

Riyaziyyat

8

DƏRSLİK

1-ci hissə

$$y = x^2$$





HEYDƏR ƏLİYEV

AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

Lavigne

Zaur İsayev
Məhəmməd Kərimov
Günay Hüseynzadə
Aqşin Abdullayev
Sevda İsmayılova

Riyaziyyat

Ümumi təhsil müəssisələrinin 8-ci sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə dərslik
(1-ci hissə)

8

©Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International lisenziyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az saytında əlçatandır. Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən sözügedən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir.

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır.

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtləri ilə yayılmalıdır.

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi trm@arti.edu.az və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur. Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!

DƏRSLİYİNİZLƏ TANIŞ OLUN

ilkin yoxlama

Bölmədə öyrədilməsi nəzərdə tutulan materiallarla əlaqəli aşağı siniflərdə öyrənilmiş bilik və bacarıqların təkrarı. Diagnostik qiymətləndirmə məqsədi üçün istifadə oluna bilər.

ilkin yoxlama

- [illegible]

Bu bölmədə öyrənəcəksiniz
Bölmədəki mövzular əsasında
qazanılacaq bilik və bacarıqlar

Cəhd edin!

Hər bölmənin əvvəlində bu bölmənin əsas ideyalarının tətbiqinə aid məsələ verilir. Bu məsələni həll etmək vacib deyil. Lakin məsələnin həll strategiyası və tələb olunan biliklər barədə müzakirə təşkil edilir. Bölmənin sonunda bu məsələnin həlli verilir.

Bölmənin ilk səhifəsi

Bölmədə öyrədiləcək mövzularla, onların tətbiqi ilə bağlı ilkin təsəvvür formalaşdırılır.

1

Kvadrat köklər

- [illegible]

Araştırma-müzakirə

Əvvəlki biliklərə əsaslanan tapşırıq və suallar təqdim olunur. Suallara cavab verməklə mövzuya dair ilkin biliklər yada salınır. Öyrənmə mərhələlərinə hazırlıq məqsədi daşıyır.

Açar sözlər

Mövzuda öyrədiləcək
yeni anlayış və sözlər.

Övränmä

Yeni mövzu və anlayışların izahı.

Fikirləş!

Yeni bilikləri genişləndirmək məqsədilə ümumi müzakirə üçün sual və ya tapsırdı.

1.2. Həqiqi ədədlər

huan-pai-zokira

- Vahid kvadratin diaqonalı üzərində şəkildəki kimi yeni kvadrat quruldu.

Öyrənmə irrasional ədədlər

[illegible] Fikirleş!

$\sqrt{0,36}$ ve $\sqrt{\frac{4}{9}}$ adadlarının rasyonel adad olduğunu nece izah etmek olur?

Çalışma

- Verilmiş adadların rasyonel, yoksa irrasyonel olduğunu belirleyiniz.
- Verilmiş adadların arasından irrasyonel adadları seçin ve ona aks adadı yazın.

Çalışma

Yeni bilikləri möhkəmləndirmək
üçün nümunəyə əsasən
müstəqil yerinə yetirilən
çalışmalar.

Riyazi kaleydoskop

Riyaziyyata daha çox maraq
oyatmaq üçün hər bölmənin
sonunda dərinləşdirilmiş və qey-
ri-standart tipli tapşırıqlar. Riyazi
bilikləri möhkəmləndirmək və
əvvəlki biliklərlə əlaqələndirmək
üçün nəzərdə tutulur.

22. Serbest düşen cismin t saniyede

ne tapılır. Burada $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ sağ
nın damından qopub düşən qar
ondahıdır. qatmanlıdır.

- Riyozi kateqoriyalar**
1. n natural ədədi üçün $n + 21$ və $n - 8$ tam kvadratlara n ədədini tapın.
 2. Uşaqların tarixçəsinə uşaqların ardıcıl tam ədədləri ilə yazılan RİM medalları AB tarixçəsinə pəncərəyəkəldilər. (Uşaqların pəncərəsinə nəyə valdılar?)
 3. Rəddən qaytarılma bəzi kvadrata hesablayın:
 - 1) köhnə rəddatları tam küqurda hesabla yazmaqla;
 - 2) vermiş Rəddatı dərəcəyə gətirə əldə dayışılın kvadrata tapanmaqla.
- $a) \sqrt{7} + \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{13}$ $b) \sqrt{5} + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{6}$
4. Sufia arızında saat və üçqə qaytarılma nəqə dafə bucaq əldə gətir?
 5. $c = \sqrt{c - 1} + 0$ olarsa, c^2 ədədini qaytarılma dərəcəyə gətir.
- 

STEAM "FIBONACCI"

XII-XIII əsrlərdə yaşamış İtalyan riyaziyyatçısı Leonardo Binelli, daha

1. İlk nömrəli kitabın müəllifi, Azərbaycan Respublikasının Milli Məclisinin 1998-ci il dekabrın 18-də qəbul etdiyi "Azərbaycan Respublikasında kitabxanaların fəaliyyəti haqqında" qanunla müəyyən edilən qaydada kitabxanaların fəaliyyəti haqqında məlumatları təqdim etməli və kitabxanaların fəaliyyəti haqqında məlumatları təqdim etməli və kitabxanaların fəaliyyəti haqqında məlumatları təqdim etməli.

- [illegible]

STEAM

Hər bölmənin sonunda kiçik qruplarla və ya fərdi yerinə yetirmək üçün fənlərarası integrasiya xarakterli layihə.

[illegible]

Yadda saxla!
Xüsusi əhəmiyyət
daşıyan riyazi qaydalar.

Diqqət!
Mövzu ilə bağlı mühüm
bilik və ya bacarıqlar.



Sahvli düzleti

$$\sqrt{144 + 25} = \sqrt{144 + 25} = 12 + 5 = 17$$

2. Sahvli düzletin verilmis aytymatymadın ađatların qıymatını tapın ve mıqıyasa edın

a) $x = 81, y = 144$ oludıqda

$$\sqrt{x + y} = \sqrt{81 + 144}$$

b) $x = 100, y = 64$ oludıqda

$$\sqrt{x - y} = \sqrt{100 - 64}$$

c) $x = 6, y = 49$ oludıqda

$$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{6 \cdot 49}$$

3. **Diqat!**

Kıradatı $a = 0$ ya barabar olan adadı $x^2 = a$ tanıtlıyın! Halı etmakta tapmamız olak a adadının asıl olaraq bu tanıtlı üç halı mümkındır:

- $a > 0$ oludıqda tanıtlıyın iki kókı var: $x = +\sqrt{a}$ ya $x = -\sqrt{a}$
- $a = 0$ oludıqda tanıtlıyın kókı yondur.
- $a < 0$ oludıqda tanıtlıy oladın adın yagadıdır: $x = 0$.

3. Tanıtlı hal edın.

NÖMÜNE	a) $x^2 = 49$	b) $x^2 = -1$	Aqlıqlama
	a) $x^2 = 49$ $x = \sqrt{49} = 7$ ya $x = -\sqrt{49} = -7$ $x = -1$ tanıtlıyın kókı yondur.	$49 > 0$ oludıq üç tanıtlıyın iki kókı var: $-1 < 0$ oladın kıradatı mamı olı bilırmı.	
	a) $x^2 = 25$ $x^2 = 36$	b) $x^2 = -16$ $x^2 = -4$	b) $25x^2 = 8$

4. **Masala! hallı**

1. Kıtadan hazırlamıs kubın bıtılın üstarını ranglamak üçın 0.3 kq boyı sarf edıldı.

2. Kıtadan bıtılın üstarına neçı gram boyı sarf edıldı?

3. m³ sarfı ranglamak üçın 200 g boyı ıslasınak. kubın bıtılın üstarına neçı metıre?

4. Kıtıla m kolan va m rıqları sırtına harakət edın cısmın kınetik enıerjı (E_k, coula) E_k mıdır? dıqlama ılı fırsatlar! ıqların kıtadı olan onun sırtına ne qadar olak?

5. 140 coula barabar olan adın onun sırtına ne qadar olak?




6. Cısmın oladın dardı qıyadılı masafanın (h, metıre) zamanından tanıtlıyı adıqlıy h = 5m dıqlama ılı verılr.

7. Bay dıqlıqların 2 samıyı sırtına ne qadar masafa qat edır?

8. Neçı samıyı sırtına dıqlıy qat edıy masafa 45 m olak?

11

Masala halli

Yeni biliklərin tətbiqi və möhkəmləndirilməsi üçün məsələlər.

Səhvi düzəlt!

Mövzuda yeni öyrədilən materialla bağlı şagirdlərdə yarana bilən yanlış təsəvvürlər. Əvvəlcə fərdi qaydada icra edilir, sonra isə bütün siniflə müzakirə olunur.

[illegible]

Riyazi üfüqlər

Riyaziyyatı daha dərinlən öyrənmək üçün əlavə məlumatlar, izahlar və tapşırıqlar. Elmi dünya görüşünün və riyazi tərakkürün formalaşmasına kömək edir.

ÜMUMİLEŞDİRİCİ TAPSIQLAR

1. Verilmiş nöqtələr: $A(\sqrt{2}; 1)$ $B(-\sqrt{2}; 1)$ $C(0; 2)$ $D(-\sqrt{2}; 3)$ $E(-\sqrt{2}; 5)$

$y = x^2$ funksiyasının grafiğine aidiir. Bəş xənətilə uyğun adədləri tapan.

2. Hesəblayın.

a) $(4 \cdot 9 + 15)$ $b) \sqrt{6^2 + 15^2} \cdot \sqrt{1 - 5^2}$ $m) \sqrt{51 + \sqrt{27}} \cdot \sqrt{4}$ $n) (2 \cdot 3)^3 + (3 \cdot 2)^3$

$\sqrt{25 \cdot 36 \cdot 4}$ $q) \sqrt{2.5 \cdot 1.6 + 12 \cdot \sqrt{4}}$ $k) \sqrt{71 - \sqrt{46}} \cdot 9$ $o) (-3 \cdot 12 - 2 \cdot 12)$

3. Bəş xənətilə uyğun

$x = -400$ $x = 2.25$ $x = 0$ $x = -2$ $x = 0.4$ $x = 0$

4. Dəyişən verilmiş

qərarlarında ifadənin qiymətini hesablayın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

Bölmə üzrə bilikləri yoxlamaq və möhkəmləndirmək üçün məsələ və misallar.

Riyaziyyat tarixindən

Xülasə

Bölmədə öyrənilən mövzu, anlayış və riyazi terminlər ümumiləşdirilmiş şəkildə anlayışlar xəritəsi vasitəsilə təqdim olunur.

İlkin problemin həlli

Bölmənin ilk səhifəsində "Cəhd edin!" hissəsindəki məsələnin həlli müzakirə olunur.

[illegible]

MÜNDƏRİCAT

Bölmə 1

Kvadrat köklər

7

	İlkin yoxlama	8
1.1.	Kvadrat köklər	9
1.2.	Həqiqi ədədlər	14
1.3.	Həqiqi ədədlərin müqayisəsi	17
	Məsələ və misallar	21
1.4.	$y = \sqrt{x}$ funksiyası	22
	və onun qrafiki	22
1.5.	Hesabi kvadrat kökün xassələri	24
1.6.	Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi	28
	Xülasə	33
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	34
	STEAM. "Fibonaççi ədədləri və qızıl nisbət"	36

Bölmə 3

Kvadrat tənliklər

67

	İlkin yoxlama	68
3.1.	Kvadrat tənliklər	69
3.2.	Kvadrat tənliyin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli	73
3.3.	Kvadrat tənliyin tam kvadrat ayırmaqla həlli	77
3.4.	Kvadrat tənliyin kökləri düsturu	79
	Məsələ və misallar	83
3.5.	Viyet teoremi	84
3.6.	Kvadrat tənliklərin köməyi ilə məsələ həlli	87
	Xülasə	91
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	92
	STEAM. "Kosmik raketlər"	94

Bölmə 2

Fiqurların oxşarlığı

37

	İlkin yoxlama	38
2.1.	Fales teoremi. Mütənasib parçalar	39
2.2.	Oxşar fiqurlar	44
2.3.	Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri	48
2.4.	Üçbucaqların oxşarlığının bəzi tətbiqləri	52
2.5.	Çevrədə metrik münasibətlər	57
	Xülasə	63
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	64
	STEAM. "Aerodinamik modellər"	66

Bölmə 4

Pifaqor teoremi. Triqonometrik nisbətlər

95

	İlkin yoxlama	96
4.1.	Pifaqor teoremi	97
4.2.	Pifaqor teoreminin bəzi tətbiqləri	102
4.3.	Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər	106
4.4.	Parçanın orta nöqtəsi. İki nöqtə arasındakı məsafə	110
	Məsələlər	114
4.5.	Düzbucaqlı üçbucaqda triqonometrik nisbətlər	115
4.6.	Düzbucaqlı üçbucaqda bəzi bucaqların triqonometrik nisbətləri	120
	Xülasə	124
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	125
	STEAM. "Klinometr"	127

Birinci yarımil üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar	128
Sözlük	136
Cavablar	138

Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- "kvadrat kök" anlayışını izah etməyi;
- ədədin hesabi kvadrat kökünün dəqiq və ya təqribi qiymətini tapmağı;
- irrasional və rasional ədədləri fərqləndirməyi, ədədləri təsnif etməyi;
- həqiqi ədədləri müqayisə etməyi;
- cədvəl tərtib etməklə $y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyalarının qrafikini qurmağı;
- hesabi kvadrat kökün xassələrini tətbiq etməyi;
- kvadrat köklərin daxil olduğu ifadələri sadələşdirməyi.

Cəhd edin!

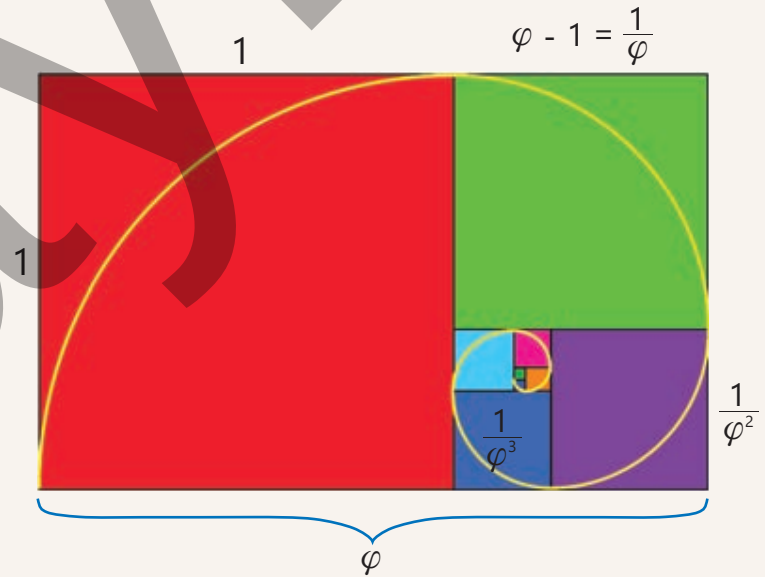
Usta uzunluğu 6 m olan divara kvadrat formasında kafellər vurmalıdır. A növ kafelin sahəsi 4 dm^2 , B növ kafelin sahəsi 9 dm^2 -dir. C növ kafelin sahəsi isə A və B növ kafelin sahələri cəminə bərabərdir.

- A növ kafeldən neçəsi bir cərgəni tamamlayar?
- B növ kafeldən neçəsi bir cərgəni tamamlayar?
- Bir cərgəni tamamlamaq üçün C növ kafeldən ən azı neçəsi lazımdır?



