, 3, 4, 5, 6, 7}**
а) A\B ={2, 8, 9, 12} **б) B\A = { 4, 5, 7}**

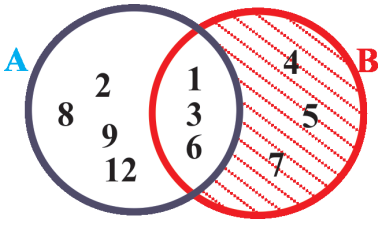
Покажем разность этих множеств при помощи диаграмм Эйлера-Венна:

а)



A\B

б)



B\A

Из определения разности множеств имеем:

1. Разность множества с самим собой есть пустое множество: A\A =∅;
2. Разность множества с пустым множеством равна самому множеству: A\∅=A.
3. Если A ∩ B = ∅, тогда A \ B = A и B \ A = B.

Если B ⊂ A, то разность A\B называется **дополнением** множества B до множества A.

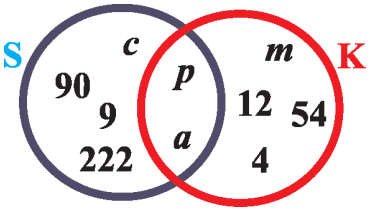
Дополнение множества B обозначается как $A\backslash B = B'_A$.

Задания

1. Даны множества: A = {22, 33, 66, 88, 99}, B = {11, 33, 44, 55, 66, 77}, C = {10, 13, 44, 57, 66, 77}. Найдите:
а) A ∪ B; б) B ∩ A; в) (A∩ C)∪ B.

2. Для заданных множеств: M = {*a*, *b*, *k*, 6, 19, 21} и N = {*m*, *n*, *a*, 5, 7, *k*} найдите: M\N; N\M; M\∅; M\(M∪N).

3. По диаграмме Эйлера-Венна найдите:
а) S\K; б) K\S; в) S∪K; г) K∩S;
д) S∪(S\K); е) S∪(K\S).



4. В посёлке живёт 180 семей, у которых есть собаки и кошки. 65 семей имеют собак, 73 семьи – кошек. 33 семьи держат сразу двух питомцев. Найдите:
а) сколько семей имеют только собак?
б) сколько семей имеют только кошек?
в) сколько семей вообще не держат ни собак, ни кошек?

5. Решите задачи при помощи диаграмм Эйлера-Венна:

а) В магазине 16 покупателей приобрели обувь, а 23 покупателя – сумки. 9 человек купили и то, и другое. Сколько покупателей купили только обувь? Сколько покупателей купили только сумку?

б) В классе 35 учеников. Из них 12 занимаются в кружке по рисованию, 15 – в спортивной секции, а 18 учеников занимаются музыкой. Пятеро из них занимаются и рисованием, и спортом, шестеро – спортом и музыкой, а трое – и рисованием, и музыкой. Есть дети, которые ничем не увлекаются. Количество учащихся, посещающих все 3 кружка, равно 3. Найдите:

1) сколько учеников занимается только рисованием?
2) сколько учеников увлекается только спортом?
3) сколько детей занимается только музыкой?
4) сколько детей ничем не занимается?

6. Изобразите при помощи диаграмм Эйлера-Венна условие задачи. Поставьте вопросы к задаче и покажите решения:

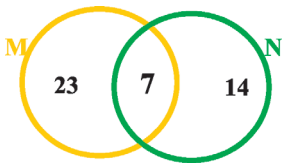
а) Из 40 участников школьной олимпиады по математике 35 человек правильно выполнили задания по алгебре, а 28 – по геометрии.

б) В классе из 26 учащихся 18 изучают английский язык, а 15 – русский язык.

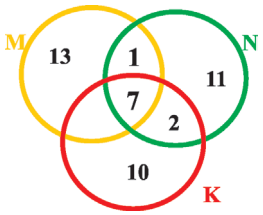
в) Из 42 учеников шестого класса 29 выращивают гвоздики, а 23 ученика выращивают розы.

7. Составьте задачи по рисунку (на рисунках числа указывают на количество элементов множества):

а)



б)



8. Даны множества A = {2; –2; 7; 8; –9; 0}; B = {12; –2; –7; 8; 9; 0; –9}; C = {1; –2; –7; 9; –10}. Найдите:

а) A\B; б) A\C; в) C\B; г) B\A;
д) B\C; е) (A∩B)∩C; ж) (B\C)∪ A; з) C∪(A\B).

9. **Z** – множество целых чисел, **A** – множество целых отрицательных чисел, **B** – множество целых положительных чисел. Изобразите эти множества при помощи диаграмм Эйлера-Венна. Какому множеству принадлежит нуль?

10. Найдите разность множества натуральных чисел и множества чисел, противоположных натуральным.

11. Изобразите в виде диаграмм Эйлера-Венна:

а) множество B'_A, если $B \subset A$;

b) множество A'_B, если $A \subset B$.

Проверьте себя

1. Выберите последовательность, где числа расположены в порядке возрастания:
а) –3; –4; –1; 1; б) –1; – 3; –4; 1; в) –4; –3; –1; 1; г) –1; – 4; –3; 1.

Определите, какой из ответов верный (2–14):

2. Упростите: 3 – (2 – (5 – 3) – 1) – 2
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

3. Упростите: 3 – (4 · (3 – 2 · 1) – (–2 + 1))
а) –3; б) –2; в) 2; г) 1.

4. Упростите: 10 – (2 · (7 – 4) – (2 + 4) + 3)
а) –8; б) 7; в) 5; г) 6.

5. Упростите: 6 – 7 · (3 – 2 · (3 – 2 · (4 – 5)))
а) 43; б) 45; в) 55; г) 60.

6. Вычислите: $(3^2 – 1^2 + 2^2)^2$
а) 144; б) 10; в) 8; г) 256.

7. Вычислите: $(5^2 – 1^3) + (2^3 – 2)^2$
а) –20; б) 55; в) 60; г) 3.

8. Вычислите: $2^3 – 2^2 – (–2)^2 – (–2)^3$
а) –4; б) –8; в) 8; г) 4.

9. Вычислите: (–1) + (–1) + (–1) + (–1) – (–1):
а) –1; б) –4; в) 4; г) –3.

10. Найдите значение n, если $n^3 = 27$:
а) 3; б) 2; в) 9; г) –3.

11. Вычислите: |7 – 10| – |10 – 2|
а) 0; б) –5; в) –11; г) 6.

12. Вычислите: |–12 + (–4) –12 : (3 · 2 –9)|
а) 12; б) 10; в) –10; г) –12.

13. Найдите значение выражения $a + (–b) – c$, *если* $a = –14$, $b = 5$, $c = –21$:
а) 1; б) 2; в) –2; г) 7.

14. Ночью температура воздуха составляла –5 °С. Утром температура увеличилась на 7 °С, а к вечеру опустилась на 3 °С. Какой стала температура к вечеру?
а) 1 °С; б) –1 °С; в) 2 °С; г) 3 °С.

15. Найдите целые числа, расположенные между числами:
а) –12 и 1; б) –3 и 3; в) –4 и 2; г) –34 и –25.
и расположите их в порядке убывания.

4 Математическое выражение. Уравнение. Неравенство

В этом разделе вы изучите:

- Запись и чтение математического выражения;
- Понятия коэфициента;
- Упрощение выражений раскрытием скобок;
- Упрощение вынесением общего множителя за скобку;
- Приведение подобных слагаемых;
- Решение различных уравнений;
- Составление уравнений по условию задачи и их решение;
- Решение неравенств.

Сведения об Омаре Хайяме

Великий поэт, математик, астроном, философ Омар Хайям (Гиясаддин Абу ал-Фатх ибн Ибрагим Хайям Нишапури – 1048 –1131гг) родился в городе Нишапур провинции Хорасан Государства Сельджуков. Родной город Нишапур он покинул ещё в раннем возрасте и после долгих мытарств, наконец поселился в Самарканде. В 1074 году он был приглашён руководить обсерваторией в Исфагане. Как один из величайших математиков всех времён он своим трактатом «О представлении математических проблем» внёс неоценимый вклад в развитие математической науки. В этом произведении он впервые показал решение уравнений третьей степени геометрическим способом через пересечение гиперболы с окружностью. Известно, что гелиоцентрическая теория солнечной системы была введена О.Хайямом намного раньше Коперника.



Омар Хайям

4.1. Математическое выражение

Для общения люди используют различные языки. В мире насчитывается более 2000 различных языков. Разговорный язык – это естественный язык, который всё время находится в развитии. Математический язык – это язык, который создаётся, развивается вместе с той или иной наукой. По мере изучения математики вы знакомитесь с математическим языком. У него есть свой алфавит, состоящий из символов – это цифры (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) и знаки =, >, <, +, –, • , : , %, () и другие. Ещё в математическом языке используются буквы латинского алфавита (*a*, *b*, *c*,...) (они читаются а, бэ, цэ, ...).

Выражения, написанные на математическом языке называются математическими выражениями, например: $k + 5$. Математические выражения бывают **числовыми** и **буквенными**.

Выражение $(6 + 0{,}5) : 13$ – числовое; $(x + 67) – 16$ буквенное.

Задания

1. Запишите с помощью математических выражений следующую последовательность действий:
а) число 7 умножить на 3, и к произведению прибавить 12;
б) число 16 разделить на 4, и к частному прибавить 8,2;
в) к числу 12 прибавить 291, и сумму умножить на 100;
г) из числа 26,5 вычесть 8,9 и разность умножить на 1,1.

2. Запишите с помощью математических выражений следующую последовательность действий:
а) число k умножить на 4 и к произведению прибавить 24;
б) к числу 78 прибавить a и полученную сумму разделить на 18;
в) сумму чисел a и b умножить на разность этих же чисел;
г) число a возвести в квадрат и прибавить 23.

3. Запишите математические выражения в виде предложений с помощью математических терминов «сумма», «разность», «произведение», «частное»:

а) $a + b + 12$;	б) $(2 + a)(b – c)$;	в) $100 – (x + y)$;
г) $4m – 8$;	д) $6(k + 3)$;	е) $a^2 – c$;
ж) $2 + 4{,}5b$;	з) $\frac{a + b}{c}$;	и) $(n – 7)^2$.

4. Запишите с помощью буквенных выражений: следующие словосочетания «сумма двух чисел», «разность двух чисел», «произведение трёх чисел», «частное двух чисел», «произведение четырёх чисел», «половина числа», «две трети числа», «удвоенное произведение», «противоположное число».

5. Длина куска ткани a метров. Запишите буквенные выражения: на 10 м длиннее, на 3 м короче, в 2 раза длиннее, в 3 раза короче данного куска ткани.

6. Наиле 12 лет. Запишите возраст каждого члена семьи Наили с помощью

буквенного выражения:

а) отец старше Наили в k раз; б) мама старше Наили на m лет;

в) брат младше Наили на a лет; г) сестра старше Наили на n лет.

7. У 2-х кошек $2 \cdot 4$ ноги, $2 \cdot 2$ уха, 2 носа. Продолжите:

а) у 4-х кошек $4 \cdot 4$ ноги, ... уха, ... носа;

б) у 12-ти кошек ... ноги, ... уха, ... носа;

в) у n кошек ... ноги, ... уха, ... носа.

8. У 2-х автомобилей с прицепом $2 \cdot 6$ колёс, $2 \cdot 2$ фары, 2 руля. Продолжите:

а) у 5-ти автомобилей с прицепом ... колёс, ... фары, ... руля;

б) у 30-ти автомобилей с прицепом ... колёс, ... фары, ... руля;

в) у k автомобилей с прицепом ... колёс, ... фары, ... руля.

9. Запишите с помощью математических выражений предложения:

а) сумма чисел x и 8 равна 23;

б) половина b равна 2,5;

в) произведение a и b больше их суммы;

г) число x в 6 раз больше числа y.

10. На числовой оси точкам соответствуют последовательные целые числа. Одно из них обозначено буквой n. Запишите три числа до и три числа после точки n.



11. Запишите с помощью буквенного выражения:

а) произведение двух последовательных целых чисел;

б) сумму двух последовательных целых чисел.

12. Запишите с помощью буквенного выражения пять чисел, следующих за числом: а) n; б) $n + 2$; в) $n - 3$.

13. На числовой оси отмечена точка a. Перечертите рисунок в тетрадь и отметьте на числовой оси точки, соответствующие числам:

$2a$, $\frac{1}{2}a$, $-a$, $-2a$.



14. Какие свойства выражают буквенные выражения?

а) $a + 0 = a$; б) $x + y = y + x$; в) $(a + b)c = ac + bc$;

г) $x \cdot 1 = x$; д) $ab = ba$; е) $a \cdot (-1) = -a$.

15. Цена 1 кг конфет – a манатов, 1 кг кекса – b манатов. Найдите цену покупки: а) 7 кг конфет и 8 кг кекса; б) 4 кг конфет и 12 кг кекса?

16. Придумайте задачи, решение которых можно записать в виде.

а) $a + b$; б) $3a + 2b$; в) $2b$; г) $4a - b$; д) $a - b$.

17. 1 кг яблок стоит a манат, 1 кг груш – b манат. С помощью буквенного выражения запишите различными способами равенство «1 кг яблок дешевле 1 кг груш на 1,5 маната».

4.2. Коэффициент

Произведение числовых множителей в математическом выражении, состоящем из произведения чисел и букв, называется **коэффициентом**. Например, в выражении $6xy$ множитель 6 называется коэффициентом, в выражении $0{,}42x$ коэффициентом является число $0{,}42$; $-2 \cdot k$ – здесь коэффициентом является число -2. Свободное число само считается коэффициентом.

Образец: найдём коэффициент в произведении: а) $-5ab \cdot 2$; б) $xy \cdot (-22)$.

Решение: а) $-5ab \cdot 2 = -5 \cdot 2ab = -10ab$, коэффициент равен -10;
б) $xy \cdot (-22) = -22xy$, коэффициент равен -22.

В выражении $-a$ коэффициент равен -1, так как $-a = (-1)a$. Так как $1 \cdot a = a$, коэффициент a равен 1.

Задания

1. Придумайте выражения с коэффициентом: а) 2; б) -6; в) $\frac{7}{12}$.

2. Найдите коэффициент выражения:
а) $5xy$; б) $-xy$; в) $\frac{3}{8}abc$; г) xyk;
д) $-893x$; е) $-14mn$; ж) $2\frac{9}{13}p$; з) $-mp$.

3. Упростите выражение и назовите коэффициент:
а) $4a \cdot (-12)$; б) $-32p \cdot (-5k)$; в) $-2b \cdot (-14)$;
г) $\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot y$; д) $-6a \cdot 8b$; е) $1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot \frac{1}{2}m$.

4. Определите, верно ли равенство:
а) $3a \cdot (-45) = -270a$; б) $-9a \cdot 12b = -108b$;
в) $\frac{5}{7}x \cdot \frac{7}{8} \cdot y = \frac{5}{8}xy$; г) $3\frac{1}{2}m \cdot 2\frac{3}{7}n \cdot \frac{1}{17}k = \frac{1}{2}mnk$.

5. Вычислите значение выражения:
а) $200m \cdot (-4n)$ при $m = -25$; $n = -2$;
б) $\frac{1}{3}m \cdot \frac{3}{4}n \cdot 12p$ при $m = \frac{3}{20}$; $p = \frac{4}{9}$; $n = 30$.

6. Вместо М запишите такое выражение, чтобы равенство стало верным:
а) $M \cdot 3ab = 6abc$; б) $8xz \cdot M = xyz$; в) $M \cdot M = 16x^2$.

7. Найдите:
а) сумму всех целых чисел больших -10 и меньших 10;
б) сумму целых чисел больших -8 и меньших 12;
в) сумму целых чисел больших -4 и меньших 3;
г) сумму целых чисел меньших 20 и больших -25.

4.3. Раскрытие скобок

Исследование: Найдём значение выражений:

а) 16 + (28 – 32) и б) 16 – (28 – 32).

Решение: Вычислим значение каждого выражения:

а) 16 + (28 – 32) = 16 + (–4) = 12

б) 16 – (28 – 32) = 16 – (–4) = 20

Как видим, в обоих случаях сначала выполняется действие в скобках. Однако значение этих выражений можно вычислить, раскрывая скобки.

Запись $a + (b + c)$ в виде $a + b + c$, а так же $a – (b + c)$ в виде $a – b – c$ называется раскрытием скобок.

1) Если перед скобкой стоит знак «+» (или вообще никакого знака не написано), то при раскрытии скобок знаки слагаемых, стоящих в скобках, остаются без изменения.

Образец: $28 + (30 – 16) = 28 + 30 – 16 = 42.$

$1{,}2 + (4 + 1{,}8) = 1{,}2 + 4 + 1{,}8 = 1{,}2 + 1{,}8 + 4 = 7.$

2) Если перед скобкой стоит знак «–», то при раскрытии скобок знаки слагаемых, стоящих в скобках, меняются на противоположные.

Образец: а) $–(b + c) = (–1) \cdot (b + c) = –1 \cdot b + (–1) \cdot c = –b – c$

б) $28 – (30 – 16) = 28 – 30 + 16 = 14.$

в) $2(a + b – c) = 2a + 2b – 2c;$

г) $–3(m – k + n) = –3m + 3k – 3n.$

Задания

1. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) 1214 – (35 +614); б) 267 – (804 – 733);

в) 43 + (92 – 43 + 38); г) (398 – 736) – (598 – 1036).

2. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

а) 938 – (–10 + 538); б) –876 – (–325 –1076);

в) –619 + (–15 + 519); г) –(–214 + 127) +(–204 +127).

3. Раскройте скобки и упростите выражение:

а) $m – (n + m)$; б) $(x + 32) – (x + 64)$;

в) $x + (–x + y)$; г) $–(m – 47 + n) – (103 – m)$;

д) $–(a – b) – b$; е) $–(27 – a) + (–a + 18)$;

ж) $–(–62 + a + b) – (a – b + 109)$; з) $–c + (c – d)$.

4. Запишите сумму и разность выражений. Упростите полученное выражение:

а) $-8 - b$ и $a + 23$; б) $x + 8$ и $y - 9$;

в) $13 + m$ и $-4 - n$; г) $37 - 26 + 42$ и $125 + 26 - 42$.

5. Используя распределительное свойство умножения, раскройте скобки:

а) $2 \cdot (a + 3b - 7c)$; б) $4 \cdot (13x - 5y - 13)$;

в) $-3 \cdot (-4b + 3p - 11c)$; г) $-m \cdot (-k + 29n - 389)$;

д) $(a - 4d + 3p) \cdot (-8)$; е) $(1 + 3x - 2y) \cdot (-10a)$.

6. Раскройте скобки:

а) $-2 \cdot (4 + 5m - 7n)$; б) $9 \cdot (-18x + 5y - 78)$;

в) $-2 \cdot (-14t + z - 25c)$; г) $(-23) \cdot (k + 65p - 12x)$.

7. Определите истинные выражения. Исправьте ошибки в ложных выражениях:

а) $-6 \cdot (4 + 12) = -24 - 72$; б) $(-6 - 9) \cdot 7 = -42 + 63$;

в) $(m - n) \cdot (-2) = -2m - 2n$; г) $-5 \cdot (p - k + 9) = -5p + 5k - 45$;

д) $-(2 + c) = -2 + c$; е) $-(-a - b) = a - b$.

8. Найдите значение выражения:

а) $-6 \cdot (2a - 7) + 3$, если $a = -25$; б) $11 \cdot (2m - 4)$, если $m = -4$;

в) $1\frac{1}{9} \cdot (3y - 9) - 2$, если $y = 36$.

9. Решите уравнение:

а) $-12 - (15 + x) = 28$; б) $(x + 9) - 18 = -50$;

в) $-(4 - x) + 15 = 12$.

10. Наргиз утверждает, что при любом значении k значение выражения $3 \cdot (51k - 25) - 9 \cdot (17k + 5)$ равно -120. Права ли Наргиз? Ответ обоснуйте.

11. Докажите, что значение выражения $-2 \cdot (36x + 15) + 6 \cdot (12x + 7)$ не зависит от x.

12. Ибрагим утверждает, что выражение $5 \cdot (4n - 42) - 10 \cdot (2n - 3)$ делится на 6. Прав ли Ибрагим? Ответ обоснуйте.

13. Определите, делится ли выражение $9 \cdot (3n - 8) + 3 \cdot (36 - 9n)$ на 5? Если нет, то найдите число, на которое делится данное выражение.

14. а) Найдите значение выражения $42 + a - 58 + b$, если $a + b = 35$;

б) Найдите значение выражения $m - 25 + 18 - n$, если $m - n = -94$.

15. Запишите противоположное выражение по образцу. **Образец: выражение $-(a + 3) = -a - 3$ является противоположным выражению $a + 3$.**

а) $a - 12$; б) $x + 9$; в) $-b + 3$; г) $-k - 2$.

4.4. Вынесение общего множителя за скобки

Как известно, распределительное свойство умножения записывается как $a(b + c) = ab + ac$ и $a(b – c) = ab – ac$. Поменяем левую и правую часть местами. Получим: $ab + ac = a(b + c)$ и $ab – ac = a(b – c)$. Эти равенства выражают вынесение общего множителя за скобку.

Образец: а) $3a + 3b = 3(a + b)$;
б) $16x – 14y + 18z = 2 \cdot 8x – 2 \cdot 7y + 2 \cdot 9z = 2(8x – 7y + 9z)$.

При вынесении за скобки множителя со знаком минус, слагаемые в скобках меняют свои знаки на противоположные.

в) $–2c + 4m = –2(c – 2m)$. г) $–a –2b + c = –(a + 2b –c)$.

Задания

1. Два ученика поспорили между собой. Один из них утверждает, что в выражении $24a + 40k$ за скобку можно вынести общий множитель 4, так как: $24a + 40k = 4 \cdot 6a + 4 \cdot 10k = 4(6a + 10k)$.
Другой ученик утверждает, что общим множителем в данном выражении является число 8, так как: $24a + 40k = 8 \cdot 3a + 8 \cdot 5k = 8(3a + 5k)$.
Кто из учеников прав? Как по-вашему, в каком равенстве общий множитель вынесен за скобку полностью?

2. Вынесите общий множитель за скобки:
а) $5a + 5b$; б) $12a – 6b + 18c$; в) $ax – bx$;
г) $0{,}3ab + 1{,}3ac – a$; д) $–6a + 6b – 6$; е) $9m – 6n + 12k – 15$.

3. Вынесите общий множитель за скобки:
а) $3c – 3d$; б) $7a – 7b – 7c$; в) $mx – my$; г) $–12x – 8y + 20$.

4. Данные выражения запишите в виде суммы двух скобок:
Образец: $–5 + 6 + 10 – 94 = (– 5+6) + (10– 94)$:
а) $–5 + 6 + 10 – 94$; б) $–34 + p – k – 74$;
в) $a – b – c + d$; г) $x – 24 + y + 36$.

5. Данные выражения запишите в виде разности двух скобок:
Образец: $–a + b + c – d + m = (– a + b + c) – (d – m)$.
а) $10 – 13 + 17 – 14$; б) $–25 + x – y + 16$;
в) $a – b – c + d$; г) $–a + b – c – d + m$.

6. Вычислите наиболее удобным способом:

Образец: $6{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} – 3{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} \cdot (6{,}72 – 3{,}72) = \frac{7}{3} \cdot 3 = 7$

а) $6{,}72 \cdot 2\frac{1}{3} – 3{,}72 \cdot 2\frac{1}{3}$; б) $72 \cdot 2\frac{2}{5} + 72 \cdot 3\frac{7}{15} – 72 \cdot 4\frac{4}{15}$;

в) $5\frac{9}{14} \cdot 0{,}3 – 0{,}3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0{,}3 \cdot 1\frac{1}{6}$; г) $32{,}3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot 32{,}3$;

д) $1{,}6 \cdot 5{,}3 – 2{,}4 \cdot 5{,}3 + 4\frac{4}{5} \cdot 5{,}3$; е) $5{,}6 \cdot 4\frac{2}{3} + 6\frac{47}{48} \cdot 5{,}6 + 2\frac{5}{16} \cdot 5{,}6$.

4.5. Приведение подобных слагаемых

Исследование: Чем отличаются выражения $-3x$; $2x$; $16x$; $\frac{3}{4}x$?

Решение: Как видно, в каждом выражении присутствует числовой и буквенный множитель. Буквенная часть одинакова, а вот коэффициенты разные.

Выражения с одинаковыми буквенными множителями называются подобными. В подобных буквенных выражениях коэффициенты могут быть одинаковыми или разными.

Например: $2ab$ и $-ab$; $32x$ и $\frac{2}{9}x$; $5mn$, $-21mn$ и $\frac{2}{9}mn$.

Подобные выражения можно складывать или вычитать.

Например: $6a + 7a - 11a = a(6 + 7 - 11) = 2a$.

Суммирование или вычитание подобных слагаемых называется их ***приведением.***

Выражения ab и $-ab$ являются противоположными, так как их коэффициенты равны 1 и –1 соответственно. Сумма таких выражений равна нулю:

$$ab + (-ab) = 0.$$

Образец: а) $19x + 21y + 22x + 11y = 19x + 22x + 21y + 11y = 41x + 32y$.

б) $ab + 18a + 3ab - 5 = 4ab + 18a - 5$.

Задания

1. Приведите подобные слагаемые:

а) $7x - 18x + 25x - 6x$;
б) $-3b - 14b + 31b + 7b$;
в) $11a - 16b - 18a + 9b$;
г) $-8k + 9p - 17k + 5k + 14p$.

2. Приведите подобные слагаемые:

а) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
б) $42x - 48x - 63x - 24x$;
в) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
г) $9n - 8m - 7m + 35n - 19n$.

3. Откройте скобки и приведите подобные слагаемые:

а) $3 \cdot (5a + 4) - 11a$;
б) $-2 \cdot (4b - 7) + 14b$;
в) $3a \cdot (7 - b) - (b - 3a)$;
г) $-4 \cdot (2k - 9) - 3 \cdot (6k + 1)$;
д) $(3x - 11) \cdot 0{,}2 - 5 \cdot (4 - 3x)$;
е) $\frac{1}{6} \cdot (18m - 24n) - (5m + 2n)$;
ж) $-35 \cdot (3a - 2b) + 2 \cdot (13a - b)$;
з) $-(8a - 13) + 3 \cdot (4 - 5a)$.

4. Откройте скобки и приведите подобные слагаемые:

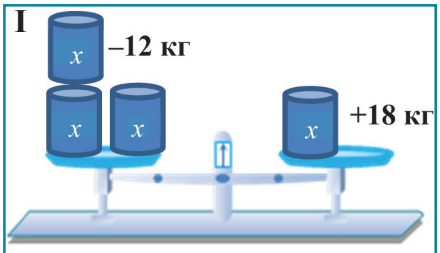
а) $-4x - 8 \cdot (9 - 2x)$;
б) $\frac{1}{3} \cdot (12 - 21y) + 3y$;
в) $6 \cdot (3x - 2) + 4 \cdot (5x - 1)$;
г) $-7 \cdot (3 - 4c) + 14 \cdot (5 + 2c)$;
д) $-6 \cdot (8a - 2b) + (3a - 7b) \cdot (-0{,}2)$;
е) $3 \cdot (21x - y) - 28 \cdot (2x - 3y)$;
ж) $4 \cdot (8t + 7) - 16 \cdot (2t - 3)$;
з) $7 \cdot (4x - 3) + (8 - 5x)$.

5. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $8y + 5y - 9y - 7y + 8$, при $y = -18$;
б) $20a - 15b - 10a + 12 + 6b$, при $a = -3$, $b = 7$.

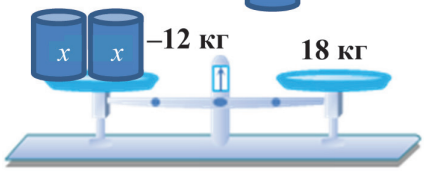
4.6. Уравнение

I



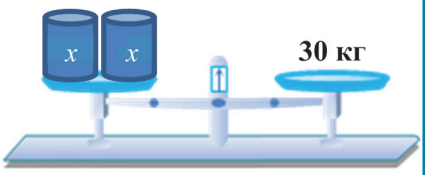
$3x - 12 = x + 18$

II С каждой чаши весов возьмем гирю в x кг



$2x - 12 = 18$

III Если на каждую чашу весов добавить 12 кг, то равновесие не нарушится.



$2x = 30$

IV



= 30 кг, тогда



= 15 кг

x = 15 кг

1. При переносе одного из членов уравнения на противоположную сторону с противоположным знаком, корень уравнения не изменяется.

2. Если мы умножим или разделим обе части уравнения на одно и то же отличное от нуля число, то корень уравнения не изменится. $2x = 6$; $2x:2 = 6:2$; $x = 3$.

3. Если поменять местами стороны уравнения, то корень уравнения не изменится. $5 + x = 25$; $25 = 5 + x$.

Задания

1. Решите уравнение: а) $6x = 18$; б) $-3x = 15$; в) $7x = -63$;
г) $5x - 3 = 12$; д) $-4x + 1 = 13$; е) $-x + 9 = 16$.

2. Найдём корни уравнения, записав решение по образцу:

Образец: Решим уравнение $3x - 23 = x + 3$:

Описание решения	*Решение*
1) Перенесём неизвестные члены в одну сторону, а известные – в другую	$3x - x = 3 + 23$
2) Приведём подобные слагаемые	$2x = 26$
3) Разделим каждую часть уравнения на коэффициент	$x = 13$

а) $7x = -30 + 2x$; б) $2x + 43 = 4x - 65$;
в) $16 - 18x = -25x - 12$; г) $6x + 100 = 9x + 1$;
д) $-17x + 20 = 7x - 28$; е) $5x - 18 = -12x + 17$.

3. Найдите корни уравнений:

а) $3x = 28 - x$; б) $6x - 19 = -x - 10$;

в) $5x + 12 = 8x + 30$; г) $7 - 2x = 3x - 18$;

д) $33 + 8x = -5x + 72$; е) $2x + 9 = 2x - 4$.

4. Решите уравнения:

а) $-6(x + 2) = 4x - 17$; б) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;

в) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$; г) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -39$.

5. Найдите корни уравнений:

а) $9(x - 1) = x + 15$; б) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;

в) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$; г) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 121$.

6. Решите уравнения:

а) $8(4x + 4) = -32$; б) $-24(7 - 9y) = -48$;

в) $-7(2 - 3x) = 56$; г) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$.

7. При каком значении неизвестной:

а) значение выражения $5x - 4(7x - 9)$ равно 289?

б) значения выражений $4(6 - 4y)$ и $5(7 - 3y) - 19$ равны?

в) значение выражения $-3(21x - 4) - 16$ больше значения выражения $12(5 - 5x)$ на 26?

г) значение выражения $a + 8$ меньше значения выражения $90 - 3a$ в 7 раз?

8. Найдите корни уравнений:

а) $4(x - 3) - 16 = 5(x - 5)$; б) $15(2x - 5) + 2x = 5(5x - 15) - 7$.

9. Найдите неизвестное число:

а) $\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$; б) $\frac{5}{6} = \frac{5x + 6}{2x + 3,2}$;

в) $\frac{x + 8}{x - 2} = \frac{7}{3}$; г) $\frac{4}{x - 1,2} = \frac{15}{x - 10}$.

Образец:

$\frac{x + 0,4}{8} = \frac{0,7 - x}{3}$

$3(x + 0,4) = 8(0,7 - x)$

$3x + 1,2 = 5,6 - 8x$

$11x = 4,4$

$x = 0,4$

10. При каком значении a:

а) корень уравнения $5ax = 14 - x$ равен 4;

б) корень уравнения $(2a + 1)x = -6a + 2x + 13$ равен -1?

11. При каком значении b:

а) корень уравнения $4bx = 84$ равен -3;

б) корень уравнения $(b - 6)x = 6 + 5b$ равен 1?

12. Какое значение не может принимать a в заданном уравнении?

а) $ax = 1$; б) $(a - 2)x = 3$; в) $a + x = 0$; г) $(a - 7)x = 12$.

13. Найдите методом подбора значение m, если известно, что корень уравнения и число m являются целыми числами:

а) $mx = 17$; б) $mx = -12$; в) $xm = 20$; г) $(m + 3)x = -15$.

4.7. Решение задач с помощью уравнений

Исследование: В шестых классах всего 61 ученик. В 6^b классе на 3 ученика больше, чем в 6^a классе, количество учащихся 6^c класса на 2 меньше, чем учащихся 6^a класса. Найдите, сколько учеников в каждом классе?

Решение: Пусть количество учеников 6^a класса будет x. Тогда количество учеников 6^b класса будет $(x + 3)$; количество учеников 6^c класса будет $(x – 2)$. Зная, что всего учащихся 61, составим и решим уравнение:

$x + (x + 3) + (x–2) = 61$

$3x + 1 = 61$

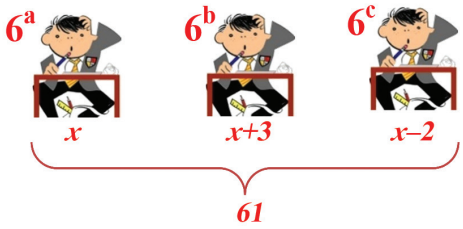
$3x = 60$

$x = 20$

$6^a \rightarrow 20$ (учеников),

$6^b \rightarrow 20 + 3 = 23$ (учеников),

$6^c \rightarrow 20 – 2 = 18$ (учеников).



Ответ: 20, 23 и 18 учеников.

Задания

1. Запишите следующие выражения в виде уравнения:

а) число x меньше числа y на 3 единицы;

б) число a больше числа b на 2 единицы;

в) число a больше числа b на c единиц;

г) число x меньше числа y в 5 раз;

д) число a больше числа b в n раз;

е) число x меньше числа y в m раз.

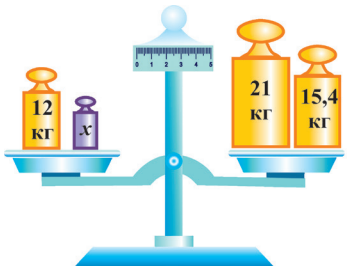
2. Составив уравнение, найдите задуманное число:

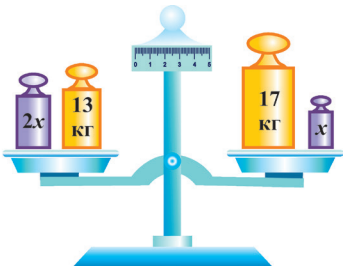
а) Ахмед задумал число, увеличил его на 2,5 и в результате получил число, равное сумме чисел 8,5 и 7,82;

б) Самир задумал число, которое увеличил в 8 раз. От полученного числа отнял 11 и в результате получил 13,08;

в) Мубариз задумал число, разделив его на 4,1, получил число, равное разности 61,6 и 45,2.

3. Составьте уравнения по рисункам и решите:





4. **Практическая работа:** Составьте задачу для своего соседа по парте и попросите его решить задачу при помощи уравнения. Задача должна начинаться так: «Я задумал число ...».

5. В автобусе было несколько пассажиров. На первой остановке вышло 12 пассажиров и вошло 9, а на второй остановке вышло 5 и вошло 11 пассажиров. После чего в автобусе осталось 25 пассажиров. Сколько пассажиров было в автобусе до первой остановки?

6. Туристы прошли 0,9 км по просёлочной дороге, по берегу реки – 1,2 км, полем – 1,6 км, а дальше шли лесом. Сколько километров туристы прошли лесом, если длина всего маршрута 5,6 км (рисунок 1)?



Рис. 1

7. К концу прошлого года цена компьютера уменьшилась в 2 раза, а через год она уменьшилась ещё на 50 манатов, и после этого компьютер был продан за 399 манатов. Какова была первоначальная цена компьютера?

8. Малик и Самед вместе поймали 42 рыбы. Известно, что Малик поймал рыбы в 2 раза больше, чем Самед. Найдите, сколько рыбы поймал каждый мальчик. Для решения задачи составьте модель «часть-целое» и уравнение.

9. Надир за 1 книгу и три тетради заплатил 2 манат 40 гяпик. Сколько стоит книга, если она в 3 раза дороже тетради? Для решения задачи составьте модель «часть-целое» и уравнение.

10. Сколько килограммов урожая каждого овоща собрал фермер, если урожай капусты в 3 раза меньше, т.е. на 42 кг меньше, чем моркови?

11. Путешественники по морю проплыли в 8 раз большее расстояние, чем по реке. Сколько всего километров были туристы в пути, если по морю они проплыли на 133 км больше?

12. Наиля и Зарифа вместе собрали 24,6 кг клубники. Сколько килограммов клубники собрала каждая девочка, если Наиля собрала на 4,8 кг клубники больше, чем Зарифа?

13. Периметр прямоугольника 12,8 см. Найдите площадь прямоугольника, если ширина на 2,4 см меньше длины (рисунок 2).

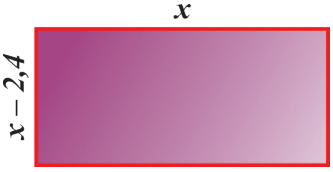


Рис. 2

Образец: Отцу 40 лет, а сыну 12 лет. Через сколько лет возраст отца будет в 3 раза больше возраста сына?