Kvadrat köklər

"Ədəd" anlayışı çox qədimdə yaranmış, əsrlər ərzində genişləndirilmişdir. Uzun müddət ölçmə və hesablama ilə bağlı işlərdə yalnız rasional ədədlərdən istifadə olunmuşdur. Lakin sonradan aşkar edildi ki, tərəfi vahid olan kvadratın diaqonalını rasional ədədlə ifadə etmək mümkün deyil. Bu, irrasional (rasional olmayan) ədədlərin meydana gəlməsinə səbəb oldu. İrrasional ədədlərdən həndəsə və ölçmələrdə, fizika və mühəndislikdə, həmçinin memarlıq və dizayn işlərində geniş istifadə olunur.



"Qızıl nisbət" irrasional ədədlə ifadə olunur.

$$\varphi = 1,61803398... \text{ və ya } \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Tərəflərinin nisbəti "qızıl nisbət" olan düzbucaqlıdan ən böyük kvadrat çıxarıldıqda qalan düzbucaqlının da tərəfləri "qızıl nisbətdə" olur.

İlkin yoxlama

- 1 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $7^2 = \square$

b) $(-3)^2 = \square$

c) $(\frac{2}{3})^{\square} = \frac{4}{9}$

d) $(-8)^{\square} = 64$

- 2 Verilmiş ədədlər arasından tam kvadrat olanları müəyyən edin.

9

16

20

25

44

81

125

144

- 3 Onluq kəsre çevirin və yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $\frac{7}{9}$

b) $\frac{11}{3}$

c) $\frac{37}{40}$

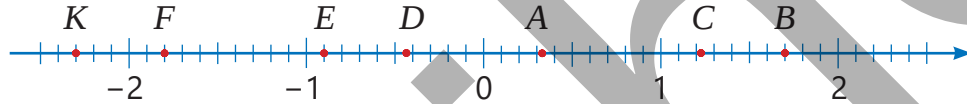
d) $\frac{11}{90}$

e) $\frac{47}{99}$

f) $2\frac{5}{6}$

g) $3\frac{7}{8}$

- 4 Ədəd oxunda 0,(3); -1,8; -2,3; 1,7; -0,(4); -0,9; $\frac{11}{9}$ ədədlərinə uyğun nöqtələr hərflərlə işarələnib. Hər bir hərfin hansı ədədə uyğun olduğunu müəyyən edin.



- Ədədləri onlara uyğun nöqtələrin ədəd oxundakı yerlərinə əsasən müqayisə edin.

-2,3 və -1,8

-0,9 və -0,(4)

1,7 və $\frac{11}{9}$

-0,(4) və 0,(3)

- 5 İfadənin qiymətini tapın.

a) $(9^2 + (-12)^2) : |-5|$

b) $(0,(6) + 5 \cdot \frac{2}{3})^2$

c) $3,7^2 - 1,3^2$

d) $8,1^2 - 2 \cdot 8,1 \cdot 5,6 + 5,6^2$

- 6 Suallara cavab verin.

a) Hansı ədədin 2 mislinin kvadratı 64-ə bərabərdir? Neçə belə ədəd var?

b) Perimetri 10 sm olan kvadratin sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?

- 7 Boş xanaya uyğun elə ədəd tapın ki, verilmiş nöqtə $y = 5 - 2x$ düz xəttinə aid olsun.

a) $(1; \square)$

b) $(0,5; \square)$

c) $(\square; -1)$

d) $(0; \square)$

e) $(\square; 0)$

- 8 Boş xanalara $\in$ və ya $\notin$ işarələrindən uyğun olanı müəyyən edin.

5 $\square$ Z

-7 $\square$ N

-3,2 $\square$ Z

-0,(2) $\square$ Q

$\frac{7}{4}$ $\square$ Q

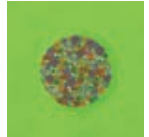
- 9 Sahəsinə görə kvadratin tərəfini və ya dairənin radiusunu tapın.

a) 9 mm^2

b) 16 sm^2

c) $4\pi \text{ sm}^2$

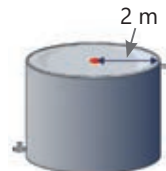
- 10 Kvadrat formasında bağçanın mərkəzi hissəsində dairəvi güllük, qalan hissədə qazon salınmışdır. Bağçanın perimetri 40 m, qazonun sahəsi 88 m^2 olarsa, güllüyün diametri nə qədərdir ($\pi \approx 3$)?



- 11 Silindr formasındakı çən 36 ton su tutur.

• Çənin oturacağıın radiusu 2 m olarsa, hündürlüyü nə qədərdir?

• 1 m^2 sahəni rəngləmək üçün 200 q boya lazımdır. Çənin xarici səthini rəngləmək üçün nə qədər boya işlənər ($\pi \approx 3$)?



1.1. Kvadrat köklər



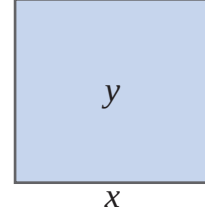
Açar sözlər

- parabola
- kvadrat kök
- hesabi kvadrat kök

Araşdırma-müzakirə

Tərəfi x olan kvadratin sahəsi y ilə işarə edilərsə, y -in x -dən asılılığını düsturla ifadə edin.

- Tərəfi 3 vahid olan kvadratin sahəsi nə qədərdir?
- Sahəsi 36 vahid kvadrata bərabər olan kvadratin tərəfinin uzunluğu nə qədərdir? Bunu necə tapmaq olar?



Öyrənmə $y = x^2$ funksiyası və onun qrafiki

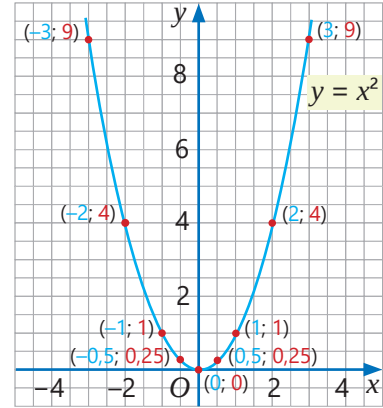
$y = x^2$ funksiyası xətti olmayan funksiyalara ən sadə nümunələrdən biridir. Bu funksiya argumentin istənilən qiymətində təyin olunmuşdur. İstənilən ədədin kvadratı mənfi olmadığı üçün $y = x^2$ funksiyasının qiymətlər çoxluğu mənfi olmayan ədədlərdir.

$y = x^2$ funksiyasının qrafikini qurmaq üçün argumentin müxtəlif qiymətlərində funksiyanın uyğun qiymətləri tapılır və cədvəldə qeyd edilir.

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
$y = x^2$	$(-3)^2 = 9$	$(-2)^2 = 4$	$(-1)^2 = 1$	$(-0,5)^2 = 0,25$	$0^2 = 0$	$0,5^2 = 0,25$	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$
$(x; y)$	$(-3; 9)$	$(-2; 4)$	$(-1; 1)$	$(-0,5; 0,25)$	$(0; 0)$	$(0,5; 0,25)$	$(1; 1)$	$(2; 4)$	$(3; 9)$

Cədvələ görə düzbucaqlı koordinat müstəvisində nöqtələr qeyd edilir və bu nöqtələrdən səlis xətt keçirilir. $y = x^2$ funksiyasının qrafiki **parabola** adlanan əyri xətdir. Bu parabolanın yalnız bir, $O(0; 0)$ nöqtəsi absis oxu üzərindədir, qalan nöqtələri isə absis oxundan yuxarıda yerləşir. x -in istənilən qiymətində $(-x)^2 = x^2$ olduğundan qrafikin üzərindəki $(-x; y)$ və $(x; y)$ nöqtələri ordinat oxuna nəzərən simmetrikdir. Deməli, ordinat oxu $y = x^2$ parabolasının simmetriya oxudur. Simmetriya oxu ilə parabolanın kəsişmə nöqtəsi parabolanın **təpə nöqtəsi** adlanır.

$O(0; 0)$ nöqtəsi $y = x^2$ parabolasının təpə nöqtəsidir.



Çalışma

- 1 Verilmiş nöqtənin $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə aid olub-olmadığını müəyyən edin.

NÜMUNƏ a) $(-0,4; 0,16)$ b) $(1,2; 1,4)$

Həlli	Açıqlama
a) $y(-0,4) = (-0,4)^2 = 0,16$ $(-0,4; 0,16)$ nöqtəsi qrafikə aiddir.	$x = -0,4$ olduqda funksiyanın qiyməti ($y = 0,16$) verilmiş nöqtənin ordinatına bərabərdir.
b) $y(1,2) = 1,2^2 = 1,44$ $(1,2; 1,4)$ nöqtəsi qrafikə aid deyil.	$x = 1,2$ olduqda funksiyanın qiyməti ($y = 1,44$) verilmiş nöqtənin ordinatına bərabər deyil.
c) $(-3; 9)$	d) $(7; 14)$
e) $(0,1; 0,01)$	f) $(-2,5; 6,25)$
g) $(9; 3)$	

- 2 Boş xanalara uyğun elə ədədlər tapın ki, verilmiş nöqtə $y = x^2$ parabolasına aid olsun.

(-8;)

(8;)

(; 25)

(-1,5;)

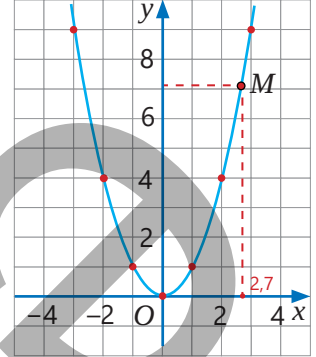
(; 9)

(0,7;)

- 3 Aynurun fikrini müzakirə edin və tapşırıqları yerinə yetirin.



$y = x^2$ paraboləsindən istifadə edərək 2,7 ədədinin kvadratının təqribi qiymətini belə taparam:
absis oxu üzərində 2,7 ədədinə uyğun nöqtədən bu oxa perpendikulyar qaldıraraq onun qrafiklə kəsişmə nöqtəsinin ordinatını taparam.
Bu nöqtənin ordinatı təqribən 7-yə bərabərdir.



- $x = -1,7; 2,4$ olduqda y -in təqribi qiymətini tapın.
- $y = 2$ olduqda x -in təqribi qiymətlərini tapın.

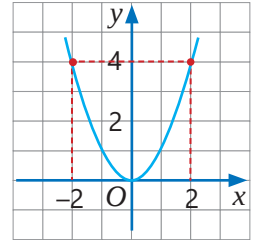
- 4 $y = x^2$ və $y = 4$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat sistemində qurun.
- Qrafiklərin kəsişmə nöqtələrini göstərin.
 - x -in bir neçə elə qiymətini göstərin ki, $y = x^2$ funksiyasının uyğun qiyməti 4-dən böyük olsun.

- 5 $y = x^2$ funksiyasının qrafiki üzərində yerləşən və ordinatı verilmiş ədədə bərabər olan nöqtələrin absislərini müəyyən edin: 1 9 16

Öyrənmə Kvadrat köklər

Kvadratı a -ya bərabər olan ədədə a ədədinin **kvadrat kökü** deyilir. Yəni $a^2 = b$ olarsa, a ədədi b ədədinin kvadrat köküdür. Məsələn, $(-2)^2 = 2^2 = 4$ olduğu üçün 4 ədədinin kvadrat kökləri 2 və -2 ədədləridir.

- İstənilən x ədədi üçün $(-x)^2 = x^2$ olduğundan aydındır ki, müsbət ədədin iki kvadrat kökü var və onlar qarşılıqlı əks ədədlərdir. Bunu $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə əsasən də müəyyən etmək olar.
- İstənilən ədədin kvadratı mənfi deyil. Ona görə də mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur. Məsələn, -9 ədədinin kvadrat kökü yoxdur, çünki heç bir ədədin kvadratı -9 -a bərabər deyil.
- Kvadratı sıfıra bərabər olan yeganə ədəd 0-dır. Yəni sıfırın kvadrat kökü 0-a bərabərdir.



Fikirləş!

Mənfi ədədin kvadrat kökünün olmadığını $y = x^2$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə necə izah etmək olar?

- 6 Boş xanaya uyğun ədəd varsa, bu ədədi tapın. Neçə belə ədəd var?

a) ² = 64

b) ² = -64

c) ² = 0

d) ² = -0,09

e) ² = 1,21

- 7 Təklifin doğru və ya yanlış olduğunu izah edin.
- -6 və 6 ədədləri 36 -nın kvadrat kökləridir.
 - $-0,2$ və $0,2$ ədədləri $0,4$ -ün kvadrat kökləridir.
 - -9 ədədinin iki kvadrat kökü var.
 - $-\frac{2}{3}$ və $\frac{2}{3}$ ədədləri $0,4$ -ün kvadrat kökləridir.
 - Sıfırın kvadrat kökü yoxdur.

Öyrənmə Hesabi kvadrat kök

Kvadratı a -ya bərabər olan və mənfi olmayan ədədə a ədədinin **hesabi kvadrat kökü** deyilir. Məsələn, 81 ədədinin kvadrat köklərindən (9 və -9) mənfi olmayanı, yəni 9 ədədi 81 -in hesabi kvadrat köküdür.

a ədədinin hesabi kvadrat kökü $\sqrt{a}$ kimi yazılır və belə oxunur: " a -nın hesabi kvadrat kökü". Məsələn, $\sqrt{81}$ ifadəsi " 81 -in hesabi kvadrat kökü" kimi oxunur. Adətən, "hesabi" sözü oxunuşda buraxılır.

$\sqrt{}$ işarəsi hesabi kvadrat kök işarəsidir. Kök işarəsi altındakı ifadə *kökaltı ifadə* adlanır. Mənfi ədədin kvadrat kökü olmadığı üçün kökaltı ifadə mənfi ədədə bərabər ola bilməz. Məsələn, $\sqrt{-81}$ ifadəsinin mənası yoxdur.

• $\sqrt{a} = b$ bərabərliyində $b \geq 0$ və $b^2 = a$ olmalıdır.

Məsələn, $\sqrt{36} = 6$, çünki $6 > 0$ və $6^2 = 36$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{36} \neq -6$$

- 8 Tapın.

a) $\sqrt{9}$

c) $\sqrt{64}$

e) $\sqrt{121}$

g) $\sqrt{0,36}$

i) $\sqrt{1,44}$

b) $\sqrt{25}$

d) $\sqrt{100}$

f) $\sqrt{169}$

h) $\sqrt{0,09}$

j) $\sqrt{2,56}$

- 9 Bərabərliyin doğru olub-olmadığını müəyyən edin.

a) $\sqrt{49} = 7$

b) $\sqrt{64} = -8$

c) $\sqrt{0} = 0$

d) $-\sqrt{1} = 1$

e) $\sqrt{576} = 26$

- 10 Hesabi kvadrat kökü tapın.

NÜMUNƏ

a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

b) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$

Həlli

Açıqlama

a) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

Kvadratı $\frac{4}{9}$ -ə bərabər olan müsbət ədəd $\frac{2}{3}$ -dir. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

b) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

Qarışıq ədəd düzgün olmayan kəsr şəklində yazılır və hesabi kvadrat kök tapılır.

c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

d) $\sqrt{\frac{4}{25}}$

e) $\sqrt{\frac{49}{36}}$

f) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$

g) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$

h) $\sqrt{0,4}$

- 11 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $\sqrt{144} = \square$

b) $\sqrt{\square} = 7$

c) $\sqrt{0,04} = \square$

d) $\sqrt{\square} = 0,5$

12 Müqayisə edin.

a) $\sqrt{144}$ və $\sqrt{121}$

b) $\sqrt{36}$ və 7

c) $\sqrt{0,16}$ və $\sqrt{0,09}$

d) $\sqrt{\frac{9}{25}}$ və $\frac{2}{3}$

13 İfadənin qiymətini hesablayın.