Решение: Через x лет возраст отца будет $40 + x$, а сына – $(12 + x)$. Зная, что возраст отца будет в 3 раза больше возраста сына, уравнение запишем так: $3(12 + x) = 40 + x$.

$3(12 + x) = 40 + x$
$36 + 3x = 40 + x$
$3x - x = 40 - 36$
$2x = 4$
$x = 2$
Ответ: через 2 года

14. Гюльнар на 4 года старше Али. Через год им вместе будет 20 лет. Сколько лет Гюльнар и Али сейчас?

15. Периметр треугольника 174 мм. Одна из сторон в 7 раз меньше другой и на 66 мм меньше третьей. Найдите длину сторон треугольника (рисунок 1).

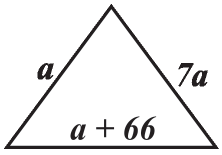


Рис. 1

16. Пешеход прошёл путь между двумя сёлами за 7 часов, а путь между селом и городом за 3 часа с той же скоростью. Найдите длину всего пути, пройденного пешеходом, если расстояние между сёлами на 5,6 км больше, чем между городом и селом.

17. За три дня корабль проплыл 222 км. Во второй день он прошёл $\frac{7}{8}$, а на третий день проплыл 90% того пути, что прошёл в первый день. Сколько километров пути проплывал корабль каждый день?

18. Четверо рабочих вместе изготовили 192 детали. Второй рабочий изготовил $\frac{5}{6}$ того, что изготовил первый рабочий, третий – 90% деталей, изготовленных вторым, четвёртый изготовил на 8 деталей меньше, чем третий. Найдите, сколько деталей изготовил каждый рабочий.

19. В одном баке было 140 л воды, а в другом – 108 л. Одновременно открыли сливные краны баков. Из первого бака за 1 час выливается 5 л воды, из второго 6 л. Через сколько часов во втором баке воды окажется в 2,5 раза меньше, чем в первом (рисунок 2)?

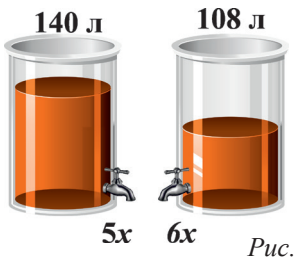
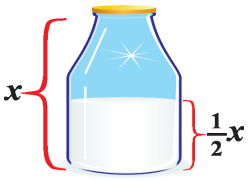


Рис. 2

20. Ильхам должен был решить 95 задач, а Сахиб 60 задач. Они начали решать задачи одновременно. Через сколько времени количество задач, не решённых Сахибом, станет в 2 раза меньше задач, нерешённых Ильхамом, если за один час Ильхам решает 7 задач, а Сахиб – 6 задач?

21. Сколько литров молока было в банке, если после того, как из банки вылили половину молока, а затем ещё 300 мл, в банке осталось 100 мл молока?



22. До обеда продали одну третью часть яблок, после обеда ещё 55 кг. После чего осталось 14 кг яблок. Сколько яблок было в магазине?

23. В первом детском саду в 3 раза больше детей, чем во втором. Когда из первого детского сада 30 детей перешли в другой, в обоих детских садах количество детей стало поровну. Сколько детей было в каждом детском саду?

24. Какова цена 1 кг баранины и 1 кг говядины, если фермер продал 15 кг баранины и 21 кг говядины за 267 манатов, а килограмм говядины на 1 манат дешевле килограмма баранины?

25. Катер за 1,4 часа по течению реки прошёл на 2,2 км меньше, чем за 1,7 часа против течения. Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде равна 28 км/ч.

26. Туристы проплыли на лодке 2,4 ч по течению реки и 1,8 часа против течения, при этом по течению их путь был на 14,1 км больше, чем против течения. Найдите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 2,5 км/ч.

27. Ученик, готовясь к экзаменам, запланировал решать ежедневно 12 заданий. Однако он решал каждый день на 4 задания больше, и за 3 дня до экзаменов ему осталось решить 8 заданий. За сколько дней до экзамена ученик начал заниматься?

28. Мастер запланировал ежедневно изготовлять 24 детали. Однако каждый день он изготовлял на 15 деталей больше, и за 6 дней до срока он уже изготовил на 21 деталь больше, чем планировалось. Сколько деталей планировал сделать мастер?

29. Из первого бака за 1 час выливается 3 л воды, а из второго 2 литра. Через 12 часов в первом баке осталось 21 л воды, а во втором 54 л. Через сколько часов в первом баке воды останется в 4 раза меньше, чем во втором?

30. От куска ткани сначала отрезали половину, потом четвёртую часть остатка, после чего в куске осталось полметра ткани. Сколько метров ткани было первоначально? Для решения задачи составьте модель «часть-целое» и уравнение.

31. В одном ящике было 60 кг, в другом 100 кг фруктов. Из второго ящика продали в 4 раза больше фруктов, чем из первого. Сколько килограммов фруктов продали из каждого ящика, если в первом ящике осталось в 2 раза больше фруктов, чем во втором?

32. Сабир увеличил задуманное число в 8 раз и уменьшил на 25%. В результате получил число, равное $\frac{3}{5}$ от 134. Какое число задумал Сабир?

4.8. Неравенство

Исследование: Каковы целые числа, удовлетворяющие неравенству $x + 8 < 11$?

Решение: Вместо x надо написать такое целое число, чтобы при увеличении его на 8 полученная сумма была бы меньше 11. Наибольшее целое число, удовлетворяющее этому условию, равно 2. Поэтому решением неравенства будут целые числа меньше 3.

Неравенство, в записи которого присутствует буква, называется **буквенным неравенством**.

Задания

1. а) Какие из чисел 2, 3, 4, 8, 6 являются решением неравенства $x - 9 > 12$?

б) При каких значениях x верно неравенство $x + 6 < 18$?

в) Запишите множество целых решений неравенства $2 \leq 6 : n$.

2. При помощи математических знаков запишите неравенства:

а) число $к$ больше числа 5;

б) число m больше или равно числу 20;

в) число x меньше числа с;

г) число p меньше или равно числу 32.

3. а) Каждую сторону неравенства $a > 2$ увеличьте на –2; 5; –7; 8. Запишите полученные неравенства;

б) Гюляр утверждает, что если $12 > 7$, то $\frac{1}{12} > \frac{1}{7}$. Выразите своё мнение. Ответ обоснуйте.

4. Медина утверждает, что неравенство $3x - 8 \leq -5$ не имеет натуральных решений. Выразите своё мнение. Как по-вашему, права ли Медина?

5. а) Запишите множество натуральных решений неравенства $4x < 16$;

б) Какое целое число является наименьшим решением неравенства $7(a + 3) > -14$;

в) Запишите несколько целых чисел, которые являются решением неравенства $17 - x > 16 - 25$.

6. Методом подбора найдите несколько целых решений неравенства:

а) $x + 16 \leq 24$; б) $a - 17 > 12$; в) $8 + b \geq 1$;

г) $x - 71 > 0$; д) $66 \geq 12 - x$; е) $7a < 20 + 8$.

7. Методом подбора найдите несколько целых решений неравенства:

а) $x + 5 \leq 61 + 12$; б) $a - 9 + 5 > -3$;

в) $m + 5m - 92 > 100$; г) $15 + 11x \geq 99 - x$.

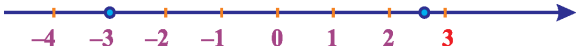
8. Сравните значение выражений:

а) $3a + 8$ и $9 - 9a$, при $a = -2; 0; 3$;

б) $21 - 4x$ и $11 + 2x$, при $x = 5; -5$.

Исследование 1: Запишите все целые числа больше –3 и меньше 2,6 в виде множества.

Решение: На числовой оси отметим точки –3 и 2,6:



Из рисунка видно, что множество { –2; –1; 0; 1; 2} – это множество целых чисел, расположенных между числами –3 и 2,6.

Исследование 2: Запишите целые числа, модуль которых меньше 3.

Решение: Целые числа, модуль которых меньше 3, на числовой прямой располагаются между –3 и 3: {–2; –1; 0; 1; 2}

Задания

1. Найдите:

а) целые числа, расположенные между числами –2 и 3;
б) целые числа, расположенные между числами –5 и 1;
в) натуральные числа, расположенные между числами 0 и 7,1;
г) произведение натуральных чисел, расположенных между числами –19 и 4,8;
д) сумму отрицательных чисел, расположенных между числами –4 и 20,5;
е) произведение целых чисел, расположенных между числами –100 и 100.

2. Определите:

а) на сколько число –1 меньше числа 3?
б) на сколько число –4 меньше числа –2?
в) на сколько число 7 больше числа –3?
г) на сколько число –2 больше числа –5?

3. Спектакль продолжался свыше 3-х часов и закончился в половине первого. Определите предположительное время начала спектакля.

4. Дано число 40. Из него вычли число 6 и из полученной разности снова вычли число 6. Это действие повторили несколько раз, до тех пор, пока не получили первое отрицательное число. Сколько раз вычиталось число 6?

5. а) Натуральное число a, меньшее 4, является решением неравенства $18 + 19 < a + 41 - 5$. Чему может быть равно a?

б) Число a больше –8 и меньше 7, число b больше –2 и меньше 0. Найдите пересечение, объединение и разность множеств целых значений чисел a и b.

6. Запишите множество целых чисел, модули которых расположены между числами:

а) 5 и 12; б) 0 и 16; в) –3 и 15; г) –5 и 0.

7. Изобразите на числовой оси целые числа, расположенные между числами:

а) –1 и 3,5; б) 0 и 2,5; в) –3 и 1,5; г) –2 и 1.

Проверьте себя

1. Привести подобные слагаемые:

а) $5a + 3a - 4a + 7$; б) $7(x - 3) + 2(5 - y)$;

в) $11x + 11y - 4x + 15y$; г) $2(a + 2b) - 3(b - 3a) + 5$.

2. Решите уравнения:

а) $72 - 11x = 43 + 18x$; б) $2(x + 1) - 3 = 11$;

в) $\frac{2x - 3}{4} = \frac{x}{3}$; г) $3(1 + 2x) = 75$;

д) $\frac{3}{4}(x + 2) + \frac{2}{3}(x - 1) = 5$; е) $3(x - 1) + 2 = 17$.

3. Какие целые числа можно поставить вместо k в равенстве $x = \frac{12}{k}$, чтобы x было целым числом?

4. Сравните выражения, если $a = 5$ и $b = 7$:

а) $\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{b}$; б) $-a$ и $-b$; в) $2a$ и $-b$.

5. Вместо * подставьте такие числа, чтобы неравенство было верным:

а) $-2745 < -274*$; б) $-47*4 > -4719$;

в) $-3*25 < -3479$; г) $-*213 < -4715$.

6. a и b положительные числа. Вставьте вместо * знаки =, < или > так, чтобы получилось верное соотношение:

а) $a * 0$; б) $-a * 0$; в) $|b| * b$;

г) $-b * 0$; д) $|a| * a$; е) $|a| * -b$.

7. Дедушке 76 лет. Внукам 5 и 7 лет. Через сколько лет возраст дедушки будет в 3 раза больше суммы возрастов внуков?

8. Отец старше сына в 4 раза. Через 5 лет сумма возрастов отца и сына будет равна 60. Сколько лет сыну?

9. У Мустафы три сына – 3, 4 и 5 лет. 60 ягод клубники, собранной в саду, Мустафа разделил между сыновьями пропорционально их возрасту. Сколько клубники досталось самому младшему сыну?

10. Айнура задумала число, увеличила его в 3 раза и прибавила 49. В результате она получила число, равное произведению чисел 19 и 25. Какое число задумала Айнура?

11. Найдите сумму целых чисел, расположенных между числами –10 и 10.

5 Прямоугольная система координат

В этом разделе вы изучите:

- Построение параллельных и перпендикулярных прямых;
- Понятие координат;
- Построение прямоугольной системы координат, координаты точки;
- Прямо пропорциональную зависимость величин и её особенности;
- Обратно пропорциональную зависимость величин и её особенности;
- Понятие функции.



Аль-Хорезми

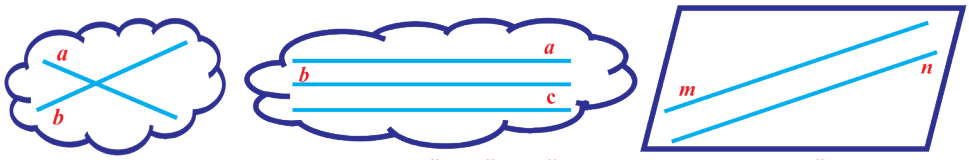
Сведения от Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми

Средняя Азия IX–XV веков, превратившись в центр мировой науки, прославилась своими математиками. Один из них – Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (780–850 гг.) был не только известным математиком, а также географом и астрологом. Его книга «Аль-джабр», написанная в 825 году, считается первым в мире учебником по алгебре. Одно из основных понятий в современной информатике «алгоритм» было взято из латинского написания имени аль-Хорезми.

5.1. Параллельные и перпендикулярные прямые

Любые две прямые на плоскости или имеют общую точку, или нет.

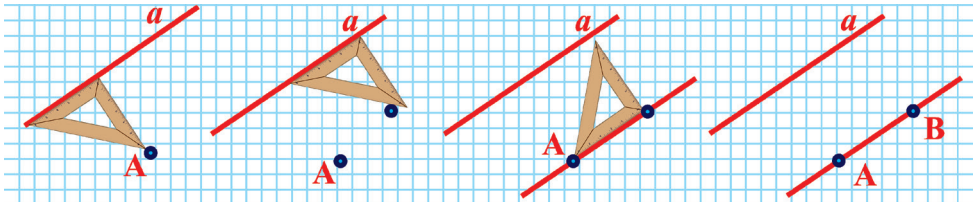
Прямые, у которых есть только одна общая точка, называются пересекающимися прямыми. Прямые, у которых нет общей точки, называются параллельными прямыми (|| – так обозначаются параллельные прямые) $a \parallel b$ (a параллельно b).



пересекающиеся прямые $a \parallel b,\ a \parallel c,\ b \parallel c$ $m \parallel n$

Через данную точку на плоскости не лежащую на прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной.

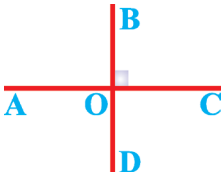
Изобразить параллельную прямую, проходящую через заданную точку, можно с помощью угольника (линейка в виде треугольника):



Между двумя пересекающимися прямыми образуется четыре угла.

Если прямые пересекаются под прямым углом, то они называются **перпендикулярными** прямыми**.**

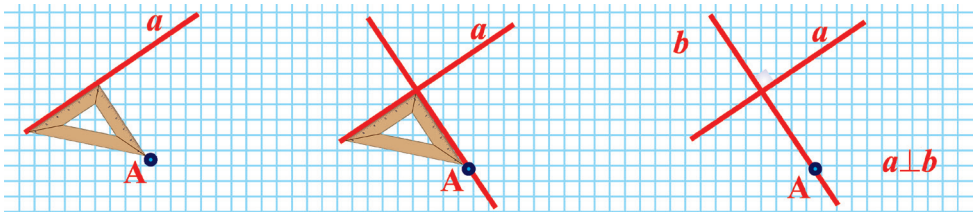
Если $\angle AOB = 90^\circ$, то $\angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90^\circ$ и тогда AC и BD **перпендикулярные прямые** ($\perp$ – так обозначаются перпендикулярные прямые)



Тот факт, что прямые AC и BD перпендикулярны, записывается так: $AC \perp BD$. **Читается:** AC *перпендикулярна* BD.

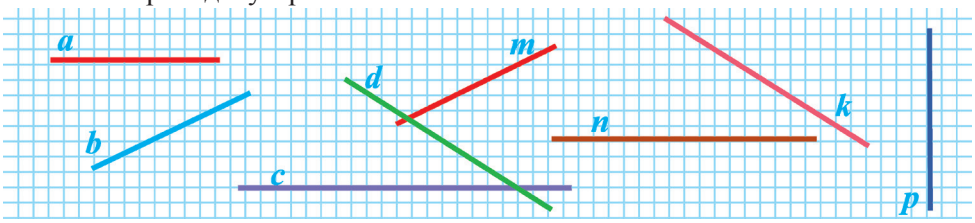
На плоскости, через заданную точку можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной.

Изобразить перпендикулярную прямую, проходящую через заданную точку, можно с помощью угольника:

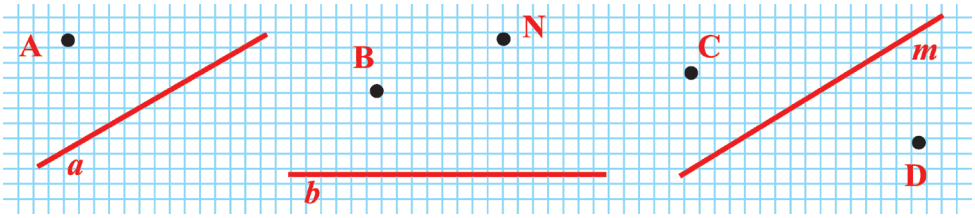


Задания

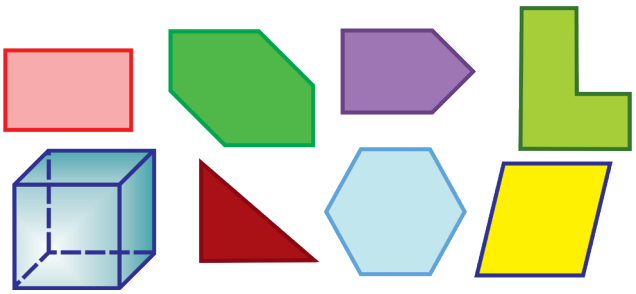
1. Определите на глаз, какие из данных прямых пересекающиеся, параллельные и перпендикулярные:



2. Начертите рисунок в тетради. С помощью угольника начертите прямые, проходящие через данные точки параллельно и перпендикулярно заданным прямым.



3. Обозначьте буквами вершины заданных фигур. Покажите параллельные и перпендикулярные стороны каждой фигуры:



4. Начертите прямую и три точки, не лежащие на данной прямой. Проведите от каждой точки до заданной прямой: а) параллельные прямые; б) перпендикулярные прямые. Выскажите мнение по поводу взаимного расположения прямых.

5. Могут ли стороны треугольника быть параллельными? В каком случае стороны треугольника перпендикулярны? Начертите треугольник с перпендикулярными сторонами.

6. Начертите произвольный треугольник. Начертите другой треугольник так, чтобы каждая сторона нового треугольника была параллельна заданному. Что вы можете сказать об этих треугольниках? Будут ли эти треугольники равными?

7. Определите на глаз, какие стороны фигур (рисунок 1) параллельны, а какие перпендикулярны? Проверьте с помощью угольника:

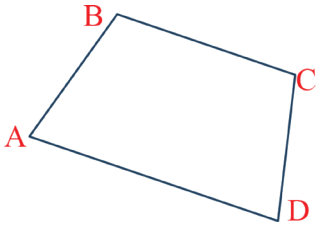




Рис. 1

8. Определите на глаз параллельны или перпендикулярны прямые *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, *m*, *n* на рисунке 2:

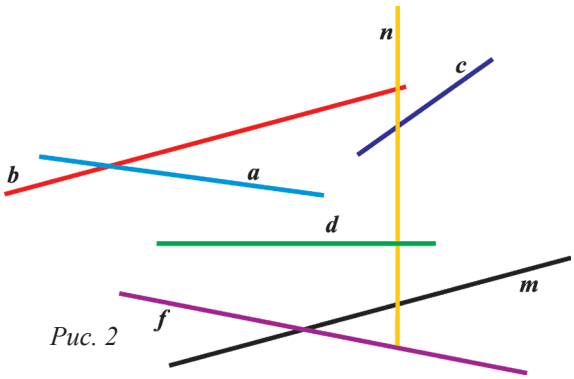


Рис. 2

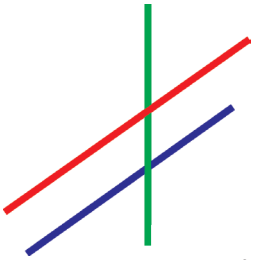


Рис. 3

9. Начертите в тетради прямые (из рисунка 3) и постройте прямые, параллельные и перпендикулярные данным.

10. Прямые *a* и *b* параллельны и пересекаются с прямой *c* (рисунок 4). Один из углов, образовавшихся при пересечении этих прямых, равен 30°. При помощи транспортира найдите градусные меры остальных углов.

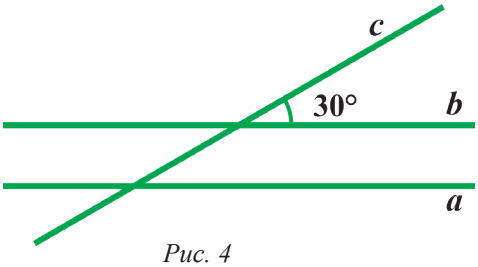


Рис. 4

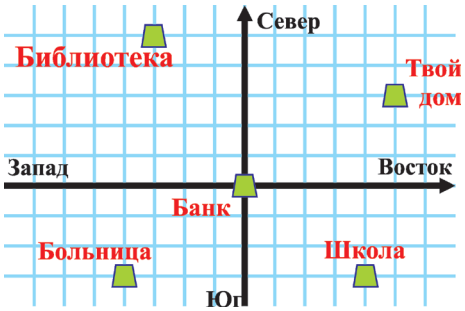




Примеры параллельных прямых в обычной жизни

5.2. Координаты

Для того чтобы найти правильную дорогу в незнакомом городе, используется карта города. Допустим, что ваш друг находится около банка, и чтобы ему добраться до вашего дома, надо пройти 5 единиц (это может быть улица, угол и т.д.) на восток и 3 единицы в направлении на север. А как нужно двигаться, чтобы пройти от банка до библиотеки или от больницы к школе?



В рассматриваемой нами системе точкой начала отсчёта является здание банка.

Системой координат охвачена, практически, вся жизнь человека. Примером является зрительный зал (номер ряда и номер места), поезд (номер вагона и номер места), географические координаты (широта и долгота). Такая система также широко используется в военных, морских и географических картах.

Идея координат известна с давних времён. Она возникла вместе с появлением географических карт. Долготу и широту использовал в своих картах ещё древнегреческий астроном Птолемей (II в до н.э.).

Термин «координаты» произошёл от латинского слова «*ordinatus*» и имеет смысл «помеченный», а приставка «*co*» указывает на совместность: координат обычно бывает 2, 3 и т.д.

Это интересно знать

Идея координат существовала ещё издревне. Они были нужны при создании карт. Древнегреческий астроном Птолемей (II век до н.э.) применял в качестве географических координат ширину и длину.

Задания

1. Найдите координаты шахматных фигур:

а) запишите координаты всех клеток, находящихся под угрозой атаки коня, находящегося в клетке f3;

б) в какой клетке окажется король (c8) после определенных передвижений, если переместится на 4 клетки вправо и 2 клетки вниз?

в) какой опасности подвергнется ферзь, если из клетки d3 переместится в клетку f5?





Клетки по которым двигается конь

2. Салман и Акиф играют в игру «Морской бой». На рисунке 1 представлено табло Салмана. Какие координаты должен отметить Акиф, чтобы «сбить» корабль Салмана?

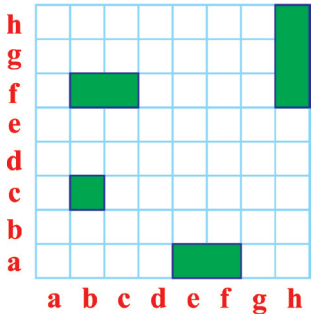


Рис. 1

3. В квадрате 10×10 клеток нарисуйте  . «Закодируйте» эту фигуру с помощью координат. На первом месте напишите букву, на втором – цифру.

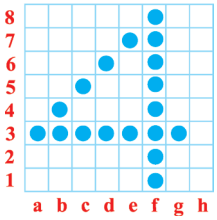


Рис. 2

4. Начертите квадрат 10×10 клеток. Изобразите какую-либо цифру, как показано на рисунке 2, и «закодируйте» эту фигуру с помощью координат.

5. **Практическая работа:** Начертите квадрат 10×10 клеток. Изобразите какую-либо фигуру и «закодируйте» эту фигуру с помощью координат. Предложите товарищу по парте найти кодировку вашей фигуры.

6. Каждый объект, изображённый на карте (рисунок 3), обозначьте буквой и запишите его координаты в виде пары $(x; y)$.

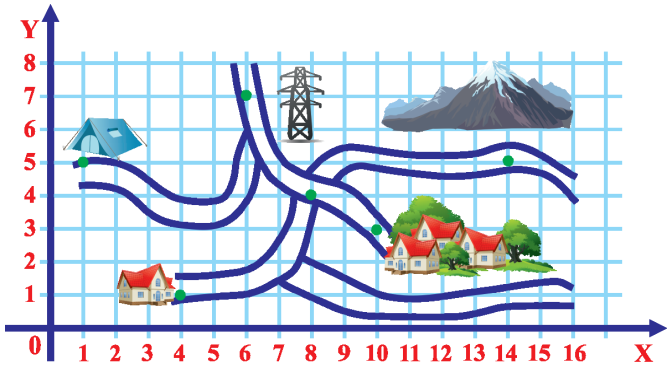


Рис. 3

7. **Практическая работа:** Определите координаты учеников в классе.

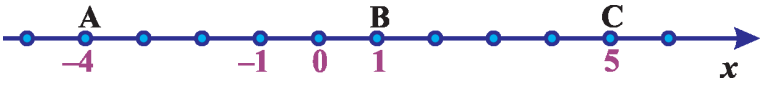
8. На рисунке 4 изображена часть карты города Баку. Запишите координаты поселков, изображённых на рисунке по образцу. Образец: Забрат (5d).



Рис. 4

5.3. Прямоугольная система координат

Мы уже умеем задавать координаты на числовой оси. Для этого на числовой прямой задают начало отсчёта, положительное направление и единичный отрезок. Например: точки A, B и C на рисунке имеют координаты A(–4), B(1) и C(5). Числовую ось иногда называют координатной прямой.



Таким образом, координата точки указывает её место на координатной прямой.

А как задать координаты точки на плоскости?

Для этого на плоскости начертим две перпендикулярные прямые и каждую из них поделим на единичные отрезки. Точку пересечения прямых O принимают за начало отсчёта. Пусть единичные отрезки на перпендикулярных прямых будут одинаковыми. На координатных прямых единичные отрезки могут выбираться и разной длины. Например, на оси Ox – 1 см, на оси Oy – 2 см и т.д. На горизонтальной прямой положительное направление выбирается «слева направо», на вертикальной – «снизу вверх». Эти направления показывают стрелками. Точка O называется **началом координат**. Сами прямые – **осями координат**. Горизонтальнаую ось называют **осью абсцисс** (осью Ox), вертикальную ось называют **осью ординат** (осью Oy). Эту построенную систему координат называют прямоугольной системой координат. Плоскость, на которой задана система координат, называется **координатной плоскостью**. Оси разбивают координатную плоскость на четыре области, которые называются **координатными четвертями**. Четверти нумеруются в направлении, противоположном движению часовой стрелки (рисунок 1).

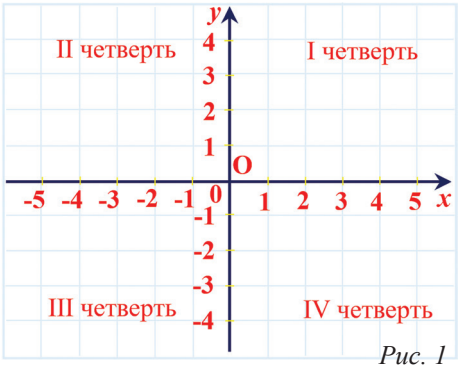


Рис. 1

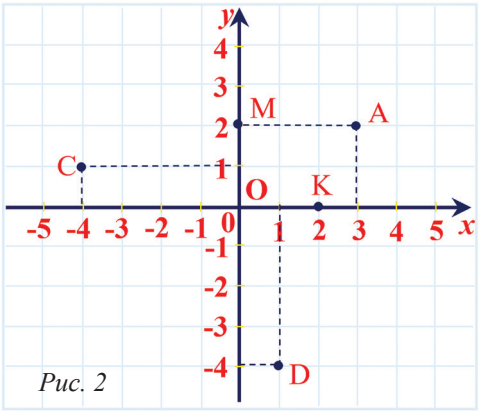


Рис. 2

Пусть на координатной плоскости отмечена некоторая точка A (рисунок 2). Проведём через неё перпендикуляр на ось Ox. Точка их пересечения на оси Ox имеет координату, равную 3. Число $x = 3$ называют аб-

сциссой точки A. Проведём из точки A перпендикуляр на ось Oy. Точка их пересечения имеет координату 2. Число $y = 2$ называется ординатой точки A.

Таким образом, числа $x = 3$, $y = 2$ называются координатами точки A. Они определяют положение точки A в координатной плоскости и записывается это так A(3; 2). При этом абсцисса всегда записывается на первом месте, а ордината – на втором.

У точек, расположенных на координатных осях, или абсцисса, или ордината равны нулю и только в одном случае оба равны нулю. Например, точка K(2; 0) находится на оси абсцисс, точка M(0; 2) находится на оси ординат (рисунок 2, стр. 124). O (0; 0) – начало координат.

Например: чтобы отметить точку C(–4; 1), проводят перпендикулярные прямые из точки с координатами (–4; 0) к оси абсцисс, а из точки с координатами (0; 1) – к оси ординат. Точка пересечения этих перпендикулярных прямых линий и будет точка C (–4; 1).

Задания

1. Запишите координаты точек (рисунок 1):

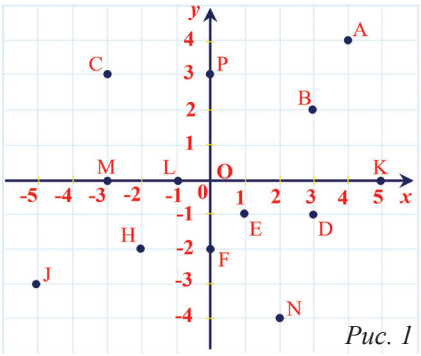


Рис. 1

2. Постройте прямоугольную систему координат и отметьте точки, имеющие следующие координаты:

а) $x = 3$; $y = 5$. б) $x = –3$; $y = –4$.
$x = –2$; $y = –5$. $x = 4$; $y = –2$.
$x = 5$; $y = 0$. $x = 0$; $y = –3$.
$x = –3$; $y = 1$. $y = –3$; $x = 4$.
$x = 6$; $y = 2$. $x = –3$; $y = 0$.

3. Отметьте на координатной плоскости точки:

A(2; 5) B(1; –3) C(–2; 4) D(–5; 0) E (7; 4)
F(–2; –10) K(–7; 2) L(–3; 1) M(4; 0) N (0; 5)

4. Отметьте на координатной плоскости точки:

A) (2,5; 3) B) (1,4; –7) C) (0,5; –2) D) (0; 2,4)

5. Постройте отрезок AB по координатам его концов A(3; –4) и B(–3; 4) и найдите координаты точки, в которой он пересекает ось Ox.

6. Постройте треугольник, если известны координаты его вершин:

а) A(–2; 4); B(5; 0); C(2; –1). б) M(–2; 3); N (4; 3); K (4; –2).

Укажите координаты точек, в которых стороны треугольника пересекают оси координат.

7. На координатной плоскости отметьте точки A(2; 2); B(–2; 2); C(–2; –2); D(2; –2), являющиеся вершинами сторон некоторой фигуры. Какая фигура получилась?

8. На координатной плоскости отметьте данную точку и точку, симметричную ей относительно оси O*x*:
а) A(5; 2); б) B(2; –1); в) C(–3; –4); г) D(–4; 5).
Запишите координаты полученной точки. Сопоставьте координаты симметричных точек и сделайте вывод.

9. На координатной плоскости отметьте данную точку и точку, симметричную ей относительно оси O*y*:
а) A(1; 5) б) B(2; –7) в) C(–3; 2) г) D(–4; –5).
Запишите координаты полученной точки. Сопоставьте координаты симметричных точек и сделайте вывод.

10. На координатной плоскости постройте:
а) треугольник ABC по координатам его вершин: A(–6; 2) B(–2; 2) C(–2; 4);
б) треугольник KMP, симметричный треугольнику ABC относительно оси O*x*. Запишите координаты вершин этого треугольника;
в) треугольник EFD, симметричный треугольнику ABC относительно оси O*y*. Запишите координаты вершин этого треугольника.

11. На координатной плоскости отметьте точки A(–8; 3); B(1; 3); C(1; –2). Отметьте точку D так, чтобы получился прямоугольник ABCD. Вычислите периметр и площадь данного прямоугольника.

12. а) На координатной плоскости отметьте четыре точки, имеющих абсциссу, равную 5. Запишите координаты этих точек. Как расположены точки с абсциссой 5?
б) На координатной плоскости отметьте четыре точки, имеющие ординату, равную 3. Запишите координаты этих точек. Как расположены точки с абсциссой 3?

13. Капитан Флинт спрятал клад на одном из дальних островов. Перед смертью он написал записку, которая указывала место, где спрятан клад. Вот что было написано в записке: «*За начало системы координат возьмите устье реки на острове. Прямая, соединяющая север и юг острова, – ось ординат, прямая, соединяющая запад и восток, – ось абсцисс. Клад зарыт в точке пересечения отрезков, концы которых имеют координаты (3; 5); (–2; 7) и (–3; 4); (1; 8)*». Постройте в тетради прямоугольную систему координат, приняв за единичный отрезок длину одной клетки тетради (1 клетка = 1 км) и укажите место клада.

14. На координатной плоскости отметьте точки. Последовательно соединив эти точки, вы получите рисунок созвездия:
а) Малой Медведицы: (6; 6); (3; 7); (–3; 5,5); (–5; 7); (–8; 5); (–6; 3); (0; 7,5).
в) Большой Медведицы: (–15; –7); (–10; –5); (–3; –6); (6; –6); (5; –10); (–1; –10); (–6; –5).

5.4. Прямо пропорциональная зависимость

Исследование: Пусть скорость поезда 50 км/ч. Составим таблицу зависимости пути s от времени t (при $t = 0$, $s = 0$): $s = \upsilon \cdot t$

t (час)	1	2	3	4	5
s (км)	50	100	150	200	250

Как видно, для чисел из таблицы (1; 50), (2; 100), (3; 150), (4; 200), (5; 250) справедливо $\frac{50}{1} = \frac{100}{2} = ... = 50$. Таким образом, отношение соответствующих значений данных величин постоянно, поэтому, можно сказать, что эти величины находятся в прямо пропорциональной зависимости.

Если одну из величин принять за x, другую величину за y, а коэффициент пропорциональности за k, то можно записать $y = kx$.

Равенство $y = kx$ называется формулой прямой пропорциональности, а зависимость между y и x называется прямо пропорциональной зависимостью.

Задания

1. Выясните, является ли зависимость между переменными x и y прямо пропорциональной:

а)

x	–1	2	2,5	3
y	2	4	5	6

б)

x	–1	2	2,5	3
y	2	4	5	3

в)

x	–1	2	2,5	3
y	–2	1	4	6

г)

x	–1	2	2,5	3
y	–3	6	7,5	9

2. Дана таблица зависимости между величинами x и y. По таблице составьте формулу прямо пропорциональной зависимости заданных величин и на координатной плоскости отметьте пары $(x; y)$:

x	-1	1	3	4,5
y	-2	2	6	9

3. Величины x и y находятся в прямо пропорциональной зависимости. Составьте формулу зависимости, если известно, что при $x = 4$, $y = 2$.

4. За деньги, потраченные на 2 м шёлка, можно купить 8 метров ситца. Сколько метров ситца можно купить за деньги, потраченные на покупку 10 м шёлка? Какова зависимость между ценами шёлка и ситца?

5. а) Рыбак за 2 часа поймал 18 рыб. Сколько рыб поймает рыбак за 3 часа? Существует ли зависимость между количеством пойманной рыбы и временем? Ответ обоснуйте. Если зависимости нет, то какое условие надо добавить, чтобы получилась прямо пропорциональная зависимость?

б) Составьте такие задачи, чтобы между переменными величинами была прямо пропорциональная зависимость.

6. Запишите координаты точек на плоскости (рисунок 1). Координаты каких точек находятся в прямо пропорциональной зависимости?