NÜMUNƏ

a) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$

b) $\sqrt{9+16}$

Həlli

Açıqlama

a) $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

Kvadrat köklərin qiymətləri tapılır və toplanır.

b) $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Kökaltı ifadənin qiyməti hesablanır. Alınan ədədin kvadrat kökü tapılır.

c) $\sqrt{25} + \sqrt{49}$

e) $\sqrt{100} - \sqrt{64}$

g) $\sqrt{12 \cdot 3}$

i) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{25}$

d) $\sqrt{64+17}$

f) $\sqrt{81-32}$

h) $\sqrt{147:3}$

j) $\sqrt{256} : \sqrt{16}$

14 Hesablayın.

a) $3 \cdot \sqrt{4} - \sqrt{25}$

c) $5 \cdot \sqrt{144} - 10 \cdot \sqrt{36}$

e) $\sqrt{9} + \sqrt{2 \cdot 8}$

g) $\sqrt{0,75:3} - \sqrt{4}$

b) $2 \cdot \sqrt{49} + \sqrt{4}$

d) $4 \cdot \sqrt{64} + 5 \cdot \sqrt{9}$

f) $\sqrt{32 \cdot 8} - \sqrt{64}$

h) $\sqrt{1,8 \cdot 20} + \sqrt{81}$

15 Mümkün olduqda ifadənin qiymətini tapın. Mümkün deyilsə, səbəbini izah edin.

a) $\sqrt{16} \cdot 4$

b) $\sqrt{9-25}$

c) $\sqrt{(-12) \cdot (-3)}$

d) $\sqrt{-10^2:4}$

16 Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini tapın.

a) $x = 3; -1; 23$ olduqda
 $\sqrt{2x+3}$

b) $x = 8; 1,6; \frac{4}{5}$ olduqda
 $\sqrt{5x-4}$

c) $x = 0,08; 18; 32$ olduqda
 $\sqrt{0,5x-1}$



Yadda saxla!

Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə alınır ki, $a \geq 0$ olduqda $(\sqrt{a})^2 = a$ və $\sqrt{a^2} = a$ bərabərlikləri doğrudur. Məsələn, $(\sqrt{9})^2 = 9$ və $\sqrt{9^2} = 9$.

17 İfadənin qiymətini tapın.

a) $(\sqrt{4})^2$

b) $\sqrt{5^2}$

c) $(\sqrt{4,84})^2$

d) $\sqrt{2,7^2}$

e) $\sqrt{(1,8+3,5)^2}$

18 Aynur və Samir lövhədə $(-3 \cdot \sqrt{4})^2$ ifadəsinin qiymətini müxtəlif üsullarla tapdılar. Onların həll üsullarını müzakirə edin. Verilmiş ifadələrin qiymətini əlverişli hesab etdiyiniz üsulla tapın.



$(-3 \cdot \sqrt{4})^2 = (-3 \cdot 2)^2 = (-6)^2 = 36$

$(-3 \cdot \sqrt{4})^2 = (-3)^2 \cdot (\sqrt{4})^2 = 9 \cdot 4 = 36$



a) $(3 \cdot \sqrt{16})^2$

b) $(-2 \cdot \sqrt{49})^2$

c) $(4 \cdot \sqrt{0,25})^2$

d) $(-10 \cdot \sqrt{4,41})^2$

19 Cəmin və ya fərqin kvadratı düsturlarından istifadə etməklə ifadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{17^2 - 2 \cdot 17 \cdot 7 + 7^2}$

b) $\sqrt{1,5^2 + 2 \cdot 1,5 \cdot 0,5 + 0,5^2}$

c) $\sqrt{3,2^2 - 2 \cdot 3,2 \cdot 1,4 + 1,4^2}$



Səhvi düzəlt!

$$\sqrt{144 + 25} = \sqrt{144} + \sqrt{25} = 12 + 5 = 17$$

$$\sqrt{3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 + 4^2} = \sqrt{(3 - 4)^2} = \sqrt{(-1)^2} = -1$$

- 20 Dəyişənlərin verilmiş qiymətlərində ifadələrin qiymətini tapın və müqayisə edin.

a) $x = 81, y = 144$ olduqda

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \text{ və } \sqrt{x + y}$$

b) $x = 100, y = 64$ olduqda

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} \text{ və } \sqrt{x - y}$$

c) $x = 4, y = 49$ olduqda

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \text{ və } \sqrt{xy}$$



Diqqət!

Kvadratı a -ya bərabər olan ədədi $x^2 = a$ tənliyini həll etməklə tapmaq olar. a ədədindən asılı olaraq bu tənlik üçün üç hal mümkündür.

- $a > 0$ olduqda tənliyin iki kökü var: $x_1 = \sqrt{a}$ və $x_2 = -\sqrt{a}$
- $a < 0$ olduqda tənliyin kökü yoxdur.
- $a = 0$ olduqda tənliyi ödəyən ədəd yeganədir: $x = 0$.

- 21 Tənliyi həll edin.

NÜMUNƏ

a) $x^2 = 49$

b) $x^2 = -1$

Həlli

Açıqlama

a) $x^2 = 49$

$$x_1 = \sqrt{49} = 7 \quad x_2 = -\sqrt{49} = -7$$

49 > 0 olduğu üçün tənliyin iki kökü var.

b) $x^2 = -1$ tənliyinin kökü yoxdur.

-1 < 0. Ədədin kvadratı mənfi ola bilməz.

c) $x^2 = 25$

d) $x^2 = 36$

e) $x^2 = 0,16$

f) $x^2 = -4$

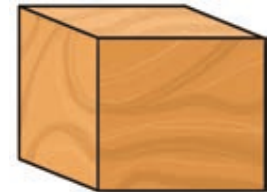
g) $x^2 = 0$

h) $2x^2 = 8$

Məsələ həlli

- 22 Taxtadan hazırlanmış kubun bütün üzlərini rəngləmək üçün 0,3 kq boya sərf edildi.

- Kubun bir üzünə neçə qram boya sərf edildi?
- 1 m² sahəni rəngləmək üçün 200 q boya işlənərsə, kubun tilinin uzunluğu neçə metrdir?



- 23 Kütləsi m kq olan və v m/san sürətlə hərəkət edən cismin kinetik enerjisi $E_k = \frac{mv^2}{2}$ düsturu ilə (E_k , coul) hesablanır. İdmançı kütləsi 2 kq olan disk tulladı. Diskin kinetik enerjisi 100 coula bərabər olan anda onun sürəti nə qədər olar?

- 24 Quyuya düşən daşın qət etdiyi məsafənin (h , metr) zamandan (t , saniyə) asılılığı $h = 5t^2$ düsturu ilə verilir.

- Daş düşdükdən 2 saniyə sonra nə qədər məsafə qət edər?
- Neçə saniyə sonra daşın qət etdiyi məsafə 45 m olar?



1.2. Həqiqi ədədlər



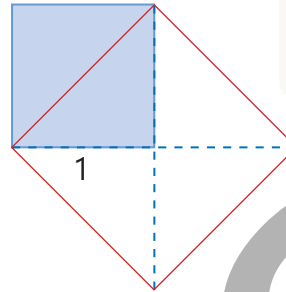
Açar sözlər

- irrasional ədədlər
- həqiqi ədədlər

Araşdırma-müzakirə

Vahid kvadratin diaqonalı üzərində şəkildəki kimi yeni 1 kvadrat quruldu.

- Vahid kvadratin sahəsindən istifadə etməklə yeni kvadratin sahəsini tapın.
- Yeni kvadratin tərəfinin uzunluğunu necə tapmaq olar?



Öyrənmə Irrasional ədədlər

Rasional olmayan, yəni iki tam ədədin nisbəti kimi $\frac{m}{n}$ şəklində göstərilə bilməyən ədədlər də mövcuddur. Məsələn, kvadratı 2-yə bərabər olan ədəd rasional ədəd deyil, yəni $\frac{m}{n}$ şəklində göstərilə bilməz. Belə ədədlərə **irrasional ədədlər** deyilir.

- İsbat edilmişdir ki, n natural ədədi tam kvadrat deyilsə, $\sqrt{n}$ ədədi irrasionaldır.

Məsələn, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ irrasional, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ isə rasional ədədlərdir.

- Irrasional ədədlər yalnız kökəlmədən yaranmır. Məsələn, $\pi = 3,14159265\dots$ irrasional ədədi heç bir rasional ədəddən kökəlmə ilə alınmır.

- Hər bir rasional ədədi sonlu və ya sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazmaq olar.

Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlər irrasional ədədlərdir.

Məsələn, 0,2020020002... (2 rəqəmləri arasındakı sıfırların sayı hər dəfə bir vahid artır) və

-3,1234567891011... (kəsr hissədə ardıcıl natural ədədlər yazılır) ədədləri irrasional ədədlərdir.

Ədəd	Onluq kəsr şəklində yazılışı	Hansı ədəddir
$\sqrt{0,09}$	$\sqrt{0,09} = \sqrt{0,3^2} = 0,3$	Rasional (sonlu onluq kəsrdir)
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3} = 1,73205\dots$	Irrasional (dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrdir)
π	3,141592...	Irrasional (dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrdir)



Fikirləş!

$\sqrt{0,36}$ və $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ədədlərinin rasional ədəd olduğunu necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Verilmiş ədədlərin rasional, yoxsa irrasional ədəd olduğunu müəyyən edin.

$$-\frac{3}{8}$$

$$-2,6$$

$$0,(3)$$

$$-7$$

$$\sqrt{4}$$

$$\sqrt{7}$$

$$\sqrt{64}$$

$$\pi$$

$$\sqrt{18}$$

- 2 Verilmiş ədədlər arasından irrasional ədədləri seçin və onlara əks ədədləri yazın.

$$-0,6(7)$$

$$\sqrt{87}$$

$$8,574$$

$$\sqrt{0,9}$$

$$-\sqrt{111}$$

$$\sqrt{1,21}$$

3 Hər birinə aid üç nümunə yazın.

a) rəşional ədədlər

b) irrasional ədədlər

4 $n = 0; 1; 2; 3; 4$ olduqda $\sqrt{5n + 4}$ ifadəsinin qiymətini tapın və onun rəşional, yoxsa irrasional ədəd olduğunu yazın.

5 Fikrin doğru olub-olmadığını müəyyən edin.

a) Kvadratı 1,69-a bərabər olan ədəd rəşional ədəddir.

b) Kvadratı 0,(4)-ə bərabər olan ədəd irrasional ədəddir.

c) Kvadratı 6-ya bərabər olan ədəd irrasional ədəddir.

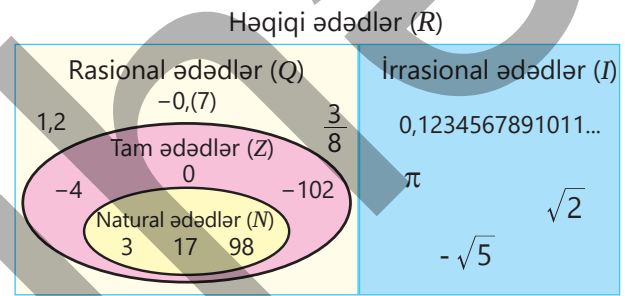
Öyrənmə Həqiqi ədədlər çoxluğu

Bütün rəşional və irrasional ədədlər həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. İrrasional ədədlər çoxluğu I hərflə ilə, **həqiqi ədədlər** çoxluğu R hərflə ilə işarə edilir.

$$N \subset Z \subset Q$$

$$Q \cup I = R$$

Həqiqi ədədlər üzərində hesab əməlləri və onların xassələri rəşional ədədlərdə olduğu kimidir. Hesablamalarda, adətən, irrasional ədədləri onların təqribi qiyməti ilə əvəz edirlər.



6 Yazılışın doğru olub-olmadığını müəyyən edin.

a) $5,2 \in Z$

b) $-5,(2) \in I$

c) $\sqrt{49} \in Q$

d) $\sqrt{5} \in R$

e) $-5,(2) \notin R$

f) $\sqrt{4} \in I$

7 Verilmiş ədədlərdən hansılar a) natural; b) tam; c) rəşional; d) irrasional ədəddir?

-2,3

74

3,(4)

48

-9

$\frac{7}{8}$

$\sqrt{81}$

$-\sqrt{23}$

$-5\frac{1}{4}$

8 Təklifin doğru və ya yanlış olduğunu nümunə göstərməklə izah edin.

a) Hər bir tam ədəd həqiqi ədəddir.

c) Hər bir irrasional ədəd həqiqi ədəddir.

b) Hər bir həqiqi ədəd rəşional ədəddir.

d) Hər bir natural ədəd həqiqi ədəddir.

9 Şərtə uyğun a ədədinə iki nümunə göstərin.

a) $a \in Z$, lakin $a \notin N$

b) $a \in Q$, lakin $a \notin Z$

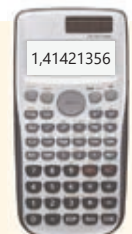
c) $a \in R$, lakin $a \notin Q$



DİQQƏT!

Ədədin kvadrat kökünün dəqiq və ya təqribi qiymətini kalkulyatorda $\sqrt{\quad}$ düyməsindən istifadə etməklə tapmaq olar. Məsələn: $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$

Bəzi kalkulyatorlarda isə bu ardıcılıqdan istifadə edilir: $2 \sqrt{\quad} = 1,41421356\dots$





- 10 Kalkulyatordan istifadə etməklə ifadənin təqribi qiymətini tapın. Cavabı mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}$

c) $\sqrt{6}$

d) $\sqrt{10}$

e) $\sqrt{24}$

f) $2\sqrt{12}$

g) $\sqrt{14} - 3$

h) $3\sqrt{8} + 2$



- 11 $a = \sqrt{20}$ və $b = \sqrt{5}$ ədədlərinin kalkulyatorla tapılmış qiymətlərini a) ondəbirlərə; b) yüzdəbirlərə; c) mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdıraraq verilmiş ifadələrin təqribi qiymətini hesablayın.

$a + b$

$a - b$

$a + 2b$

$a - 2b$



Səhvi düzəlt!

$0,5 \in \mathbb{Z}$

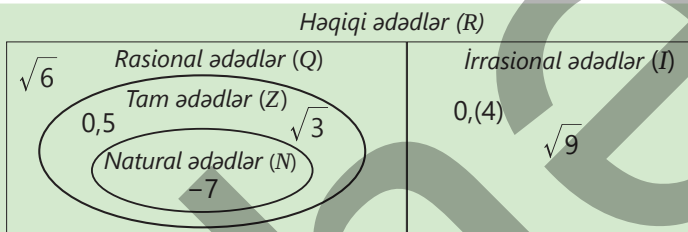
$\sqrt{6} \in \mathbb{Q}$

$0,(4) \in \mathbb{I}$

$\sqrt{3} \in \mathbb{Z}$

$-7 \in \mathbb{N}$

$\sqrt{9} \in \mathbb{I}$



Məsələ həlli



- 12 Kvadrat formasında əkin yerinin sahəsi 60 m^2 -dir. Fermer bu sahəni hasara aldı. Hasarın uzunluğu nə qədər oldu? Cavabı təklirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

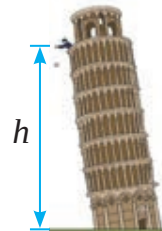


- 13 Müəyyən hündürlükdən (h , metr) sərbəst düşən cismin Yer səthinə çatma müddəti (t , saniyə) bu düsturla hesablanır: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Burada $g \approx 10 \text{ m/san}^2$ sərbəstdüşmə təcildir. Verilmiş hündürlükdən düşən cisim Yer səthinə neçə saniyəyə çatar? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $h = 30 \text{ m}$

b) $h = 40 \text{ m}$

c) $h = 50 \text{ m}$



Riyazi üfüqlər

Lalə $\sqrt{2}$ ədədinin irrasional ədəd olduğunu əsaslandırdı. Onun mülahizələrini müzakirə edin.