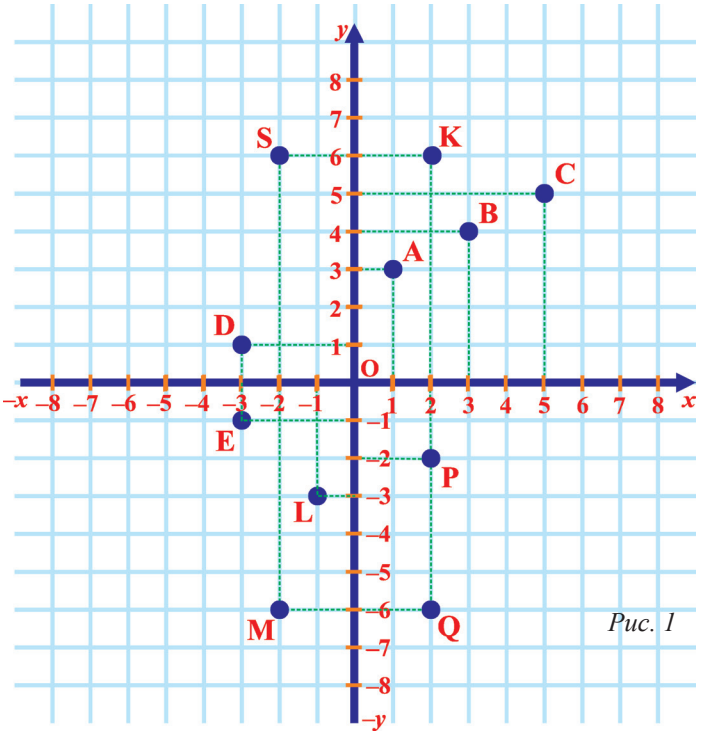


Рис. 1

7. На координатной плоскости отметьте такие точки, чтобы между координатами точек была прямо пропорциональная зависимость.

8. Товарный поезд, двигаясь со скоростью 15 км/ч, прошёл 720 км. Сколько километров пройдёт за это же время пассажирский поезд, двигаясь со скоростью 60 км/ч?

9. Заполните таблицу, зная, что между числами x и y имеется прямо пропорциональная зависимость. Запишите формулу зависимости.

x	2		20	$\frac{1}{2}$	
y		5	30		7

5.5. Обратно пропорциональная зависимость

Исследование: Автомобиль, двигаясь со скоростью 60 км/ч, прошёл путь за 6 часов. За какое время он пройдёт тот же путь, двигаясь со скоростью 80 км/ч, 90 км/ч, 100 км/ч, 120 км/ч?

Решение: Составим таблицу согласно условию задачи:

Скорость, *км/ч*	120	100	90	80	60
Время, *час*	3	3,6	4	4,5	6

Так как пройденный путь остаётся неизменным, то величины являются обратно пропорциональными. Произведение соответствующих значений обратно пропорциональных величин постоянно.

$$60 \cdot 6 = 80 \cdot 4{,}5 = 90 \cdot 4 = 100 \cdot 36 = 120 \cdot 3$$

Если одну из обратно пропорциональных величин принять за x, другую величину за y, а коэффициент пропорциональности за k, то можно записать $x \cdot y = k$, т.е. $\boldsymbol{y = \frac{k}{x}}$.

Равенство $y = \frac{k}{x}$ называется формулой обратной пропорциональности, а сама зависимость между величинами y и x называется обратно пропорциональной зависимостью.

Задания

1. x и y обратно пропорциональные величины. Если $x = 3$, то $y = 4$. Составьте таблицу целых значений x, расположенных между 1 и 4.

2. Заполните таблицу, если x и y обратно пропорциональные величины:

x	12	30		2,4		3000		10	
y	10		3		0,25		0,01		1,2

3. По таблице найдите коэффициент пропорциональности:

а)

x	1,1	1,6
y	2,2	3,2

б)

x	$\frac{6}{7}$	2
y	$\frac{14}{9}$	$\frac{2}{3}$

4. Гюляр утверждает, что между количеством прочитанных и непрочитанных страниц книги существует обратно пропорциональная зависимость. Она объясняет это так: чем больше страниц прочитано, тем меньше страниц осталось непрочитанными. Права ли Гюляр? Ответ обоснуйте.

5. Запас сена для 560 коров хватит на 7 месяцев. Сколько коров должен оставить фермер, чтобы запаса сена хватило на 10 месяцев? 4 месяца? 8 месяцев? 14 месяцев? Составьте таблицу и найдите формулу обратной пропорциональности.

6. Какие из формул: $y = 3x - 2$, $y = -3$, $y = 5x$, $y = \frac{42}{x}$, $y = \frac{x}{2}$ выражают:

а) прямо пропорциональную зависимость;

б) обратно пропорциональную зависимость?

7. Запишите координаты точек, отмеченных на координатной плоскости (рисунок 1). Координаты каких точек связаны обратно пропорциональной зависимостью?

8. Отметьте на координатной плоскости такие точки, чтобы их координаты были связаны обратно пропорциональной зависимостью.

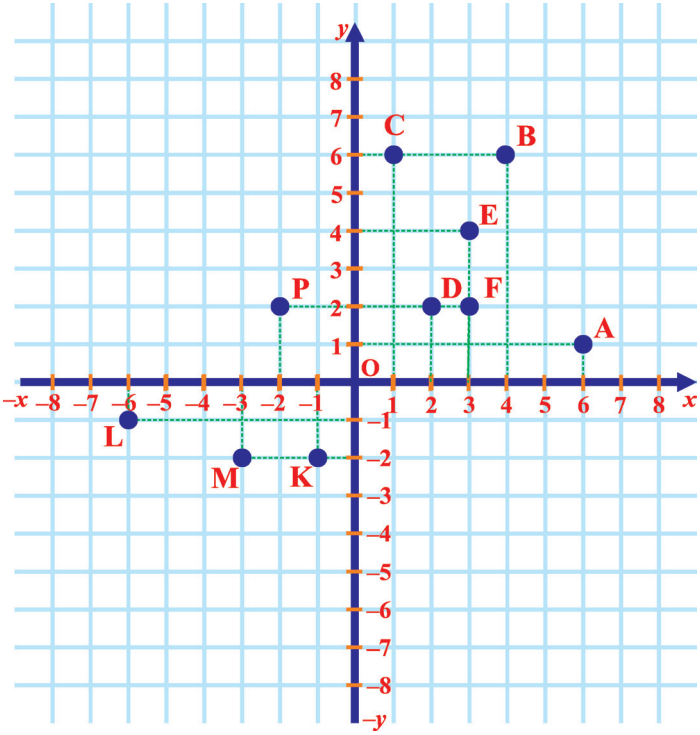


Рис. 1

9. Найдите, как изменится a в формуле $a = 4\frac{b}{c}$, если:

а) b не изменится, c увеличится в 2 раза;

б) c не изменится, b увеличится в 5 раз;

в) b не изменится, c уменьшится в 3 раза;

г) c не изменится, b уменьшится в 4 раза;

д) b и c увеличатся в 2 раза;

е) b увеличится, а c уменьшится в 3 раза?

5.6. Функция

Исследование: Площадь прямоугольника 60 см^2, одна из его сторон имеет длину x см. Чему равна длина второй стороны?

Решение: Если длину искомой стороны, обозначить через y, то $y = 60 : x$.

При различных значениях x значение y тоже будет меняться.

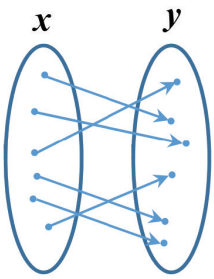
При $x = 2$, $y = 30$. При $x = 15$, $y = 4$.

Т.е. мы видим, что искомое значение стороны зависит от заданного значения другой стороны.

Проведённое исследование показало, что при изменении одной из величин, другая соответственно также меняется. Для каждого значения первой переменной существует единственное значение второй переменной. Мы задали эту зависимость формулой $y = 60 : x$. Здесь будем называть x – **независимой переменной**, а y – **зависимой переменной**.

Если для каждого возможного значения величины x существует единственное соответствующее ему значение y, то зависимость между величинами x и y называется функцией.

При этом величина x называется **аргументом** функции, а y – **значением** функции.



Задания

1. Напишите формулу, по которой можно найти сторону y прямоугольника, если площадь прямоугольника 120 м^2, а длина другой стороны равна x м.

2. Запишите формулу зависимости y от x, если x и y стороны прямоугольника, а его периметр равен 42 см.

3. Запишите функцию, при помощи которой можно вычислить третью сторону треугольника, если периметр треугольника равен 18 дм, одна сторона 5 дм, а вторая – a дм.

4. Автомобиль, двигаясь со скоростью v км/ч, прошёл 120 км за t часов. Запишите в виде формулы зависимость:

а) v от t; б) t от v.

5. За b кг фруктов по цене a манатов за килограмм заплатили 15 манатов. Запишите формулу, по которой можно вычислить, сколько килограммов фруктов было куплено.

6. Экран телевизора измеряется по диагонали в дюймах. Для перевода дюйма в сантиметры используется формула $l = 2{,}54d$.

а) вычислите в сантиметрах длину диагонали d экрана в 14, 21 и 29 дюймов. Ответ округлите до единиц.



б) выразите d через l и найдите длину диагонали телевизора в дюймах, для 47 см, 51 см и 61 см. Ответ округлите до единиц.

в) **Практическая работа:** дома измерьте в сантиметрах длину диагонали телевизора и выразите её в дюймах.

Это полезно знать...

Дюйм (нидерландское “duim” в переводе означает «большой палец») – мера длины, которая до настоящего времени очень популярна в народе. В основном, она распространена в Европе, где используется в качестве неметрической единицы длины. Исторически принято считать, что дюйм равен длине большого пальца мужчины. В современном мире, говоря о дюйме, имеют в виду английский дюйм, который приблизительно равен 25,4 мм или 2,54 см. В повседневной жизни в дюймах выражают диаметр труб.

7. Фуад называет Насиру какое-либо число. Насир подбирает соответствующее этому числу другое число. Результаты мальчики записали в таблицу. Как по-вашему, по какой закономерности Насир подбирает числа? Есть ли закономерность, по которой Фуад называет числа? Заполните таблицу.

Фуад	2	–2	4	0			
Насир	7	–1	11	3			

8. Задана функция $y = 2x - 1$. Вычислите:

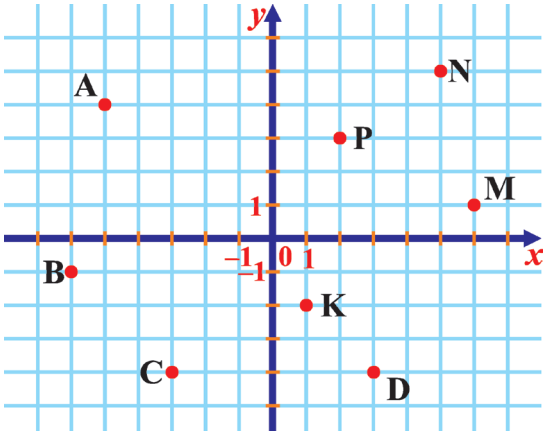
а) y, если $x = -2;\quad 0;\quad 13$;

б) x, если $y = -5;\quad 0;\quad 19$.

Для данных значений составьте таблицу.

Проверьте себя

1. Запишите координаты точек на координатной плоскости:



2. На координатной плоскости отметьте заданные точки и последовательно соедините их отрезками:

A(6; 7); B(3; –1); C(2; 4,5); D(–2; –2).

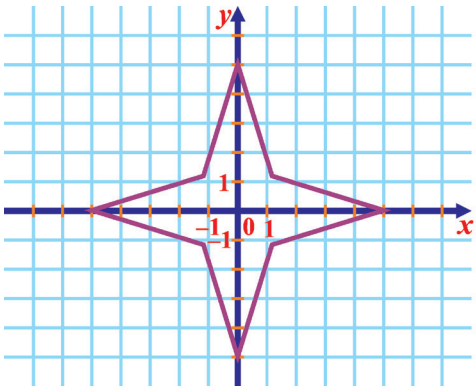
3. На координатной плоскости постройте четырёхугольник по координатам вершин: A(5; 3), B(–2; 3), C(–2; –2) и D(5; –2). Найдите его периметр и площадь.

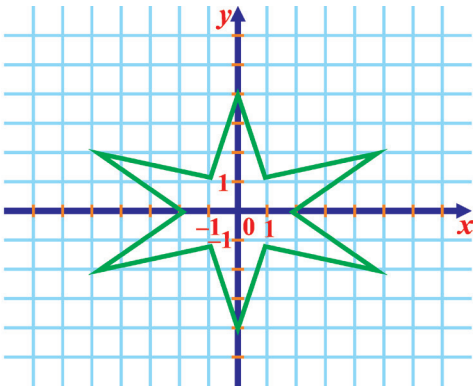
4. На координатной плоскости постройте треугольник по координатам вершин: M(–3; 5); N(0; 3) и K(–3; 0).

5. Определите, к какой координатной четверти принадлежат точки:

A(23; 56); B(–100; 78); C(27; 65); D(12; –12); K(–45; –45); H(0; 55); M(–22; 0).

6. Запишите координаты точек, достаточных для построения фигур:





7. Составьте таблицу значений функции $y = 3x - 6$.

6 Угол. Окружность. Симметрия

В этом разделе вы изучите:

- Смежные и вертикальные углы и их свойства;
- Построение треугольника по стороне и двум углам;
- Взаимное расположение прямой и окружности;
- Взаимное расположение двух окружностей;
- Понятие дуги и центрального угла;
- Нахождение длины окружности;
- Понятие осевой симметрии;
- Построение конгруэнтных фигур.



Интересные факты о числе π

π – это математическая постоянная, выражающая отношение длины окружности к диаметру. Число π приблизительно равно 3,14159265358979323846264338327950288419716939937510... Это значение было ещё в древности известно учёным, однако впервые её греческой буквой π обозначил английский математик Уильям Конс в 1706 году. Позднее в своих трудах число «π» использует швейцарский математик Леонард Эйлер. Известно, что отношение длины любой окружности к её диаметру, есть величина постоянная. Древнегреческий – математик Архимед принимал значение этого отношения за $\pi = 22/7$. Иногда число π называют числом Архимеда. В несложных расчётах принимают $\pi \approx 3{,}14$.

6.1. Смежные и вертикальные углы

Отметим на прямой AB точку O. Полученные лучи OA и OB называются противоположными лучами (рисунок 1).

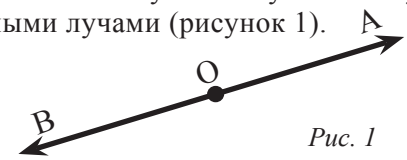
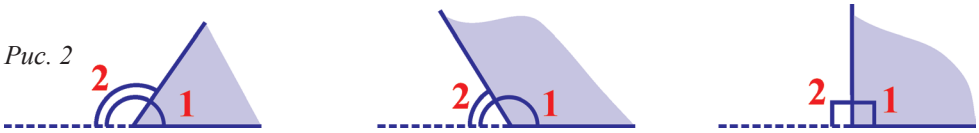


Рис. 1

Исследование 1: Возьмём отличный от развёрнутого произвольный угол и из вершины угла продолжим одну из сторон по прямой в противоположном направлении так, чтобы получился развёрнутый угол. Полученные углы ∠1 и ∠2 называются смежными углами (рисунок 2).

Рис. 2



Углы, у которых одна сторона общая, а две другие являются противоположными лучами, называются смежными углами. Сумма смежных углов равна 180°: ∠1 + ∠2 = 180°.

Например: если ∠1= 45°, то ∠2 = 180° – 45° = 135°.

Исследование 2: Возьмём отличный от развёрнутого угол и начиная от вершины, продолжим каждую его сторону в противоположном направлении (рисунок 3):

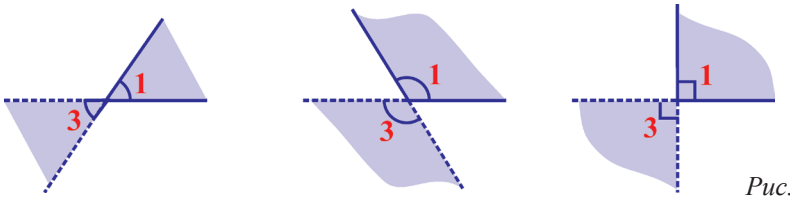


Рис. 3

В этом случае полученные углы ∠1 и ∠3 называются вертикальными углами.

Углы, стороны которых являются противоположными лучами, называются вертикальными. Вертикальные углы равны: ∠1 = ∠3.

Например: если ∠1 = 30°, то ∠3 = 30°.

Задания

1. Начертите произвольный угол. Постройте ему смежный и вертикальный углы.

2. Определите по рисунку 4:

а) угол, вертикальный ∠2;

б) углы, смежные ∠3;

в) углы, вертикальные и смежные с ∠4.

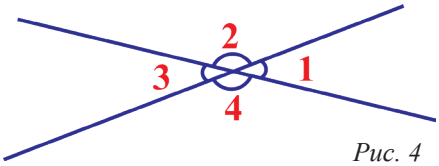


Рис. 4

3. Какое из высказываний верно (по рисунку 5):

а) $\angle 1 = 93^\circ$ и $\angle 2 = 97^\circ$;

б) $\angle 3$ и $\angle 4$ вертикальные углы;

в) $\angle 2 = \angle 3$;

г) $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$;

д) $\angle 1 = \angle 3$.

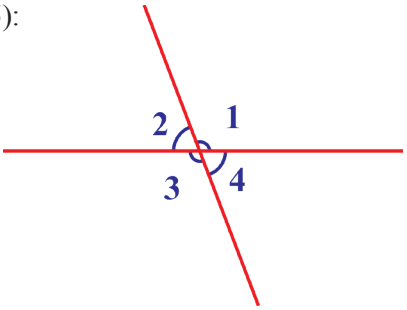


Рис. 5

4. Начертите две пересекающиеся прямые (рисунок 5). Обозначьте полученные при этом углы так: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$. Найдите:

а) $\angle 2$, $\angle 3$ и $\angle 4$, если $\angle 1 = 50^\circ$;

б) $\angle 1$, $\angle 3$ и $\angle 4$, если $\angle 2 = 127^\circ$;

в) $\angle 2$, $\angle 3$ и $\angle 1$, если $\angle 4 = 90^\circ$.

5. Измерьте углы при помощи транспортира (рисунок 6). Определите смежный и вертикальный углы каждого изображённого угла.


Рис. 6

6. При помощи транспортира начертите углы 60°, 85°, 130°, 165°. Для каждого угла постройте смежный и вертикальный углы и измерьте их транспортиром. Выразите мнение о полученных результатах.

7. По рисунку 7 определите:

а) угол, вертикальный с $\angle AOB$;

б) угол, смежный с $\angle COB$;

в) угол, смежный с $\angle AOK$;

г) угол, вертикальный с $\angle AOE$;

д) углы, смежные и вертикальные для $\angle DOK$;

е) остальные углы, если $\angle AOB = 35^\circ$ и $\angle COD = 65^\circ$.

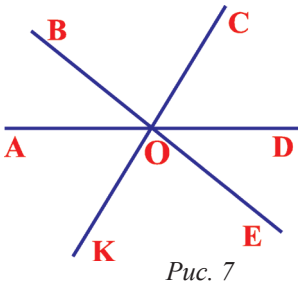


Рис. 7

8. На каком из рисунков смежные углы изображены неверно? Объясните, в чём ошибка (рисунок 8).

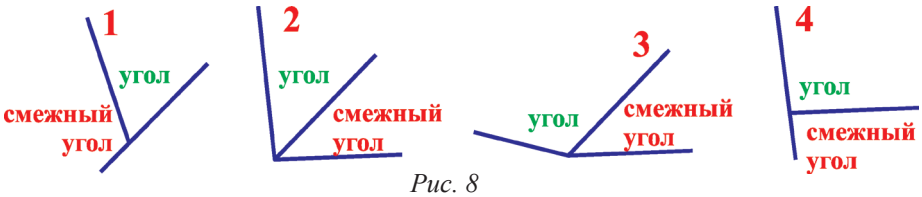


Рис. 8

9. При пересечении двух прямых получили следующие углы: 1, 2, 3 и 4. $\angle 1$ и $\angle 3$ вертикальные углы, найдите $\angle 2$ и $\angle 4$, если $\angle 1 + \angle 3 = 240^\circ$.

Исследование 3: Найдите x по рисунку 9:

Решение: По рисунку $\angle AOB$ и $\angle COD$ являются вертикальными углами. Значит $\angle AOB = \angle COD$.

$2x + 24° = 3x + 8°$

$3x - 2x = 24° - 8°$

$x = 16°$. **Ответ:** 16°.

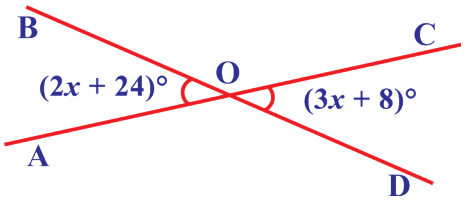
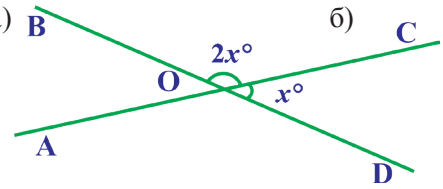


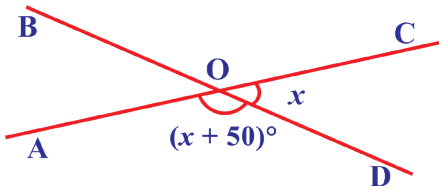
Рис. 9

10. Найдите x по рисунку 10:

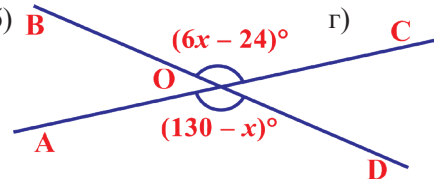
а)



б)



б)



г)

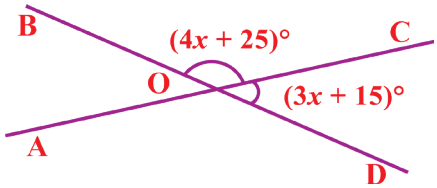
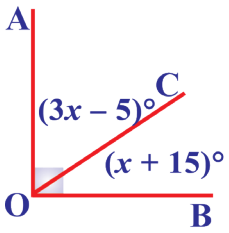


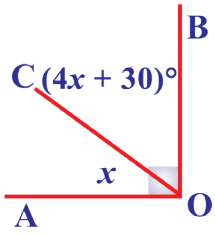
Рис. 10

11. $\angle AOB = 90°$. По рисунку 11 найдите $\angle AOC$ и $\angle BOC$:

а)



б)



в)

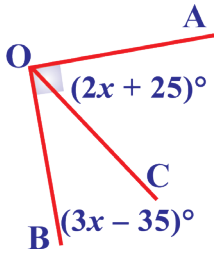
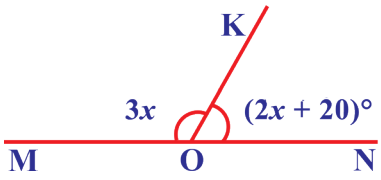


Рис. 11

12. По рисунку 12 найдите $\angle MOK$ и $\angle KON$:

а)



б)

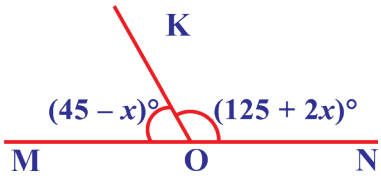


Рис. 12

13. Найдите углы:

а) если разность двух смежных углов равна 40°;

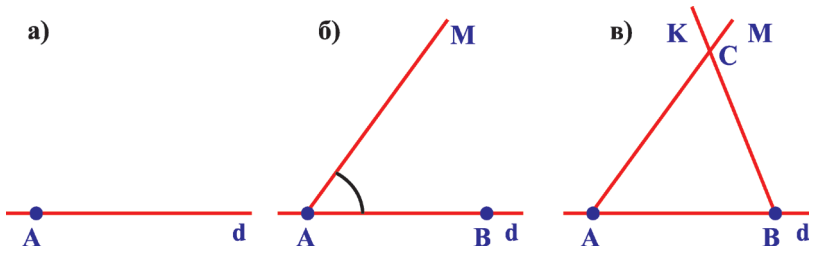
б) если один из смежных углов на 32° меньше утроенного другого угла.

6.2. Построение треугольника

Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам:

Если задана длина стороны AB и градусная мера прилежащих к этой стороне углов ∠A и ∠B, то при помощи линейки, транспортира и циркуля всегда можно построить треугольник:

1. Проведём прямую *d*, и на ней отметим точку A (рис. а);



2. С помощью циркуля от точки A на прямой *d* отложим отрезок, равный длине отрезка AB, отметим точку B (рис. б);

3. С помощью транспортира строим ∠A и откладываем луч AM (рис. б);

4. С помощью транспортира строим ∠B и откладываем луч BK (рис. в);

5. Отмечаем точку C, которая является точкой пересечения лучей AM и BK (рис. в).

Получившийся ΔABC является искомым треугольником.

Задания

1. Дан отрезок AB = 3 см, ∠A = ∠B = 60º. Постройте ΔABC и найдите ∠C. Определите вид полученного треугольника.

2. В ΔMNK ∠M=∠K = 45º и MK = 4 см. Постройте этот треугольник и определите вид полученного треугольника.

3. ∠A = 90º, ∠C = 30º и AC = 2,8 см. Постройте ΔABC треугольник.

4. Постройте треугольник (вспомните алгоритм построения треугольника по двум сторонам и углу между ними):

а) BC = 5 см, AB = 7 см, ∠B = 70º;

б) ∠B = 40º, BC = 6 см, BA = 2 см.

в) MK = 3,5 см; ∠M = 65°; ∠K = 35°

г) ∠P = 140°; ∠N = 10°; PN = 4,5 см.

1. Строится заданный угол.
2. На сторонах угла, начиная от вершины, откладываются отрезки, равные заданным.
3. Вершины отрезков соединяются.

5. Постройте треугольник по заданным сторонам и углам:

а) ∠A = 120º, ∠B = 30º, AB = 4 см;

б) ∠M = 135º, MK = 3 см, MN = 4 см;

в) PK = 6 см, ∠P = 45°; ∠K = 90°.

6.3. Взаимное расположение прямой и окружности

I. Окружность не пересекается с прямой.

Прямая и окружность могут не иметь общих точек. В этом случае прямая расположена в стороне от окружности. Тогда говорят, что прямая не пересекает окружность.

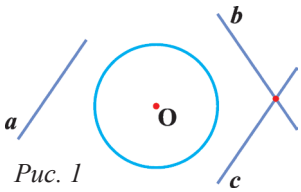


Рис. 1

Например: прямые a, b, c не пересекают окружность.

Задания

1. Начертите окружность радиусом 4 см. Отметьте несколько точек внутри окружности, на ней и вне окружности.

2. Начертите окружность диаметром 6 см и вне окружности отметьте точки C и D так, чтобы прямая CD не пересекалась с окружностью.

3. По рисунку найдите (рисунок 2):

а) OK, если OA = 7 см, AB = 2 см;

б) AB, если OA = 12 мм, OK = 8 мм;

в) OA, если PK = 8 см 2 мм, AB = 2 см 5 мм?

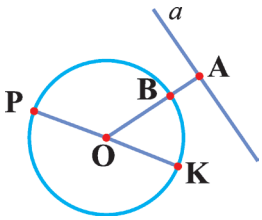


Рис. 2

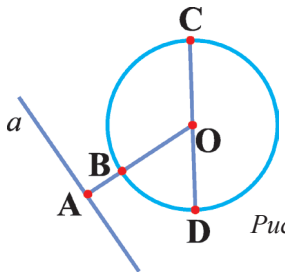


Рис. 3

4. Вычислите по рисунку 3:

а) OB + OD, если OA = 5 см, AB = 2 см;

б) AB + OC, если OA = 11 см, OB = 8 см;

в) OA + CD, если CD = 9 см 2 мм, AB = 1 см 5 мм?

5. Нарисуйте окружность произвольного радиуса и отрезок, не пересекающий эту окружность. Соедините концы отрезка и середину отрезка с центром окружности. Измерьте длину полученных отрезков и сравните полученные результаты.

6. Начертите окружность радиусом 3 см с центром в точке O и отрезок PK так, что OP = 3,5 см и OK = 4,2 см. Из точки O проведите к отрезку PK перпендикулярную прямую и обозначьте точку пересечения через M. Измерьте длину отрезка OM и сравните её с длиной отрезков OK и OP.

II. Окружность имеет с прямой общую точку.

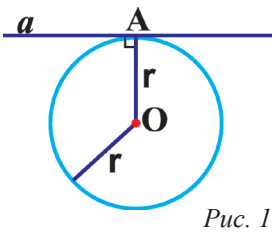


Рис. 1

Прямая и окружность имеют одну общую точку A, которая является точкой касания прямой *a* окружности (рисунок 1). Длина отрезка, образованного центром окружности и точкой касания A, равна радиусу: OA = *r*. Прямая *a* является касательной прямой окружности. Отрезок OA перпендикулярен касательной *a* в точке касания A.

Задания

1. а) Вычислите диаметр окружности радиусом: 1) 5 см; 2) 3 см 5 мм; 3) 18 мм; 4) 21 см.

б) Проведите две параллельные прямые, каждая из которых имеет лишь одну общую точку с окружностью радиуса 1 см. Найдите расстояние между точками касания. Какой результат вы получили?

2. Начертите окружность радиусом 1,5 см и отметьте на ней точку D. Через эту точку проведите прямую так, чтобы у этой прямой и окружности кроме точки D не было других общих точек.

3. Начертите окружность диаметром 4 см и вне окружности отметьте точку K. Через эту точку проведите к окружности касательную прямую. Сколько таких прямых можно провести?

4. Выскажите своё мнение по поводу взаимного расположения лучей CA и CB и окружности (рисунок 2). При помощи линейки измерьте длину отрезков CA и CB. Какой результат у вас получился?

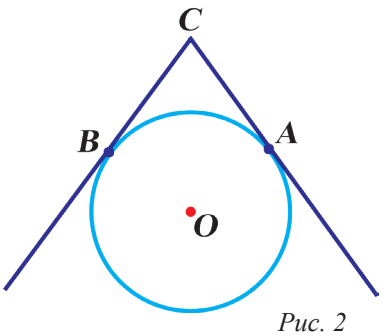


Рис. 2

5. На рисунке 3 через каждую точку проведите прямую так, чтобы эта прямая имела с окружностью только одну общую точку. Для всех ли точек возможно выполнение этого условия?

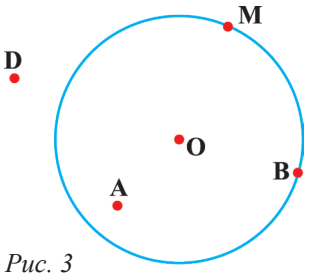


Рис. 3

6. Начертите окружность радиусом 2 см и проведите какой-нибудь диаметр. Из концов диаметра проведите прямые, имеющие с окружностью по одной общей точке. Что вы можете сказать о взаимном расположении этих прямых?

K

III. Прямая пересекает окружность.

В этом случае у прямой и окружности есть две общие точки (M и N). Некоторая часть прямой находится внутри окружности (рисунок 1).

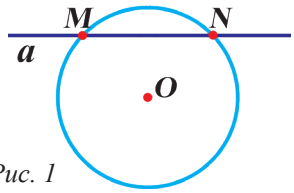


Рис. 1

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется хордой: *MN – хорда* (рисунок 1).

Хорда, которая проходит через центр, называется *диаметром (d)*. Диаметр – самая большая хорда. $d = 2r$.

Если хорды AB и MN пересекаются в точке K, то:
$AK \cdot BK = MK \cdot NK$ (рисунок 2)

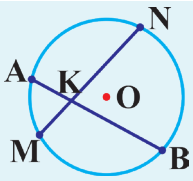


Рис. 2

Задания

1. а) Начертите окружность радиусом 3 см и проведите несколько хорд. Измерьте длину хорд. Как изменяется длина хорды при удалении от центра? Сделайте вывод.

б) Из точки на окружности проведите касательную к этой окружности и хорду. Что вы можете сказать об их количестве?

2. Используя свойство пересекающихся хорд, найдите:

а) AM = 9 см,
MB = 12 см,
CM = 8 см,
DM = ? (рис. 3)

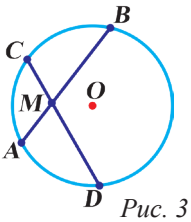


Рис. 3

б) AP = 3 см,
PB = 12 мм,
CP = 5 мм,
DP = ? (рис. 4)

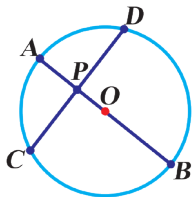


Рис. 4

3. Точка пересечения двух прямых находится внутри окружности (рисунок 5). Точка O – центр окружности.

а) покажите $OK \cdot OP = OA \cdot OB$;

б) найдите DN, если BN = 4 дм, AN = 8,2 дм, CN = 8 дм?

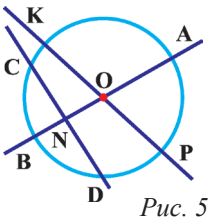


Рис. 5

4. Хорды AB и CD пересекаются в точке K. Найдите DK : BK, если AK : CK = 3 : 2. Обоснуйте ответ.

5. На расстоянии 12 мм, 18 мм и 1,1 см от центра окружности проведены три параллельные прямые. Какая из данных прямых находится между двумя другими? Какие тут могут быть варианты?

6.4. Взаимное расположение двух окружностей

Исследуем взаимное расположение двух окружностей:

I. Окружности не пересекаются.

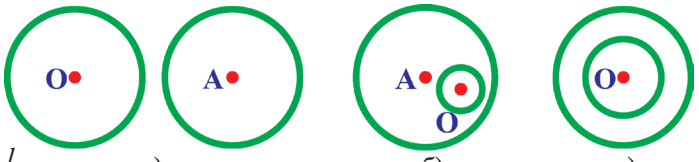


Рис. 1

а) б) в)

Как видно, во всех трёх случаях у окружностей нет общей точки. В этом случае:

1) Одна из окружностей расположена вне другой (рисунок 1, а).

2) Одна из окружностей расположена внутри другой (рисунок 1, б), при этом возможно, что центры окружностей совпадут (рисунок 1, в). Тогда эти окружности называются **концентрическими**.

Задания

1. Начертите две окружности радиусами 3 см и 2 см так, чтобы:
а) одна из них находилась внутри другой;
б) одна из них находилась вне другой;
в) центры окружностей совпадали.

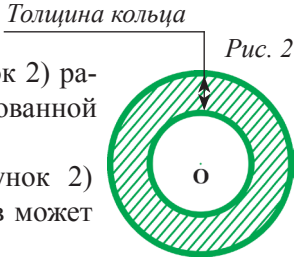


Рис. 2

2. а) Даны две концентрические окружности (рисунок 2) радиусами 10 см и 7 см. Какова толщина заштрихованной части (кольца)?

б) Даны две концентрические окружности (рисунок 2) диаметрами 12 см и 15 см. Сколько сантиметров может быть толщина заштрихованной части (кольца)?

3. Даны две окружности с радиусами 5 дм и 4 дм. Какое наименьшее расстояние, выраженное натуральным числом, должно быть между центрами этих окружностей, чтобы одна из них находилась вне другой?

4. Определите взаимное расположение двух окружностей с центрами в точках A и B соответственно, если их радиусы 22 мм и 18 мм, а расстояние AB = 42 мм.

5. Определите взаимное расположение двух окружностей с центрами в точках C и D соответственно, если их радиусы 3,4 см и 6,7 см, а расстояние CD = 39 см.

6. Найдите расстояние AB по рисунку 3.

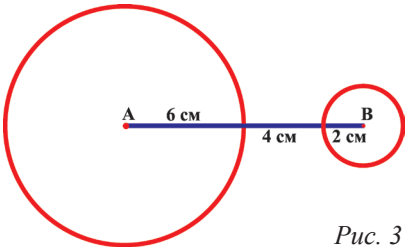


Рис. 3

II. Окружности касаются.

Как видно из рисунка 1, если окружности имеют одну общую точку A, то они касаются друг друга. Окружности могут иметь внешнее и внутреннее касание.

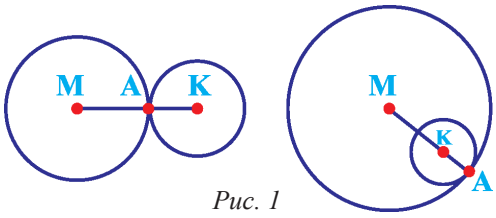


Рис. 1

а) Если две окружности имеют внешнее касание, то расстояние между их центрами равно сумме радиусов: MK = MA + KA.

б) Если две окружности имеют внутреннее касание, то расстояние между их центрами равно разности большего и меньшего радиусов: MK = MA – KA.

Задания

1. Начертите две окружности с радиусами 3 см и 1,5 см так, чтобы:
а) окружности имели внешнее касание;
б) окружности имели внутреннее касание.
В обоих случаях найдите расстояние между центрами окружностей.

2. Что вы можете сказать о расположении окружностей на рисунке 2? Измерьте расстояния между центрами малых окружностей и найдите их сумму.

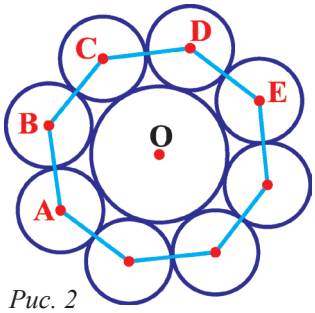


Рис. 2

3. Радиус каждой окружности на рисунке 3 равен 7 см. Найдите периметр четырехугольника MNPK.