Tutaq ki, kvadratı 2-yə bərabər olan ədəd rasionaldır. Onda bu ədədi ixtisar olunmayan kəsr şəklində göstərmək olar: $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ (m və n - tam ədədlərdir, $n \neq 0$)

Buradan: $(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow m^2 = 2n^2 \Rightarrow m$ cüt ədəddir, yəni $m = 2k \Rightarrow (2k)^2 = 2n^2 \Rightarrow 4k^2 = 2n^2 \Rightarrow 2k^2 = n^2 \Rightarrow n$ cüt ədəddir, yəni $\frac{m}{n}$ kəsrinin surət və məxrəci cütdür. Bu isə onun ixtisar olunmayan kəsr olması şərtinə ziddir. Deməli, kvadratı 2-yə bərabər olan ədədin rasional ədəd olması fərziyyəsi doğru deyil, yəni $\sqrt{2}$ irrasional ədəddir.

- Oxşar qayda ilə $\sqrt{3}$ ədədinin irrasional olduğunu əsaslandırın.

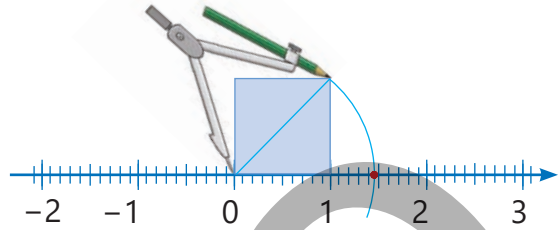


1.3. Həqiqi ədədlərin müqayisəsi

Araşdırma-müzakirə

Lalə mərkəzi 0 nöqtəsində olmaqla radiusu vahid kvadratın diaqonalına bərabər olan çevrə qövsü çəkdi və qövsün ədəd oxu ilə kəsişmə nöqtəsini qeyd etdi.

- Bu nöqtə hansı ədədə uyğundur?
- Bu ədəd hansı iki ardıcıl tam ədədin arasındadır?
- Bu ədədin əksini ədəd oxunda necə qeyd etmək olar?



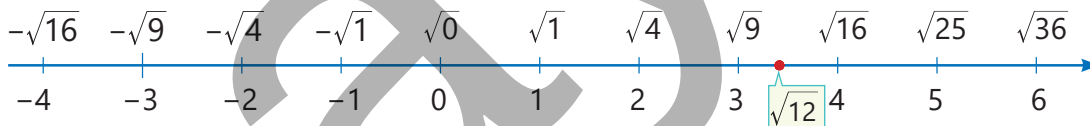
Öyrənmə Həqiqi ədədlərin ədəd oxunda təsviri

Hər bir həqiqi ədədi ədəd oxu üzərində bir nöqtə ilə təsvir etmək olar. Ədəd oxu üzərində hər bir nöqtəyə isə bir həqiqi ədəd uyğundur. Bu halda deyilir ki, həqiqi ədədlər çoxluğu ilə ədəd oxunun nöqtələr çoxluğu arasında *qarşılıqlı birqiyəmətlilik* mövcuddur.

• Sahəsi böyük olan kvadratın tərəfi də böyükdür. Deməli, ixtiyari iki müsbət ədəddən böyük olanın hesabi kvadrat kökü də böyükdür. Buna əsaslanaraq irrasional ədədə uyğun nöqtənin yerini ədəd oxunda təxmini müəyyən etmək mümkündür.

$\sqrt{12}$ ədədinin hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini belə müəyyən etmək olar: 12 ədədinə ən yaxın tam kvadrat ədədlər 9 və 16 ədədləridir: $9 < 12 < 16$.

Onda $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$, yəni $3 < \sqrt{12} < 4$. Deməli, ədəd oxunda $\sqrt{12}$ ədədinə uyğun nöqtə 3 və 4 ədədlərinə uyğun nöqtələr arasında yerləşir.



Fikirləş!

Ədəd oxunda $-\sqrt{12}$ ədədinə uyğun nöqtə hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşir? Bunu necə müəyyən etmək olar?

Çalışma

- 1 Verilmiş ədədlərin hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini tapın.

$\sqrt{8}$

$-\sqrt{8}$

$\sqrt{3}$

$-\sqrt{3}$

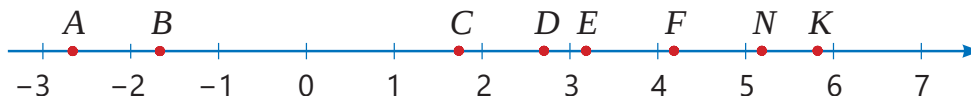
$\sqrt{10}$

$\sqrt{17}$

$\sqrt{27}$

$\sqrt{35}$

- Ədəd oxunda bu ədədlərin hansı nöqtələrə uyğun olduğunu müəyyən edin.





Yadda saxla!

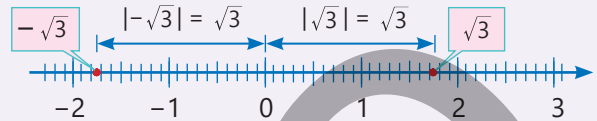
Həqiqi ədədin modulu da rəşional ədədlərdə olduđu kimi təyin olunur.

a ədədinin modulu $a \geq 0$ olduqda həmin ədədin özünə, $a < 0$ olduqda isə onun əksi olan ədədə bərabərdir.

$$a \geq 0 \text{ olduqda } |a| = a$$

$$a < 0 \text{ olduqda } |a| = -a$$

Məsələn, $|\sqrt{3}| = \sqrt{3}$, $|\sqrt{3}| = -(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$
 $|a|$ ədəd oxunda a ədədinə uyğun nöqtədən hesablamə başlanğıcına qədər məsafəni göstərir.



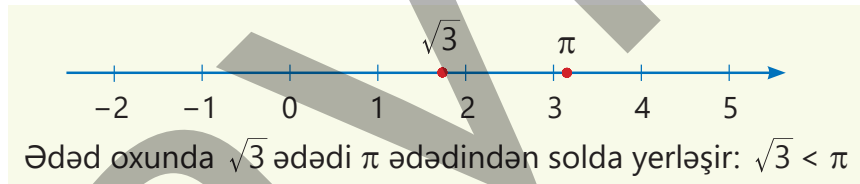
- 2 Ədəd oxu üzərində $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{12}$, $\sqrt{7}$ ədədlərindən üçünə uyğun nöqtələr A , B və C ilə qeyd edilmişdir.

- Hər nöqtəyə verilən ədədlərdən hansı uyğundur?
- Qalan ədədə uyğun nöqtənin yerini təxmini müəyyən edin.
- Verilmiş ədədlərdən hansılarının modulları bərabərdir, hansının modulu ən böyükdür?



Öyrənmə Həqiqi ədədlərin müqayisəsi

Həqiqi ədədləri onlara uyğun nöqtələrin ədəd oxunda yerinə əsasən müqayisə etmək olar. Ədəd oxu üzərində sağda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəd solda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəddən böyükdür.



- İxtiyari müsbət həqiqi ədəd ixtiyari mənfi həqiqi ədəddən böyükdür.



Fikirləş!

Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlər şəklində verilmiş $\pi = 3,14159265\dots$ və $\sqrt{9,8} = 3,13049516\dots$ ədədlərini sonlu onluq kəsrlərin müqayisə qaydasına uyğun olaraq necə müqayisə etmək olar?

- 3 Verilmiş ədədlərin hər birinin ədəd oxunda hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini tapın. Ədədləri onlara uyğun nöqtələrin yerinə əsasən müqayisə edin.



$$3,2 \text{ və } \sqrt{5}$$

$$\sqrt{28} \text{ və } 4,(7)$$

$$-\sqrt{8} \text{ və } -0,6$$

$$\sqrt{18} \text{ və } 3,8$$

- 4 Fərqi müsbət, yoxsa mənfi ədəd olduğunu müəyyən edin.

$$a) \sqrt{2} - 1$$

$$b) 1 - \sqrt{3}$$

$$c) \sqrt{5} - \sqrt{7}$$

$$d) \sqrt{12} - \sqrt{11}$$

5 Müqayisə edin.

NÜMUNƏ 8 və $\sqrt{61}$

Həlli	Açıqlama
$8 = \sqrt{64}$ $\sqrt{64} > \sqrt{61}$ $8 > \sqrt{61}$	8 ədədi 64-ün hesabi kvadrat köküdür. $64 > 61$ olduğuna görə $\sqrt{64} = 8$ və $\sqrt{64} > \sqrt{61}$ olduğuna görə

a) 3 və $\sqrt{8}$

b) 7 və $\sqrt{51}$

c) 12 və $\sqrt{140}$

d) $\sqrt{7}$ və 2,5

6 Verilmiş ədədləri artan sıra ilə düzün.

a) 4; $\sqrt{17}$; $\sqrt{15}$

b) 9; $\sqrt{87}$; $\sqrt{80}$

c) $\sqrt{28}$; 5; $\sqrt{30}$

d) -2; $-\sqrt{7}$; $-\sqrt{6}$



Diqqət!

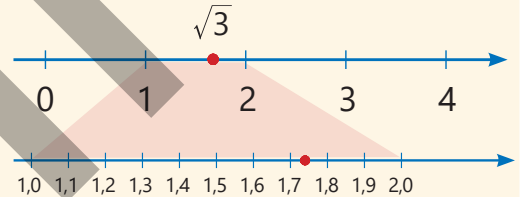
Kvadrat kökün təqribi qiymətini ədəd oxundan və tam kvadrat ədədlərdən istifadə etməklə də tapmaq mümkündür. Məsələn, $\sqrt{3}$ ədədinin təqribi qiymətini belə tapmaq olar.

$$1 < 3 < 4 \rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2.$$

Deməli, $\sqrt{3}$ ədədinin onluq kəsr şəklində yazılışında tam hissə 1-ə bərabərdir. Ondabirlər mərtəbəsindəki rəqəmi tapmaq üçün 1,1; 1,2; ... ; 1,9 ədədləri ardıcıl olaraq kvadrata yüksəldilir.

$$1,7^2 = 2,89 \text{ və } 1,8^2 = 3,24 \text{ olduğuna görə } 1,7 < \sqrt{3} < 1,8.$$

Bu prosesi davam etdirməklə $\sqrt{3} \approx 1,73...$ olduğunu müəyyən etmək olar.



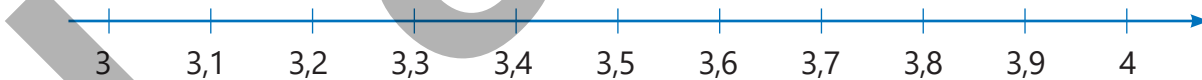
7 Verilmiş ədədə uyğun nöqtənin ədəd oxu üzərində hansı iki ardıcıl bölgü nöqtəsi arasında yerləşdiyini müəyyən edin. Cavabın doğruluğunu kalkulyatordan istifadə etməklə yoxlayın.

a) $\sqrt{10}$

b) $\sqrt{12}$

c) $\sqrt{14}$

d) $\sqrt{15}$



8 Qədim babillilər verilmiş kvadratın sahəsini $a^2 + b$ şəklində yazmaqla onun tərəfinin uzunluğunu təqribi olaraq bu düsturla hesablayırdılar:

$$\sqrt{a^2 + b} \approx a + \frac{b}{2a}$$

NÜMUNƏ. $\sqrt{39} = \sqrt{6^2 + 3} \approx 6 + \frac{3}{2 \cdot 6} = 6\frac{1}{4} = 6,25$

Nümunəyə əsasən kvadrat köklərin təqribi qiymətini tapın və cavabın doğruluğunu kalkulyatordan istifadə etməklə yoxlayın.

a) $\sqrt{19}$

b) $\sqrt{27}$

c) $\sqrt{40}$

d) $\sqrt{52}$

e) $\sqrt{69}$



Riyaziyyat tarixindən

Pifaqor məktəbi e.ə. VI əsrdə mövcud olmuşdur. Bu məktəbin nümayəndələri rəşional olmayan ədədlərin varlığına inanmırdılar. Lakin Pifaqorun tələbələrindən biri isbat etdi ki, kvadratın tərəfini ölçü vahidi qəbul etdikdə onun diaqonalını rəşional ədədlə ifadə etmək mümkün deyil. Sonralar, e.ə. V–IV əsrlərdə qədim yunan riyaziyyatçıları tam kvadrat olmayan istənilən natural n üçün $\sqrt{n}$ -in irrasional ədəd olduğunu isbat etdilər. İntibah dövründə Avropa riyaziyyatçıları kökü latın sözü olan "Radix", sonra isə qısa şəkildə R ilə işarə etmişlər. Kök işarəsini alman alimi K.Rudolf 1525-ci ildə " $\sqrt{}$ " kimi, fransız alimi R.Dekart isə 1637-ci ildə " $\sqrt{}$ " kimi vermişdir. π ədədinin irrasional olduğunu 1766-cı ildə alman alimi İ.Lambert isbat etmişdir.



Səhvi düzelt!

a) $|1 - \sqrt{2}| = 1 - \sqrt{2}$

b) $|\sqrt{2} - 1| = -(\sqrt{2} - 1) = -\sqrt{2} + 1 = 1 - \sqrt{2}$

- 9 İki müsbət ədədin hasilinin hesabi kvadrat kökünə bu ədədlərin həndəsi ortası deyilir. Məsələn, 2 və 8 ədədlərinin həndəsi ortası belə tapılır: $\sqrt{2 \cdot 8} = 4$. Verilən ədədlərin həndəsi ortasını tapın. Alınan ədədləri artan sıra ilə düzün.

6 və 24

14 və 10

11 və 13

- 10 Verilmiş ədədlərin həndəsi ortasını onların ədədi ortası ilə müqayisə edin.

a) 3 və 5

b) 8 və 7

c) 6 və 10

- 11 Sahəsi verilmiş kvadratın tərəfinin uzunluğunu əlverişli üsulla tapın və cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) 12 sm^2

b) 24 mm^2

c) 60 m^2

d) 80 sm^2

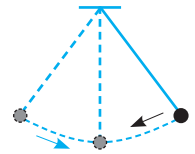
e) 108 m^2

Məsələ həlli

- 12 Tərəfləri natural ədədlərlə ifadə olunan və perimetri 12 vahid olan neçə düzbucaqlı var? Sahələri uyğun olaraq bu düzbucaqlıların sahələrinə bərabər olan kvadratların tərəflərini tapın və artan sıra ilə düzün.