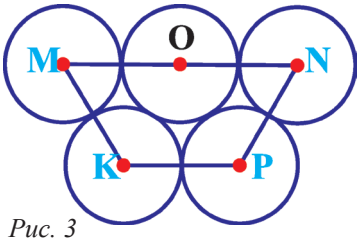


Рис. 3

4. По рисунку 4 найдите периметр треугольника ABC, если радиусы окружностей соответственно равны 4 см, 3 см и 1,5 см.

5. Найдите радиусы окружностей на рисунке 5, если AB = 9 см, BC = 7 см, DC = 7,2 см, AK = 5 см.

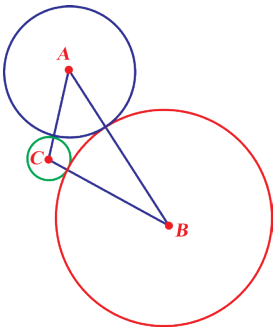


Рис. 4

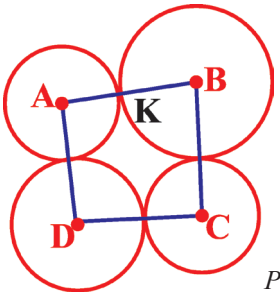
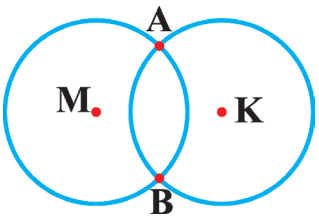


Рис. 5

III. Окружности пересекаются.

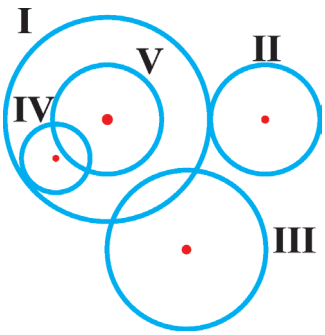


Как видно из рисунка, окружности могут иметь две общие точки A и B.

Задания

1. Начертите в тетради две пересекающиеся окружности.

2. Из рисунка выясните взаимное расположение окружностей:



а) I и II;

б) I и IV;

в) IV и V;

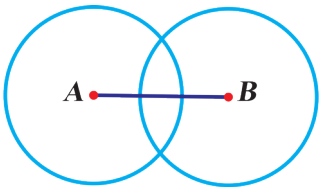
г) I и III;

д) II и III.

3. Начертите две окружности радиусами 3 см так, чтобы у них были две общие точки. Что можно сказать о расстоянии между центрами данных окружностей и суммой радиусов? Ответ обоснуйте.

4. Даны две окружности с диаметрами 5 см и 4,2 см, имеющие две общие точки. Может ли расстояние между их центрами быть равно 6 см?

5. Начертите две пересекающиеся окружности с радиусами 2,5 см и 3,1 см. Найдите наибольшее возможное целое значение расстояния между центрами окружностей A и B.



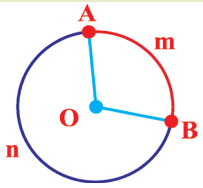
6. Начертите две окружности так, чтобы они имели три общие точки. Возможно ли это? Ответ обоснуйте.

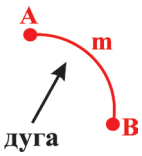
6.5. Дуга. Центральный угол

Часть окружности, находящаяся между двумя её точками, называется дугой.

Дуга обозначается так: $\overset{\smile}{AmB}$.

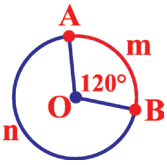
Иногда дугу записывают так $\smile AmB$.





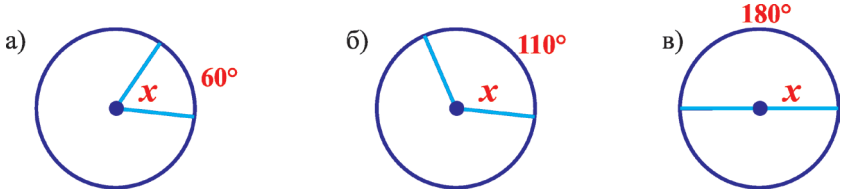
Угол, вершина которого совпадает с центром окружности, называется центральным углом.

На рисунке дан центральный угол $\angle AOB$, $\overset{\smile}{AmB}$ – дуга, на которую опирается этот угол. Градусной мерой дуги называется градусная мера центрального угла, опирающегося на эту дугу. Если $\angle AOB = 120^\circ$ то $\overset{\smile}{AmB} = 120^\circ$. Так как полный угол вокруг точки O равен 360°, $\overset{\smile}{AnB} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

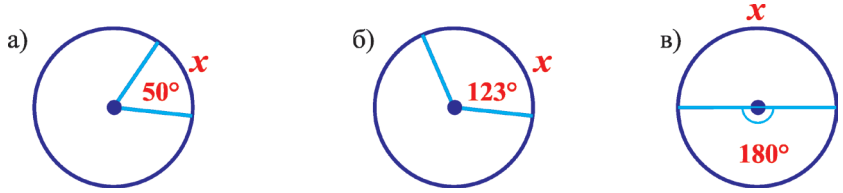


Задания

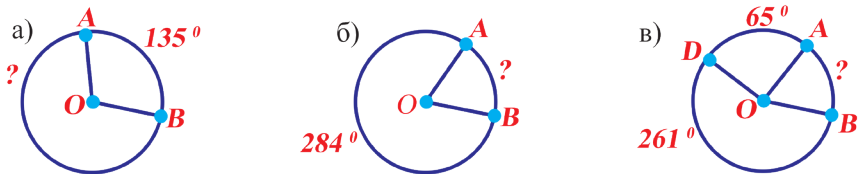
1. По рисунку найдите градусные меры центральных углов по соответствующим им дугам:



2. По рисунку найдите градусную меру дуг по соответствующим им центральным углам:



3. По рисунку найдите градусную меру дуг:



4. Начертите в тетради окружность. С помощью транспортира начертите центральные углы 50°, 80°, 90°, 130°.

6.6. Длина окружности

Исследование: Начертите несколько окружностей разных радиусов. С помощью нити найдите длины этих окружностей. Найдите отношение длины нити к диаметру окружности. Сравните полученные результаты.

В ходе исследования можно увидеть, что данное отношение является постоянным числом и приблизительно равно: $\frac{\text{длина окружности}}{\text{диаметр окружности}} \approx 3{,}14$. Это число записывается в виде буквы $\pi \approx 3{,}14$ (читается «число пи»). Т.е. длина окружности равна произведению диаметра окружности и числа π: $C = \pi d$ или $C = 2\pi r$. Буквой C обозначается длина окружности.

Задания

1. Начертите окружности радиусом:
а) 3 см; б) 2,5 см; в) 15 мм; г) 22 мм.

2. Начертите окружности диаметром:
а) 3 см; б) 2,5 см; в) 15 мм; г) 22 мм.

3. Начертите произвольную окружность и найдите её радиус, измерив его при помощи линейки.

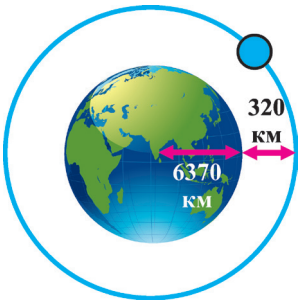
4. а) Найдите длину окружности с радиусом r = 5 см; 3 м; 12 мм; 2,5 дм;
б) Найдите длину окружности с диаметром d = 10 см; 16 мм; 63 дм; 11 м ($\pi \approx 3{,}14$).

5. а) С какой величиной длина окружности находится в прямо пропорциональной зависимости?
б) Как изменится длина окружности, если радиус увеличится в 3 раза?
в) Как изменится длина окружности, если диаметр уменьшится в 4 раза?

6. Длина отрезка AB равна 4 см. Отметьте на прямой AB точку D так, чтобы:
а) AD = 3 см и BD = 7 см; в) AD = 2 см и BD = 62 мм;
б) AD = 1 см и BD = 3 см; г) AD = 9 см и BD = 5 см
Определите количество таких точек.

7. а) Вычислите длину окружности радиусом 31 дм, 200 см, 3200 мм ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ выразите в метрах.
б) Вычислите длину окружности диаметром 12 дм, 130 см, 2200 мм ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ выразите в метрах.

8. Искусственный спутник Земли движется по орбите на расстоянии 320 км от Земли. Найдите длину орбиты спутника, если радиус Земли равен 6370 км. $\pi \approx 3{,}14$.



9. Вычислите длину дуги красного цвета (рисунок 1) окружности радиусом 33 дм, 120 см, 4500 мм ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ выразите в метрах.

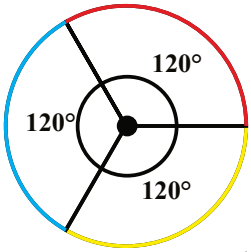


Рис. 1


Рис. 2

10. Радиус руля 34 см (рисунок 2). Вычислите с помощью калькулятора длину руля ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ округлите до десятых.

11. Найдите диаметр колеса (рисунок 3), если длина окружности колеса равна 172,7 см ($\pi \approx 3{,}14$).


Рис. 3

12. Между школьниками проводилась велогонка. Соревнования проводились на треке (спортивное сооружение в виде круга) радиусом 60 м. Велосипедисты должны были преодолеть дистанцию в 4 круга. Найдите приблизительно длину дистанции ($\pi \approx 3{,}14$).




Рис. 4

13. На учебных стрельбах солдаты должны попасть в круговую цель радиусом 20 см (рисунок 4). Чему равна длина окружности цели ($\pi \approx 3{,}14$)?

14. Колесо совершает 250 оборотов на расстоянии 540 м. Вычислите диаметр колеса ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ округлите до единиц.

15. Спортивная площадка имеет форму круга диаметром 100 м. Шамиль пробежал 5 кругов. Найдите расстояние, которое пробежал мальчик.

16. а) Какова зависимость между радиусом и длиной окружности? Как эту зависимость можно записать в виде функции? Найдите коэффициент зависимости.

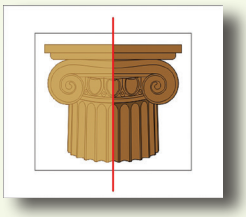
б) Какова зависимость между диаметром и длиной окружности? Как эту зависимость можно записать в виде функции? Найдите коэффициент зависимости.

17. Найдите диаметр колеса, которое на расстоянии 380 м делает 190 оборотов.

18. Начертите три окружности, расстояние между центрами которых равно 16 см, 18 см и 20 см, а диаметры соответственно равны 10 см, 12 см и 14 см. Как они расположены?

Это полезно знать...

Представление о симметрии люди имеют с древних времён. Греческий учёный Платон считал, что упорядочение целого есть превращение целого в гармонию, а суть гармонии в симметрии и пропорции. Он был убеждён, что гармония невозможна без симметрии.







На самом деле, симметричные фигуры красивы и гармоничны, и всё, что создано природой – листья, цветы, птицы, животные – всё подчинено законам симметрии.





С понятием симметрии мы также сталкиваемся и в математике.







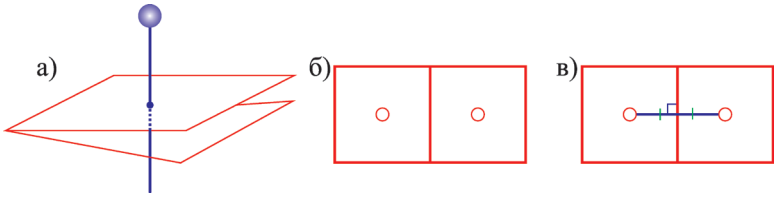




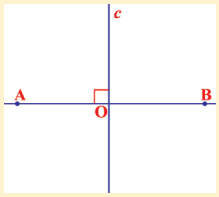


6.7. Осевая симметрия

Исследование: Возьмём лист бумаги и проведём на нём прямую. Сложим лист по этой прямой и проткнём его иглой. Развернём лист. Мы увидим две точки (дырки), находящиеся по разные стороны от линии сгиба. Их называют симметричными относительно проведённой прямой. Если соединить эти точки, получим отрезок, перпендикулярный линии сгиба и делящийся линией сгиба пополам.



Алгоритм построения точки, симметричной заданной относительно прямой:

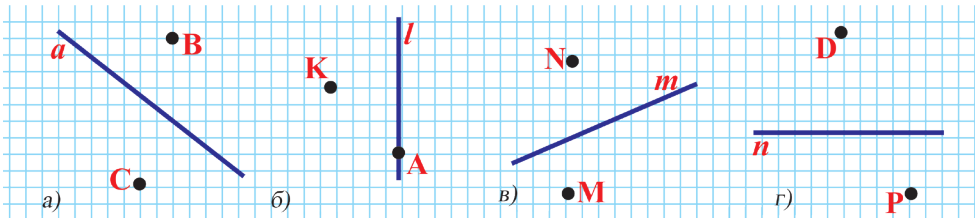


1) возьмём прямую c и точку A, не лежащую на этой прямой;
2) проведём через точку A прямую, перпендикулярную прямой c;
3) отметим точку пересечения этой прямой с прямой c (точка O);
4) от точки O отложим отрезок OB, равный отрезку OA;
5) полученная точка B является точкой, симметричной точке A относительно прямой c.

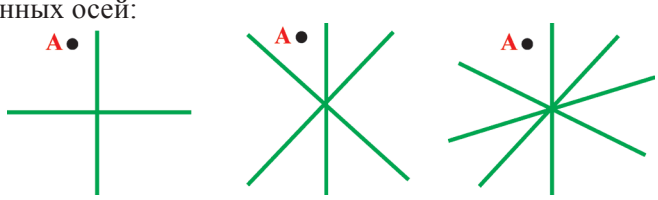
Прямая c проходит через середину отрезка AB и перпендикулярна ему. Точки A и B называются **симметричными** относительно прямой c **точками**. Прямая c называется **осью симметрии**. 2 **фигуры** называются **симметричными** относительно некоторой оси, если они состоят из взаимно-симметричных относительно этой же оси точек. Фигура называется **симметричной** относительно оси, если эта ось делит ее на две симметричные фигуры.

Задания

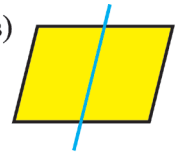
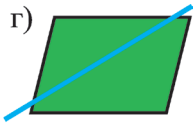
1. Постройте точки, симметричные данным относительно заданной прямой на рисунке:



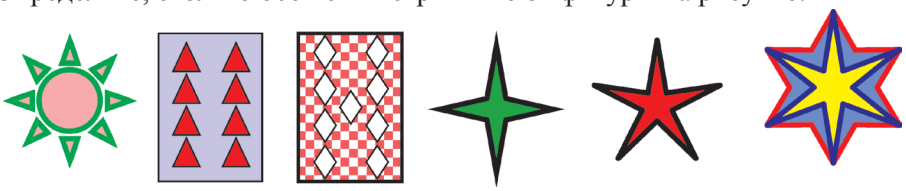
2. Постройте последовательно точки, симметричные точке относительно всех заданных осей:



3. Определите, являются ли прямые на каждом рисунке осями симметрии:

а) 
б) 
в) 
г) 

4. Определите, сколько осей симметрии имеют фигуры на рисунке:



5. а) Начертите прямую. По одну сторону от прямой отметьте три точки. Постройте точки, симметричные этим точкам относительно прямой. Соедините последовательно точки на каждой стороне чертежа. Выразите мнение о полученных фигурах.

б) Предложенное выше задание выполните для 4-х и более точек.

6. На рисунке представлена четвёртая часть плана сада. Скопируйте рисунок в тетрадь и дорисуйте план:

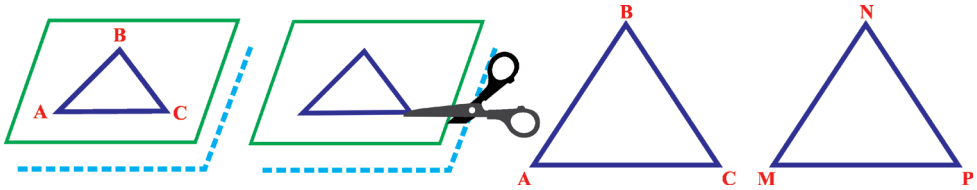
а) 
б) 
в) 

7. Скопируйте рисунки в тетрадь и дорисуйте их так, чтобы они были симметричными относительно заданной оси симметрии. Раскрасьте рисунок.



6.8. Конгруэнтные фигуры

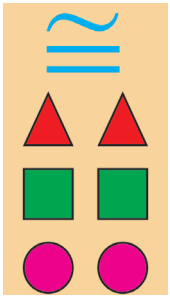
Исследование: 1) Согнем лист бумаги пополам и начертим на нём треугольник.



1) 2) 3)

2) При помощи ножниц вырежем этот треугольник.

3) Получим два треугольника.



Полученные треугольники одинаковы, то есть равны. Равные фигуры при наложении друг на друга совпадают. Такие фигуры называются конгруэнтными. Т.е. треугольник ABC и треугольник MNP являются конгруэнтными фигурами. Для обозначения конгруэнтных фигур используют знак: «≅». Тогда можно записать $\Delta ABC \cong \Delta MNP$.

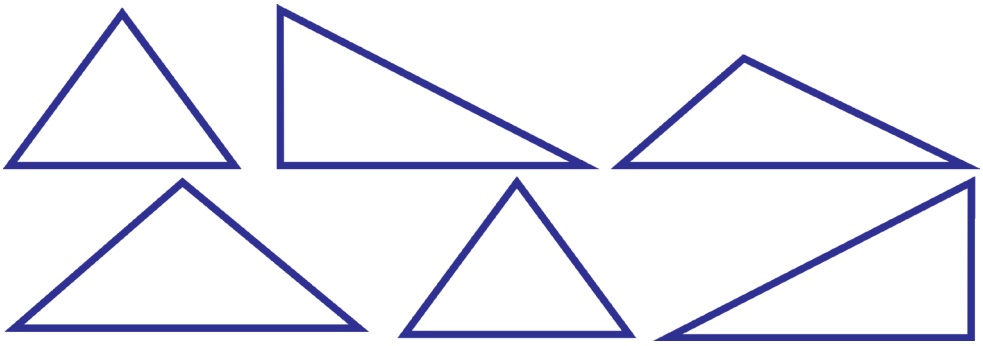
Конгруэнтными фигурами являются отрезки, длины которых равны, треугольники с соответственно равными сторонами, квадраты, у которых стороны равны, окружности с одинаковыми радиусами.

Чтобы проверить, являются ли фигуры конгруэнтными, их надо наложить друг на друга. Если все точки фигур совпадут, тогда фигуры будут конгруэнтными.

Фигуры, симметричные относительно оси симметрии, конгруэнтны.

Задания

1. Из рисунка выберите конгруэнтные фигуры:

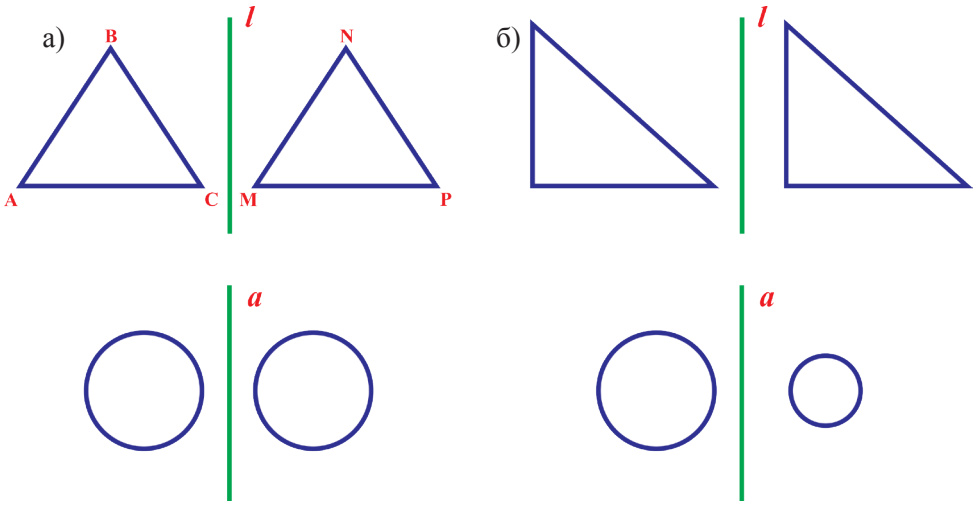


2. Сложите тетрадный лист в четыре раза и нарисуйте любую фигуру. Ножницами вырежьте нарисованную фигуру. Сколько конгруэнтных фигур у вас получилось?

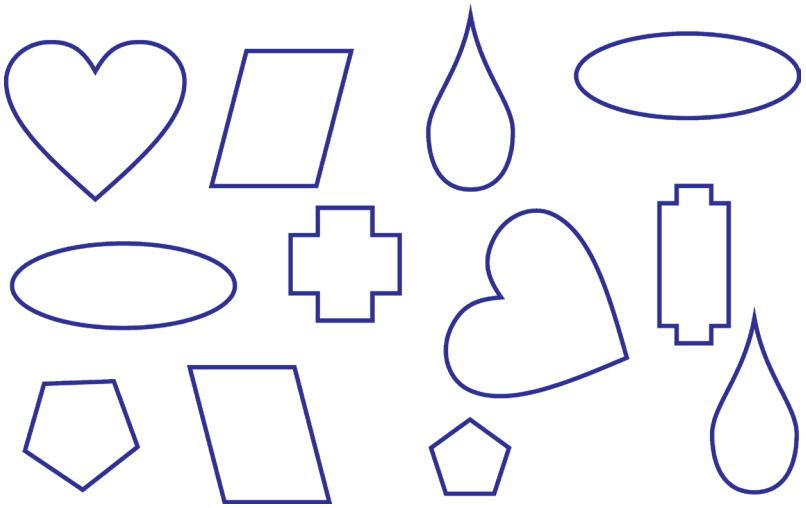
3. Начертите треугольник со сторонами AB = 3 см, AC = 4 см и углом ∠A = 70°. Что можно сказать о треугольниках, который получили вы и ваш сосед по парте? Выразите мнение.

4. Медина говорит, что конгруэнтные фигуры симметричны, а Самира, что симметричные фигуры – конгруэнтны. Кто из них прав?

5. Являются ли фигуры на рисунке конгруэнтными? Какие из них симметричны?



6. Выберите конгруэнтные фигуры:



Проверьте себя

1. Если $\angle 1 = 113^\circ$ (рисунок 1), найдите остальные углы:

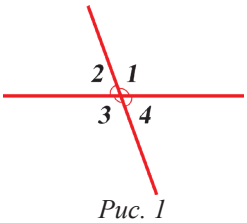


Рис. 1

2. Найдите длину экватора, если диаметр Земли равен 12740 км.

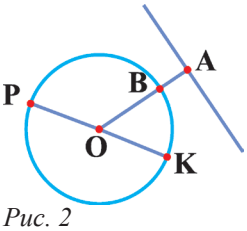


Рис. 2

3. Сумма вертикальных углов равна 210°. Найдите эти углы.

4. Найдите AO (рисунок 2), если AB = 2,3 мм и PK = 11,2 мм.

5. Отметьте в тетради точку A и постройте точку, симметричную ей относительно прямой.

6. Чтобы обхватить ствол дерева-гиганта, растущего в Южной Мексике, несколько десятков человек должны встать в круг и взяться за руки. Диаметр ствола дерева 16 м. Найдите длину обхвата ствола дерева.

7. Как нужно изменить радиус, чтобы длина окружности увеличилась в 8 раз?

8. Найдите x по рисунку 3:

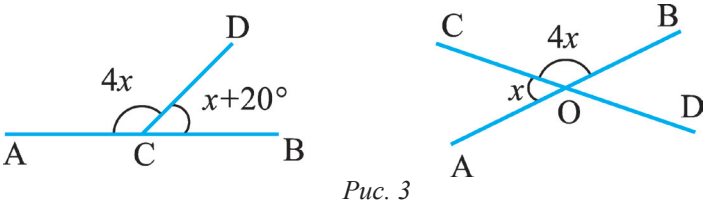


Рис. 3

9. Начертите треугольник ABC, если $\angle A = 60^\circ$, AB = 5 см, AC = 7 см.

10. На рисунке 4 даны два симметричных относительно прямой m четырёхугольника. Какая точка симметрична точке A? Какой отрезок конгруэнтен отрезку AD? Запишите все конгруэнтные стороны и углы.

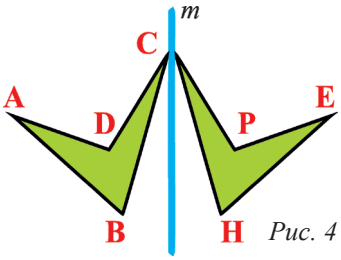


Рис. 4

11. Найдите градусную меру центрального угла по рисунку 5:

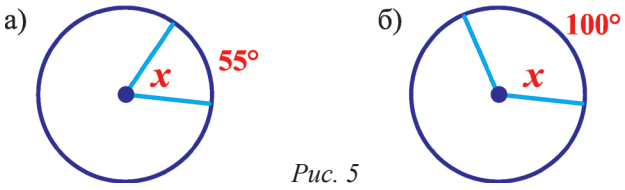


Рис. 5

7 Измерения. Площадь. Объём

В этом разделе вы изучите:

- Единицы длины, площади, объёма и их взаимосвязь;
- Измерение площади фигур;
- Понятия круг, сектор, сегмент и их свойства;
- Разные способы измерения площади круга;
- Нахождение площади поверхности цилиндра;
- Вычисление объёма цилиндра.



Интересные факты об измерении объёма

Древнеегипетские пирамиды являются местом захоронения фараонов. Эти пирамиды были построены египтянами в III тысячелетии до нашей эры из каменных блоков, уложенных лесенкой.

Позже египетские пирамиды обрели более строгие геометрические формы. Такова, например, пирамида Хеопса, высота которой достигает 147 метров. Уже в те времена проводились исследования по вычислению объёмов этих пирамид. В древнеегипетских папирусах, вавилонских клинописных глиняных дощечках приводятся правила расчёта объёмов усечённых пирамид, но не были показаны правила вычисления объёма целой пирамиды.

Объём понимается как ёмкость некоторого геометрического тела, т.е. части среды, ограниченной одной или несколькими замкнутыми поверхностями. Ёмкость выражается количеством единичных кубов в этом объёме. Измерение объёмов аналогично процедуре измерения площадей.

7.1. Единицы длины

Международная система мер (СИ) определяет единицы измерения различных величин. В СИ существует 7 основных единиц, и главная из них – единица длины метр. Метр – одна из первых единиц измерения, эталон которой был определен. Эталон метра – это изготовленная в 1799-м году линейка, ширина которой 25 мм, толщина 4 мм, расстояние между концами 1 м.

Метр считается основной единицей длины. Миллиметр (мм), сантиметр (см), дециметр (дм), километр (км) – производные единицы длины.

В настоящее время во всех государствах мира (кроме США, Либерии и Мьянма) официально принята Международная Система.

Задания

1. Выразите:

а) 0,023 км = ... м;
б) 54300 дм = ... км;
в) 925 м = ... дм;
г) 4067 м = ... мм;
д) 0,00625 км = ... см;
е) 8863 м = ... км.

2. Выразите:

а) 5 км = ... м;
б) 9,4 км = ... м;
в) 0,53 м = ... см;
г) 800 см = ... мм;
д) 100,08 км = ... см;
е) 90,75 дм = ... м.

3. Найдите:

а) 4000 м = ... км;
б) 192 м = ... дм;
в) 14,006 м = ... мм;
г) 0,0835 км = ... м;
д) 2736000 мм = ... км;
е) 82000 дм = ... м.

4. Длина комнаты 7 м. Пюнхан, измерив длину пола в комнате, получил 70,6 дм, а Эльгиз – 69,5 дм. Как вы думаете, почему у них получились разные результаты? Кто из мальчиков совершил большую погрешность?

5. Вычислите, предварительно выразив в метрах:

а) 9 км + 6 дм + 8 мм + 3 м + 12 см;
б) 10 дм + 18 см + 9 мм;
в) 72 мм + 100 дм + 7 см;
г) 71 мм + 18 дм + 63 м + 88 см.

6. Выполните вычисления и запишите результат, округлив его до единиц:

а) 27 км + 35 м + 8 дм + 302 см + 12 км = ... м;
б) 43 дм + 218 см + 7253 мм + 29 м + 2 дм = ... дм;
в) 72 дм + 79 дм + 9200 м + 7360 см = ... дм;
г) 3 м + 92 м + 10 дм + 990 дм = ... мм.

7. Земельный участок имеет форму прямоугольника длиной 2010 см и шириной 10,02 м. Найдите длину забора вокруг участка.



8. От куска ткани длиной 8 м 46 см сначала отрезали половину, а потом ещё $\frac{7}{9}$ остатка. Сколько сантиметров ткани осталось?

9. Длина комнаты Мехти 6 м, а ширина 50 дм. Мама купила ковёр длиной 598 см и шириной 4930 мм. Определите, покроет ли этот ковёр пол в комнате Мехти?

10. **Практическая работа:** Измерьте длину и ширину пола: а) классной комнаты; б) комнаты в вашем доме. Вычислите периметр пола.

11. Выполните соответствующие преобразования:

а) 5 км 32 м = ... м;
б) 10 м 7 мм = ... м;
в) 1,23 км = ... м;
г) 198 см = ... м;
д) 19 км 440 м = ... км;
е) 56 м = ... км;
ж) 657000 м = ... км;
з) 8 км 156 м = ... км.

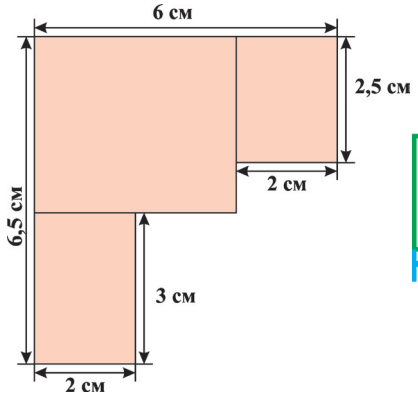
12. а) Преобразуйте в метры и расположите в порядке возрастания:

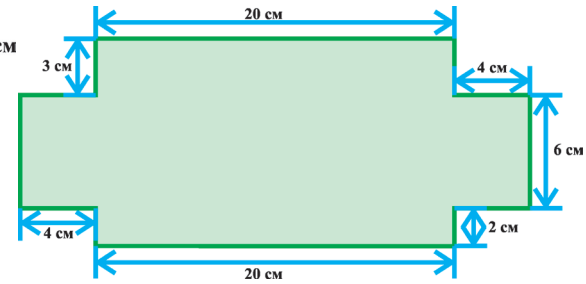
12 см; 11 см 3 мм; 0,8 дм; 12 дм; 2 м 8 см; $\frac{3}{10}$ км; 1,08 дм.

б) Преобразуйте в милиметры и расположите в порядке убывания:

3 дм; 0,21 м; 42 см; 100,3 мм; 0,283 дм; 0,009 м; $\frac{9}{100000}$ км.

13. Найдите периметр фигур на рисунках. Ответ выразите в миллиметрах.





7.2. Измерение и вычисление площади

Площади фигур можно измерять различными инструментами. Одним из таких инструментов является палетка. Это – прозрачная цветная пленка в форме прямоугольника, разделенная на одинаковые квадраты. Палетка накладывается на фигуру. К числу m квадратов, целиком покрывающих контуры фигуры, прибавляется половина числа n квадратов, частично покрывающих фигуру: $S \approx m + \frac{n}{2}$.

Палетка может быть поделена на квадраты со стороной 1 см, 1 мм, 1 дм и т.д. Во всех случаях площадь фигуры измеряется в единицах, задаваемых палеткой.

Образец: Найдём приблизительно площадь треугольника на рисунке.

Решение: Как видим, число целых квадратов равно 7, а число нецелых квадратов – 13. Таким образом S ≈ 7 + 13 : 2 = 13,5 (кв.ед.).

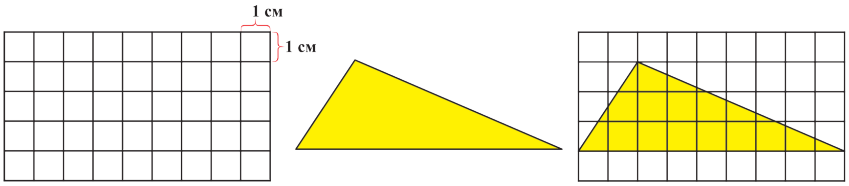


Рис. 1

Задания

1. Изготовьте палетку с квадратами со стороной 1 см. При помощи этой палетки вычислите площадь фигур:



2. Преобразуйте единицы площади:

а) 14 м^2 = ... дм^2; б) 37000 м^2 = ... ар;

в) 800000 мм^2 = ... см^2; г) 7,9 ар = ... м^2.

3. Заполните пропуски:

а) 34 ар = ... га; б) 21 га = ... ар; в) 521 дм^2 = ... см^2;

г) 7100 см^2 = ... ар; д) 48 га = ... м^2; е) 40 м^2 = ... мм^2.

4. Вычислите, предварительно выразив в арах:

а) 67 га + 14 дм^2 + 100 м^2; б) 300 м^2 + 41 га + 200000 см^2;

в) 6000 ар + 2 га – 400 м^2; г) 2 км^2 + 3 ар + 70 дм^2.

Образец: 5 ар + 8 км^2 + 12 м^2 = 5 ар + 80000 ар + 0,12 ар = 80005,12 ар.

5. Преобразуйте единицы площади:

а) 4 км^2 + 5 га + 8 м^2 + 2 дм^2 + 200 см^2 = ... дм^2;

б) 63 га + 8 м^2 + 300 дм^2 = ... см^2;

в) 7 м^2 + 500 дм^2 + 210 ар + 40 га = ... мм^2.

Образец: 5 км^2 + 3 га + 7 см^2 = 5000000 м^2 + 30000 м^2 + 0,0007 м^2 = = 5030000,0007 м^2.

6. Ширина участка земли прямоугольной формы равна 15,56 м, длина в 2 раза больше. Найдите площадь участка.

7. Измерьте при помощи линейки длину сторон прямоугольников (рисунок 2). Вычислите их площади при помощи палетки и по формуле (в см^2). Сравните полученные результаты:

а) б) в)

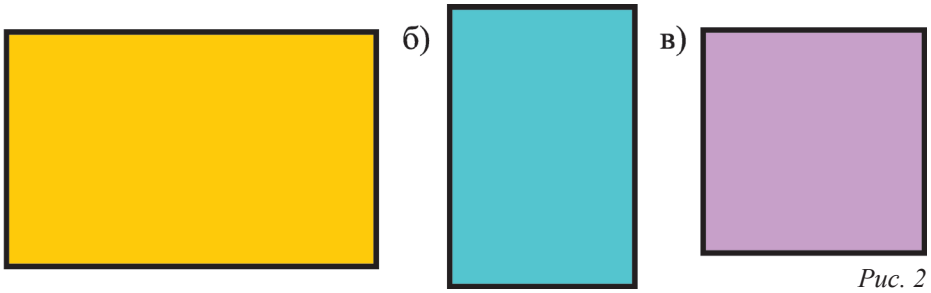


Рис. 2

8. Дорисуйте треугольник до прямоугольника (рисунок 3). Вычислите площадь прямоугольника. Найдите площадь треугольника с помощью палетки. К какому результату вы пришли?

а) б) в)

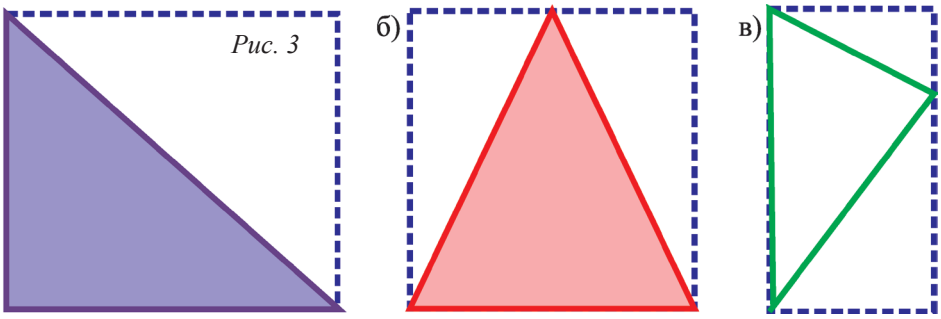


Рис. 3

Правда ли, что площадь треугольника равна половине площади прямоугольника, до которого можно достроить треугольник?

9. Начертите произвольный треугольник. Достройте его до прямоугольника и найдите площадь треугольника при помощи палетки.

10. Найдите площадь треугольника на рисунке 4 при помощи палетки. Затем достройте треугольник, как показано на рисунке, до двух прямоугольни-

ков. Вычислите площади треугольников ABD и ADC. Сравните результат, полученный при помощи палетки с вычисленной суммой площадей треугольников.

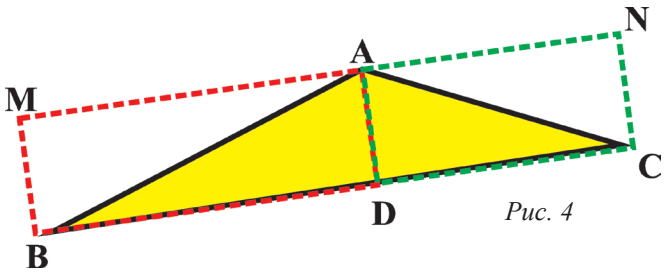


Рис. 4

11. Начертите в тетради треугольник, изображенный на рисунке 5 (изменив размеры), и определите площадь треугольника так же, как в предыдущем задании.

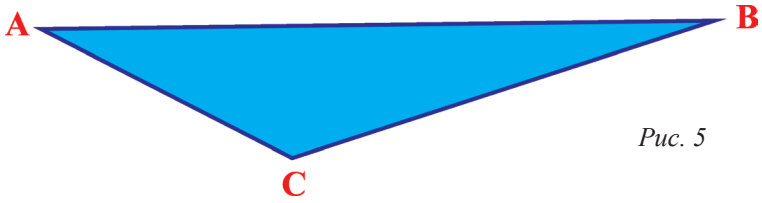


Рис. 5

12. Найдите площади фигур при помощи палетки (рисунок 6).

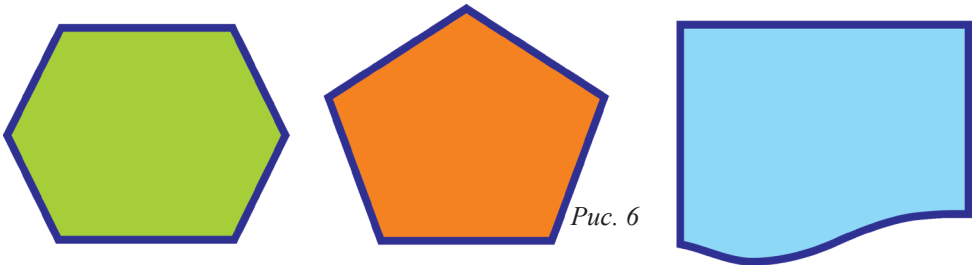
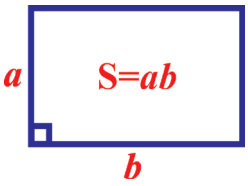


Рис. 6

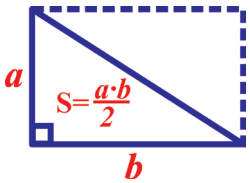


Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения сторон образующих прямой угол.

13. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если стороны его прямого угла равны:

а) 8 см и 16 см;

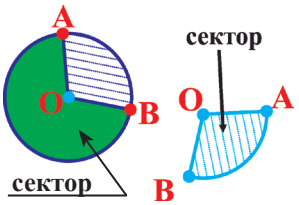
б) 20 мм и 26 мм.



7.3. Круг. Сектор. Сегмент

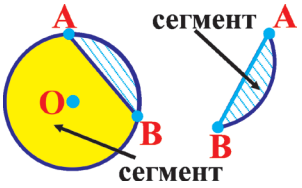
Окружность вместе со своей внутренней областью называется *кругом*. Часть круга, находящаяся между двумя радиусами, называется *сектором*.

Заштрихованная и закрашенная зелёным цветом на рисунке части круга являются секторами.



Часть круга, отсекаемая хордой, называется *сегментом*.

Заштрихованная и закрашенная желтым цветом части круга на рисунке являются сегментами.



Задания

1. Начертите круг радиусом 5 см. Разделите его на 5 одинаковых секторов. Полученные части раскрасьте разными цветами.

2. Камиля испекла круглый торт и разделила его на 3 части (сектора). Одна часть соответствует центральному углу 35°, другая углу на 25° больше. Найдите величину центрального угла, соответствующего третьей части.

3. На рисунке 1 в каждом круге сектора раскрасьте красным цветом, а сегменты – синим. Точка O – центр круга.

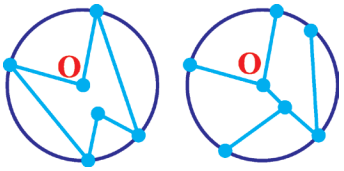


Рис. 1

4. Начертите круг радиусом 3 см. Проведите в нем какую-нибудь хорду и заштрихуйте получившийся сегмент.

5. а) Какую часть круга составляет сектор, соответствующий центральному углу в 90°? Изобразите этот сектор.

б) Какую часть круга составляет сектор, соответствующий центральному углу в 120°? (рисунок 2).

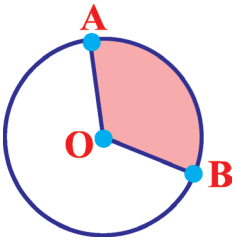
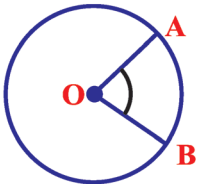


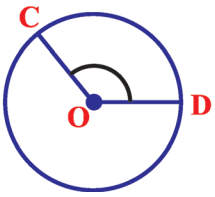
Рис. 2

6. При помощи транспортира найдите градусную меру углов на рисунке 3: Какую часть круга составляет полученный сектор?

а)



б)



в)

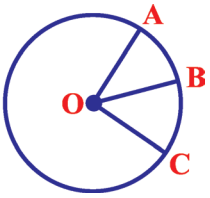
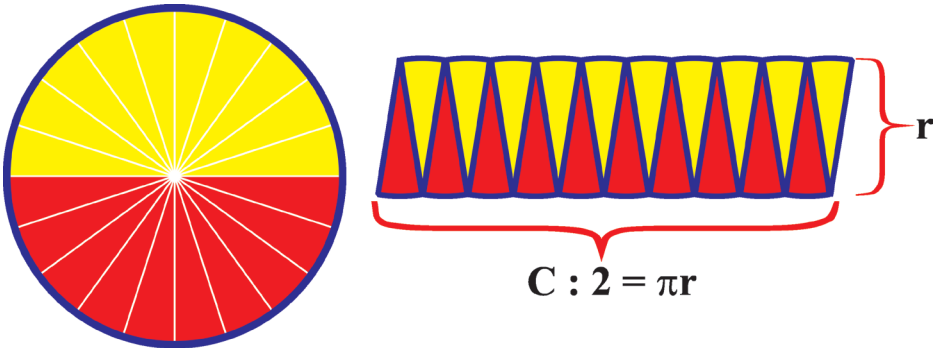


Рис. 3

7.4. Площадь круга

Исследование: Площадь круга можно вычислить различными способами. Рассмотрим один из них: чтобы найти площадь круга, разделим его на одинаковые сектора, представив их как показано на рисунке:



Если размеры секторов уменьшать, то количество секторов увеличится и получаемая фигура всё больше и больше будет похожа на прямоугольник. И по рисунку видно, что одна из сторон этого прямоугольника $C : 2 = 2\pi r : 2 = \pi r$. Таким образом, получается, что площадь круга вычисляется по формуле:

$$S = \pi r \cdot r = \pi r^2$$

Здесь $\pi \approx 3{,}14$.

Образец: Площадь круга радиусом 5 см находится так:

$S = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 25 \cdot 3{,}14 = 78{,}5$ см^2.

Задания

1. Начертите круг радиусом 3 см и разделите его на сектора (как можно меньшие). Разрежьте круг на сектора и расположите их в ряд. Найдите площадь.

2. Найдите площадь круга радиусом:
а) $r = 2$ см; б) $r = 1{,}5$ см; в) $r = 25$ мм; г) $r = 10$ мм.

3. Выведите формулу для нахождения площади круга по диаметру. По ней найдите площадь круга с диаметром (при расчётах можно использовать калькулятор):
а) $d = 5$ см; б) $d = 3{,}6$ см; в) $d = 30$ мм; г) $d = 20$ мм.

4. Начертите две концентрические окружности с радиусами 6 см и 4 см. Найдите площадь части между двумя окружностями.

5. Площади кругов на рисунке 1 найдите сначала при помощи палетки. Потом измерьте линейкой радиусы и вычислите площади по формуле. Сравните полученные результаты.

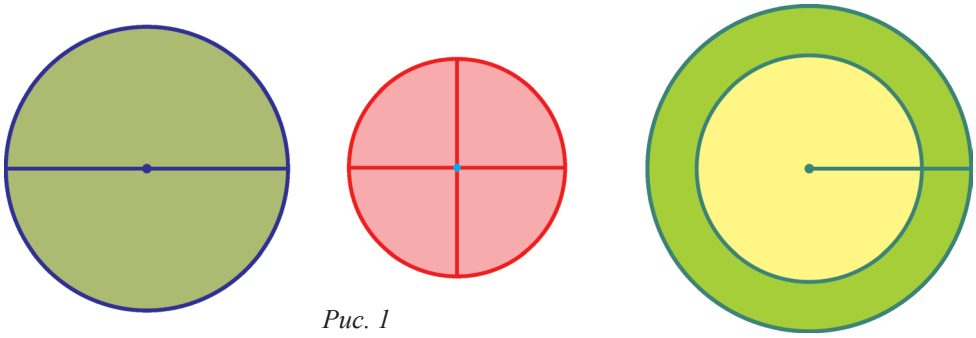


Рис. 1

6. Круги на рисунке 2 разделены на равные сектора. Найдите площадь закрашенного сектора (*Примечание*: чтобы найти площадь сектора, надо площадь круга разделить на количество секторов). При вычислениях можно использовать калькулятор ($\pi \approx 3{,}14$).

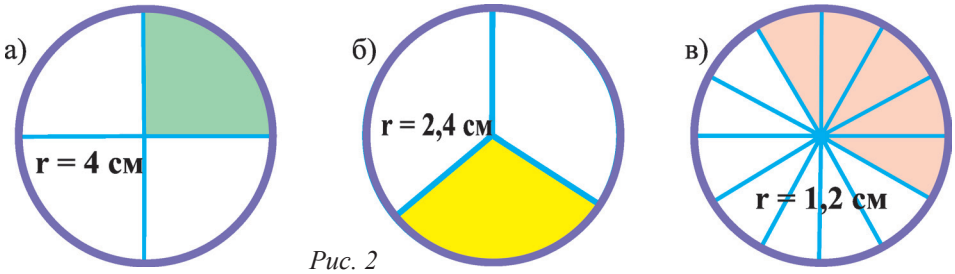


Рис. 2

7. Найдите площади закрашенных фигур на рисунке 3 ($\pi \approx 3{,}14$).

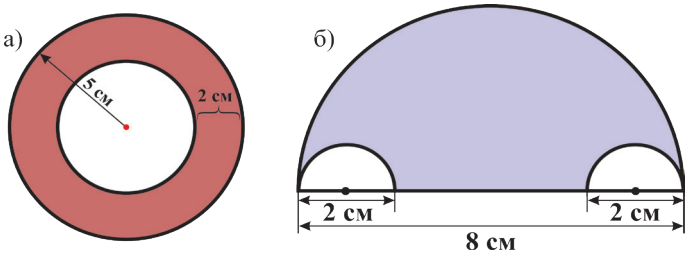


Рис. 3

8*. Найдите площадь закрашенной части квадрата на рисунке 4, если AB = 7 мм. На первом рисунке изображены половинки круга с диаметром 7 мм, а на втором рисунке – одна четвертая часть круга с центром в точке C и диаметром 7 мм ($\pi \approx 3{,}14$).

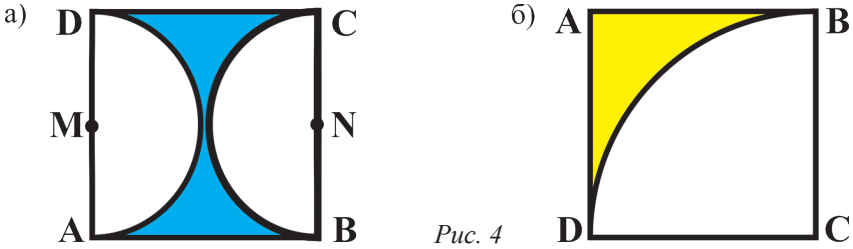


Рис. 4

7.5. Площадь полной поверхности цилиндра

Круги в развёртке цилиндра конгруэнтны и называются основаниями цилиндра. Развёртка боковой поверхности цилиндра представляет собой прямоугольник. Прямоугольник и два круга составляют полную поверхность цилиндра. Площадь полной поверхности можно вычислить.

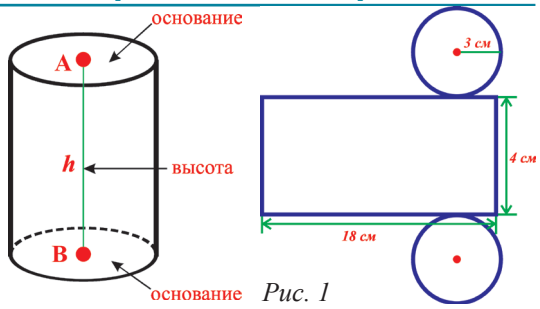


Рис. 1

Образец: Найдём площадь полной поверхности цилиндра по рисунку 1 ($\pi \approx 3$).

Решение: Развёртка цилиндра состоит из двух конгруэнтных кругов и прямоугольника.

- Сначала найдём площадь круга: $\pi r^2 = 3 \cdot 3^2 = 27$ см^2.
- Так как оснований два, то: $2 \cdot 27 = 54$ см^2.
- Развёртка боковой поверхности – это прямоугольник со сторонами 4 см и 18 см (одна сторона прямоугольника – высота цилиндра, другая сторона равна длине окружности круга основания: $C = 2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ см)
- Площадь этого прямоугольника: : $18 \cdot 4 = 72$ см^2.
- Таким образом, площадь полной поверхности цилиндра равна: $72 + 54 = 126$ см^2.

Ответ: 126 см^2.

Задания

1. Приведите примеры предметов, имеющих форму цилиндра.

2. Начертите в тетради цилиндр в указанной на рисунке 2 последовательности:

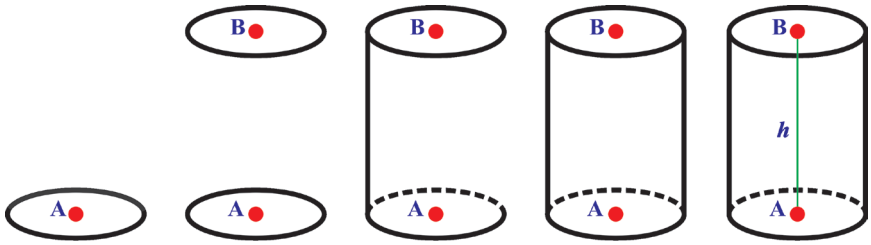
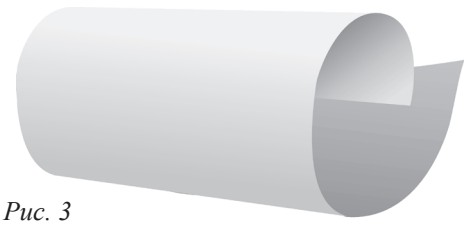


Рис. 2


Рис. 3

3. Возьмите прямоугольный лист бумаги и сверните его в цилиндр (рисунок 3). Как вы найдёте высоту цилиндра? Этот же лист сверните в другом направлении и найдите высоту нового цилиндра.

4. На рисунке 4 цилиндр расположен внутри параллелепипеда. По рисунку найдите длину высоты и радиуса основания цилиндра.

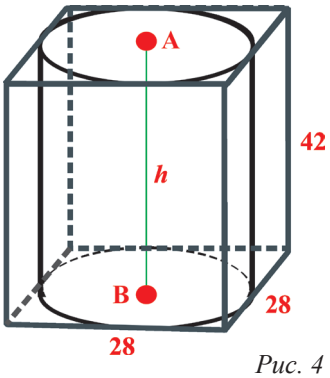
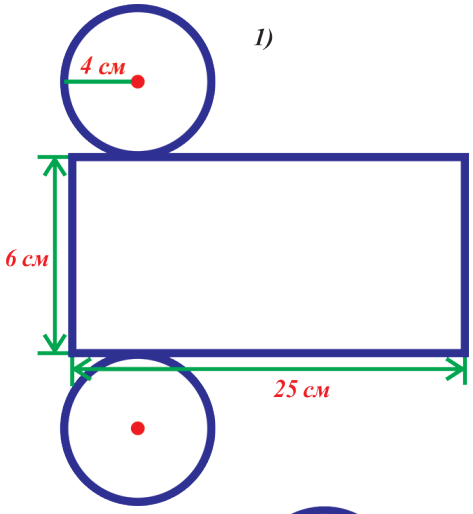


Рис. 4



5. Найдите площадь полной поверхности цилиндра по образцу (рисунок 5 (1, 2, 3)) ($\pi \approx 3$).

Примечание: Длина второй стороны прямоугольника равна длине окружности круга основания.

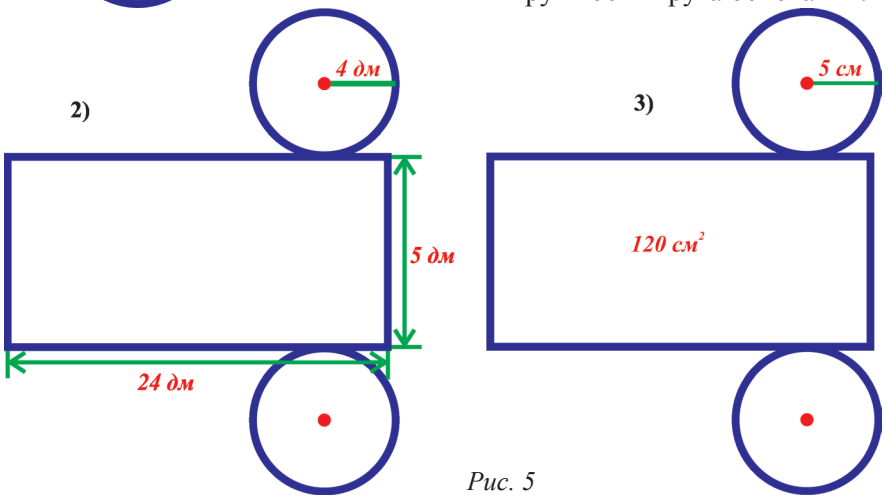


Рис. 5

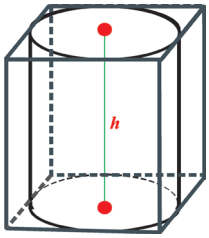
6. Горшок для цветов в форме цилиндра надо обернуть цветной тканью. Радиус основания горшка 15 см, а высота 20 см. Сколько $см^2$ ткани для этого потребуется?



7.6. Единицы объёма. Объём цилиндра

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту.

Объём цилиндра вычисляется по формуле: $V = S \cdot h$.



Здесь S – площадь основания, h – высота цилиндра.
Единицы объема: мм^3, см^3, дм^3, м^3, км^3, литр.

Задания

1. Выразите:

Образец: 22 дм^3 = 22 · 0,001 м^3 = 0,022 м^3;

а) 15 см^3 = ... мм^3; б) 22 дм^3 = ... м^3; в) 12000 см^3 = ... м^3;

г) 75 дм^3 = ... см^3; д) 41 м^3 = ... дм^3; е) 364 дм^3 = ... мм^3.

2. Вставьте вместо точек пропущенные числа:

а) 2300 м^3 = ... дм^3; б) 820 дм^3 = ... м^3; в) 1000000 м^3 = ... дм^3;

г) 1,3 км^3 = ... м^3; д) 3 м^3 = ... мм^3; е) 376 см^3 = ... мм^3.

3. Найдите сумму, предварительно выразив в м^3:

а) 3 м^3 + 8000 дм^3; б) 200000 дм^3 + 3000000 мм^3;

в) 86 см^3 + 16000 мм^3; г) 0,00000055 км^3 + 7200 см^3.

4. Сравните: (1 баррель = 159 л)

а) 10 000 м^3 и 3 барреля; г) 10 543 мм^3 и 543 см^3;

б) 1 000 дм^3 и 1 м^3; д) 49 л и 50 дм^3;

в) 100 см^3 и 1 л; е) 10 м^3 и 120 см^3.

5. По нижеприведенным данным вычислите объём цилиндра:

а) S = 15,2 мм^2, h = 2 мм;

б) S = 42 см^2, h = 1,2 см;

в) S = 12,4 м^2, h = 4 м.

6. Банку в форме цилиндра на 70% заполнили водой. Если объём всей банки равен 5 л, сколько литров воды в банке?

7. В баке было 2040 л бензина. В первый день израсходовали 826 л, во второй день половину остатка. Сколько литров бензина осталось в баке?

8. Вычислите, сделав соответствующие преобразования:

а) 18 км + 350 м + 90 дм + 3020 см + 7000 мм = ... м;

б) 23 см^2 + 118 м^2 + 9,3 м^2 + 0,89 см^2 = ... см^2;

в) 12 дм^3 + 2 м^3 + 9200 см^3 + 73,6 мм^3 = ... м^3.

9. **Практическая работа:** Выполните необходимые измерения по рисунку 1 и найдите объём цилиндра.

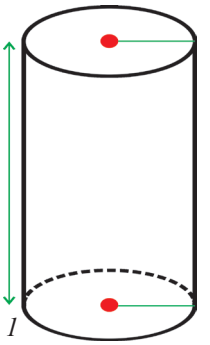


Рис. 1

10. Найдите объём цилиндра, если площадь основания равна 20 м^2, а высота равна 2 м.

11. Найдите площадь основания цилиндра, если его объём равен 120 м^3, а высота равна 8 м.

12. В баке бензовоза было 24000 литров бензина. Сколько литров бензина осталось после того, как опустошили $\frac{1}{4}$ часть бака? Ответ выразите в баррелях (1 баррель = 159 литров бензина) (рисунок 2).



Рис. 2

13. Найдите объёмы цилиндров по рисунку 3 ($\pi \approx 3{,}14$):

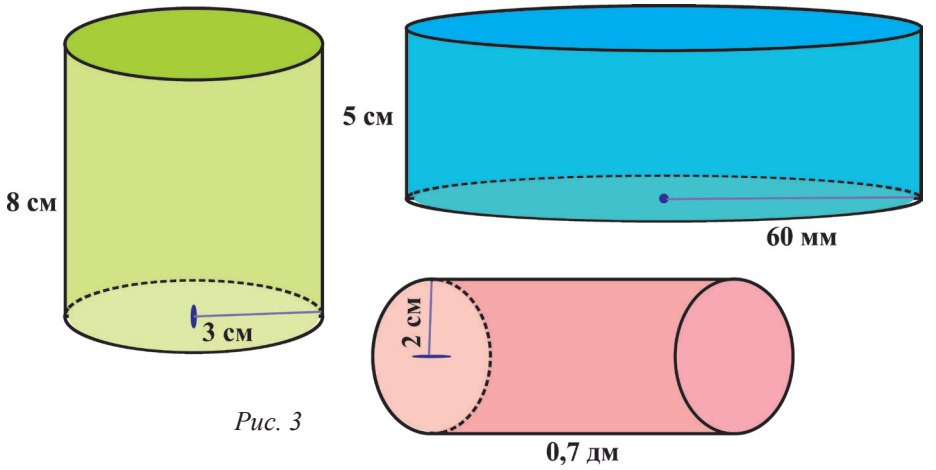


Рис. 3

14. Полено объёмом 15 м^3 имеет форму цилиндра. На сколько одинаковых частей можно распилить это полено по ширине, сделав два распила? Найдите объём каждой части.

15. Начертите развёртку цилиндра на рисунке 4 и отметьте на нём измерения.

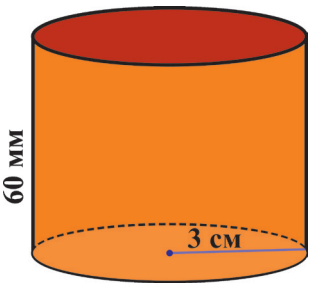


Рис. 4

Проверьте себя

1. Выразите в метрах 0,0024 км.

2. Выполните преобразования:

а) 15 см^3 = ... мм^3; б) 22 дм^3 = ... м^3; в) 12000 см^3 = ... м^3;

г) 75 дм^3 = ... см^3; д) 41 м^3 = ... см^3; е) 364 дм^3 = ... мм^3.

3. Найдите площадь круга радиусом 1,2 см.

4. Найдите площадь закрашенной части на рисунке 1, если сторона квадрата 3 см, радиус полуокружности равен 15 мм ($\pi \approx 3$).

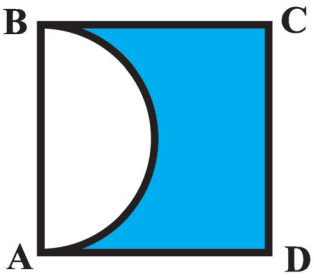


Рис. 1

5. Холодильник находится в углу на кухне. Высота холодильника 1,8 м, а стороны основания равны 0,8 м и 1 м. Найдите, сколько см^2 составляет загороженная холодильником площадь каждой стены.

6. Найдите объём цилиндра, если площадь основания равна 12 м^2, а высота 52 см.

7. Круг радиусом 22 мм разделён на 8 равных секторов. Найдите площади этих секторов.

8. Найдите площадь полной поверхности цилиндра на рисунке 2.

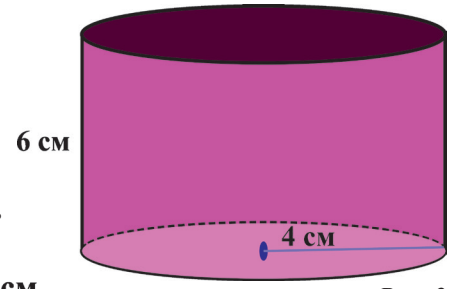


Рис. 2

9. С помощью палетки найдите площадь фигуры (рисунок 3).

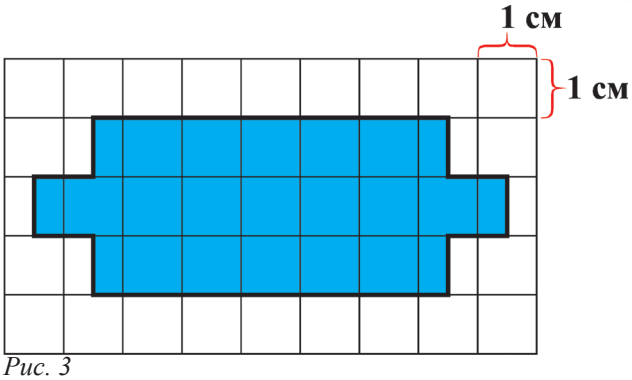


Рис. 3

10. Найдите объём цилиндра с диаметром основания 3 см и высотой 1 см ($\pi \approx 3{,}14$). Ответ округлите до десятых.

8 Статистика. Вероятность

В этом разделе вы изучите:

- Сбор и исследование информации различной тематики;
- Построение таблицы, характеризующей изменение отобранной информации;
- Построение диаграммы и гистограммы соответствующей информации;
- Понятия среднего арифметического, моды и медианы;
- Прогнозирование на основе информации;
- Понятие вероятности, равновероятные, маловероятные и высоковероятные события;
- Правила нахождения числа всевозможных исходов;
- Правила нахождения числа благоприятных исходов относительно сложных событий.



Интересные факты о возникновении статистики

Слово *статистика* образовано от латинского слова "status", что буквально означает состояние события. Из корня этого слова образовались следующие слова: "stato" (государство), "statista" (статистик – знаток государственных дел) и "statistika" (статистика – набор определённых знаний, информации о государстве). Этот термин впервые применил немецкий ученый, профессор философии и права Готфрид Аксенвал (1719–1772). С 1746 года он начал преподавать новый предмет «Статистика» в Марбургском, а позже в Геттингенском Университетах Германии.

Статистика занимается сбором, переработкой, сравнением и анализом информации. Всё это преследует цель – оказать содействие людям при решении определённых проблем.

8.1. Сбор информации

Для принятия правильного решения информацию, которую мы получаем из жизненной ситуации, надо правильно обработать. Но для этого сначала надо собрать соответствующие данные. Собрать их можно разными способами. Для этого надо определить проблему, уточнить методы сбора информации, выявить круг вопросов для исследования, определить форму представления собранной информации, определить достоверность информации и т.д.

Исследование 1: В честь празднования 8 ноября праздника «Дня Победы», посвящённого победе во второй Карабахской войне, школьники решили заложить сад под названием «Сад Победы». Посадку деревьев планировалось проводить в свободное время. Но выяснилось, что на это мероприятие им приходилось тратить только лишь определённую часть суток. В любых делах для принятия верного решения важно обладать определённой информацией. Для осуществления акции по посадке деревьев необходимо предварительно уточнить следующее: 1) Какие деревья лучше прорастут в месте проживания школьников; 2) Какое время суток наиболее удобно для посадки деревьев; 3) На каких участках, выбранной территории, можно сажать деревья; 4) Во сколько обойдутся саженцы; 5) Имеется ли достаточно денежных средств для осуществления этой акции. В противном случае, к кому можно будет обратиться за спонсорской помощью.

Исследование 2: Вы хотите купить качественный компьютер за приемлемую цену. Для этого надо собрать достоверную информацию, такую, как: Где продаётся компьютер? Какова цена компьютера? Какая фирма изготовила компьютер? Каково качество компьютера? Какие гарантии даёт фирма? Каково качество обслуживания гарантирующей фирмы? и т.д.

Статистика – наука, которая занимается сбором, обработкой, сравнением и анализом информации. Она помогает людям решать определённые проблемы.

Задания

1. Школьная администрация хочет создать для учеников спортивные кружки. С какими вопросами надо обратиться к учащимся, чтобы узнать, какой вид спорта наиболее востребован среди детей?

2. Какой метод можно предложить для выбора лидера класса? Какие вопросы надо поставить, чтобы определить качества лидера?

3. Вы хотите семейно отдохнуть во время летних каникул. Какой живописный уголок Азербайджана вы бы предпочли? Составьте вопросы, которые помогут сделать вам правильный выбор. При исследовании можете воспользоваться интернет-ресурсами.

4. Вы хотите со старшим братом открыть кондитерский цех. Составьте вопросы, которые помогут вам определить, какой вид продукции должен производить цех.

5. Какую профессию вы хотите выбрать? Почему вы хотите выбрать именно эту профессию? Составьте по данной теме интересующие вас вопросы.

8.2. Построение таблиц, отражающих характер изменения информации

Информацию надо уметь не только собрать, но и обработать. Для анализа информации её представляют в различных формах. Одним из наиболее частых и привычных способов представления информации является таблица. Но она должна быть составлена в удобной для обработки информации форме.

Исследование: На праздник школьники решили купить сладости. Оказалось, что единого мнения на этот счёт нет. Тогда один из ребят предложил всем ответить на вопрос: «Что ты любишь больше всего: шекербуру, пахлаву, конфеты или печенье?». При этом каждый должен был обязательно выбрать что-то одно, самое любимое. Мнения ребят были записаны в таблицу:

№	Имя	Название сладостей
1.	Лала	шекербура
2.	Нигяр	пахлава
3.	Натиг	конфеты
4.	Рауф	печенье
	--------	----------

Эта таблица оказалась слишком длинной и неудобной для анализа. И они составили новую таблицу:

Любимая сладость	Подсчёт	Количество детей
шекербура	𝍸 𝍸 //	12
пахлава	𝍸 ////	9
конфеты	𝍸	5
печенье	𝍸 //	7

Эта таблица более удобна для обработки информации. По данным таблицы дети приняли решение: покупать надо шекербуру.

Задания

1. Составьте таблицу: «Дети, каким видом спорта вы хотите заниматься?». В каком виде надо составить таблицу, чтобы она была наиболее удобной? Каждый ученик может предложить свой вид таблицы.

2. Чтобы определить капитана футбольной команды, надо провести опрос и составить таблицу. Как вы думаете, какие вопросы должны быть заданы для правильного выбора капитана? Составьте таблицу.

3. Собранную информацию представили в виде таблицы:

Класс	Месяц рождения											
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
VI а	///	//	///	////	/		//	//	////	/	//	////
VI б	/	////	/	////		////	/		//	///	/	//

Проанализируйте таблицу и выясните характер информации. Определите, какие вопросы были поставлены при создании таблицы и запишите эти вопросы.

4. В таблице представлена информация о видах машин, которые проезжали около школы в утренние часы:

Временной интервал	Вид транспорта		
	Автобус	Легковой автомобиль	Грузовой автомобиль
7^{30}–7^{40}	𝍸 ///	𝍸 𝍸	𝍸 𝍸 𝍸 //
7^{40}–7^{50}	𝍸 ///	𝍸 𝍸 𝍸 /	𝍸 𝍸 𝍸
7^{50}–8^{00}	𝍸 𝍸	𝍸 𝍸 𝍸 ////	𝍸 𝍸 𝍸 //
8^{00}–8^{10}	𝍸 ////	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 //	𝍸 𝍸 ///

Обработав информацию, дети записали в тетради таблицу в другой форме:

Временной интервал	Вид транспорта			Всего
	Автобус	Легковой автомобиль	Грузовой автомобиль	
7^{30}–7^{40}	8	10	17	
7^{40}–7^{50}	8	15	15	
7^{50}–8^{00}	10	19	17	
8^{00}–8^{10}	9	22	13	

а) Определите, в каком из столбцов количество машин подсчитано неверно? Найдите количество каждого вида транспорта.

б) Сколько процентов транспорта в промежутке 7^{30}–7^{40} составляли автобусы? (ответ округлите до целых).

5. В таблице представлена информация о том, чем занимался школьник в течение дня:

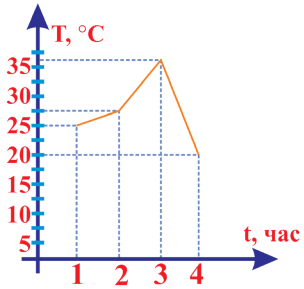
Дела	Школа	Отдых	Игра на компьютере	Приготовление уроков	Просмотр телевизора	Сон	Другие дела
Время	7 часов	1 час	2 часа	3 часа	2 часа	7 часов	2 часа
Процент							

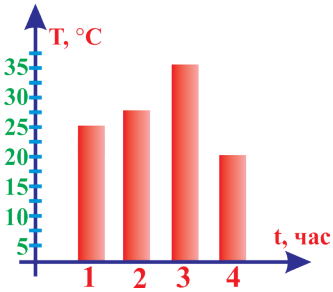
Заполните таблицу, выразив в процентах время, потраченное на каждое занятие школьника. По таблице составьте несколько вопросов.

8.3. Диаграмма

Иногда для представления информации удобно построить диаграмму. Диаграммы бывают линейные, столбчатые и круговые.

1) Для представления изменения температуры за промежуток времени построим **линейную** и **одностолбчатую** диаграмму:





В линейной диаграмме точки последовательно соединяются линией.

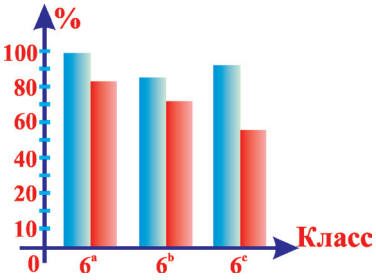
2) **Многостолбчатые** диаграммы.

Исследование 1: Для сравнения результатов успеваемости и качества учащихся трёх шестых классов за второе полугодие построим двухстолбчатую диаграмму. Успеваемость будет отображаться столбиком синего цвета, а качество – красного:

По диаграмме можно ответить на следующие вопросы:

а) На сколько процентов качество обучения учащихся $6^{а}$ класса больше, чем $6^{б}$?

б) на сколько процентов успеваемость учащихся $6^{с}$ класса отстаёт от успеваемости других классов? и т.д.



Как видно, при помощи двухстолбчатой диаграммы легко произвести сравнение между величинами.

3) **Круговые** диаграммы отображают связь между частями целого.

Исследование 2: Распределение видов спорта, которыми занимаются учащиеся шестых классов, в процентах выражено так: футбол – 35%, волейбол – 25%, теннис – 15%, шахматы – 15%, плавание – 10%.

Для представления данной информации разделим круг на сектора. Зная, что весь круг 360°, определим в градусах соответствующие проценты:

1) Футбол: $360 \cdot 0{,}35 = 126°$;

2) Волейбол: $360 \cdot 0{,}25 = 90°$;

3) Теннис и шахматы: $360 \cdot 0{,}15 = 54°$;

4) Плавание: $360 \cdot 0{,}1 = 36°$.

Таким образом, круг надо разделить на сектора 126°, 90°, 54°, 54°, 36°.



Задания

1. Соберите информацию о калориях в продуктах, которые вы съели в течение дня. Составьте таблицу с данными. По данным таблицы постройте круговую диаграмму.

2. В течение трёх дней Мелек среди своих подруг проводила опрос: «Сколько времени в течение дня вы проводите в социальных сетях?» Результаты опроса она представила в виде таблицы:

Имя подруги	*Понедельник*	*Вторник*	*Среда*	*Всего*
Гюнай	7 мин.	15 мин.	9 мин.	
Айгюль	11 мин.	18 мин.	14 мин.	
Гюльшан	13 мин.	12 мин.	12 мин.	
Хадиджа	10 мин.	5 мин.	20 мин.	