- 13 Uzunluğu l (metr) olan riyazi rəqqasın periodu (1 tam dövrə sərf olunan zaman, saniyə) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ düsturu ilə hesablanır. Uzunluğu 12 m olan rəqqasın periodu təqribən nə qədərdir ($g \approx 10 \text{ m/san}^2$)? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 14 Sahəsi 200 sm^2 olan dəri materialdan beysbol topu düzəldildi. Materialın 4%-i itkiyə gedərsə, topun diametri nə qədərdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

1 Hesablayın.

a) $\sqrt{27 \cdot 3} - \sqrt{3^2 + 7}$ b) $\sqrt{3 \cdot 7 + 4} : \sqrt{5^2 - 3^2}$ c) $\sqrt{12^2 + 5^2} \cdot \sqrt{6^2 + 64}$ d) $\sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$

2 Boş xanaya uyğun ədədi müəyyən edin.

a) $2 \cdot \sqrt{9} - \sqrt{4} = \sqrt{\square}$ b) $0,5 \cdot \sqrt{144} + \sqrt{\square} = \sqrt{81}$ c) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{\square} = 42 \cdot \sqrt{0,25}$

3 Cəmin və ya fərqlə kvadratı düsturundan istifadə etməklə ifadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{5,3^2 + 2 \cdot 5,3 \cdot 1,7 + 1,7^2}$ b) $\sqrt{6,4^2 - 2 \cdot 6,4 \cdot 0,9 + 0,9^2}$ c) $\sqrt{17^2 - 34 \cdot 12 + 12^2}$

4 Tənliyi həll edin.

a) $x^2 = 256$ b) $x^2 = 1,21$ c) $3x^2 = 48$ d) $x^2 = \frac{9}{16}$ e) $x^2 = 2,7$

5 Fikrin doğru və ya yanlış olduğunu nümunə göstərməklə izah edin.

- a) $\sqrt{c^2}$ ifadəsində dəyişən mənfi qiymət ala bilməz.
 b) $\sqrt{-c}$ ifadəsində dəyişən müsbət qiymət ala bilər.
 c) $\sqrt{-c^2}$ ifadəsində dəyişən yalnız 0-a bərabər qiymət ala bilər.

6 Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini tapın.

a) $x = 0,02; 2; 4,5$ b) $x = 0; 5; -7$ c) $x = 27$ və $y = 121; x = 3$ və $y = 144$
 $\sqrt{2x} + x$ $\sqrt{9 - x}$ $\sqrt{3x} + \sqrt{y}$

7 Verilmiş ədədin hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşdiyini tapın və onlardan hansına daha yaxın olduğunu təxmin edin.

a) $\sqrt{19}$ b) $\sqrt{77}$ c) $\sqrt{130}$ d) $\sqrt{0,4}$ e) $-\sqrt{28}$

8 Verilmiş ədədləri artan sıra ilə düzün.

a) $5; \sqrt{23}; \sqrt{32}$ b) $\sqrt{58}; 7; \sqrt{48}$ c) $-1; \sqrt{5}; -\sqrt{2}$ d) $-3; -\sqrt{8}; -\sqrt{11}$

9 Yüngül atletika yarışlarında idmançının tullandığı hündürlük (h , metr), əsasən, onun tullanma anındakı sürətindən (v , m/san) asılıdır. İdmançının nəticəsinə görə onun tullanma anındakı sürətini $\sqrt{15h}$ ifadəsinin qiymətini hesablamaqla təqribi tapmaq olar. Verilmiş hündürlüyə görə idmançının sürətini hesablayın və cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $h = 1,6$ m b) $h = 1,8$ m c) $h = 2$ m



10 Düzbucaqlı formasında parkın eni 80 m, uzunluğu 90 m-dir. Parkda kvadrat formasında oyun meydançası, qalan hissəyə isə yaşıllıq salındı. Yaşıllıq ümumi sahənin 60%-ni təşkil edərsə, oyun meydançasının tərəfinin uzunluğu neçə metrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



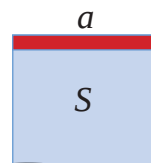
1.4. $y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Araşdırma-müzakirə

Bəzək işləri üçün rəngli kağızlardan müxtəlif ölçüdə kvadrlar kəsildi və hər birinin bir tərəfi boyunca lent yapışdırıldı.

• Kvadrların sahələri 25 sm^2 ; 64 sm^2 ; 144 sm^2 olarsa, lentlərin uzunluqları nə qədər olar?

• Lentin uzunluğunun (a) kvadratın sahəsindən (S) asılılığını hansı düsturla ifadə etmək olar?



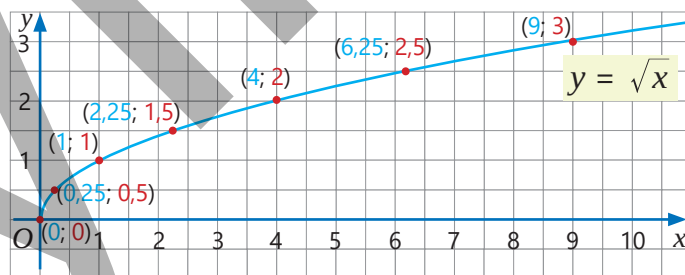
Öyrənmə $y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Mənfi ədədin kvadrat kökü olmadığına görə $y = \sqrt{x}$ funksiyası arqumentin mənfi olmayan qiymətlərində təyin olunmuşdur. Hesabi kvadrat kök mənfi olmayan qiymətlər aldığı üçün funksiyanın qiymətlər çoxluğu da mənfi olmayan ədədlərdir. $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikini qurmaq üçün arqumentin müxtəlif qiymətlərində funksiyanın uyğun qiymətləri tapılır və cədvəldə qeyd edilir.

x	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9
$y = \sqrt{x}$	$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{0,25} = 0,5$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{2,25} = 1,5$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{6,25} = 2,5$	$\sqrt{9} = 3$
$(x; y)$	(0; 0)	(0,25; 0,5)	(1; 1)	(2,25; 1,5)	(4; 2)	(6,25; 2,5)	(9; 3)

Koordinat müstəvisində cədvəldə göstərilən nöqtələr qeyd edilir və bu nöqtələrdən səlis xətt keçirilir. $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki parabolun budağıdır.

Qrafikdən göründüyü kimi, arqumentin böyük qiymətinə funksiyanın böyük qiyməti uyğundur. Məsələn: $6 > 5$ olduğundan $\sqrt{6} > \sqrt{5}$.



Çalışma

1 Verilmiş nöqtənin $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aid olub-olmadığını müəyyən edin.

NÜMUNƏ a) (81; -9) b) (1,69; 1,3)

Həlli	Açıqlama
a) $y(81) = \sqrt{81} = 9$ (81; -9) nöqtəsi qrafikə aid deyil.	$x = 81$ olduqda $y = 9$ olur. Bu qiymət verilmiş nöqtənin ordinatına bərabər deyil.
b) $y(1,69) = \sqrt{1,69} = 1,3$ (1,69; 1,3) nöqtəsi qrafikə aiddir.	$x = 1,69$ olduqda $y = 1,3$ olur. Bu qiymət verilmiş nöqtənin ordinatına bərabərdir.

c) (-9; 3)

d) (0,01; 0,1)

e) (3,24; 1,8)

f) (9; -3)

g) (16; 4)

2 Verilmiş nöqtə $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aiddir. Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

A (□; 16)

B (0,04; □)

C (□; 0,3)

D (7; □)

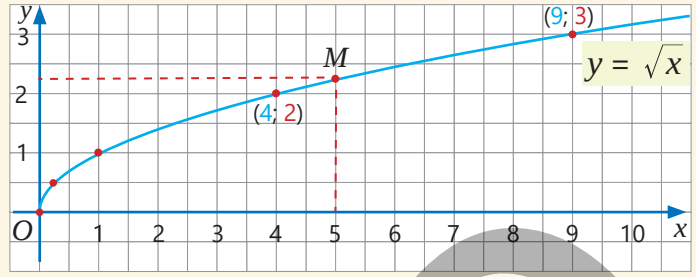
E (□; $\sqrt{2}$)



Diqqət!

Böyük dəqiqlik tələb edilmədikdə ədədlərin kvadrat kökünü qrafikə görə də tapmaq olar. Məsələn, 5 ədədinin kvadrat kökünün təqribi qiymətini tapmaq üçün absis oxu üzərində 5 ədədinə uyğun nöqtədən bu oxa perpendikulyar qaldıraraq onun qrafiklə kəsişmə nöqtəsinin (M) ordinatı tapılır.

M nöqtəsinin ordinatı təqribən 2,3-ə bərabərdir. Deməli, $\sqrt{5} \approx 2,3$.



- 3 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək x -in verilmiş qiymətində y -in təqribi qiymətini tapın.

a) $x = 6$ olduqda;

b) $x = 7$ olduqda;

c) $x = 8$ olduqda.

- 4 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək müqayisə edin.

a) $\sqrt{3,5}$ və $\sqrt{4,5}$

b) $\sqrt{8}$ və $\sqrt{7}$

c) $\sqrt{0,9}$ və $\sqrt{0,1}$

- 5 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikini qurun. Eyni koordinat sistemində tənliyi verilmiş düz xətti çəkin. Qrafiklərə əsasən düz xətlə $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə kəsişib-kəsişmədiyini müəyyən edin. Kəsişirsə, kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını dəqiq və ya təqribi yazın.

a) $y = 2$

b) $y = 3$

c) $y = -1$

d) $y = 1,5$

Məsələ həlli

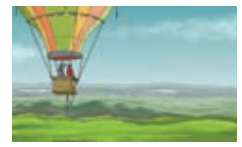
- 6 Yer səthindən h metr hündürlükdə olan müşahidəçidən üfüqə qədər məsafəni (kilometrlə) $3,52\sqrt{h}$ ifadəsinin qiymətini hesablamaqla təqribi tapmaq olar.

a) Gəminin 20 m hündürlükdə olan göyartəsinədən üfüqə qədər məsafə neçə kilometrdir?



Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

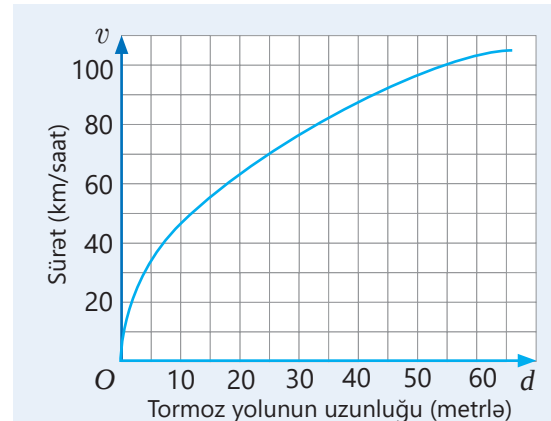
b) 200 m hündürlükdə olan hava şarındakı müşahidəçidən üfüqə qədər məsafə neçə kilometrdir?



Cavabı təklirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- 7 Hərəkətdə olan avtomobil əyləci basdıqdan sonra dayanana qədər müəyyən məsafə qət edir. Həmin məsafəni (d , metr) ölçməklə avtomobilin sürətini (v , km/saat) tapmaq mümkündür. Bu asılılığa uyğun qrafikə əsasən suallara cavab verin.

- Tormoz yolunun uzunluğu 25 m olarsa, əyləci basan anda avtomobil hansı sürətlə hərəkət edirdi?
- 90 km/saat sürətlə hərəkət edən avtomobilin tormoz yolunun uzunluğu təqribən neçə metr olar?

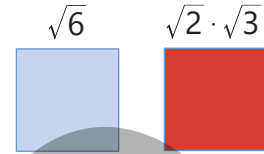


1.5. Hesabi kvadrat kökün xassələri

Araşdırma-müzakirə

Şəkildə mavi və qırmızı kvadratlar verilmişdir.

- Bu kvadratların sahələri nə qədərdir?
- "Sahələri bərabər olan kvadratların tərəfləri də bərabərdir" fikrini necə əsaslandırmaq olar?
- Bu fikrə görə $\sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ bərabərliyini necə izah etmək olar?



Öyrənmə Hasilin kvadrat kökü

Kvadrat köklərin hesablanmasında bəzən onun xassələrindən istifadə etmək əlverişli olur.

Mənfi olmayan vuruqların hasilinin kvadrat kökü həmin vuruqların kvadrat köklərinin hasilinə bərabərdir.

$$a \geq 0, b \geq 0 \text{ olarsa, } \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{4 \cdot 25} &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} \\ \sqrt{7 \cdot 23} &= \sqrt{7} \cdot \sqrt{23} \end{aligned}$$

Doğrudan da, hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $\sqrt{a}$ və $\sqrt{b}$ mənfi olmayan qiymətlər alır. Ona görə də $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$.

Hasilin qüvvətinin xassəsinə və kvadrat kökün tərifinə əsasən: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = a \cdot b$

Deməli, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ hasilı mənfi deyil və kvadrati ab -yə bərabərdir. Tərifə görə alınır ki, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ hasilı ab -nin kvadrat köküdür: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Bu xassəni tətbiq etməklə ədədin kvadrat kökü daha asan tapıla bilər. Məsələn, 1089 ədədinin kvadrat kökünü tapmaq üçün bu ədədi kvadrat kökləri daha asan tapılan iki ədədin hasilı kimi göstərmək olar.

$$\sqrt{1089} = \sqrt{9 \cdot 121} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{121} = 3 \cdot 11 = 33$$

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bərabərliyini sağ və sol tərəflərin yerini dəyişməklə belə yazmaq olar: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

Bu bərabərlikdən kvadrat köklərin hasilini tapdıqda istifadə etmək əlverişlidir.

Məsələn: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$



Fikirləş!

Vuruqların sayı ikidən çox olduqda hasilin kvadrat kökünün xassəsi doğrudurmu? Nümunə göstərməklə izah edin.

Çalışma

1 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{9 \cdot 25}$

c) $\sqrt{16 \cdot 49}$

e) $\sqrt{25 \cdot 0,16}$

g) $\sqrt{49 \cdot 25 \cdot 0,64}$

b) $\sqrt{4 \cdot 64}$

d) $\sqrt{0,09 \cdot 36}$

f) $\sqrt{2,25 \cdot 1,44}$

h) $\sqrt{81 \cdot 0,16 \cdot 0,01}$

2 Hesablayın.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

c) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

d) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$

e) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{24}$

3 Hesablayın.

NÜMUNƏ $\sqrt{18 \cdot 98}$	
Həlli	Açıqlama
$\sqrt{18 \cdot 98} = \sqrt{18 \cdot 2 \cdot 49} = \sqrt{36 \cdot 49} =$ $= \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42$	Kökaltı ifadə tam kvadrat ədədlərin hasilı şəklində yazılır və hasilin kvadrat kökünün xassəsi tətbiq edilir.

- a) $\sqrt{32 \cdot 72}$ b) $\sqrt{5 \cdot 245}$ c) $\sqrt{27 \cdot 75}$ d) $\sqrt{3,6 \cdot 160}$ e) $\sqrt{12,1 \cdot 250}$

4 İfadənin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{63}$ b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{72}$ c) $2\sqrt{14} \cdot \sqrt{14}$ d) $\sqrt{26} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{2}$ e) $3\sqrt{6} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{10}$

5 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

- a) $\sqrt{15} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{\square}$ b) $\sqrt{77} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\square}$ c) $\sqrt{18} = \square \cdot \sqrt{2}$ d) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{\square}$

6 $\sqrt{2} \approx 1,414$ olduğunu nəzərə alaraq verilmiş ifadənin təqribi qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{18}$ b) $\sqrt{50}$ c) $\sqrt{72}$ d) $\sqrt{98}$ e) $\sqrt{200}$ f) $\sqrt{450}$

7 Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə edərək kökaltı ifadəni hasil şəklində yazın və kökün qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{17^2 - 8^2}$ b) $\sqrt{82^2 - 18^2}$ c) $\sqrt{122^2 - 22^2}$ d) $\sqrt{21,8^2 - 18,2^2}$

Öyrənmə Kəsrin kvadrat kökü

Surəti mənfi olmayan, məxrəci müsbət olan kəsrin kvadrat kökü surətin kvadrat kökünün məxrəcin kvadrat kökünə bölünməsindən alınan qismətə bərabərdir.

$$a \geq 0, b > 0 \text{ olduqda: } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{20}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}$$

Doğrudan da, $a \geq 0, b > 0$ olduqda $\sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} > 0$ olduğundan $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \geq 0$.