Заполните последний столбик таблицы и постройте столбчатую диаграмму.

3. В магазине подсчитали количество проданных мобильных телефонов. Стало известно, что за месяц было продано 112 мобильных телефонов. По круговой диаграмме дайте ответ на следующие вопросы:

а) сколько всего телефонов было продано по цене от 200 до 500 манат?

б) составьте ещё несколько вопросов.



4. В доме 1160 квартир. Из них 160 – однокомнатных, 640 – двухкомнатных, 320 – трёхкомнатных, остальные – четырёхкомнатные. Постройте столбчатую диаграмму, показывающую число квартир дома.

5. При помощи интернета-сайта изучите информацию о вулканах: **http://coqrafiya.blogspot.com/p/vulkanlar-fal-i-yytd-lan-vulkanlar.html.** Представьте в виде диаграммы информацию о высоте вулканов и составьте несколько вопросов.

8.4. Гистограмма

Если изменение данных происходит в определённом промежутке, то информацию удобнее представить в виде гистограммы.

Исследование: Известно, что рост детей в классе находится в интервале от 110 см до 126 см (интервал изменения данных). Покажем изменение роста детей в виде интервалов:

1. Разделим интервал от 110 до 126 см на интервалы по 4 см в каждом: 110–114; 114–118; 118–122; 122–126.

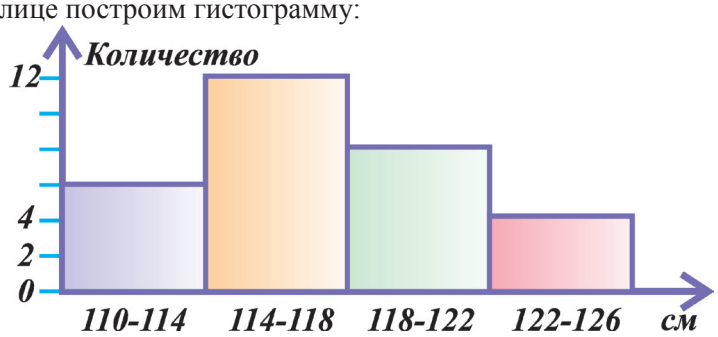
2. На вертикальной оси отметим количество учеников в каждом интервале.

3. Построим четырёхугольники, в основании которых лежит интервал (в см), а высота соответствует значению количества учащихся на вертикальной оси.

Гистограмма показывает распределение данных по интервалам. Таким образом:

Рост (см)	110–114	114–118	118–122	122–126
Количество учащихся	6	12	8	4

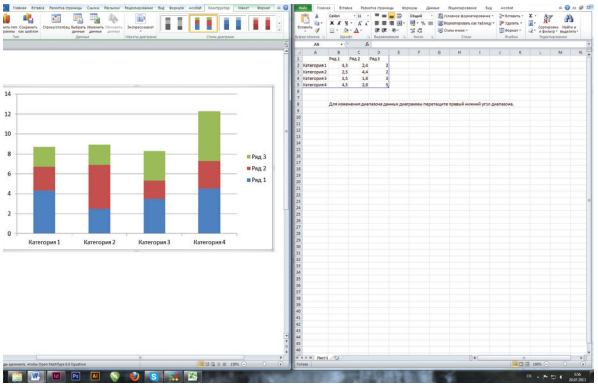
По таблице построим гистограмму:



Алгоритм построения гистограмм в программе Microsoft Word:

1. Откройте программу Microsoft Word. Для этого выполните следующие действия Start → Programs → Microsoft Office → Microsoft Word.

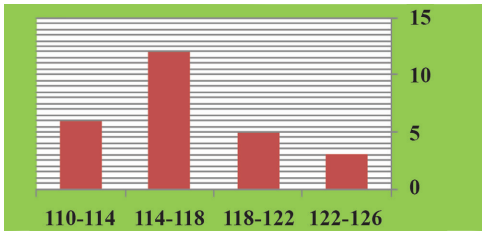
2. В окне программы выберите меню *Insert* и нажмите кнопку *Diaqram*. При этом на экране откроется окно, как показано на рисунке:



3. В расположенную справа таблицу введите следующие данные:

Интервалы	Количество учащихся
110-114	6
114-118	12
118-122	5
122-126	3

4. Слева вы увидите готовую гистограмму:



Задания

1. В таблице отображена информация о массе новорожденных младенцев за год в родильном доме:

Масса (грамм)	1000–1500	1500–2000	2000–2500	2500–3000	3000–3500	3500–4000	4000–4500	4500–5000	5000–5500
Количество младенцев	12	205	300	350	360	200	60	25	14

По данным таблицы постройте гистограмму. Ответьте на следующие вопросы:

а) сколько всего младенцев родилось за год?

б) с какой массой родилось больше всего младенцев за год?

в) какова разница количества младенцев с наибольшим и наименьшим весом?

2. Дана таблица распределения количества заказов, которые строительное предприятие выполнило за год:

Сумма (в тыс. манатов)	1–4	5–8	9–12	13–16	16–19	20–23	24–27	28–30
Количество заказов	10	2	4	1	2	1	1	3

По таблице составьте гистограмму. Ответьте на следующие вопросы:

а) сколько всего заказов сделано за год?

б) какова сумма самого многочисленного заказа?

3. Для заданий 1 и 2 составьте гистограммы в программе Microsoft Word.

8.5. Среднее арифметическое, мода и медиана

Обработка собранной информации – одна из задач статистики. Для обобщения и ситематизации данных в статистике обычно используют среднее арифметическое, размах ряда, моду (наиболее часто повторяющееся число) и медиану (среднее статистическое).

Исследование: Для ряда чисел 25, 25, 25, 30, 35, 40, 45, 50 найдём:

1) размах ряда: $50 - 25 = 25$;

2) среднее арифметическое: $\frac{25 + 25 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 + 50}{8} = \frac{275}{8} = 34{,}375$;

3) мода: 25;

4) медиана: $\frac{30 + 35}{2} = 32{,}5$.

Мода – это наиболее часто повторяющееся число в ряду чисел. В некоторых рядах может быть несколько мод. Например: в ряду 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9 две моды 3 и 6. Тогда этот ряд называется **двухмодальный**. Моду часто используют для ряда, состоящего не из чисел. Например: на автостоянке припаркованы машины следующих цветов: жёлтый, красный, чёрный, белый, синий, оранжевый, белый. В данном ряду мода – белый цвет. При помощи моды, например, можно определить товар, который имеет больший спрос, что важно для получения прибыли, или спрогнозировать, какой товар будет иметь наибольший спрос, что также немаловажно.

В некоторых рядах мода, медиана и среднее арифметическое могут совпадать.

Задания

1. Найдите среднее арифметическое чисел: а) 3, 9, 27; б) 6, 10, 16, 20
Сколько из данных чисел меньше среднего арифметического? Сколько из них больше среднего арифметического?

2. Чему равно среднее арифметическое равных чисел?

3. Придумайте три таких числа, чтобы их среднее арифметическое было равно второму числу. Какая закономерность существует для такого ряда?

4. Придумайте четыре таких числа, чтобы их среднее арифметическое было равно: а) второму числу; б) третьему числу.
Какая закономерность существует для такого ряда?

5. Придумайте четыре таких числа, чтобы их среднее арифметическое было:
а) больше трёх чисел; б) меньше трёх чисел.

6. Отметьте на числовой оси заданные числа и точки, соответствующие их средним арифметическим значениям.
а) 1, 2, 3, 4; б) 2, 3, 4, 5; в) 3, 4, 5, 6; г) 10, 11, 12, 13.
Какую получили закономерность?

7. Найдите медиану (среднее статистическое) ряда чисел:
а) 7, 8, 9, 12, 17, 19, 20; б) 5, 4, 3, 2, 4, 5, 6; в) 2, 4, 6, 5, 8, 9, 12, 15.

8. Получите данные о том, сколько человек в вашем классе занимается тем или иным видом спорта. Проведите статистическое исследование и составьте таблицу. По таблице найдите среднее арифметическое, среднее статистическое (медиану) и моду.

9. В таблице дано распределение химических элементов в земной коре.

Элемент	**Масса, в %**
Алюминий	7,5
Кальций	3,4
Натрий	2,6
Калий	2,4
Магний	1,9
Титан	0,6

По данным таблицы найдите среднее арифметическое, размах ряда и медиану. Составьте круговую диаграмму.

10. В таблице дано распределение горных массивов в соответствии с высотой их вершин. Постройте столбцовую диаграмму.

Вершина	**Высота (м)**	**Горный массив**
Монблан	4807	Альпы
Муласен	3478	Андалузские горы
Пик Ането	3404	Пиренеи
Мусала	2925	Балканы
Корно Гранде	2914	Аппенины
Герлаховский Штит	2655	Татры
Эльбрус	5642	Кавказ
Базардюзю	4466	Кавказ

11. Составьте и решите различные задачи, по вычислению моды и медианы.

12. Числа 41 кг, 54 кг, 34 кг, 43 кг, 43 кг, 40 кг, 60 кг показывают количество проданного сахара за каждый день в течение недели. Найдите среднее арифметическое, моду, размах ряда и медиану. Данные представьте в виде диаграммы.

13. Глубину озера Гёй-Гёль измерили в четырёх местах и получили результаты 94,5 м, 93,8 м, 97,8 м и 95,7 м. Найдите среднюю глубину озера.

14. Мой рост – 1,28 м, отца – 1,75 м и мамы – 1,68 м. Найдите средний рост членов моей семьи.

15. Мама приготовила варенье 4 кг из черешни, 8 кг из клубники и 6 кг из яблок. Всё варенье она разделила между тремя детьми. Сколько в среднем варенья досталось каждому?

16. Я, мой брат и старшая сестра пошли в магазин за покупками. Я потратил 12 манат, брат потратил 10 манат, а сестра – 20 манат. Сколько в среднем потратил каждый из нас?

17. Найдите среднюю скорость автомобиля, если 3 часа он двигался со скоростью 90 км/ч, 4 часа со скоростью 75,5 км/ч и 1 час со скоростью 65 км/ч.

18. Найдите среднюю скорость поезда, который 4 часа двигался со скоростью 60 км/ч и 2 часа со скоростью 84 км/ч.

19. Участвуя в соревновании, спортсмен последовательно набрал следующие баллы: 5,2; 4,9; 5,1; 5,3; 5,8; 4,7; 4,7; 5. Найдите средний балл, набранный спортсменом.

20. Ученик на экзаменах набрал следующие баллы: 4,3; 5,0; 3,0 и 4,1. Найдите средний балл ученика. Чему равно среднее статистическое (медиана) в этом ряду?

21. Среднее арифметическое трёх чисел равно 65. Первое число равно 57, второе на 5 единиц больше. Найдите третье число.

22. Среднее арифметическое шести чисел равно 3,5. Среднее арифметическое других четырёх чисел равно 2,25. Найдите среднее арифметическое всех десяти чисел.

23. Девочка купила 3 разные коробки цветных карандашей. Среднее арифметическое числа карандашей в трех коробках равно 18. Одну коробку она отдала брату. Найдите среднее арифметическое количества карандашей в двух оставшихся коробках, если в коробке, отданной брату, было 12 карандашей.

24. Одно из чисел в 1,5 раза больше другого. Среднее арифметическое этих чисел равно 75. Найдите эти числа.

25. Первое число в 3 раза больше второго, третье число в 2 раза больше первого. Найдите эти числа, если среднее арифметическое всех трёх чисел равно 155.

26. Среднее арифметическое трёх чисел равно 28. Первое число в 2,5 раза больше, второе – в 1,5 раза больше третьего. Найдите эти числа.

8.6. Прогнозирование результата

Вторая основная функция статистики – прогнозирование. Прогнозирование – предсказывание результата, т.е. высказывание мнения о том, произойдёт или не произойдёт какой-либо процесс или событие.

Прогноз даётся на основе обработанной информации: прогноз погоды, прогноз землетрясения, прогноз продажи того или иного изделия и т.д.

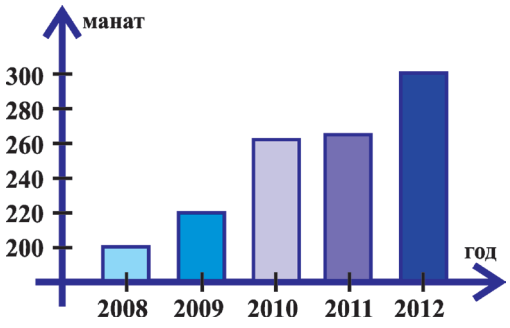
В предыдущих темах мы ознакомились, как собирать информацию, работать с нею и представлять информацию в различных формах. Теперь мы научимся давать прогноз на основе обработанных данных.

Задания

1. Ежегодно для абитуриентов проводятся испытательные экзамены. Делается это для того, чтобы абитуриенты приблизительно определили уровень подготовленности к вступительным экзаменам. В 2012 году на испытательном экзамене абитуриент показал результаты: 500, 550, 570 и 600 баллов. Какой прогноз можно было бы дать относительно возможности поступления, если проходной бал на выбранную им специальность больше 520?

2. Запишите в виде таблицы результаты малых суммативных оцениваний за первое полугодие среди учащихся вашего класса по математике. На основе полученных данных спрогнозируйте, сколько учеников в конце года будут иметь отметку «5», сколько – «4» и сколько – «3» по математике.

3. На рисунке представлен график роста заработной платы Гусейна со дня поступления на работу до сегодняшнего дня. По данным графика ответьте на следующие вопросы:

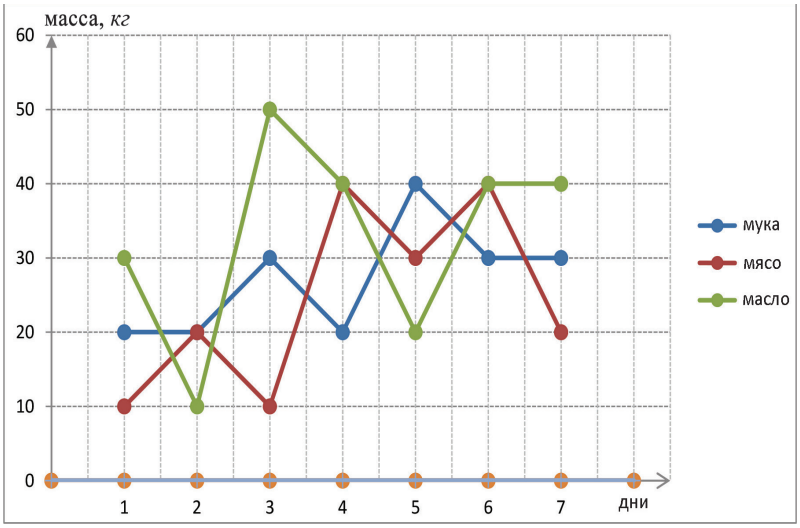


а) на сколько увеличилась заработная плата Гусейна с 2008 по 2012 год?

б) в какой период заработная плата выросла больше всего?

в) спрогнозируйте, какой станет заработная плата Гусейна к 2013 году, если она увеличится так же, как в период 2010–2011 гг.

4. В системе координат показаны графики продажи трёх товаров за неделю в супермаркете: масла, муки и мяса. По графику составьте соответствующие вопросы.



5. В таблице представлены данные о результатах прыжков с места учащихся шестого класса во время урока физкультуры. По таблице дайте прогноз, кто из учащихся покажет самый высокий результат?

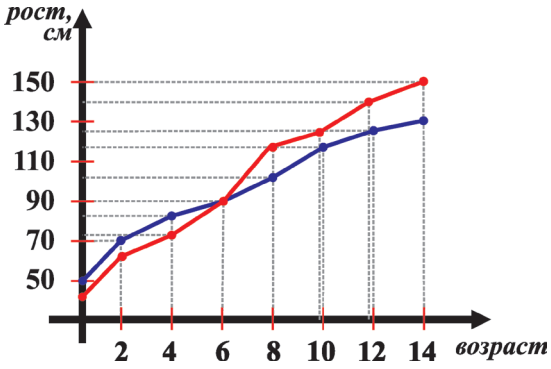
Имя ученика	I попытка	II попытка	III попытка	IV попытка
Салим	1,3 м	1,1 м	1,5 м	1,3 м
Фарид	1,2 м	1,5 м	1,5 м	1,1 м
Игбал	1 м	1,2 м	1,1 м	1,3 м
Рустам	1,4 м	1,5 м	1,3 м	1,5 м
Ильхам	1,2 м	1,3 м	1,1 м	1,5 м

6. На рисунке представлен график изменения роста Акифа (синяя линия) и Теймура (красная линия). По графику дайте ответы на следующие вопросы:

а) какой мальчик в два года был выше?

б) рост какого из мальчиков был более интенсивным в промежутке от 4-х до 6-ти лет?

в) какой прогноз можно дать об их росте к 18 годам?



8.7. Вероятность

При прогнозировании событий в обычной жизни люди часто используют фразы «это невозможно...», «с большей вероятностью», «мы уверены на сто процентов..». Значит, в результате обработки данных можно сделать определённые выводы.

Как известно, существует три вида событий: «достоверное событие», «невозможное событие» и «случайное событие». Событие, которое при данных условиях обязательно произойдет, называют **достоверным событием**. Событие, которое никогда не может произойти при данных условиях, называют **невозможным событием**. **Случайным событием** называется событие, которое при данных условиях может произойти, а может и не произойти.

Если речь идёт о достоверном событии, то словосочетание «вероятно, что...» обычно не применяется. Например, предложение «если сегодня воскресенье, то вероятно завтра будет понедельник» звучит неверно, можно сказать «безусловно, завтра будет понедельник» или «завтра не может быть пятницы».

Исследование: Дайте характеристику событиям:

а) посреди ночи появится солнце;

б) любое наугад выбранное число, меньшее нуля, окажется натуральным;

в) на уроке математики мы решали задачу по физике;

г) на уроке математики мы решали математические задачи;

д) число, взятое из интервала (–3; 9), является целым числом.

Решение: а) посреди ночи появилось солнце – невозможное событие;

б) не существует натуральных чисел, меньших нуля –это невозможное событие;

в) на уроке математики можно решать задачу по физике. Это случайное возможное, но маловероятное событие;

г) решать же на уроке математики математические задачи – это событие большой вероятности;

д) то, что число, расположенное между числами –3 и 9, целое число – случайное событие.

Задания

1. Дайте характеристику событию:

а) после 29 февраля наступит 30 февраля;

б) завтра в Баку будет дождь;

в) дата дня рождения моей сестры меньше 32;

г) в этом году будет суровая зима.

2. Приведите примеры возможных, невозможных и случайных событий.

3. Выберите некоторое слово из этой страницы. Дайте характеристику следующим событиям:
а) в выбранном слове присутствует буква *а*;
б) в выбранном слове присутствует буква *м*;
в) в выбранном слове отсутствует буква *з*;
г) в выбранном слове присутствуют китайские иероглифы.

4. Самир задумал натуральное число. Дайте характеристику следующим событиям:
а) это число чётное; б) это число нечётное;
в) это число расположено между числами –5 и 0;
г) это число расположено между числами –17 и 17.

5. Гюльшан задумала натуральное число. Дайте характеристику следующим событиям:
а) это число простое; б) это число составное;
в) это число ни простое, ни составное;
г) это число делится на 2; д) это число делится на 10.

6. Нармин нашла произведение двух целых чисел a и b. Что можно сказать о следующих событиях?
а) произведение чисел ab положительно;
б) произведение чисел ab отрицательно;
в) произведение чисел ab равно нулю;
г) произведение чисел ab не равно нулю.

7. m – натуральное число меньше 7, n – натуральное число между числом 9 и числом 12. Дайте прогноз событию для произвольных чисел m и n:
а) $m < n$; б) $m > n$;
в) число $m + n$ больше 0 и меньше 7;
г) число $m + n$ больше 9 и меньше 12;
д) число $m + n$ больше 9 и меньше 19.

8. Афят построила треугольник, конгруэнтный данному. Дайте прогноз событию:
а) эта фигура прямоугольный треугольник;
б) эта фигура равносторонний треугольник;
в) эта фигура треугольник;
г) эта фигура пятиугольник.

9. Учитель написал на доске уравнение $2x + 8 = 5x - 11$. Какой прогноз можно дать относительно корня этого уравнения, не решая его?
а) корень уравнения – целое число;
б) корень уравнения – натуральное число;
в) корень уравнения – дробное число;
г) корень уравнения – равен нулю.

8.8. Равновероятные, маловероятные и высоковероятные события

Случайные события бывают равновероятными, маловероятными и высоковероятными.

1. Если подбросить монетку, то она может упасть на одну из двух сторон. Оба этих события являются равновероятными, т.к. выпадение орла или решки – равновозможные события.

2. В коробке 3 карандаша. Из них один красный и два синих. Шахин, не заглядывая в коробку, вынимает один карандаш. Равновероятны ли события:

а) выбранный карадаш окажется синим;

б) выбранный карадаш окажется красным?

Решение: Нельзя сказать, что эти события будут равновероятными, так как синих карандашей больше, чем красных. Поэтому то, что карандаш будет красным менее вероятно, а вот то, что карандаш окажется синим – высоковероятное событие.

Задания

1. На одной грани куба изображён заяц, на остальных – волк. Установите, является ли равновероятным, маловероятным или высоковероятным событием, что при бросании куба сверху:

а) выпадет сторона, на которой изображён заяц;

б) выпадет сторона, на которой изображён волк.

2. Ахмед задумал некоторое число из таблицы. Али пытается угадать это число. Угадывание какого из предложенных в таблице чисел является высоковероятным событием?

12	34	72	121	89
823	13	91	16	55
1	16	90	65	21

3. На карточках записаны числа 3, 6, 9, 12, 14, 15, 17, 18. Карточки повернули надписью вниз и перемешали. Наугад выбирается одна карточка. Укажите какие из следующих событий маловероятны, высоковероятны, равновероятны:

а) на карточке окажется число кратное 3 или на карточке окажется число не делящееся на 3;

б) на карточке окажется чётное число или на карточке окажется нечётное число.

4. В мешке равное количество одинаковых по размеру жёлтых и красных бусинок. Из мешка наугад вынимают одну бусинку. Нигяр утверждает, что появление жёлтой бусинки и появление красной бусинки являются равновероятными событиями. Выразите мнение по этому вопросу. Как по-вашему, каков правильный ответ?

5. В день рождения Натиге подарили три книги. Для того, чтобы решить, какую книгу надо прочитать первой, она решила одновременно подбросить две монетки. Если обе из них выпадут на сторону с числом (решка), то она начнет чтение с первой книги, если обе упадут обратной стороной, тогда Натига начнет чтение со второй книги, если же монетки упадут разными сторонами, то девочка начнет чтение с третьей книги.

а) сколько всевозможных событий может произойти?

б) определите, к какому виду относятся полученные события.

6. В коробке находятся 6 цветных бильярдных шаров, на которых написаны числа от 1 до 6. Не заглядывая в коробку, вынимают один шар.

а) К какому виду относится событие, заключающее в том, что взят тот или иной шар?

б) В коробке 3 бильярдных шара чёрного и 3 шара красного цвета. Если наугад выбрать один шар, то равновероятны ли следующие события: событие, заключающееся в том, что выпал чёрный шар и событие, заключающееся в том, что выпал красный шар?

в) В коробке 4 чёрных и 2 красных шара. Выпадение шара какого цвета будет высоковероятным событием?

г) Какое из событий: выпадет шар с номером 5 или выпадет шар с номером 2 – является высоковероятным событием?

7. Игровой кубик (зара) подбрасывается один раз. Являются ли равновероятными события: выпадет 5 и выпадет 1?

8. а) Выберите и прочтите любой текст в учебнике по литературе. Установите, какие буквы встречаются чаще всего.

б) Закройте глаза, укажите пальцем на любую букву. Повторите этот эксперимент 10 раз и запишите результаты эксперимента. Какая из букв появлялась чаще всего? Какая буква появлялась реже других?

9. Не глядя на шахматную доску, выбирают две клетки. Будут ли нижеуказанные 3 события равновероятными:

1) одна клетка черная, другая белая; 2) обе клетки белые;

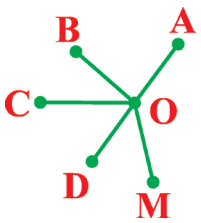
3) обе клетки чёрные?

10. В корзине 12 красных и 10 зелёных яблок. Не глядя, из корзины берут одно яблоко. Расположите следующие события в порядке возрастания вероятности:

а) вынули красное яблоко; б) вынули зелёное яблоко;

в) вынули яблоко; г) вынули грушу.

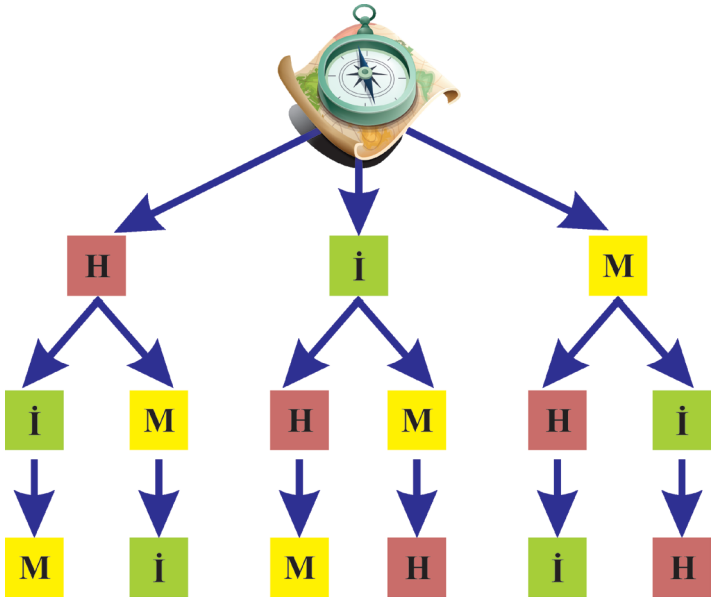
11. Гюльнар начала движение по парку из точки A. Она гуляет по парку, выбирая дорожки случайным образом и не возвращаясь по пройденному пути. Являются ли равновероятными следующие события: по схеме её приход в точку M и её приход в точку C?



8.9. Количество возможных исходов событий

Исследование: Зарубежные туристы хотят совершить экскурсию по трём зонам отдыха Азербайджана: Исмаиллы, Хаджикенд и Массалы. По каким маршрутам могут передвигаться туристы? Найдите количество возможных маршрутов.

Решение: Составим схему возможных маршрутов. Обозначим буквой İ → Исмаиллы, Н → Хаджикенд, М → Массалы. Составим схему возможных маршрутов передвижений туристов:



По схеме видно, что всего можно получить 6 различных маршрутов: НİМ; НМİ; İНМ; İМН; МНİ; МİН.

Образец: Старик забыл код входной двери. Он помнил, что код состоял из 4-х цифр, среди которых были только цифры «0» и «1». Сколько возможных вариантов комбинаций цифр должен набирать старик, чтобы открыть дверь?

Решение: По условию в записи числа присутствуют только цифры 0 и 1. Варианты 0000 и 1111 не рассматриваются. Рассмотрим различные варианты:

1) Три «0» и одна «1»: **0001, 0010, 0100, 1000** – всего 4 варианта;
2) Два «0» и две «1»: **0011, 0101, 0110, 1010, 1100, 1001** – всего 6 вариантов;
3) Один «0» и три «1»: **0111, 1011, 1101, 1110** – всего 4 варианта.

Итак, мы получили всего 14 различных вариантов.

Задания

1. а) Запишите все трёхзначные числа, в записи которых присутствуют только цифры 1, 2 и 3.

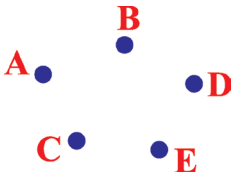
б) Запишите все двухзначные числа, в записи которых присутствуют цифры 0, 9, 5.

2. Из цифр 3, 4 и 5 составьте такое трёхзначное число (без повтора), чтобы это число делилось на:

а) 2; б) 5; в) 3; г) 6.

3. На олимпиаде по математике в городском туре определились 5 победителей, из которых только двое должны выйти в республиканский тур. Сколькими способами можно выбрать из пяти победителей двоих кандидатов? (Примечание: победителей пронумеруйте от 1 до 5).

4. Даны пять точек. Каждые две точки можно произвольным образом соединять отрезками. Сколько всего отрезков можно получить? Запишите название полученных отрезков.



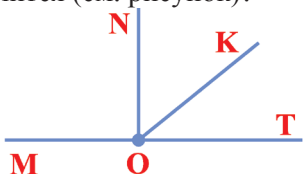
5. Сколькими способами можно разменять 1 манат монетами достоинством в 10, 20 и 50 гяпик. Изобразите все возможные решения.

6. Сколько отрезков на рисунке? Запишите название всех отрезков.

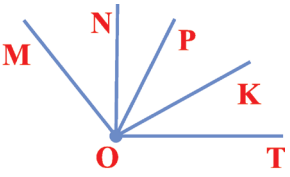


7. Из вершины угла на рисунке проведены лучи. Сколько всего углов при этом получится (см. рисунок)?

а)



б)



8. При бросании зары может выпасть одна из шести граней. Сколько возможных исходов при этом получится?

9. При одновременном бросании двух различных зар на верхних гранях могут выпасть различные пары чисел. Запишите пары всех возможных исходов в таблицу.

1; 1		1; 3			
				2; 5	
			3; 4		
	5; 2				
					6; 6



10. Четверо ученых, участвовавших на конференции, обменялись рукопожатиями. Сколько всего рукопожатий было сделано? (Дайте учёным имена или пронумеруйте.)

11. Сколькими способами три монеты разного достоинства можно разложить в два кармана?







12. Нармин любит собирать информацию о цветах и растениях. Она собрала информацию о розе, ромашке, фиалке и гвоздике. Эту информацию она записала в тетрадь. На каждой странице она поместила запись о двух растениях и нарисовала их. Подсчитайте количество возможных вариантов, пронумеруйте страницы 1 и 2.






13. Исмаил хотел купить 5 игровых дисков для компьютера, но денег у него хватило только на три таких диска. Сколькими способами он может выбрать три диска из пяти (пронумеруйте DVD)?

14. а) Учитель записал на доске числа –23, –16, –8, 19, 21, –10, 3, 10. Он попросил детей найти такие пары чисел, сумма которых равна –13. Сколько возможных вариантов при этом получится?

б) Даны числа 5, 11, –3, 12, –24, 0, 16, –2. Найдите количество возможных вариантов таких пар, произведение которых отрицательно.

15. а) Даны целые числа a, b и c. Какие знаки должны быть у этих чисел, чтобы их произведение было положительным числом? Найдите все возможные варианты.

I вариант: $a > 0$; $b > 0$; $c > 0$.

II вариант: ...

б) Даны целые числа a, b и c. Какие знаки должны быть у этих чисел, чтобы их произведение было отрицательным числом? Найдите все возможные варианты.

I вариант: $a > 0$; $b > 0$; $c < 0$.

II вариант: ...

8.10. Количество благоприятных исходов относительно сложных событий

Рассмотрим событие в каких-либо условиях. Предположим, мы бросаем игральные кости (зары) 1 раз. В этом случае на верхней грани могут выпасть цифры 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Каждый из этих случаев считается равновозможным.

Предположим, поставлено условие, что выпавшее число должно быть больше 4. Это может произойти в 2-х случаях: выпадение 5 или 6.

Согласно поставленному условию, выпадение 5 или 6 считается благоприятным событием.

Образец 1: Сколько благоприятных исходов получится при бросании зары, если на ней должно выпасть число больше 3-х?

Решение: При подбрасывании зары один раз можно получить 6 возможных исходов. Числа, большие 3-х – 4, 5 и 6. Значит, количество благоприятных исходов равно 3.

Образец 2: Одновременно брошены две разные зары. Найдите количество благоприятных исходов с суммой выпавших очков, равной 7.

Решение: Известно, что при одновременном бросании двух зар количество всех возможных исходов равно 36. То есть каждое число, выпавшее на лицевой части второй игральной кости. (*Например*: 1 и 1; 1 и 2; 1 и 3; 1 и 4; 1 и 5; 1 и 6; 2 и 1, ... Для каждой лицевой части таких событий 6. $6 \times 6=36$) В парах: (1, 6); (2, 5); (3, 4); (4, 3); (5, 2); (6, 1) сумма очков равна 7. Как видно, таких пар всего 6. Значит, количество благоприятных исходов равно 6.

Задания

1. Одновременно брошены две разные зары. Найдите количество благоприятных исходов с суммой выпавших очков, равной:
а) 8; б) 10; в) 12.

2. В классе 20 учеников. 7 из них изучают английский язык, двое – немецкий, остальные – русский. Найдите количество благоприятных исходов события, что случайно выбранный ученик изучает русский язык.

3. В коробке 6 белых и 7 красных шариков. Найдите количество благоприятных исходов события, что случайно вынутый шар будет белого цвета.

4. Какой из крутящихся дисков на рисунке 1 имеет наибольшую вероятность того, что стрелка остановится на белом секторе? Почему?



Рис. 1

5. Из 2000 лотерейных билетов 150 – выигрышные. Найдите количество благоприятных исходов события, что купленный билет является выигрышным?

6. Сколько благоприятных исходов получится при бросании зары, если на ней должно выпасть чётное число?

7. В мешке 10 красных, 7 чёрных и 4 белых шара. Найдите количество благоприятных исходов события, что случайно взятый из мешка шар будет чёрным.

8. Сколько благоприятных исходов получится при бросании зары, если на ней должно выпасть число больше шести? Сколько благоприятных исходов получится при бросании зары, если на ней должно выпасть число больше 0?

9. Из 500 изготовленных деталей технический контроль выявил 6 деталей, не соответствующих стандарту. Найдите количество благоприятных исходов события, что случайно взятая деталь не соответствует стандарту.

10. Найдите количество благоприятных исходов события, что случайно взятое двухзначное натуральное число делится на 2.

11. В коробке 19 пронумерованных от 1 до 19 карт. Из коробки взяли одну карту. Найдите количество благоприятных исходов события, что номер на карте:

а) 12; б) 21; в) чётное число; г) нечётное число;
д) делится на 3; е) делится на 7; ж) является простым числом;
з) является двузначным числом; и) в записи присутствует цифра 9;
к) в записи присутствует цифра 1; л) в записи присутствует цифра 5;
м) сумма цифр числа делится на 5;
н) при делении на 7 в остатке даёт число 5.

12. Из чисел 1, 2, 3, 4, 5 случайным образом выбираются два числа. Найдите количество благоприятных исходов события, что сумма этих чисел будет нечётным числом.

13. Найдите количество благоприятных исходов события, что в феврале месяце есть: а) 7-е; б) 31-ое; в) 29-ое; г) 28-ое число.

14. Самир, Гусейн, Фаиг, Ахмед и Али для определения первого хода в игре бросили жребий. Найдите количество благоприятных исходов события, что первым игру начнёт Фаиг. Найдите количество благоприятных исходов события, что вторым игру начнёт Ахмед.

15. а) В шкафу 5 пар носков синего цвета и 3 пары носков красного цвета. Выбирая наугад, какое наименьшее количество пар одинакового цвета носков можно взять из шкафа?

б) В шкафу 7 пар носков белого цвета и 4 пары носков чёрного цвета. Выбирая наугад, какое наименьшее количество пар, состоящих из носков одинакового цвета, можно взять из шкафа?



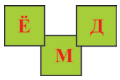
16. а) В семье двое детей. Найдите количество благоприятных исходов следующего варианта: оба ребёнка – мальчики.

б) В семье двое детей. Младший из них – мальчик. Являются ли события: страший ребёнок – мальчик и старший ребёнок – девочка, равновероятными?

17. В первом ящике 1 шар, во втором 2 шара, ..., в восьмом 8 шаров. Случайным образом открывается один из ящиков. Найдите количество возможных исходов этого события, а также благоприятных исходов события, что количество шаров в ящике меньше 6-ти.

18. В тарелке лежат 20 одинаковых кутабов. Из них – 4 с мясом, остальные – с зеленью. Наугад берём 1 кутаб. Найдите количество возможных исходов этого события, а также, благоприятных исходов события, что случайным образом взятый кутаб будет с мясом.

19. На рисунке изображены три карточки с буквами Д, Ё и М. Ребёнок наугад ставит буквы в ряд. Найдите количество возможных исходов этого события, а также благоприятных исходов события, что ребёнок, не знающий букв, составит из карточек слово МЁД?



20. Мама приготовила подарок для сына и спрятала его в одну из четырёх коробок. Она дала возможность сыну найти среди коробок ту, в которой подарок. Найдите количество всевозможных исходов и благоприятных исходов события, что он найдет подарок с первой попытки.

21. На тренировке по баскетболу из 50-ти мячей, брошенных Ильхамом, 20 попали в корзину. Определите количество благоприятных исходов события «попадание в корзину» и события «непопадание в корзину».

22. Составьте задачи, в которых количество благоприятных исходов события равно 3; 5; 0.