Kəsrin qüvvətinin xassəsinə və kvadrat kökün tərifinə əsasən: $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$

Deməli, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ kəsri mənfi deyil və kvadratı $\frac{a}{b}$ -yə bərabərdir.

Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ yazmaq olar.

Bu xassədən istifadə etməklə, məsələn, $\frac{49}{169}$ kəsrinin kvadrat kökünü belə tapmaq olar:

$$\sqrt{\frac{49}{169}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{169}} = \frac{7}{13}$$

• $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ bərabərliyini sağ və sol tərəflərin yerini dəyişməklə belə yazmaq olar: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Bu bərabərlikdən kvadrat köklərin bölünməsində istifadə etmək əlverişlidir.

Məsələn, $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$.

8 Kəsrin kvadrat kökünün xassəsindən istifadə etməklə hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$

b) $\sqrt{\frac{49}{81}}$

c) $\sqrt{\frac{64}{121}}$

d) $\sqrt{5\frac{4}{9}}$

e) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$

9 Hesablayın.

a) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$

b) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{98}}$

d) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}}$

e) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}}$

10 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\square}}$

b) $\sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{\sqrt{\square}}{\sqrt{12}}$

c) $\sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{\square}$

d) $\sqrt{\frac{2}{\square}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

11 İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{16}{81} \cdot \frac{25}{49}}$

b) $\sqrt{\frac{9}{121} \cdot \frac{25}{64}}$

c) $\sqrt{2\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{81}}$

d) $\sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 1\frac{11}{25}}$

12 Hesablayın.

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{0,5}$

b) $\sqrt{0,2} \cdot \sqrt{0,8}$

c) $\frac{\sqrt{0,4}}{\sqrt{1,7}}$

d) $\frac{\sqrt{0,3}}{\sqrt{5,3}}$

13 Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{44^2 - 26^2}{35}}$

b) $\sqrt{\frac{29}{33^2 - 25^2}}$

c) $\sqrt{\frac{26^2 - 10^2}{37^2 - 12^2}}$

d) $\sqrt{\frac{43^2 - 21^2}{2(30^2 - 19^2)}}$

Öyrənmə Qüvvətin kvadrat kökü

Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə müsbət ədədin kvadratının hesabi kvadrat kökü ədədin özünə bərabərdir. Məsələn, $\sqrt{7^2} = 7$.

Mənfi ədədin kvadratı ona əks ədədin kvadratına bərabərdir. Ona görə də

$\sqrt{(-7)^2}$ ifadəsinin qiymətini belə tapmaq olar: $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$.

$7 = |-7|$ olduğundan $\sqrt{(-7)^2} = |-7|$.

$$\begin{aligned}\sqrt{7^2} &= 7 \\ \sqrt{(-7)^2} &= |-7| = 7\end{aligned}$$

Göründüyü kimi, bütün hallarda ədədin kvadratının hesabi kvadrat kökü həmin ədədin moduluna bərabər olur.

İstənilən ədədin kvadratının hesabi kvadrat kökü həmin ədədin moduluna bərabərdir.

İstənilən x üçün

$$\sqrt{x^2} = |x|$$



Fikirləş!

Əks ədədlərin kvadratlarının hesabi kvadrat köklərinin bərabər olduğunu necə izah etmək olar?

14 Bərabərliyin doğru olub-olmadığını izah edin.

a) $\sqrt{(-5)^2} = 5$

b) $\sqrt{(-8)^2} = -8$

c) $\sqrt{(-3,4)^2} = |-3,4|$

d) $\sqrt{(1,8)^2} = 1,8$

15 İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{(-23)^2}$

b) $\sqrt{7,8^2}$

c) $\sqrt{(-5,4)^2}$

d) $\sqrt{(-0,6)^2}$

16 Müqayisə edin.

a) $\sqrt{5,2^2}$ və $\sqrt{4,8^2}$

b) $\sqrt{(-3,4)^2}$ və $\sqrt{(-4,7)^2}$

c) $\sqrt{(-9,2)^2}$ və $\sqrt{8,5^2}$

17 Hesablayın.

a) $\sqrt{(-12)^2} + \sqrt{8,5^2}$

b) $\sqrt{(-9)^2} - \sqrt{6^2}$

c) $2 \cdot \sqrt{(-1,5)^2} - \sqrt{(-3)^2}$

18 Hesablayın.

NÜMUNƏ

$\sqrt{(-2)^6}$

Həlli

$\sqrt{(-2)^6} = \sqrt{((-2)^3)^2} = |(-2)^3| = 8$

Açıqlama

Kökaltı ifadə kvadrat şəklində yazılır. Qüvvətin kvadrat kökünün xassəsi tətbiq edilir.

a) $\sqrt{(-3)^4}$

b) $\sqrt{(-5)^6}$

c) $\sqrt{(-2)^8}$

d) $\sqrt{(-0,5)^4}$



Səhvi düzelt!

a) $4 \cdot \sqrt{(-2,5)^2} - \sqrt{(-12)^2} = 4 \cdot (-2,5) - (-12) = 2$

b) $\sqrt{(-3)^6} = \sqrt{((-3)^3)^2} = (-3)^3 = -27$



Yadda saxla!

Mütləq qiymətin tərifinə əsasən $\sqrt{x^2} = |x|$ eyniliyini belə yazmaq olar:

$x \geq 0$ olduqda $\sqrt{x^2} = x$

$x < 0$ olduqda $\sqrt{x^2} = -x$

Məsələn, $\sqrt{4c^2}$ ifadəsini belə sadələşdirmək olar:

$c \geq 0$ olduqda $\sqrt{4c^2} = \sqrt{(2c)^2} = |2c| = 2c$

$c < 0$ olduqda $\sqrt{4c^2} = \sqrt{(2c)^2} = |2c| = -2c$

19 İfadəni sadələşdirin.

$a \geq 0$ olduqda

a) $\sqrt{9a^2}$

b) $3 \cdot \sqrt{4a^2}$

c) $-\sqrt{16a^2}$

$b < 0$ olduqda

a) $\sqrt{25b^2}$

b) $2 \cdot \sqrt{9b^2}$

c) $-\sqrt{4b^2}$

Məsələ həlli

20 Şəkilə verilənlərə görə düzbucaqlının sahəsini tapın. Sahəsi bu düzbucaqlının sahəsinə bərabər olan kvadratin tərəfi neçə santimetrdir?



21 İkinci kosmik sürətlə hərəkət edən cisim Yer kürəsinin orbitindən çıxır və Günəş sisteminin peykinə çevrilir. Bu sürət $v = \sqrt{2gR}$ düsturu ilə tapılır. Burada g sərbəstdüşmə təcili, R Yerin radiusudur. $g \approx 9,8 \text{ m/san}^2$ və $R \approx 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ olarsa, ikinci kosmik sürət təqribən nə qədərdir?



1.6. Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Araşdırma-müzakirə

Mebel sexində üstü kvadrat formasında olan iki jurnal stolu düzəldildi.

Kvadratlardan birinin tərəfi $\sqrt{18}$ metr, o birinin isə $2\sqrt{2}$ metrdir.

- Kvadratların sahələrini hesablayın və müqayisə edin.
- Usta hər iki stolun üstünə perimetri boyunca bəzəkli lent vurdu. Hansı stola daha çox lent istifadə edildi? Bunu necə tapmaq olar?



Öyrənmə Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

Hesabi kvadrat kökün xassələrindən istifadə etməklə vuruğu kök işarəsi altından çıxarmaq olar.

Vuruğu kök işarəsi altından çıxarmaq üçün kökaltı ifadə biri tam kvadrat olan iki vuruğun hasilı şəklində yazılır və hasilin kökünün xassəsi tətbiq edilir. Məsələn:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$



Fikirləş!

$\sqrt{72}$ ifadəsini sadələşdirmək üçün 72 ədədini hansı vuruqların hasilı kimi yazmaq əlverişlidir: $9 \cdot 8$, yoxsa $36 \cdot 2$?

Çalışma

- 1 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarmaqla sadələşdirin.

NÜMUNƏ $3\sqrt{8}$

Həlli

Açıqlama

$$3\sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Kökaltı ifadə vuruqlardan biri tam kvadrat olmaqla hasil şəklində yazılır, hasilin kvadrat kökünün xassəsi tətbiq edilir.

a) $\sqrt{45}$

b) $\sqrt{54}$

c) $7\sqrt{200}$

d) $-3\sqrt{20}$

e) $\frac{3}{5}\sqrt{50}$

f) $-\frac{2}{3}\sqrt{27}$

- 2 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $\sqrt{12} = 2\sqrt{\square}$

b) $\sqrt{18} = 3\sqrt{\square}$

c) $\sqrt{300} = \square\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{8} = \square\sqrt{2}$

- 3 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

NÜMUNƏ $\sqrt{18c}$

Həlli

Açıqlama

$$\sqrt{18c} = \sqrt{9 \cdot 2c} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2c} = 3\sqrt{2c}$$

Kökaltı ifadə vuruqlardan biri tam kvadrat olmaqla hasil şəklində yazılır, hasilin kvadrat kökünün xassəsi tətbiq edilir.

a) $\sqrt{48c}$

b) $\sqrt{32b}$

c) $5\sqrt{8c}$

d) $-2\sqrt{45x}$

e) $\frac{3}{7}\sqrt{98c}$

f) $-\frac{1}{2}\sqrt{108m}$

- 4 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın və sadələşdirin.

a) $\sqrt{8a^2}$, $a \geq 0$

b) $\sqrt{18b^2}$, $b \geq 0$

c) $\sqrt{12a^2}$, $a \leq 0$

d) $\sqrt{20c^2}$, $c \leq 0$

Öyrənmə Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Hesabi kvadrat kökün xassələrindən istifadə etməklə vuruğu kök işarəsi altına salmaq olar.

- Müsbət vuruğu kök altına salmaq üçün vuruq kvadrata yüksəldilərək kök işarəsi altında yazılır.

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

- Vuruq mənfidirsə, bu vuruq -1 ilə vuruğun mütləq qiymətinin hasilini şəklində yazılır, sonra müsbət vuruq kök işarəsi altına daxil edilir, kökün qarşısında mənfi işarəsi saxlanılır. Məsələn:

$$-2\sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} = -1 \cdot 2\sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{4 \cdot 5} = -\sqrt{20}$$



Fikirləş!

Vuruğu kök işarəsi altına salmaqla $3\sqrt{2}$ və $\sqrt{32}$ ədədlərini necə müqayisə etmək olar?

- 5 Vuruğu kök işarəsi altına salın.

a) $2\sqrt{3}$

c) $5\sqrt{2}$

e) $7\sqrt{c}$

g) $-2\sqrt{5}$

i) $-3\sqrt{5}$

k) $-3\sqrt{2x}$

b) $3\sqrt{2}$

d) $4\sqrt{3}$

f) $3\sqrt{2x}$

h) $-7\sqrt{2}$

j) $-4\sqrt{c}$

l) $-\frac{2}{3}\sqrt{27c}$

- 6 Vuruğu kök işarəsi altına salın. Verilmiş ədədin hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

NÜMUNƏ $5\sqrt{3}$

Həlli

$$5\sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{75} < \sqrt{81}$$

$$8 < 5\sqrt{3} < 9$$

Açıqlama

Vuruq kök işarəsi altına salınır.

75 ədədinə ən yaxın tam kvadrat ədədlər 64 və 81 ədədləridir.

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ədədi 8 və 9 ədədləri arasında yerləşir.

a) $4\sqrt{2}$

b) $3\sqrt{7}$

c) $3\sqrt{5}$

d) $-2\sqrt{3}$

e) $\frac{1}{2}\sqrt{24}$

f) $\frac{2}{3}\sqrt{45}$

- 7 Müqayisə edin.

a) $\sqrt{21}$ və $2\sqrt{6}$

b) $\sqrt{53}$ və $5\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{5}$ və $5\sqrt{3}$

- 8 İfadənin qiymətinin müsbət, yaxud mənfi olduğunu müəyyən edin.

a) $\sqrt{11} - 2\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$

c) $4\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$

d) $7\sqrt{2} - 3\sqrt{7}$

- 9 Artan sıra ilə düzün.

a) $\sqrt{23}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{5}$

b) $7\sqrt{2}$; $\sqrt{97}$; $5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{60}$; $6\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$

Öyrənmə Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilməsi

• Kökaltı ifadələri eyni olarsa, kvadrat kök daxil olan ifadələr üzərində toplama və çıxma əməlləri oxşar hədlərin islahına uyğun aparılır. Məsələn:

$$7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (7 + 5) \cdot \sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (7 - 5) \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

• Kökaltı ifadələr fərqli olduqda əvvəlcə vuruğu kök işarəsi altından çıxarmaqla və oxşar hədləri islah etməklə ifadəni sadələşdirmək olar. Məsələn:

$$2\sqrt{18} + 5\sqrt{8} - 3\sqrt{32} = 2\sqrt{9 \cdot 2} + 5\sqrt{4 \cdot 2} - 3\sqrt{16 \cdot 2} = 2 \cdot 3\sqrt{2} + 5 \cdot 2\sqrt{2} - 3 \cdot 4\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = (6 + 10 - 12)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12} + 2\sqrt{50} - 3\sqrt{18} = \sqrt{4 \cdot 3} + 2\sqrt{25 \cdot 2} - 3\sqrt{9 \cdot 2} = 2\sqrt{3} + 10\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

10 Sadələşdirin.

a) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{32} - \sqrt{2}$

e) $\sqrt{32} + \sqrt{50}$

g) $4\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{200}$

b) $8\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$

d) $2\sqrt{5} + \sqrt{45}$

f) $\sqrt{27} - \sqrt{75}$

h) $3\sqrt{75} - 2\sqrt{48} + \sqrt{12}$

11 Samir $\sqrt{3} + \sqrt{27}$ və $5\sqrt{2}$ ifadələrinin qiymətlərini müqayisə etdi. Onun fikrini müzakirə edin və oxşar qayda ilə verilmiş ifadələrin qiymətlərini müqayisə edin.

Əvvəlcə ifadələrin qiymətlərini kvadrat köklərlə əvəz edərik:

$$\sqrt{3} + \sqrt{27} = \sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48}$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{50}$$

$$\sqrt{48} < \sqrt{50} \text{ olduğundan } \sqrt{3} + \sqrt{27} < 5\sqrt{2}$$



a) $\sqrt{8} + 4\sqrt{2}$ və $5\sqrt{3}$

b) $2\sqrt{18} - \sqrt{8}$ və $3\sqrt{12} - \sqrt{27}$

12 İfadəni sadələşdirin.

a) $\sqrt{25c} + \sqrt{49c} - \sqrt{16c}$

b) $\sqrt{3d} + \sqrt{12d} - \sqrt{75d}$

c) $\sqrt{50a} + \sqrt{72a} - \sqrt{18a}$

13 Vurmanın paylama xassəsini tətbiq edin və ifadənin qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{48} - \sqrt{12})$

b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} + \sqrt{32})$

c) $\sqrt{8} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{0,5})$

d) $\sqrt{6} \cdot \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$

14 Müxtəsər vurma düsturlarından istifadə etməklə ifadənin qiymətini tapın.

NÜMUNƏ $(\sqrt{0,4} + \sqrt{10})^2$

Həlli
 $(\sqrt{0,4} + \sqrt{10})^2 = (\sqrt{0,4})^2 + 2 \cdot \sqrt{0,4} \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 = 0,4 + 2 \cdot \sqrt{4} + 10 = 14,4$

Açıqlama
 Cəmin kvadratı düsturu tətbiq edilir.

a) $(\sqrt{7} - 2) \cdot (\sqrt{7} + 2)$

b) $(\sqrt{20} + \sqrt{5})^2$

c) $(\sqrt{18} - \sqrt{2})^2$

d) $(\sqrt{5} + 3)^2 - 3\sqrt{20}$

- 15 Hasil şəklində yazın.