23. В течение года количество ветреных и безветренных дней в городе Баку приблизительно одинаково. Во время одного ветреного дня на уроке математики учитель задал вопрос: «Найдите количество благоприятных исходов события, что через 80 часов в городе будет безветренная погода». Как на этот вопрос ответили бы вы?

24. Общее количество белых и синих шаров в коробке равно 10. Из коробки наугад берут шар, который потом возвращают на место. Это было проделано 100 раз. В результате 63 раза вынули белый шар и 37 раз синий. Сколько приблизительно белых шаров в коробке?

25. **Практическая работа:** Зары при долгом использовании теряют свою симметричность. Поэтому при игре часто случается, что зара выпадает на одну и ту же сторону или какая-либо сторона выпадает меньше других. Возьмите зару и проведите эксперимент, подбрасывая её. Запишите полученные результаты. Найдите количество благоприятных исходов для каждой грани зары.

Проверьте себя

1. Найдите среднее арифметическое и моду ряда чисел:
42; 37,4; 40,5; 42; 45,5; 35,6.

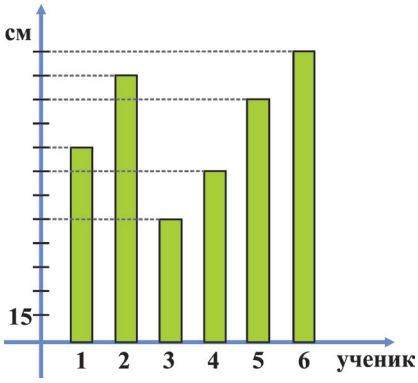
а) 40,5 и 42; б) 42 и 41; в) 43 и 40,5; г) 243 и 42.

2. Из класса выбрали 6 учеников. Согласно данным об их росте была составлена диаграмма. По диаграмме определите:

а) среднее арифметическое чисел, которые выражают рост самого высокого и самого низкого ученика;

б) среднее арифметическое чисел, выражающих рост всех учащихся;

в) размах ряда чисел, выражающих рост учеников.



3. По данным таблицы изобразите гистограмму:

Возрастные промежутки (лет)	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35
Количество людей	8	12	18	10	9

4. По круговой диаграмме определите, какой процент населения составляют дети.



5. Является ли высоковероятным событие, что если одновременно подбросить две зары, то разность выпавших чисел будет равна 3?

6. Одновременно подбросили две зары. Дайте характеристику событию. Сумма выпавших чисел:

а) простое число; б) составное число.

7. На испытательном участке было высажено 1000 семян. Из них проросло 85%. Дайте характеристику событию.

8. В мешке 13 красных, 12 жёлтых и 6 белых шариков. Дайте характеристику событию: «Если из мешка взять один шарик, то он будет»:

а) жёлтый; б) красный; в) белый.

Повторение

1. а) Найдите разность числа 36 и суммы чисел –127 и –213;

б) Найдите произведение числа 72 и разности чисел –15 и 43;

в) Найдите произведение суммы чисел –53 и 92 с числом –12;

г) Найдите частное числа –100 и суммы чисел 89 и –189.

2. Вычислите:

а) $-125 \cdot (-347) \cdot (-8)$; б) $10 \cdot (-549) \cdot (-50) \cdot 2$;

в) $-4 \cdot 23 \cdot (-25)$; г) $250 \cdot 65 \cdot (-4) \cdot (-2)$.

3. Вычислите:

а) $32 : (-8) + (-48) : (-6)$; б) $21 \cdot (-4) - 78 : (-6)$;

в) $144 : (-18) - 850 : (63 - 80)$; г) $-216 : (-12) + 96 : (89 - 113)$.

4. Решите уравнение:

а) $x : 12 = -4$; б) $-72 : x = -9$; в) $y \cdot (45 - 65) = -180$.

5. Вычислите:

а) $-84 : 21 - 464 : (-58) - 96 : 24 + 140 : (-28)$;

б) $(-3264 : 8 + 4324 : (-46)) \cdot 15 + 2816$;

в) $246 : (-41) - 150 : 25 - 400 : (-25) + (-128) : (-32)$;

г) $(-1216 : (-4) + 462 : (-3)) \cdot (-24) - 937$.

6. В соревнованиях по шахматам принимало участие 8 человек. Победители каждого тура встречаются друг с другом в следующем туре. Сколько было проведено матчей, если в конце остался один победитель?

7. Вычислите:

а) $|-344| : (-4)$; б) $(-250) : |125|$;

в) $|-48 + 129| : |96 - 105|$; г) $|-3 \cdot 5| : (-15)$.

8. При каких значениях a и b выполняется равенство?

а) $a : b = 1$; б) $a : b = -1$; в) $a : b = 0$.

9. Решите уравнение:

а) $x : (-12) = -4$; б) $-72 : y = 9$; в) $y : (-34 + 7) = -12$.

10. Даны два множества: A = {–6; –8; 12; –9; 0; –1; 11; –5} и B = {–7; –9; 2; –8; 1; 10; –5}. Найдите следующие множества:

а) $A \setminus B$; б) $B \setminus A$; в) $A \cup B$; г) $A \cap B$.

11. Решите уравнение:

а) $40 - 12x - 7 = 21$; б) $(x - 2) + 20 = 29$.

12. Выпишите множество натуральных решений неравенства.

а) $x < 2{,}7$; б) $x \leq 8$; в) $x < 4\frac{4}{5}$.

13. Решите уравнение: а) $2x + 5 = 7$; б) $4 \cdot (3x + 7) = 40$.

14. Найдите:

а) количество целых чисел, расположенных между числами –4 и 4.

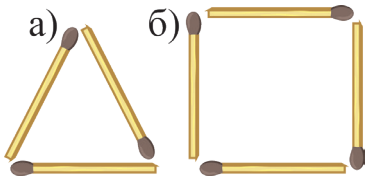
б) сумму целых чисел, расположенных между числами –15 и 14.

в) произведение целых чисел, расположенных между числами –12 и 120.

15. Для пошива школьной формы каждому из двух портных выдали 120 м ткани. Первый портной из половины ткани сшил костюмы, используя по 3 м такни на каждый, а из оставшейся ткани – по 2 м на каждый костюм. Второй портной из $\frac{1}{4}$ ткани сшил костюмы, потратив по 2 м на каждый, из остальной ткани – по 3 м на каждый костюм. Какой портной сшил больше костюмов?

16. Очки, заработанные командой на чемпионате, распределяются следующим образом: победа – 3 очка, ничья – 1 очко, проигрыш – 0 очков. Команда сыграла 8 игр и заработала 20 очков. Сколько игр команда выиграла, сыграла вничью и проиграла?

17. Из 30 спичек Мамед сделал Δ и □. Если на каждый Δ он потратил 3 спички, а на каждый □ – 4 спички, то сколько Δ и □ он сделал? Если бы и на □, и на Δ он использовал бы по 2 спички на каждую сторону, то сколько □ и сколько Δ он смог бы сделать из этого же количества спичек?



18. Друзьям в подарок Фарид купил несколько книг по 6 и по 8 манатов. Сколько книг и по какой цене купил Фарид, если известно, что он всего потратил 50 манатов?

19. Сколько потребуется машин, чтобы погрузить на них в равных количествах 96 кг картофеля и 64 кг капусты? Сколько килограммов картофеля и сколько килограммов капусты погрузили на каждую машину?

20. Для празднования Нового года купили 96 шоколадок, 72 апельсина и 84 банана. Их поровну распределили в коробки для подарков. Какое наибольшее число подарков можно сделать, размещая в каждом равное число продуктов?

21. Какое наибольшее количество букетов можно составить из 156 роз, 312 тюльпанов и 390 гвоздик, если во всех букетах роз, тюльпанов и гвоздик одинаковое количество?

22. Мясник продал баранины на 30 кг больше, чем мяса ягнёнка. Масса баранины относится к массе мяса ягнёнка как 3 : 2. Баранину он продавал по 9 манат, а мясо ягнёнка по 10 манат за килограмм. Найти сумму вырученных денег.

23. Три девочки нашли в лесу 93 гриба. Если первая девочка сложит свои собранные грибы в кучки по пять, а вторая – по шесть штук, то количество полученных кучек окажется равным. Если вторая девочка сложит грибы в кучки по четыре, а третья девочка по 3 штуки, то количество полученных кучек тоже окажется равным. Сколько грибов собрала каждая девочка?

24. Три мальчика собирали орехи. Доли первого и второго относятся как 3 : 4, а доли второго и третьего – как 5 : 3. Сколько орехов собрал каждый мальчик, если первый собрал на 102 ореха больше, чем третий?

25. Разложите числа на простые множители:
1) 12; 42; 216; 450; 920; 2280; 10850;
2) 27; 56; 625; 820; 2772; 702; 1224.

26. а) запишите простые числа, которые больше 25, но меньше 49;
б) запишите составные числа, которые больше 43, но меньше 52.

27. Укажите произведение, результат которого является составным числом:
а) 13 · 1; б) 14 · 1; в) 4 · 7; г) 11 · 13; д) 1 · 43; е) 111 · 1.

28. Найдите количество натуральных делителей числа:
а) 2 · 2 · 5; б) 3 · 5 · 7; в) 2 · 3 · 5 · 7 · 7; г) 3 · 3 · 3 · 13.

29. Найдите:
а) частное от деления числа 2 · 2 · 5 · 5 · 7 на число 2 · 5 · 7;
б) частное от деления числа 3 · 3 · 13 · 19 · 23 на число 3 · 13 · 19;
в) частное от деления числа 2 · 3 · 5 · 11 · 19 · 37 на число 11 · 19 · 37;
г) частное от деления числа 23 · 43 · 83 на число 23 · 43.

30. Запишите такое двузначное число, чтобы один из его простых множителей был равен:
а) 7; б) 17; в) 23.

31. Запишите двузначное число, чтобы оно было равно,
а) произведению двух простых множителей;
б) произведению трёх простых множителей.

32. 1) Запишите два таких простых числа, чтобы их сумма была:
а) простым числом; б) составным числом.
2) Запишите два таких составных числа, чтобы их сумма была:
а) простым числом; б) составным числом.
3) Запишите одно простое и одно составное число, так, чтобы их сумма была:
а) простым числом; б) составным числом.

33. Может ли произведение двух простых чисел быть простым числом?

34. На листе бумаги записали числа от 0 до 9. Не глядя выбирают два числа и находят их сумму. Являются ли события: сумма этих чисел равна 1 и сумма этих чисел равна 9, равновероятными? Если нет, то какое событие более вероятно? Почему?

35. Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 35 и 18; б) 24 и 30; в) 45 и 56; г) 12; 18 и 36;
д) 72 и 120; е) 792 и 1188; ж) 924 и 396; з) 116 и 111;
и) 42 и 105; к) 588 и 252; л) 680 и 612; м) 125 и 130.

36. Выберите пары взаимно простых чисел:
а) 12; 14; 33; 25; б) 15; 16; 21 77;
в) 11; 19; 38; 44; г) 56; 57; 68; 69.

37. Найдите наименьшее общее кратное:
а) 56 и 70; б) 78 и 792; в) 320 и 720; г) 252 и 840;
д) 42 и 63; е) 120 и 324; ж) 675 и 945; з) 924 и 396.

38. Найдите наименьшее общее кратное чисел, заданных в виде произведения:
а) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ и $2 \cdot 3^2 \cdot 5$; б) $2^4 \cdot 3 \cdot 11$ и $2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$;
в) $3 \cdot 5^2$ и $7 \cdot 3 \cdot 5$; г) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$ и $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

39. Количество яблок в ящике меньше 80 шт., и их можно разделить поровну между двумя, тремя и пятью детьми, но невозможно между четырьмя. Сколько яблок в ящике?

40. Ахмед ходит на плавание через каждые три дня, Гусейн – через каждые четыре, Самир же – через каждые пять дней. Через какое наименьшее количество дней они смогут встречаться в бассейне?

41. Решите уравнение: а) $87{,}4 : x = 23$; б) $y : 17 = 15{,}3$.

42. Найдите число a, если $\frac{2}{9}$ числа a равны $\frac{3}{7}$ от числа 37,8.

43. Выполните действия:
а) $105{,}6 : 24 + 76 \cdot 0{,}35$; б) $(16{,}1 : 35 + 1{,}24) \cdot 64$.

44. Найдите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

а) $3{,}6 \cdot 23 + 3{,}6 \cdot 77$; б) $2{,}04 : 17 + 1{,}36 : 17$.

45. Решите уравнение:

а) $(x + 16) : 7 = 21$; б) $5x + 2{,}3 = 3{,}8$;

в) $17 \cdot (0{,}6 - x) = 3{,}4$; г) $x : 7 - 0{,}3 = 0{,}4$.

46. Напишите два составных числа, расположенных между числами 56 и 60.

47. Верно ли, что: а) все чётные числа – составные; б) все нечётные числа – простые? Ответ обоснуйте.

48. Может ли площадь квадрата со стороной a, где a – натуральное число, быть простым числом? Ответ обоснуйте.

49. а) Найдите простые делители числа 4900;

б) Сколько различных простых множителей у числа 234?

50. Сравните числа:

а) 135 и – 135; б) – 34 и – 38; в) 0 и – 229; г) –999 и 1.

51. а) Запишите числа: 12; –21; 0; 3; –5; –1; 89; –923; 243; –11 в порядке возрастания;

б) Запишите числа : –6; 1; –33; –19; –81; 32; –100; –888; 421 в порядке убывания.

52. Запишите в виде неравенства:

а) число 9 является положительным;

б) число –20 является отрицательным;

в) число m неотрицательное; г) число a неположительное.

53. Запишите наименьшее целое число, большее числа:

а) 9; б) –12; в) 0; г) –89; д) 203; е) –102; ж) 15.

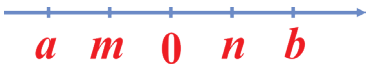
54. Запишите множество натуральных решений неравенства:

а) $x \leq 7$; б) $a \leq 11$; в) $m \leq 4$; г) $k \leq -59$.

55. На числовой прямой отмечены числа a, b, m и n. Сравните:

а) b и n; б) 0 и n; в) m и n; г) $-b$ и 0; д) $-a$ и m;

е) m и a; ж) a и 0; з) b и a; и) 0 и $-a$; к) $-b$ и n.



56. Что из нижеследующего верно?

а) если $a > 3$, то a число положительное;

б) если $b < 1$, то b число отрицательное;

в) если $c > -1$, то c число положительное;

г) если $d \leq -2$, то d число отрицательное.

57. Методом подбора выпишите множество целых чисел, являющихся решением как неравенства $x < 7$, так и неравенства $x > -5$.

58. Вставьте вместо * такую цифру, чтобы получилось верное неравенство:
а) $-23*7 > -2387$; б) $627* > 6275$; в) $-2809 < -2*09$; г) $0 > -*8*$.

59. На координатной плоскости отметьте несколько точек, у которых абсцисса и ордината:
а) положительные числа. В какой четверти расположены эти точки?
б) отрицательные числа. В какой четверти расположены эти точки?

60. Вычислите:

а) $-7 + (-13)$;	б) $-23 - (-45)$;	в) $-9 + 6$;	г) $4 + (-1)$;
д) $-15 + 50$;	е) $16 + (-51)$;	ж) $-49 + 49$;	з) $-41 + 0$;
и) $40 + (-20)$;	к) $-1 + 76 - (-3)$;	л) $289 + (-2009)$;	м) $27 + (-27)$.

61. Найдите значение выражений $|a| + |b|$ и $|a + b|$:
а) $a = -3$; $b = -7$; б) $a = -4$; $b = 10$; в) $a = 8$; $b = -27$.
При каких значениях a и b выполняется равенство $|a| + |b| = |a + b|$?

62. При каких значениях x выполняется неравенство: а) $|x| < x$; б) $|x| > x$?

63. Запишите числа, противоположные числам: 24; –3; 11; 0; –21; –1000; 56; –1; 49; –2.

64. Если $p = -3$; 78; 0; –55, найдите значение выражения:
а) $-p$; б) $-(-p)$; в) $-(-(-p))$.

65. Найдите значение m, если: а) $-m = 8$; b) $-m = -18$; c) $-m = 0$.

66. Заполните таблицу:

a	4	–5				–23		4354	
–a			–78	81	–11		902		–64

67. Запишите несколько целых ненатуральных чисел.

68. а) Найдите сумму целых чисел, расположенных между числами –8 и 11;
б) Произведение целых чисел, расположенных между числами –9 и 100;
в) Найдите сумму натуральных чисел, расположенных между числами –124 и 3;
г) Найдите сумму ненатуральных целых чисел, расположенных между числами –5 и 1092.

69. Мёртвое море находится на 392 м ниже уровня Тихого океана. Самое большое озеро, Каспийское море, находится на 28 м ниже уровня Тихого океана. Найдите разность уровней Каспийского и Мёртвого морей.

70. При каком значении неизвестной выполняется равенство?

а) $|a| = 36$; б) $|x| = 0$; в) $|b| = -4$; г) $|a| = 12$.

71. Решите уравнение:

а) $x + 7 = 4$; б) $20 - x = 35$; в) $x - 9 = -14$;
г) $x + 26 = 17$; д) $7 - y = -5$; е) $-20 - a = -13$;
ж) $-45 - b = 9$; з) $-76 + z = 83$; и) $11 - k = -28$.

72. Запишите две дроби, удовлетворяющие условию:

а) больше $\frac{1}{10}$, меньше $\frac{1}{9}$; б) больше $\frac{3}{7}$, меньше $\frac{4}{7}$;

в) больше $\frac{1}{3}$, меньше $\frac{1}{2}$; г) больше $\frac{3}{5}$, меньше $\frac{4}{5}$;

д) больше $\frac{98}{99}$, меньше 1; е) больше $\frac{4}{17}$, меньше $\frac{11}{34}$.

73. Заполните таблицу:

a	$\frac{4}{9}$	$\frac{12}{23}$	$\frac{92}{117}$	$\frac{41}{55}$	$\frac{73}{90}$
b	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{18}{35}$
a + b					
a – b					

74. Вычислите. Найдите имя известного математика, расставив буквы соответственно таблице:

I. $\frac{7}{40} + \frac{3}{16}$; II. $\frac{23}{58} + \frac{44}{87}$; III. $\frac{47}{52} - \frac{31}{91}$; IV. $0{,}625 - \frac{3}{16}$;

V. $0{,}221 + \frac{19}{50}$; VI. $\frac{27}{44} + \frac{17}{55} - \frac{13}{66}$; VII. $\frac{23}{24} - \frac{11}{36} + \frac{51}{72}$.

Ответ	$\frac{157}{174}$	0,601	$\frac{29}{80}$	$\frac{49}{36}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{479}{660}$	$\frac{205}{364}$
Буква	**И**	**Г**	**П**	**Р**	**А**	**О**	**Ф**

75. Одна сторона треугольника $\frac{11}{25}$ см, другая – на $\frac{1}{3}$ см меньше первой, а третья – на $\frac{4}{15}$ см больше второй. Найдите периметр треугольника.

76. Периметр треугольника равен $1\frac{1}{5}$ мм, первая сторона $\frac{1}{7}$ мм, третья сторона на $\frac{2}{5}$ мм длиннее первой. Найдите длину второй стороны.

77. Решите уравнение:

а) $(x - \frac{7}{15}) + \frac{5}{8} = \frac{17}{24}$; б) $\frac{4}{5} - (x + \frac{1}{70}) = \frac{4}{7}$;

в) $4\frac{3}{4} - (x - 2\frac{5}{8}) = 3\frac{5}{6}$; г) $9\frac{9}{28} - (4\frac{5}{21} - x) = 6\frac{2}{7}$.

78. Решите уравнение:

а) $(x + \frac{4}{21}) - \frac{4}{15} = \frac{16}{35}$; б) $(x - \frac{8}{9}) + \frac{3}{8} = \frac{11}{36}$;

в) $(x - \frac{7}{18}) + \frac{5}{36} = \frac{2}{3}$; г) $\frac{4}{42} + (x + \frac{1}{7}) = 8\frac{4}{21}$;

д) $3\frac{6}{19} - (x - 2\frac{5}{57}) = 3\frac{1}{3}$.

79. а) Найдите сумму дробей, заданных по формуле $\frac{n}{n+1}$, при $n < 4$ ($n \in \mathrm{N}$);

б) Найдите произведение дробей, заданных по формуле $\frac{n}{n+1}$, при $n < 7$ ($n \in \mathrm{N}$).

80. При каких наименьших натуральных значениях a и b выполняется равенство:

а) $\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3}$; б) $\frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}$; в) $\frac{1}{7 \cdot 11} = \frac{a}{7} - \frac{b}{11}$.

81. Запишите дробь $\frac{1}{2}$ в виде дроби со знаменателем: а) 6; б) 10; в) 22.

82. Запишите дробь $\frac{1}{6}$ в виде дроби со знаменателем: а) 12; б) 30; в) 66.

83. Сравните дроби:

а) $\frac{9}{12}$ и $\frac{11}{12}$; б) $\frac{27}{44}$ и $\frac{13}{44}$; в) $\frac{999}{1007}$ и $\frac{1000}{1002}$; г) $\frac{902}{764}$ и $\frac{1001}{764}$;

д) $\frac{14}{25}$ и 1; е) 1 и $\frac{79}{73}$; ж) $\frac{672}{783}$ и $\frac{762}{783}$; з) $\frac{807}{6590}$ и $\frac{807}{6590}$.

84. Заполните таблицу, приведя дроби a и b к общему знаменателю:

a	$\frac{4}{9}$	$\frac{12}{23}$	$\frac{92}{117}$	$\frac{41}{55}$	$\frac{73}{90}$
b	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{18}{35}$
	НОК(9; 3)	НОК(23; 17)	НОК(117; 13)	НОК(55; 66)	НОК(90; 35)

85. а) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $14\frac{3}{8}$?

б) Как изменится разность, если вычитаемое увеличить на $\frac{4}{21}$?

в) Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $\frac{4}{21}$, вычитаемое увеличить на $\frac{9}{14}$?

г) Как изменится разность, если уменьшаемое уменьшить на $1\frac{1}{6}$, вычитаемое увеличить на $\frac{2}{3}$?

д) Как изменится разность, если вычитаемое уменьшить на $\frac{13}{20}$, уменьшаемое уменьшить на $\frac{17}{30}$?

86. Найдите значение выражения:

а) $\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{19\cdot20}$; б) $\frac{2}{3\cdot5}+\frac{2}{5\cdot7}+\frac{2}{7\cdot9}+\ldots+\frac{2}{17\cdot19}$.

Образец: Эти дроби имеют одинаковое свойство. Разности между множителями знаменателя равны, а числители одинаковые. Чтобы найти данную сумму, надо меньший множитель знаменателя первой дроби умножить на больший множитель знаменателя последней дроби и записать произведение в знаменателе, а числители всех дробей сложить и сумму записать в числителе (II способ):

I способ: $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\ldots+\frac{1}{11\cdot13}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}\right)=$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{13}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{12}{13}=\frac{6}{13}.$

II способ: $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\ldots+\frac{1}{11\cdot13}=\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\frac{1}{7\cdot9}+\frac{1}{9\cdot11}+\frac{1}{11\cdot13}=$

$=\frac{1+1+1+1+1+1}{1\cdot13}=\frac{6}{13}.$

87. Вычислите значение выражения:

а) $\frac{4}{11\cdot15}+\frac{4}{15\cdot19}+\frac{4}{19\cdot24}+\ldots+\frac{4}{36\cdot40}$ б) $\frac{3}{4\cdot7}+\frac{3}{7\cdot10}+\frac{3}{10\cdot13}+\ldots+\frac{3}{25\cdot28}$.

88. Докажите, что: $\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{18}>\frac{1}{2}$.

89. Докажите, что: $\frac{1}{31}+\frac{1}{32}+\frac{1}{33}+\ldots+\frac{1}{39}+\frac{1}{40}>\frac{1}{4}$.

90. 18-зубчатое колесо за одну минуту делает 60 оборотов. Сколько оборотов в минуту сделает соединённое к нему 36-зубчатое колесо? Сколько оборотов в минуту сделает это колесо, если оно соединено к 18-зубчатому колесу, которое за одну минуту делает 24 оборота?

91. Отец взял с собой в поле трёх сыновей, возраст которых соответственно 15, 12 и 10 лет. Весь путь равен 13,5 км. Чтобы не устать, дети по очереди садились в телегу. Сколько километров каждый из детей проехал в телеге, если расстояния находятся в обратной пропорциональности их возрасту?

92. Для того, чтобы растопить самовар, мама отправила трех сыновей в лес за шишками. Вели 12 лет, Салиму 10 лет, а Алтуну 8 лет. Они должны были в лесу собрать всего 600 еловых шишек в прямо пропорциональной зависимости своему возрасту. Вели собрал на 20%, Салим – на 15% и Алтун – на 10% больше нужного количества. Сколько еловых шишек собрал каждый мальчик?

93. На летних каникулах семья отправилась на отдых в Шеки. Проехав 150 км, они остановились для отдыха в придорожном кафе. Какая часть пути при этом оказалась пройденной, если длина всего пути – 270 км?

94. На стройплощадку привезли материалы массой 127,5 тонн. 4% составлял алебастр, остальное – цемент и мел. Масса цемента относится к массе мела как 4 : 5. Сколько каждого материала привезли на стройплощадку?

95. В ванну с 78 л воды температурой 15°C долили два ведра воды температурой 100°C. Вместимость ведра составляет 12 л. Найдите температуру воды в ванне.

96. 320 г золота 900 пробы расплавили вместе с 160 г золота 540 пробы. Найдите пробу полученного золотого изделия.

97. 1) Сколько граммов серебра 500 и 800 пробы понадобится для сплава, чтобы получить изделие из серебра 720 пробы массой 225 г?
2) Сколько граммов золота 600 и 900 пробы понадобится для сплава, чтобы получить изделие из золота 720 пробы массой 350 г?

98. 1) Для получения золотого изделия к 50 г золота 560 пробы добавили некоторое количество золота неизвестной пробы и получили 300 г изделия 760 пробы. Найдите пробу добавленного золота.
2) 120 г пластинки серебра 640 пробы сплавили с некоторым количеством серебра неизвестной пробы и получили 320 г 700 пробы. Найдите пробу добавленного серебра.

99. Подбросьте две зары и найдите сумму очков, выпавших на верхних гранях. Эксперимент проведите столько раз, чтобы сумма очков, равная 6, повторилась 20 раз. Сколько раз при этом сумма очков была равна 3? Какое событие повторялось чаще – сумма очков равна 2 или 6? Прокомментируйте полученные результаты.

100. Зары подбросили один раз. Найдите количество благоприятных исходов события, что на верхней грани зары выпадет число больше 3-х.



101. Цена костюма была 180 манатов. Какова цена костюма, если он сначала подорожал на 20%, а потом подешевел на 10%?

102. Если некоторое число увеличить на 10% и от результата отнять 10% полученной суммы, то получится 990. Найдите это число.

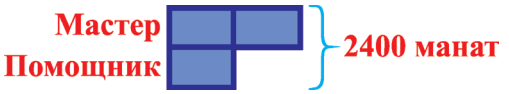
103. При приготовлении продуктов растительного происхождения 20% массы теряется. Сколько грамм продуктов теряется при варке 2 кг продуктов?

104. a составляет 1% от числа b. Как надо изменить число b, чтобы число a составляло 2% от числа b?

105. Товар сначала подорожал на 30%, а потом подешевел на 15%. Найдите сколько процентов составляет новая цена от старой.

106. Тётя Сабина купила на рынке каштаны, заплатив 5 манат за 1 кг. В этот день цена каштанов на рынке в среднем была от 4 до 6 манат. Выясните, какой убыток и какую экономию получила тётя Сабина.

107. Мастер и его помощник за ремонт квартиры получили 2400 манат, которые они поделили в отношении 2 : 1. Сколько денег получил каждый из них?



108. Для перепечатки рукописи из 120 страниц два оператора поделили её между собой в отношении 5 : 3. Сколько страниц должен напечатать каждый из них?

109. Определите, сколько заданий в книге по математике относится к алгебре и сколько к геометрии, если их количество относится как 3 : 2, а всего в книге 1200 заданий.

110. Али потратил на домашнее задание по математике и информатике всего 1,5 часа. Сколько времени он потратил на каждый из предметов, если он распределил его в отношении 4 : 5?

111. Отношение меди и цинка в сплаве равно 9 : 8. Найдите массу меди и массу цинка в сплаве, если масса сплава 2 кг 550 г.

112. Сколько граммов олова в сплаве, если медь к олову в сплаве относятся как 12 : 7, а масса меди – 1 кг 440 г?

113. Найдите площадь прямоугольника, периметр которого равен 90 см, если отношение его сторон равно:

а) 4 : 5; б) 2 : 1; в) 8 : 1; г) 2 : 3.

114. Отношение отрезков MN и MK равно 6 : 8. Найдите:

а) MN : NK;



б) NK : MN; в) MK : MN.

115. В школе число мальчиков относится к числу девочек как 5 : 4. Найдите отношение числа мальчиков к числу всех учеников и числа девочек к числу всех учеников.

116. Ширина площадки прямоугольной формы на плане масштабом 1 : 300 равна 20 см. Длина этой же площадки на плане масштабом 1 : 500 равна 21 см. Определите истинные размеры площадки. Найдите длину на плане с первым масштабом и ширину на плане со вторым масштабом.

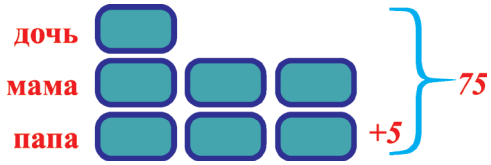
117. Настенные часы за каждые 3 часа отстают на 10 секунд. На сколько они будут отставать за 9 часов; 12 часов; за сутки; за неделю?

118. Из 600 г сплава получили 85 г меди. Сколько граммов меди было потеряно, если медь составляет 20% сплава?

119. Из 270 кг фруктов 60% составляют яблоки. Правда ли, что яблок 135 кг?

120. Наиль купил две книги, одна из которых на 50% дороже другой. На сколько процентов вторая книга дешевле первой?

121. Папе, маме и дочери вместе 75 лет. Отец старше матери на 5 лет, возраст матери относится к возрасту дочери как 3 : 1. Найдите возраст каждого члена семьи.



122. Найдите расстояние между Баку и Мингячевиром, если на карте это расстояние равно 3,5 см, а масштаб карты равен 1 : 10 000 000.

123. а) Какую часть суток составляет 1 час; 4 часа; $2\frac{1}{2}$ часа, $6\frac{3}{4}$ часа?

б) Какую часть часа составляет 10 минут, 25 минут, 30 минут, 45 минут?

124. Что больше: а) половина от $\frac{1}{5}$ или $\frac{1}{5}$ от половины числа?

б) $\frac{3}{4}$ от $\frac{2}{3}$ или $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{4}$?

125. Таир исписал $\frac{5}{8}$ тетради. В тетради осталось 36 неисписанных листов. Сколько всего страниц в тетради?

126. $\frac{4}{10}$ части населения живёт в деревне, остальная – в городе. Какая часть населения живёт в городе? Во сколько раз население, живущее в городе, больше, чем население, живущее в деревне?

127. Мурад сначала прочитал $\frac{3}{7}$ книги, затем $\frac{1}{2}$ остатка, после чего непрочитанными остались 16 страниц. Сколько страниц Мурад прочитал в первый раз?

128. 25% одного числа равны 75% другого. Если большее число равно 108, найдите меньшее.

129. а) Сколько процентов от числа составляет 20% от 50% этого числа?

б) Какое число получится, если число 130 увеличить на 20%? Если полученное число уменьшить на 20%, то какое число получится?

в) Найдите разность 38% и 21% числа 148.

130. Население города составляет 24250 человек. На диаграмме в процентах показано количество мужчин. По данным диаграммы найдите:

а) Сколько мужчин в городе?

б) Сколько женщин в городе? Сколько процентов населения составляют женщины?

в) Какую часть и сколько процентов населения города составляют дети?



131. Сумма трёх чисел равна 546. Первое число равно 126, второе число на 30% больше первого. Найдите третье число.

132. Основание бака – прямоугольник со сторонами 8 м и 5 м. В бак налили 96 м^3 воды, что составило 80%. Найдите высоту бака.

133. Турист в первый день прошёл 30% пути, во второй день – 40% пути, на третий день – оставшиеся 12 км. Какой путь прошёл турист за три дня?

134. Вычислите:

а) $|-9| + |-7|$; б) $|-2| \cdot |-5| - |7|$;

в) $||7 - 9| - 8|$; г) $\frac{|-10|}{5} - 3$;

д) $0 \cdot |-7| + |-2| \cdot 5$; е) $\frac{|-11+7|}{-3} - 12$.

135. Даны множества:

$A = \{4; 6; 7; 9; 11; 15\}$; $B = \{-7; -4; 4; 7; 9\}$; $C = \{-2; 0; 5; 4; 7; 10; 11\}$:

Найдите: а) $A \setminus B$; б) $A \setminus C$; в) $(A \cap B) \cap C$; г) $A \setminus (B \cup C)$.

136. На числовой оси отметьте точки: 11; 7; 4; 0; –1; –3; –4 и сравните числа:

а) 11 и 4; б) –4 и 0; в) –3 и –4; г) –1 и 4; д) 7 и –4; е) –1 и 0.

137. Вместо * вставьте такую цифру, чтобы неравенство стало верным.

а) $-4533 < -453*$; б) $-1265 > -126*$; в) $-7460 < -74**$.

138. Запишите множество целых чисел, расположенных между числами:

а) –5 и 5,5; б) –2 и 1,75;

в) –3 и 0; г) –14 и –4.

139. Запишите четыре последовательных целых числа, большее из которых равно числу:

а) 5; б) –4; в) –7.

140. Запишите четыре последовательных целых числа, меньшее из которых равно числу:

а) 5; б) –5; в) 4.

141. На числовой оси найдите числа, расположенные на расстоянии 5 единиц от числа 12.

142. На числовой оси найдите числа, расположенные на расстоянии 6 единиц от числа –4.

143. На числовой оси найдите несколько целых чисел, расположенных на расстоянии менее, чем 13 единиц от числа 5.

144. На числовой оси найдите несколько целых чисел, расположенных на расстоянии более, чем 5 единиц от числа –7.

145. На числовой оси изобразите множество чисел, расположенных на расстоянии: а) менее, чем 5 единиц от числа 6;
б) более, чем 4 единицы от числа –3.

146. Даны множества A и B:

а) если $n(A) = 10$; $n(B \setminus A) = 5$; $n(A \cap B) = 3$, найдите $n(B) = ?$ $n(A \cup B) = ?$

б) если $n(A \cap B) = 5$; $n(B) = 15$; $n(A \setminus B) = 7$, найдите $n(A \cup B) = ?$ $n(A) = ?$

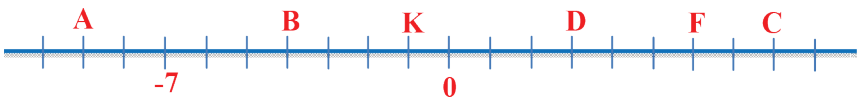
(здесь $n(A)$ – количество элементов множества A).

147. Запишите данные гидрометеорологического центра при помощи знаков «+» и «–»:

а) 18° тепла; б) ниже 0° на 12°;

в) 7° мороза; г) выше 0° на 16°.

148. Определите по рисунку координаты точек:



149. Отметьте на числовой оси с началом отсчёта в точке O следующие точки A, B, C, D и M так, чтобы:

а) точка A находилась справа на расстоянии 5 единиц от начала отсчёта;

б) точка B находилась слева на расстоянии 7 единиц от точки A;

в) точка C находилась от начала отсчёта слева на расстоянии 5 единиц;

г) точка D находилась на 1 единицу правее точки, которая является серединой отрезка AC;

д) точка M находилась на расстоянии 2 единиц слева от точки D.

150. Запишите множество целых чисел, расположенных между числами:

а) -12 и 1; б) -3 и 3;

в) -4 и 2; г) -34 и -25.

151. Вычислите:

а) $729 + (-5126) + (-629) + 5126$;

б) $-638 + (-173) + 538 + 173$;

в) $-372 + 984 + 172 + (-2084)$;

г) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;

д) $125 : (-25) + 100 \cdot (-2)$;

е) $745 : (-5) - 42 : (-21)$;

ж) $90 \cdot (-3) : 27 + 12$;

з) $-1200 : (-60) - 64 : (-8)$.

152. Выполните последовательность действий:

а) $|-32| + |42| - |68 - 124|$;

б) $|826 - 1872 + 111| - |9002 - 10001|$;

в) $(-67) + |-82| - (-12)^2$;

г) $74 + (-939) + |326| + (-1061) + |-525|$.

153. В нормальном состоянии масса сердца равна 250 г. Если человек пролежит 10 дней без движения, размер сердца уменьшится на 18%. Найдите, какова будет масса такого сердца.

154. Чтобы просо проросло, его заливают водой на 25% от массы семян. Сколько воды понадобится для того, чтобы прорастить 20 кг семян проса?

155. В организме человека со средней массой тела 5 л крови. 60% крови человека состоит из плазмы. Плазма крови на 20% состоит из воды. Сколько воды в крови человека?