NÜMUNƏ $\sqrt{6} - \sqrt{10}$

Həlli	Açıqlama
$\begin{aligned}\sqrt{6} - \sqrt{10} &= \sqrt{2 \cdot 3} - \sqrt{2 \cdot 5} = \\ &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \\ &= \sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{5})\end{aligned}$	Kökaltı ifadələr hasil şəklində yazılır. Hasilin kvadrat kökünün xassəsi tətbiq olunur. Ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır.

a) $\sqrt{15} - \sqrt{5}$

b) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$

c) $5\sqrt{6} - \sqrt{12}$

d) $7\sqrt{5} + 3\sqrt{10}$

- 16 Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{21\sqrt{2}}{28\sqrt{8}}$

b) $\frac{\sqrt{20}}{6\sqrt{5}}$

c) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1}$

d) $\frac{3 + \sqrt{2}}{6 + \sqrt{8}}$

e) $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{20} - 2}$

- 17 Boş xanaya sıfırdan fərqli elə ədəd tapın ki, alınan hasil rəasional ədəd olsun.

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{\square}$

b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{\square}$

c) $(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{\square} + 1)$

d) $(\sqrt{7} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{\square} - \sqrt{2})$

Öyrənmə Kəsrin məxrəcinin irrasionallıqdan azad edilməsi

Məxrəci irrasionallıqdan azad etməklə kəsrləri ortaq məxrəcə gətirmək və onlar üzərində əməlləri yerinə yetirmək daha asan olur. Bunun üçün kəsrin surət və məxrəcini elə ifadəyə vurmaq lazımdır ki, məxrəcdə rəasional ədəd alınsın.

- $\frac{2}{\sqrt{6}}$ kəsrinin surət və məxrəcini $\sqrt{6}$ -ya vurmaqla məxrəci irrasionallıqdan azad etmək olar:

$$\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1 \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}, a > 0$$

- $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ kəsrinin məxrəcini irrasionallıqdan azad etmək üçün kəsrin surət və məxrəci $(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ ifadəsinə vurulur və kvadratlar fərqi düsturundan istifadə edilir.

$$\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{3})} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2 \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{3})}{4} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{2}$$



Fikirleş!

$\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ kəsrinin məxrəcini irrasionallıqdan azad etmək üçün surət və məxrəci hansı ifadəyə vurmaq lazımdır?

- 18 Kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin.

a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{9}{\sqrt{6}}$

d) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$

e) $\frac{8}{5\sqrt{2}}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}$

19 Kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin.

a) $\frac{2}{\sqrt{8} - \sqrt{2}}$

b) $\frac{4}{\sqrt{3} + 1}$

c) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

e) $\frac{7}{\sqrt{10} + \sqrt{3}}$

20 Kəsrlərin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin və ifadəni sadələşdirin.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{5}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{7}{\sqrt{2}} - \frac{3}{4\sqrt{2}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

21 Dəyişənlərin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini hesablayın.

a) $x = \sqrt{11} - \sqrt{7}$ və $y = \sqrt{11} + \sqrt{7}$
 xy

b) $x = \sqrt{3} - 2$ və $y = \sqrt{3} + 2$
 $x^2 + y^2$

c) $x = \sqrt{7} + 2$
 $x^2 - 4x + 5$



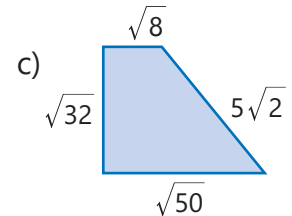
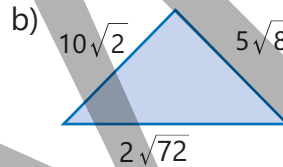
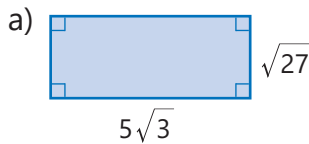
Səhvi düzəlt!

$$-3\sqrt{2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$(\sqrt{0,9} + \sqrt{0,4})^2 = (\sqrt{0,9})^2 + (\sqrt{0,4})^2 = 1,3$$

Məsələ həlli

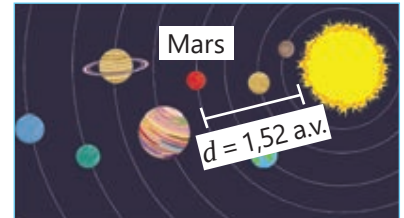
22 Şəkildə verilənlərə görə fiqurun perimetrini tapın.



23 Planetlərin Günəş ətrafında bir tam dövretmə müddətini (Yer ili ilə) $\sqrt{d^3}$ ifadəsinin qiymətini təqribi hesablamaqla tapmaq olar. Burada d planetin Günəşdən orta məsafəsidir və astronomik vahidlə (a.v.) ölçülür.

a) $\sqrt{d^3}$ ifadəsində vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

b) Mars planeti üçün $d = 1,52$ a.v. olarsa, bu planet Günəş ətrafında 1 tam dövrü hansı müddətə edir? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Riyozi üfüqlər

Lövhədə vuruğu kök işarəsi xaricinə çıxarmaqla $\sqrt{-2c^3}$ ifadəsinin çevrilməsi verilmişdir.

$\sqrt{-2c^3}$ ifadəsinin mənasının olması üçün $c \leq 0$ olmalıdır.

$$\sqrt{-2c^3} = \sqrt{c^2 \cdot (-2c)} = \sqrt{c^2} \cdot \sqrt{-2c} = |c| \cdot \sqrt{-2c} = -c \cdot \sqrt{-2c}$$

Oxşar qayda ilə verilmiş ifadədə kvadrat köklərin mənasının olması üçün dəyişənin işarəsini müəyyən edin. Vuruğu kök işarəsi xaricinə çıxarın.

a) $\sqrt{c^3}$

b) $\sqrt{4a^3}$

c) $\sqrt{2c^7}$

d) $\sqrt{-9b^3}$

e) $\sqrt{-3x^5}$

XÜLASƏ

Hesabi kvadrat kök

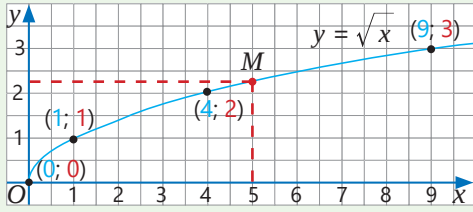
$$b \geq 0 \text{ və } b^2 = a \Rightarrow \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{ çünki } 6 > 0 \text{ və } 6^2 = 36$$

$$a \geq 0 \Rightarrow (\sqrt{a})^2 = a \text{ və ya } \sqrt{a^2} = a$$

$$(\sqrt{4})^2 = 4 \quad \sqrt{5^2} = 5$$

$y = \sqrt{x}$ funksiyası



Hesabi kvadrat kökün xassələri

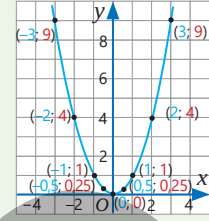
$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$y = x^2$ funksiyası

x	$y = x^2$
± 3	9
± 2	4
± 1	1
0	0



Kvadrat köklər

Həqiqi ədədlər (R)

Rasional ədədlər (Q) İrrasional ədədlər (I)

Tam ədədlər (Z)

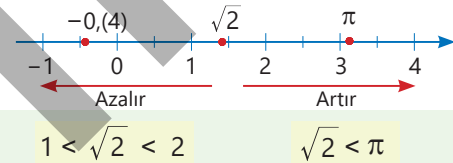
Kəsr ədədlər

Mənfi tam ədədlər

Sıfır

Natural ədədlər (N)

Həqiqi ədədlərin müqayisəsi



Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{36x^2} = |6x|$$

Vuruğun kök işarəsi altına salınması

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$-4\sqrt{5} = -1 \cdot 4\sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{16 \cdot 5} = -\sqrt{80}$$

Kvadrat kök işarəsi daxil olan ifadələrin sadələşdirilməsi

$$\sqrt{18} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Məxrəcin irrasionalıqdan azad edilməsi

$$\frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{2 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

İlkin problemin həlli

- A növ kafelin tərəfi hesablanır: $\sqrt{4} = 2$ (dm)

Bir çərgəyə işlənən kafel sayı tapılır: $6 \text{ m} : 2 \text{ dm} = 60 \text{ dm} : 2 \text{ dm} = 30$

- B növ kafelin tərəfi hesablanır: $\sqrt{9} = 3$ (dm)

Bir çərgəyə işlənən kafel sayı tapılır: $6 \text{ m} : 3 \text{ dm} = 60 \text{ dm} : 3 \text{ dm} = 20$

- C növ kafelin sahəsi $4 \text{ dm}^2 + 9 \text{ dm}^2 = 13 \text{ dm}^2$ olduğu üçün tərəfi $\sqrt{13}$ dm-dir.

Bir çərgəyə işlənən kafel sayı tapılır: $6 \text{ m} : \sqrt{13} \text{ dm} = 60 \text{ dm} : \sqrt{13} \text{ dm} = \frac{60}{\sqrt{13}} = \frac{60\sqrt{13}}{13} \approx 16,64$

Deməli, bir çərgəni tamamlamaq üçün ən azı 17 ədəd C növ kafel lazımdır.

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. Verilmiş nöqtələr $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə aiddir. Boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

A ($\sqrt{7}$; $\square$)

B ($-\sqrt{2}$; $\square$)

C (0,(2); $\square$)

D ($\sqrt{\square}$; 3)

E ($-\sqrt{\square}$; 5)

2. Hesablayın.

a) $\sqrt{4 \cdot 9 + 13}$

c) $\sqrt{8^2 + 15^2} \cdot \sqrt{(-5)^2}$

e) $\sqrt{31 + \sqrt{27 - \sqrt{4}}}$

g) $(2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{2})^2$

b) $\sqrt{25 - 36 : 4}$

d) $\sqrt{2,5 \cdot 1,6 + 12} : \sqrt{4^2}$

f) $\sqrt{71 - \sqrt{46 + \sqrt{9}}}$

h) $(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2})^2$

3. Boş xanalara uyğun həqiqi ədədlər varsa, bu ədədləri tapın.

$\square^2 = -400$

$\square^2 = 2,25$

$\square^2 = 0$

$\square^2 - \frac{1}{4} = 2$

$\square^2 + 0,4 = 0$

4. Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini hesablayın.

a) $x = -2; 0,5; 4$ olduqda $\sqrt{2x + 8}$

b) $x = -1; 0; 1$ olduqda $\sqrt{9 - 7x}$

5. Hesabi kvadrat kökün tərifinə əsasən bərabərliyi ödəyən həqiqi ədəd varsa, bu ədədi şifahi tapın. Yoxdursa, səbəbini izah edin.

a) $\sqrt{c} = 4$

b) $\sqrt{c} = -4$

c) $\sqrt{c} = 0$

d) $\sqrt{c} = 0,9$

e) $\sqrt{c} = -\frac{1}{4}$

f) $\sqrt{c} = \frac{2}{3}$

6. Verilmiş ədədlərin hər birinin hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini tapın.

$\sqrt{7}$

$-\sqrt{7}$

$\sqrt{3}$

$-\sqrt{3}$

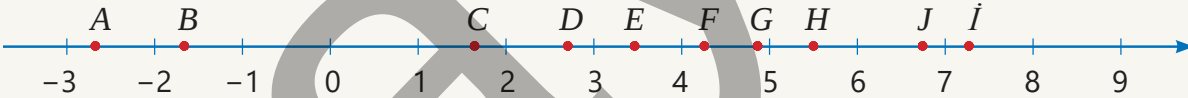
$2\sqrt{3}$

$3\sqrt{2}$

$2\sqrt{7}$

$3\sqrt{5}$

• Verilən ədədlər ədəd oxunda hansı nöqtələrə uyğundur?



• Ədədləri ədəd oxu üzərindəki yerlərinə əsasən müqayisə edin.

$-\sqrt{7}$ və $-\sqrt{3}$

4 və $2\sqrt{3}$

$-\sqrt{7}$ və -2

$3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$

$2\sqrt{7}$ və $3\sqrt{5}$

7. Verilmiş ədədləri artan sıra ilə düzün.

a) $4; \sqrt{15}; 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{0,2}; 0,2; \sqrt{0,02}$

c) $-1; -\sqrt{5}; -\sqrt{2}$

d) $\sqrt{\pi}; 1,8; \sqrt{3,1}$

8. Verilmiş ədədlər arasında neçə tam ədəd yerləşir?

a) $\sqrt{10}$ və $\sqrt{30}$

b) $\sqrt{17}$ və $2\sqrt{13}$

c) $-2\sqrt{3}$ və $5\sqrt{2}$

d) $-\sqrt{21}$ və $-3\sqrt{3}$



9. Kalkulyatordan istifadə etməklə ifadənin təqribi qiymətini tapın. Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $\sqrt{30}$

b) $\sqrt{\pi}$

c) $\sqrt{\sqrt{120}}$

10. Verilmiş nöqtələr $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aiddir. Boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

A ($\square$; 11)

B (3; $\square$)

C (1,44; $\square$)

D ($\square$; 1,5)

E (0,(4); $\square$)

11. İsbat edin.

a) $4 + \sqrt{15}$ və $4 - \sqrt{15}$ qarşılıqlı tərs ədədlərdir.

b) $2\sqrt{2} - 3$ və $\frac{1}{2\sqrt{2} + 3}$ qarşılıqlı əks ədədlərdir.

12. Təkliflərin doğru və ya yanlış olduğunu nümunə göstərməklə izah edin.

a) İki irrasional ədədin hasilı rəşional ədəd ola bilər.

b) İstənilən iki irrasional ədədin bölünməsindən alınan qismət irrasional ədəddir.

13. Boş xanaya $\in$ və ya $\notin$ simvollarından uyğun olanı müəyyən edin.

a) $1, (2) \square Z$ b) $-\sqrt{0,16} \square I$ c) $\sqrt{3,6} \square Q$ d) $\sqrt{25} \square N$ e) $-\sqrt{\pi} \square R$ f) $-\sqrt{36} \square Z$

14. İfadənin qiymətini əvvəlcə təxmin edin, sonra isə kalkulyatorda hesablamaqla yoxlayın.

a) $\sqrt{39,2 \cdot 41,3}$ b) $\sqrt{24,3 \cdot 17,8}$ c) $\sqrt{183 \cdot 19,7}$ d) $\sqrt{\frac{81,25}{8,9}}$ e) $\sqrt{\frac{25,2 \cdot 17,4}{98,6}}$

15. İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{0,33 \cdot 81 + 0,16 \cdot 81}$

c) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{12}$

e) $\sqrt{6 + \sqrt{11}} \cdot \sqrt{6 - \sqrt{11}}$

b) $\sqrt{0,16^2 - 0,16 \cdot 0,07}$

d) $\frac{\sqrt{15} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}{3}$

f) $(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5})^2$

16. Müqayisə edin.

a) $2\sqrt{5}$ və $\sqrt{3} + \sqrt{12}$

b) $1 + \sqrt{3}$ və $\sqrt{7}$

c) $\sqrt{7} - \sqrt{6}$ və $\sqrt{6} - \sqrt{5}$

d) $\frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ və $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

17. Sadələşdirin.

a) $\frac{3}{\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{3\sqrt{2}}$

b) $\frac{3}{2\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{45}}$

c) $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$

18. Hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{53^2 - 11^2}{58^2 - 26^2}}$

b) $\sqrt{\frac{13,5 \cdot 8,7 + 13,5 \cdot 3,4}{2,4^2 - 2,1^2}}$

c) $\sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}} + (3 + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 5)$

19. İfadənin qiymətini tapın.

a) $|\sqrt{2} + 1| + |\sqrt{2} - 2|$

b) $|\sqrt{3} - 1| + \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$

c) $\sqrt{(\sqrt{7} + 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2}$

20. Dəyişənlərin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini hesablayın.

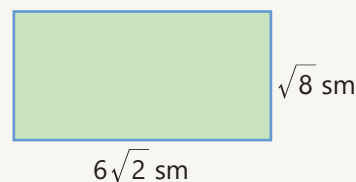
a) $b = \sqrt{8} - 1$ və $c = 2 - \sqrt{2}$
 $b^2 - c^2$

b) $x = 3 - \sqrt{2}$
 $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$

21. Şəkilə verilmiş düzbucaqlının perimetrini və sahəsini tapın.