156. Длина участка земли прямоугольной формы равна 600 м, ширина составляет 40% длины. На 25% этого участка посадили рожь, а на остальной части – пшеницу. Сколько гектаров засеяли пшеницей?

157. Из 120 карандашей 40% разложили в коробки по 8 карандашей в каждую, остальные – в коробки по 6 карандашей. Сколько получилось коробок?

158. При сушке клубника теряет 80% своей массы. Сколько понадобится свежей клубники для получения 5 кг сушёной?

159. Сумма двух чисел равна 60. 25% первого числа равны 75% второго. Найдите эти числа.

160. В 540 г раствора содержится 30 г соли. Найдите процентное содержание соли в растворе.

161. Сколько соли надо добавить к 600 г 20%-го раствора, чтобы он стал 30%-ым?

162. Упростите выражения:

а) $2 + (b - 4)$; в) $(3 + y) - 42$;

б) $-(3 - y) + 7$; г) $(x - 5) + (x + 7)$;

д) $2(x + y) - 2x$; е) $4(a - 2b) + 8b$.

163. Верёвку длиной 90 м разделили на две части. 0,4 первой части равны 0,5 второй части. Найдите длину каждой части.

164. При делении чисел 56 и 82 на одно и то же число в остатке соответственно получились числа 2 и 1. Найдите делитель.

165. Одно число в 3 раза больше другого. Если из большего числа вычесть 30, а к меньшему прибавить 20, то они станут равны. Найдите разность исходных чисел.

166. Решите уравнения:

а) $\frac{4x - 32}{12} = \frac{4}{5}$; б) $\frac{6x + 3}{27} = \frac{5}{9}$;

в) $\frac{4x - 24}{60} = \frac{4}{15}$; г) $\frac{3}{4} = \frac{7x + 9}{40}$.

167. В двух корзинах было 60 яблок. Если 8 яблок из первой корзины переложить во вторую, то яблок во второй корзине окажется в 2 раза больше, чем в первой. Сколько яблок было в каждой корзине первоначально?

168. Найдите число, которое получится, если к наименьшему натуральному решению неравенства $14 < 8 + x$ прибавить 10.

169. Отец старше сына на 30 лет. Разность между 40% возраста отца и 50% возраста сына равна 11. Сколько лет каждому из них?

170. За летние каникулы составьте проект по любой теме учебника (выбор темы свободный).

Таблица простых чисел

Исторические сведения: Таблица простых чисел была составлена древнегреческим математиком Эратосфеном (2000 лет до н.э.). Для этого он придумал следующий способ: записал подряд числа от 1 до 100. Затем убрал из этого ряда число 1. Сохранив 2 в таблице, зачеркиваются все кратные ей числа. По такому же принципу, сохранив 3 в таблице, зачеркиваются все кратные ей числа. Это правило применяется и по отношению к 5, 7, 11, 13. Таким образом, он изобрел метод нахождения простых чисел, который называется решетом Эратосфена. Количество простых чисел бесконечно.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79
83	89	97	101	103	107	109	113	127	131	137
139	149	151	157	163	167	173	179	181	191	193
197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257
263	269	271	277	281	283	293	307	311	313	317
331	337	347	349	353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433	439	443	449	457
461	463	467	479	487	491	499	503	509	521	523
541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739	743
751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977
983	991	997	1009	1013	1019	1021	1031	1033	1039	1049
1051	1061	1063	1069	1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117
1123	1129	1151	1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213
1217	1223	1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289
1291	1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451	1453
1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511	1523	1531
1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583	1597	1601	1607
1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657	1663	1667	1669	1693
1697	1699	1709	1721	1723	1733	1741	1747	1753	1759	1777
1783	1787	1789	1801	1811	1823	1831	1847	1861	1867	1871
1873	1877	1879	1889	1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951
1973	1979	1987	1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029

Ответы:

Повторение пройденного материала

стр. 7: **№ 7.** Наиль – 167 см; Али – 158 см; Самир – 152 см; Юсиф – 149 см; **№ 8.** 4 кг; **№9.** 90000; **№ 10.** 48; **№ 11.** 9 ч; 7 ч; 5 ч; 3 ч.

стр. 8. **№ 1.** $m(m-5)$; **№ 2.** $8x-85$; **№ 3.** 105; 207; **№ 4.** 67; 42; **№ 5.** а) 33; б) 100; **№ 8.** а) 8991; б) 99960; в) 153114; **№ 9.** 28 км; 32 км; **№ 11.** а) 324; б) 340; з) 2760; **№ 13.** 21.

стр. 9. **№ 2.** в 3 раза; **№ 6.** 19; **№ 7.** 12 дней; **№ 9.** 4; **№ 10.** 2,1 кг; 2,7 кг; **№ 12.** а) 16,3; б) 1,8554; в) 37,37; **№ 13.** 33 м 68 см.

стр. 10. **№ 1.** 33,3 км/ч; 27,7 км/ч; **№ 3.** 7,75 кг; 4,1 кг; **№ 7.** а) 63; б) 7,29; в) 105,92; г) 249,24; д) 76,59. **№ 8.** 19,25 м; 14,8225 м^2.

Обыкновенные дроби

стр. 12. **№ 4.** а) 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; **№ 7.** Невозможно; **№ 8.** а) число 125 – составное; б) число 49 – составное.

стр. 14. **№ 1.** 35; 1; 15;21; 24; 1; 1.

стр. 15. **№ 4.** 7; **№ 5.** 12; **№ 7.** 31 ученик; 2 карандаша и 5 тетрадей; **№ 9.** а) 4 см; 6 шт; б) 12 см; 6 шт; **№ 10.** а) 12 и 48; б) 200 и 40; **№ 11.** 10 детей; **№ 12.** Нельзя разделить на равные части.

стр. 17. **№ 3.** 70 человек.

стр. 18. **№ 6.** 450 см; **№ 7.** а) 18960; c) 27; ç) 124; **№ 8.** а) 55; б) 624; в) 4; **№ 9.** а) 21; б) 4268; в) 8; **№ 10.** а) 1; б) ab; в) ab; г) $ab+1$; д) ab; **№ 11.** а) n; б) m; в) mn; г) $m+n$; д) $\frac{m}{n}$; **№ 12.** 21 раз; **№ 13.** 11 подарков.

стр. 20. **№ 11.** а) 2; б) 4; в) 12; г) 20; д) 1; з) 72; е) 48; ж) 10; **№ 12.** а) 17; б) 16; в) 2; г) 17; д) 4; е) 4.

стр. 22. **№ 2.** а) $\frac{11}{12};\frac{5}{42};\frac{13}{36}$; **№ 5.** а) $\frac{1}{4};\frac{5}{12};\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{11}{12}$; б) 0,03; 0,15; 0,26; 0,54; 0,89; 0,95; г) $\frac{1}{45};\frac{1}{6};\frac{2}{5};\frac{5}{6};\frac{89}{90}$; **№ 9.** е) 6; ж) $\frac{6}{7}$; з) $\frac{8}{9}$; и) $\frac{8}{5}$; **№ 10.** д) $\frac{13}{3}$; е) $\frac{1}{9}$.

стр. 26. **№ 8.** $\frac{9}{16}<\frac{13}{20}$; **№ 11**; а) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; б) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; **№ 14.** а) $\frac{13}{48};\frac{14}{48};\frac{15}{48}$.

стр. 27. **№ 1.** к) $1\frac{1}{18}$; л) $\frac{7}{24}$; м) $1\frac{3}{32}$; н) $1\frac{5}{42}$; о) $\frac{5}{12}$; п) $\frac{13}{28}$.

стр. 28. **№ 4.** Во втором баллоне на $\frac{7}{110}$ литров молока больше; **№ 6.** 58 минут; **№ 9.** г) $\frac{67}{100}$; д) $\frac{5}{6}$; е) $\frac{1}{12}$; ж) $\frac{13}{24}$; з) $\frac{13}{16}$; **№ 10.** а) 2; б) 2; в) 1; г) $1\frac{2}{3}$; **№ 11.** $1\frac{18}{25}$.

стр. 29. **№ 12.** 6 дней; **№ 13.** 28 ч; **№ 14.** Не наполнится; **№ 16.** $\frac{17}{24}$. **№ 17.** 12 минут.

стр. 31. **№ 2.** к) $7\frac{1}{30}$; л) $44\frac{61}{225}$; м) $26\frac{47}{175}$; **№ 3.** ж) $3\frac{9}{16}$; з) $2\frac{5}{18}$; л) $4\frac{7}{51}$; к) $17\frac{17}{22}$; **№ 4.** а) $7\frac{5}{8}$; б) $19\frac{1}{3}$; **№ 6.** а) $6\frac{1}{100}$; в) $\frac{6}{19}$; г) $5\frac{161}{180}$; **№ 7.** $23\frac{1}{14}$ км/ч; $17\frac{1}{2}$ км/ч; **№ 8.** $24\frac{4}{9}$ км/ч.

стр. 32. **№ 10.** а) $6\frac{4}{9}$; ç) $1\frac{29}{108}$; **№ 12.** $11\frac{13}{16}$ кг; $17\frac{1}{16}$ кг; $7\frac{11}{16}$ кг; **№ 13.** $13\frac{44}{45}$ минут; $10\frac{43}{45}$ минут; $28\frac{7}{15}$ минут; **№ 14.** $2\frac{23}{60}$ кг; **№ 16.** $36\frac{7}{12}$ см.

стр. 33. **№ 4.** а) $\frac{3}{20}$; б) $\frac{5}{64}$; в) $\frac{18}{325}$; г) $\frac{13}{80}$; **№ 5.** а) 0,45; б) 0,424; в) 2,688125; г) 0,580125.

стр. 34. **№ 9.** 150 грамм; **№ 10.** 9 м^2; **№ 12.** Объем одинаковый; **№ 13.** а) от коров $\frac{1}{3}$; от коз $\frac{1}{6}$; б) 2 дня; **№ 14.** 4,5 ч.

стр. 35. **№ 3.** $13\frac{3}{5}$ дм; **№ 4** в) 4,5 минут; **№ 6.** Нет.

стр. 36. **№ 3.** а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) 2,56; г) 1; д) $\frac{2}{25}$; е) $\frac{1}{8}$.

стр. 38. **№ 2.** 3 м; **№ 3.** 60 л; **№ 4.** 400 кг; **№ 5.** $10\frac{1}{2}$ час.

стр. 39. **№ 8.** 121 км; **№ 9.** а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{1}{3}$; **№ 10.** 39 страниц; **№ 11.** 60; 36; **№ 12.** Олово – 145 г; медь – 95 г; железо – 55 г; золото – 305 г. **№ 13.** 21 м.

Отношение. Пропорция. Процент

стр. 45. **№ 4.** а) $\frac{1}{3}$; б) 30; в) $\frac{5}{70}$; г) $\frac{1}{15}$; д) 60; е) 6; л) 1; о) 4; **№ 10.** 1:2; 1:1; 2:3; 1:9; **№ 11.** 4:5; 4:3; 5:3;5:4.

стр. 46. **№ 14.** а) 8:3; б) 15:34; в) 27:10; г) 5:4; д) 4:11; е) 80:3; ж) 63:76; з) 35:36.

стр. 47. **№ 26.** а) 9; б) 138; в) 312; г) 18 человек; д) 24 студента.

стр. 50. **№4.** а) 5; б) 13,5; в) $\frac{7}{4}$ г) 6; д) 490; е) 35; **№ 6.** а) 72 манат; б) 33,6 км; в) 10 ч; г) 990 г; д) 60 м; **№ 8.** 9 ч; **№ 9.** 75,6 кг, 170 кг.

стр. 51. **№ 12.** а) $\frac{5}{6}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $\frac{2}{75}$; г) 1,2; д) 3,4; **№ 13.** б) 13; в) 10,5; д) 12; **№ 17.** 54 года; **№ 18.** 52 г; **№ 19.** 4 м; **№ 20.** 1 м; 2 м.

стр. 53. **№ 5.** а) 5 ч; б) 30 ч; **№ 6.** а) увеличится в 3 раза; б) уменьшится в 4 раза; **№ 7.** а) уменьшится в 6 раз; б) увеличится в 2 раза.

стр. 55. **№ 15.** 77 км; **№ 17.** 6,25 кг; **№ 18.** 6,8 кг, 7,2 кг; **№ 19.** 312 см; **№ 20.** 380 см; **№ 21.** Невозможно сказать; **№ 22.** 30 манат, 35 манат, 45 манат.

стр. 56. **№ 1.** а) 108; 30; б) 7,5; 15; 20; 27,5; **№ 2.** а) 28; 44; б) 18,4; 27,6; 46; **№ 3.** 96 кг; 136 кг; **№ 4.** 1435 г; 1025 г; **№ 5.** 14 см, 16 см, 18 м; **№ 6.** 115 см.

стр. 57. **№ 8.** 50^{o}; 130^{o}; **№ 9.** 95^{o}; 35^{o}; **№ 12.** 160 манат, 240 манат, 400 манат; **№ 13.** 112 тонн, 168 тонн, 260 тонн; **№ 14.** 60, 135, 24; **№ 15.** 36, 90, 120, 140; **№ 17.** ≈23 г, ≈185 г, ≈116 г, ≈ 576 г; **№ 18.** 6 медвежат; 12 волчат; 30 лисят.

стр. 59. **№ 6.** 36; **№ 7.** 20 кг; **№ 8.** 12 портфелей; **№ 10.** 4,9 тонн; **№ 12.** 2 ч. 24 минут; **№ 14.** 12 ч; **№ 15.** 15 ч; **№ 16.** 100 дней; 25 дней.

стр. 60. **№ 1.** а) 80 и 60; б) 40 и 100; **№ 2.** 180 и 200; **№ 3.** 196 и 147; **№ 4.** а) 252 $мм^2$; b) 320 м; **№ 5.** а) 60 и б) 90; **№ 6.** 8 конфет.

стр. 61. **№ 1.** а) 1 : 300000; б) 1 : 30000; в) 1 : 20000000; **№ 4.** а) 2 см; б) 12,5 см.

стр. 65. **№ 1.** 25; **№ 2.** а) 625; б) 112,5; в) 800; г) 400; **№ 3.** 140; **№ 7.** 18,4 см; **№ 8.** 7,65 см.

стр. 66. **№ 9.** а) $\frac{1}{2}$ и 50%, б) 328; **№ 10.** 300, 400, 600, 700; **№ 11.** а) 1707; б) 224,16; с) 833,25; **№ 12.** 6; 11 и 8; **№ 13.** а) 3; б) 392; в) 2; г) 2100; **№ 14.** 300; **№ 15.** а) 1500; б) $7\frac{49}{93}$ % **№ 16.** 100°; **№ 17.** 29; **№ 18.** а) $\frac{400}{1407}$; б) $3\frac{1}{8}$; в) 3,5.

стр. 67. **№ 4.** 250%; **№ 5.** $80\frac{20}{21}$ %; **№ 7.** 95%.

стр. 68. **№ 9.** а) $\frac{1}{2}$ и 50%, б) 328. **№ 14.** $73\frac{9}{17}$; $26\frac{8}{17}$; **№ 17.** $83\frac{1}{3}$ %; **№ 19.** на 25% больше; **№ 21.** 12%; **№ 22.** 6%.

стр. 69. **№ 1.** уменьшилось на 20%; **№ 2.** увеличилось на $16\frac{2}{3}$ %; **№ 5.** уменьшилось на 25%; **№ 7.** понизилась на 20%; **№ 10.** прибыль 5750 манат.

стр. 70. **№ 10.** прибыль 5750 ман.; **№ 11.** 750 ман.; **№ 12.** 12,5%; **№ 13.** на 24 единиц меньше.

стр. 71. **№ 2.** а) 20%; б) 150%; **№ 4.** а) 132%; б) 50%.

стр. 72. **№ 1.** 24 г; **№ 2.** 18% и 23%; **№ 3.** 35% и 40%; **№ 4.** $23\frac{17}{21}$ %; $76\frac{4}{21}$ %. **№ 5.** 112 л; **№ 6.** Ариф – 29,28 г; **№ 8.** ≈8,42%.

стр. 73. **№ 1.** а) $\frac{40}{3}$ л; **№ 2.** 20 л; **№ 3.** 75 г; **№ 4.** 40 г; **№ 7.** 100 г; **№ 8.** 80 г; **№ 9.** 150 г, 450 г.

Целые числа

стр. 81. **№ 5.** прибыль 48 манат; **№ 6.** на глубине 35 м; –35; **№ 7.** а) 34; б) –34; в) 90; г) 63; д) –34; **№ 8.** а) 5; б) –46; в) 5; г) –325; **№ 10.** 0°C; **№ 11.** 22°C; **№ 12.** а) 5; б) 12; в) 5; в) 2.

стр. 82. **№ 3.** а) 79; б) 3911; в) 489; г) 979; д) 100; е) 51; ж) 20; з) 20; и) 17.

стр. 84. **№ 6.** а) {–4; –3; –2; –1; 0}; б) {–7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6}; в) {7; 8; …}; д) {90; 91; ...}; е) {3; 4;...}; **№ 7.** а) –9; б) –1; в) 2; г) –201; д) –12; е) 10; ж) –66. **№ 13.** 19870; **№ 15.** а){ –14; –13; –12; –11; –10; –9; –8; –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0}; б){ –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2}; в) {–2; –1; 0; 1; 2; 3}; г) {–1; 0; 1; 2; 3; 4}.

стр. 85. **№ 1.** а) –11; –27; –250; б) –33; –99; –100; **№ 2.** а) –442; б) –1000; в) –154919936; г) –107471100; **№ 3.** а) –9400; б) –40084; в) –13600; г) –189999930; **№ 4.** а) –765; б) –6966; в) –9500000; г) –58675.

стр. 86. **№ 9.** а) –7; –2; б) –109; 0; в) –54; –1; **№ 10.** а) –1000; б) –190; **№ 12.** а) –65; б) –1014; в) –151; г) –102799.

стр. 87. **№ 1.** а) 27; б) 6380; в) 0; г) 0; **№ 2.** а) 222 манат; б) 1189 манат; в) 500000 манат; г) 12910 манат; **№ 3.** а) –12; б) 20; в) 17; г) 36; д) 70000; е) 100; ж) –460; з) 0; и) –4619.

стр. 88. **№ 6.** 4834 манат; **№ 7.** 47 м; **№ 8.** а) 45; б) 129; в) 45; г) 129; д) 45; **№ 9.** а) 89; б) 673; в) 1,92; **№ 13.** а) 1; б) 27; в) 10; г) 48.

стр. 89. **№ 1.** а) 16; б) –3; в) –1918; ж) 58; з) 45; и) 39; **№ 2.** а) –30; б) –85; в) –99; г) –44; д) –85; е) –1; ж) 100; з) –9; и) 50; к) 12; **№ 4.** а) –8; б) 2; в) –6; г) –20; д) 7; е) –43; ж) –42; з) 62; и) 0; к) –32029; м) –898019; **№ 6.** а) –48; б) 1324; в) –185; г) –2035.

стр. 90. **№ 9.** t = 15°C; **№ 13.** 3754 манат; **№ 16.** а) 6; б) 94; в) 26; г) 195.

стр. 91. **№ 1.** а) –180; б) –100; в) 21; г) 180; д) –15162; е) –56000; ж) 1040; з) –14940; **№ 2.** а) 8; б) –24; в) –8; г) 2; д) 12; е) 240; ж) –480; з) –374.

стр. 92. **№ 5.** а) 16; 16; 144; –8; 625; –1000000; –1; 27; –16; б) –775; в) 9744; г) –100; д) 17; е) –8; ж) 91; з) –288; и) 8; **№ 10.** а) 384; б) 13400; в) 70; г) 173.

стр. 93. **№ 18.** а) 875; б) –67000; в) –726; г) –9000; д) –4144; е) 1600; ж) –18; з) 112; и) –1095; к) 230; л) 3633; м) –84; н) –297; о) 7136.

стр. 94. **№ 5.** а) $y = -24$; б) $a = -25$; в) $k = -12$; г) $c = -670$.

стр. 95. **№ 8.** а) 21; б) 5; в) –7; г) –40; д) –19; е) –7; **№ 9.** а) –25; б) –22; в) –3; г) –1; д) –250; е) –32; **№ 10.** а) 4; б) –6; в) 6; г) 3; **№ 11.** а) –3; б) –10; в) –2; г) –2; **№ 13.** а) 16; б) 0; в) 800; г) 6; **№ 14.** а) 18000; б) 45; в) 18000; г) 5; **№ 15.** а) $x = -3$; б) $y = -2$; в) $a = 3$; г) $b = -2$; **№ 16.** а) 2; б) 72; в) –5; г) –12; д) –36; е) –1000.

стр. 96. **№ 2.** а) 33; б) –4; в) –146; г) –30039; **№ 3.** а) 16; б) 3; в) 4; г) –6; д) –2; е) 19.

стр. 97. **№ 4.** а) 906; б) 616; в) –1296; г) –500; **№ 5.** а) 36; б) 225; в) –2; г) 131; **№ 8.** а) –14; б) 24; в) –16; г) –6; д) 15; е) 15; ж) 67; з) 38; и) 7; к) –3; л) 13; м) 23; н) 24; **№ 9.** а) –1; б) –16; в) 8; г) 45; д) –61; е) 8; ж) 33; з) 54; и) –2.

стр. 100. **№ 1.** а; **№ 2.** в; **№ 3.** б; **№ 4.** б; **№ 5.** в; **№ 6.** а; **№ 7.** в; **№ 8.** в; **№ 9.** г; **№ 10.** а; **№ 11.** б; **№ 12.** г; **№ 13.** б; **№ 14.** б.

Математическое выражение. Уравнение. Неравенство

стр. 104. **№ 5.** а) –40000; б) 6; **№ 6.** а) $2c$; б) $\frac{1}{8}y$; в) $4x$; **№ 7.** а) 0; б) 38; в) –3; г) –110;

стр. 105. **№ 1.** а) 565; б) 196; в) 130; г) 100. **№ 2.** а) 410; б) 525; в) –115; г) 10; **№ 5.** а) $2a + 6b - 14c$; г) $mk - 29mn + 389m$; **№ 6.** а) $14n - 10m - 8$; г) $276x - 23k - 1495p$.

стр. 107. **№ 6.** б) 115,2; в) 1,6; г) 323; д) 21,2.

стр. 108. **№ 1**. а) $8x$; б) $21b$; в) $-7a-7b$; г) $-20k + 23p$; **№ 2.** а) $-6a$; б) $-93x$; в) $-4x+4y$; г) $25n-15m$; **№ 4.** а) $12x - 72$; б) $4 - 4y$; в) $38x - 16$; г) $56c + 49$; **№ 5.** а) 62; б) –81.

стр. 110. **№ 4.** а) 0,5; б) –2; в) –4; г) –11; **№ 5.** а) 3; б) 0,5; в) 3; г) –18; **№ 6.** а) –2; б) $\frac{5}{9}$; в) $3\frac{1}{3}$; г) –1; **№ 8.** а) –3; б) –1; **№ 9.** а) 0,4; б) –1; в) 9,5; г) –2; **№ 10.** а) 0,5; б) 3; **№ 11.** а) –7; б) –3.

стр. 111-114. **№ 2.** а) 13,82; б) 3,01; в) 67,24; **№ 3.** а) 24,4; б) 4; **№ 5.** 22; **№ 6.** 1,9 км; **№ 7.** 898; **№ 8.** 14 и 28; **№ 9.** 1 ман. 40 гяп.; **№ 10.** 21; 63; **№ 11.** 171 км; **№ 12.** 9,9; 14,7; **№ 13.** 8,8 см^2; **№ 14.** 7; 11 yaş; **№ 15.** 12; 84; 78; **№ 16.** 14 км; **№ 17.** 80 км; 70 км; 72 км; **№ 19.** через 13 часов; **№ 20.** через 5 часов; **№ 21.** 800 мл; **№ 22.** 103,5 кг; **№ 23.** 30; 90;

№ 24. 7 манат; 8 манат; **№ 25.** 2 км/ч; **№ 26.** 6 км/ч; **№ 27.** 10 дней; **№ 28.** 408 деталей; **№ 29.** через 15 часов; **№ 31.** 20 кг; 80 кг; **№ 32.** 13,4.

стр. 117. **№ 1.** а) $4a + 7$; б) $7x - 2y - 11$; в) $7x + 26y$; г) $11a + b + 5$; **№ 2.** а) 1; б) 6; в) 4,5; г) 12; д) $2\frac{16}{17}$; е) 6; **№ 3.** {–12; –6; –4; –3; –2; –1; 1; 2; 3; 4; 6; 12}; **№ 4.** а) $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$; б) –5 > –7; в) 10 > –7; **№ 7.** 8; **№ 8.** 10; **№ 9.** 15; **№ 10.** 142; **№ 11.** 0.

Угол. Окружность. Симметрия

стр. 136. **№ 4.** а) $\angle 3 = 50^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = 130^\circ$; б) $\angle 4 = 127^\circ$; $\angle 1 = \angle 3 = 53^\circ$; в) $\angle 2 = \angle 3 = \angle 1 = 90^\circ$; **№ 9.** $\angle 1 = \angle 3 = 120^\circ$; $\angle 2 = \angle 4 = 60^\circ$.

стр. 137. **№ 10.** а) 60; б) 65°; в) 22°; г) 20°; **№ 11.** а) 35° и 55°; б)12° и 78°; в) 25° и 65°; **№ 12.** а) 96°; 84° б) 35°; 145°; **№ 13.** а) 110°; 70°; б) 53°; 127°.

стр. 139. **№ 3.** а) 5 см; б) 4 мм; в) 6 см 6 мм; **№ 4.** а) 6 см; б) 11 см; в) 15 см 3 мм.

стр. 141. **№ 2.** а) 13,5 см; б) 7,2 мм; **№ 3.** б) 4,1 дм; **№ 4.** 3 : 2.

стр. 142. **№ 2.** а) 3 см; б) 1,5 см; **№ 3.** 10 дм. **№ 4.** Окружности не пересекаются; **№ 5.** Не пересекаются; **№ 6.** AB = 12 см.

стр. 143. **№ 3.** 70 см; **№ 4.** 17 см; **№ 5.** 5 см; 4 см; 3 см; 0,3 см.

стр. 144. **№ 4.** Невозможно.

стр. 145. **№ 1.** а) 60°; б) 110°; в) 180°; **№ 2.** а) 50°; б) 123°; в) 180°; **№ 3.** а) 135°; б) 76°; в) 34°.

стр. 146-147. **№ 4.** а) 31,4 см; 18,84 см; 75,36 мм; 15,7 дм; б) 31,4 см; 50,24 мм; 197,82 дм; 34,54 м; **№ 5.** б) увеличится в 3 раза; в) уменьшится в 4 раза; **№ 8.** 42013,2 км; **№ 9.** 6,908 м; 2,512 м; 9,42 м; **№ 10.** 213,52 см ≈ 213,5 см; **№ 11.** 55 см; **№ 14.** 0,6879 м ≈ 1 м; **№ 17**. ≈0,63694 м.

Измерения. Площадь. Объём

стр. 155. **№ 1.** а) 23 м; б) 5,43 км; в) 9250 дм; г) 4067000 мм; д) 625 см; е) 8,863 км.

стр. 156. **№ 7.** 60,24 м; **№ 8.** 94 см; **№ 9.** Покроет.

стр. 157. **№ 2.** а) 1400 $дм^2$; б) 370 ар; в) 8000 $см^2$; г) 790 $м^2$; **№ 3.** а) 0,34 га; б) 2100 ар; в) 52100 $см^2$; г) 0,0071 ар; д) 480000 $м^2$; е) 40000000 $мм^2$.

стр. 159. **№ 13.** 64 $см^2$, 260 $мм^2$.

стр. 161. **№ 2.** а) 12,56 $см^2$; г) 314 $мм^2$; **№4.** 15,7 $см^2$; **№ 6.** а) 12,56 $см^2$; б) 6,0288 $см^2$; в) 1,884 $см^2$;

стр. 162. **№ 6.** a) 12,56 $см^2$; b) 6,0288 $см^2$; c) 1,884 $см^2$; **№ 7.** б) 21,98 $см^2$; **№ 8.** а) 10,535 $мм^2$; е) 10,9025 $м^2$.

стр. 164. **№ 4.** 42; 14; **№ 5.** а) 126 $см^2$; б) 216 $дм^2$; в) 270 $см^2$.

стр. 165. **№ 5.** а) 30,4 мм^3; б) 50,4 см^3; в) 49,6 м^3; **№ 6.** 3,5 л; **№ 7.** 607 л.

стр. 166. **№ 13.** а) 226,08 см^3; б) 565,2 см^3; в) 87,92 см^3; **№ 14.** 3 части по 5 м^3.

Статистика. Вероятность

стр. 176. **№ 1.** а) 13; б) 13; **№ 2.** Исходному числу; **№ 3.** 1 и 3.

стр. 177. **№ 7.** а) 12; б) 4; в) 7; **№ 9.** Среднее арифметическое 3,07; медиана 2,5; размах ряда 6,9; **№ 12.** Размах ряда 26; среднее арифметическое 45; мода 43; среднее статистическое 43.

стр. 178. **№ 13.** 95,45 м; **№ 14.** 1,57 м; **№ 15.** 6 кг; **№ 16.** 14 манат; **№ 17.** 79,625 км/ч; **№ 18.** 68 км/ч; **№ 19.** 5,0875; **№ 20.** Средний балл 4,1; среднее статистическое 4,2; **№ 21.** 76; **№ 22.** 3.

стр. 182. **№ 4.** а) случайное событие; б) случайное событие; в) невозможное событие; **№ 7.** а) достоверное событие; б) невозможное событие; **№ 8.** в) достоверное событие; г) невозможное событие.

стр. 183-184. **№ 1.** а) Маловероятное; б) высоковероятное; **№ 3.** а) Достоверное; б) равновероятное; в) равновероятное; **№ 4.** Равновероятное; **№ 5.** а) Возможны 4 события; **№ 6.** а) Достоверное; б) равновероятное; в) выпадение черного шара; г) да; **№ 7.** Да; **№ 11.** Да.

стр. 186. **№ 1.** а) 123, 132, 213, 231, 312, 321 – 6 чисел; б) 95, 90, 50, 59 – 4 числа; **№ 3.** 10; **№ 4.** 10; **№ 6.** 15 отрезков; **№ 7.** а) 6; б) 10; **№ 8.** 6 случаев.

стр. 187. **№ 10.** 6 рукопожатий; **№ 11.** 3 способа; **№ 13.** 10; **№ 14.** а) 28 и 2; б) 21 и 12.

стр. 188. **№ 1.** а) 5; б) 3; в) 1; **№ 2.** 11; **№ 3.** 6; **№ 4.** в; **№ 5.** 150; **№ 6.** 3; **№ 7.** 7

стр. 189. **№ 8**. Благоприятных исходов выпадения очков больше 6 равно 0. Благоприятных исходов выпадения больше очков больше 0 равно 6; **№ 9.** 6; **№ 14.** 1; **№ 15.** а) 3; б) 3;

стр. 190. **№ 16.** а) 1; б) да; **№ 18.** Возможных исходов – 20; благоприятных исходов – 4; **№ 19.** Возможных исходов – 6; благоприятных исходов – 1; **№ 20.** Возможных исходов – 4; благоприятных исходов – 1; **№ 21.** Возможных исходов – 50; благоприятных исходов – 30; **№ 23.** Возможных исходов – 2; благоприятных исходов – 1.

Повторение

№ 1. а) 376; б) –4176; в) –468; г) 1; **№ 2.** а) –347000; б) 549000; в) 2300; г) 130000; **№ 3.** а) 4; б) –71; в) 42; г) 14; **№ 5.** а) –5; б) –4714; в) 8; г) –4537; **№ 6.** 7 игры; **№ 7.** а) –86; б) –2; в) 9; г) –1; **№ 8.** а) $a = b$; б) a и b – противоположные числа; в) $a = 0$, $b \neq 0$; **№ 10.** а) { – 6; 12; 0; –1; 11}; б) {– 7; 2; 1; 10}; **№ 13.** а) 1; б) 1; **№ 15.** 50 костюмов и 45 костюмов; первый портной пошил больше костюмов; **№ 17.** а) 6 треугольников,

3 квадрата; 2 треугольников, 6 квадрата; б) 1 треугольник, 3 квадрата; **№ 18.** 8 манат – 4 книга; 6 манат – 3 книг или 6 манат – 6 книг; 8 манат – 3 книги; **№ 22.** 1410 манат; **№ 29.** а) 10; б) 69; в) 30; г) 83. **№ 41.** а) 3,8; б) 260,1; **№ 43.** а) 31; б) 108,8. **№ 44.** а) 360; б) 0,2; **№ 45.** а) 131; б) 0,3; в) 0,4; г) 4,9; **№ 54.** а){ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}; б) {11; 10; 9; 8; 7; 6; 5; 4; 3; 2; 1}; в) {1; 2; 3; 4}; г) ∅. **№ 57.** { –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4; 5}; **№ 60.** а) –20; б) 22; в) –3; г) 3; д) 35; е) –35; ж) 0; з) –41; и) 20; к) 78; л) –1720; м) 0; **№ 69.** –364; **№ 71.** а) $x = -3$; б) $x = -15$; в) $x = -5$; г) $x = -9$; д) $y = 12$; е) $a = -7$; ж) $b = -54$; з) $z = 159$; и) $k = 39$; **№ 77.** а) $\frac{11}{20}$; б) $\frac{3}{14}$; **№ 78** а) $\frac{8}{15}$; б) $\frac{59}{72}$; в) $\frac{11}{12}$; г) $7\frac{20}{21}$; д) $2\frac{4}{57}$. **№ 101.** 194,4 манат; **№ 102.** 1000; **№ 103.** 400 г; **№ 107.** 1600 манат и 800 манат; **№ 108.** 75 страниц, 45 страниц; **№ 109.** 720 и 480 заданий; **№ 110.** 40 и 50 минут; **№ 111.** 1350 г и 1200 г; **№ 112.** 840 г; **№ 113.** а) 500 см^2; б) 450 см^2; в) 200 см^2; г) 486 см^2; **№ 118.** 35 г; **№ 119.** Ошибка; **№ 121.** 35, 30, 10 лет; **№ 125.** 96 страниц; **№ 127.** 24; **№ 128.** 36; **№ 132.** 3 м; **№ 133.** 40; **№ 153.** 205 г; **№ 155.** 0,6 л; **№ 157.** 18 коробок; **№ 158.** 25 кг; **№ 159.** 15 и 45; **№ 163.** 50 м и 40 м; **№ 166.** а) 10,4; б) 2; в) 10; г) 3; **№ 167.** 28; 32; **№ 168.** 17.

Buraxılış məlumatı

RİYAZİYYAT 6

Ümumi təhsil müəssisələrinin 6-cı sinifləri üçün
Riyaziyyat fənni üzrə

DƏRSLİK

(Rus dilində)

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:	**Sevda İsmayılova** **Arzu Hüseynova**
Tərcümə edən	**Viktoriya Abdullayeva**
Elmi redaktor	**Sahib Abdurahimov**
Buraxılışa məsul	**Rafiq Kazımov**
Üz qabığının dizayneri	**Nurlan Nəhmətov**
Səhifələyicilər:	**Aleksandra Samuylova** **Yeganə Rüstəmova**
Texniki redaktor	**Fəridə Səmədova**
Korrektorlar:	**Mətanət Nadirova** **Mehriban Mustafayeva**
Baş redaktor	**Samirə Bektaşi**
Texniki direktor	**Xəqani Fərzalıyev**
Nəşriyyat direktoru	**Sevil İsmayılova**

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi: 2021-067

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Hesab-nəşriyyat həcmi 9,6. Fiziki çap vərəqi 13,5. Formatı 70x100$^{1}/_{16}$.
Kəsimdən sonra ölçüsü: 165x240. Səhifə sayı 216.
Şriftin adı və ölçüsü: məktəb qarnituru 10-12. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Sifariş Tiraj 16090. Pulsuz. Bakı – 2021

Əlyazmanın yığıma verildiyi və çapa imzalandığı tarix: 11.08.2021

Çap məhsulunu nəşr edən:
“Şərq-Qərb” ASC
(Bakı, AZ1143, Hüseyn Cavid pr., 111)

Çap məhsulunu istehsal edən:
“Şərq-Qərb” ASC
(Bakı, AZ1123, Aşıq Ələsgər küç., 17)

Pulsuz

Əziz məktəbli!

Bu dərslik sizə Azərbaycan dövləti tərəfindən bir dərs ilində istifadə üçün verilir.

O, dərs ili müddətində nəzərdə tutulmuş bilikləri qazanmaq üçün sizə etibarlı dost və yardımçı olacaq.

İnanırıq ki, siz də bu dərsliyə məhəbbətlə yanaşacaq, onu zədələnmələrdən qoruyacaq, təmiz və səliqəli saxlayacaqsınız ki, növbəti dərs ilində digər məktəbli yoldaşınız ondan sizin kimi rahat istifadə edə bilsin.

Sizə təhsildə uğurlar arzulayırıq!