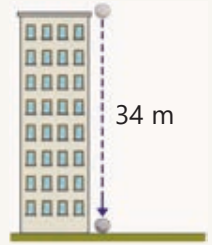
• Perimetri bu düzbucaqlının perimetrinə bərabər olan kvadratın sahəsini düzbucaqlının sahəsi ilə müqayisə edin.

• Sahəsi verilmiş düzbucaqlının sahəsinə bərabər olan kvadratın perimetrini düzbucaqlının perimetri ilə müqayisə edin.





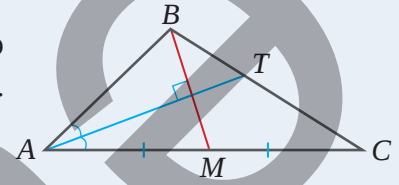
22. Sərbəst düşən cismin t saniyədə qət etdiyi məsafə (metrlə) $h = \frac{gt^2}{2}$ düsturu ilə tapılır. Burada $g \approx 9,8 \text{ m/san}^2$ sərbəstdüşmə təcildir. Hündürlüyü 34 m olan binanın damından qopub düşən qar topası Yer səthinə neçə saniyəyə çatar? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Riyazi kaleydoskop

1. n natural ədədi üçün $n + 21$ və $n - 8$ tam kvadrattır. n ədədini tapın.

2. Üçbucağın tərəflərinin uzunluqları ardıcıl natural ədədlərlə ifadə olunur. BM medianı AT tənböləninə perpendikulyardır. Üçbucağın perimetri neçə vahiddir?



3. İfadənin qiymətini iki üsulla hesablayın:

1) kökaltı ifadələri tam kvadrat şəklində yazmaqla;

2) verilmiş ifadəni dəyişənlə işarə edib dəyişənin kvadratını tapmaqla.

a) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

4. Sutka ərzində saat və dəqiqə əqrəbləri neçə dəfə düz bucaq əmələ gətirir?



5. $c - \sqrt{c} - 1 = 0$ olarsa, $c^2 - 3c$ ifadəsinin qiymətini tapın.

STEAM

"FİBONAÇÇİ ƏDƏDLƏRİ VƏ QIZIL NİSBƏT"

XII–XIII əsrlərdə yaşamış italyan riyaziyyatçısı Leonardo Bigollo daha çox Fibonaççi adı ilə tanınır. O, "Fibonaççi ədədləri" adlanan və xüsusi qanunauyğunluqla sıralanan ədədlər ardıcılığı ilə məşhurdur: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... ardıcılığında üçüncü ədəddən başlayaraq hər növbəti ədəd özündən əvvəlki iki ədədin cəminə bərabərdir.

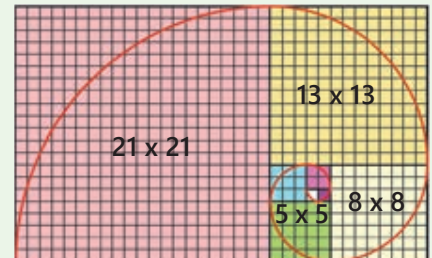


1. İlk iyirmi Fibonaççi ədədini yazın.

2. Ardıcıl Fibonaççi ədədlərinin nisbətlərini ($\frac{2}{1}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{13}{8}$ $\frac{21}{13}$ $\frac{34}{21}$...) onluq kəsr şəklində yazın. Hər sonrakı nisbətə qızıl nisbət ($\varphi = 1,61803398...$) arasındakı fərqi təqribi qiymətini kalkulyator-dan, yaxud elektron cədvəldən istifadə etməklə tapın. Bu fərq artır, yoxsa azalır?

3. Tərəfləri Fibonaççi ədədləri ilə ifadə olunan kvadratlardan düzbucaqlı quraşdırın və hər kvadratın qarşı tərəflərini çevrə qövsü ilə birləşdirməklə Fibonaççi spiralını təsvir edin.

4. İnternetdə araşdırma aparmaqla təbiətdə, insan orqanizmində, memarlıqda, incəsənətdə, qrafik dizaynda Fibonaççi ədədlərinin və Fibonaççi spiralının tətbiq sahələri haqqında məlumat toplayın. Uyğun təqdimat hazırlayın.

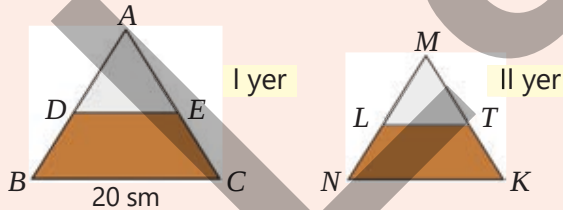


Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- mütənasib parçalar və fiqurların oxşarlığını əlaqələndirməyi;
- oxşar üçbucaqları müəyyən etməyi;
- üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərini məsələ həllinə tətbiq etməyi;
- üçbucağın tənböləninin xassəsini izah etməyi;
- çevrədə vətərin və kəsənlərin xassələrini tətbiq etməyi.

Cəhd edin!

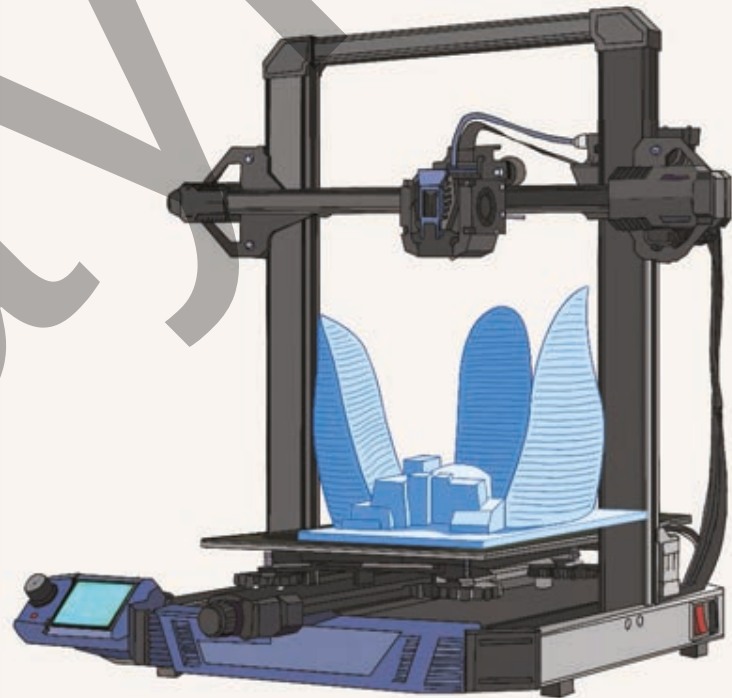
Müsabiqə qalibləri üçün mükafat olaraq taxta və üzərində mətn yazılacaq şüşə hissələrdən ibarət olan suvenir hazırlandı. Şəkildə I və II yerin qaliblərinə veriləcək suvenirin öndən görünüşləri təsvir olunub.



- I və II yer üçün suvenirlərin öndən görünüşləri olan üçbucaqlarda uyğun tərəflər 5 : 4 nisbətindədir. II yeri tutanlara verilən mükafatın ön üzünün oturacağıının (NK) uzunluğu neçə santimetrdir?
- I yeri tutanlara verilən mükafatın ön üzünün ümumi sahəsi 100 sm^2 olarsa, II yeri tutanlara verilən mükafatın ön üzünün ümumi sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?

Fiqurların oxşarlığı

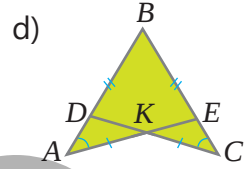
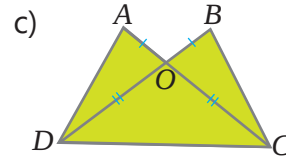
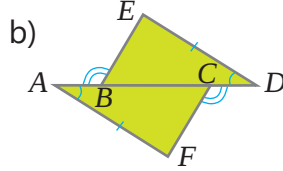
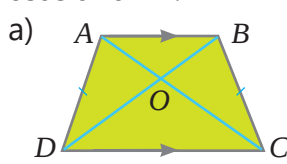
Avtomobillərin, təyyarələrin, müxtəlif mürəkkəb texnika və avadanlıqların layihələndirilməsində fiqurların oxşarlığı mühüm rol oynayır. Mühəndislik, memarlıq və dizayn işlərində oxşar fiqurlara tez-tez rast gəlinir. Mütənasib parçaları müəyyən etmək və real ölçüləri hesablamaq üçün oxşar fiqurların xassələrini bilmək vacibdir.



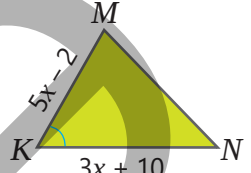
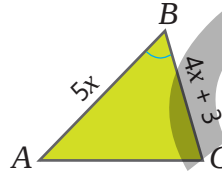
3D printerlərdə real obyektlərin kiçik modellərini hazırlayarkən oxşar fiqurların xassələrindən istifadə olunur.

İlkin yoxlama

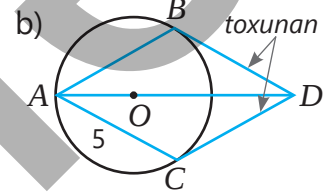
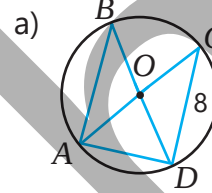
- 1 Şəkilə verilmiş fiqurda konqruyent üçbucaqları müəyyən edin və $\cong$ işarəsi ilə yazın. Fikrinizi əsaslandırın.



- 2 Şəkilə verilən üçbucaqlar konqruyentdir. Dəyişənlə ifadə edilmiş tərəflərin uzunluğunu tapın.



- 3 O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.
- Konqruyent üçbucaqları müəyyən edin və $\cong$ işarəsi ilə yazın. Fikrinizi əsaslandırın.
 - AB vətərinin uzunluğunu tapın.



- 4 AB parçasının uzunluğu 20 sm-dir. Bu parçanı A nöqtəsindən başlayaraq C nöqtəsi 3 : 2, D nöqtəsi isə 1 : 2 nisbətində bölür. AD , DC və CB parçalarının uzunluqları nə qədərdir?

- 5 Tənasübün əsas xassəsindən istifadə etməklə məchulu tapın.

a) $\frac{2}{3} = \frac{x}{6}$

b) $\frac{x+2}{9} = \frac{x}{3}$

c) $\frac{2x-1}{4} = \frac{x}{5}$

d) $\frac{2x-3}{3} = \frac{7-x}{4}$

e) $\frac{x-1}{x+3} = \frac{x-3}{x}$

- 6 $\frac{a}{4} = \frac{b}{3}$ olarsa, verilən bərabərliklərdən doğru olanları müəyyən edin.

a) $\frac{3}{4} = \frac{b}{a}$

b) $\frac{a+2}{4} = \frac{b+2}{3}$

c) $\frac{a}{b} = 1\frac{1}{3}$

d) $\frac{a-4}{4} = \frac{b-3}{3}$

e) $\frac{2a+8}{4} = \frac{2b+6}{3}$

- 7 İki məntəqə arasındakı məsafə 24 km-dir. Xəritə üzərində bu iki məntəqə arasındakı məsafə 16 sm olarsa, xəritənin miqyası nə qədərdir?

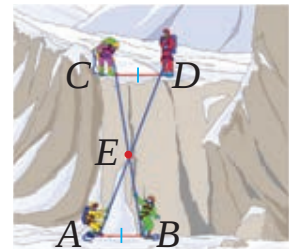
- 8 Perimetri 36 sm olan üçbucağın tərəflərinin uzunluqları 2 : 3 : 4 nisbətindədir.

- Bu üçbucağın tərəflərini tapın.
- Üçbucağın orta xətləri çəkildikdə alınan üçbucağın perimetri neçə santimetrdir?

- 9 Şəkilə düzbucaqlı formasında olan parkın 1 : 500 miqyası ilə çəkilmiş planı verilib. Parkın eni onun uzunluğundan 320 m qısadır. Parkın perimetri və sahəsi nə qədərdir?



- 10 İki alpinist qayanın üstündə, ikisi isə qayanın altında dayanmışdır. Qayanın üstündə dayanan alpinistlər arasındakı məsafə qayanın altında dayananlar arasındakı məsafəyə bərabərdir. Yuxarıdakı alpinistlər iki kəndiri aşağıdakı alpinistlərə şəkiləki kimi kəsişməklə atdılar. $AB \parallel CD$ və kəndirlərin kəsişdiyi nöqtənin yerdən hündürlüyü 27 m olarsa, qayanın hündürlüyü nə qədərdir?

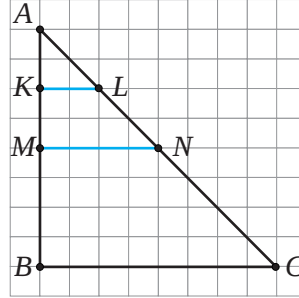


2.1. Fales teoremi. Mütənasib parçalar

Araşdırma-müzakirə

Damalı vərəqdə ABC üçbucağı çəkilib. MN parçası ABC üçbucağının, KL parçası isə AMN üçbucağının orta xəttidir.

- $AM : MB = AN : NC$ olduğunu necə izah etmək olar?
- $AK : KB$, $AK : KM$, $AL : LN$ və $AL : LC$ nisbətlerini necə tapmaq olar? Bu nisbətlər arasında bərabər olanları müəyyən edin və fikrinizi əsaslandırın.



Açar sözlər

- mütənasib parçalar

Öyrənmə Fales teoremi

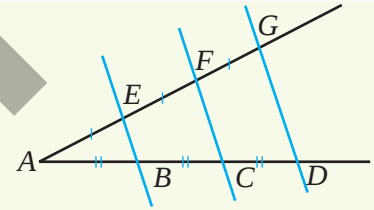
Bəzən verilmiş parçanı müəyyən sayda bərabər hissələrə bölmək lazım gəlir. Bunun üçün Fales teoremindən istifadə etmək olar.

τ Teorem 1. Fales teoremi

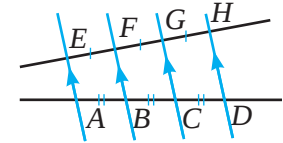
Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər onun bir tərəfi üzərində konqruent parçalar ayırırsa, o biri tərəf üzərində də konqruent parçalar ayırır.

$$AE \cong EF \cong FG \text{ və } EB \parallel FC \parallel GD \Rightarrow AB \cong BC \cong CD$$

İsbatı. Çalışma 3.

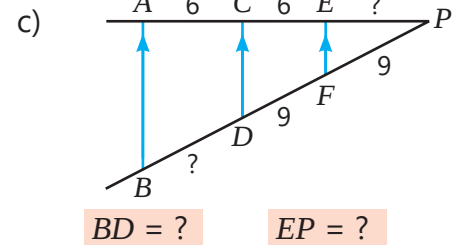
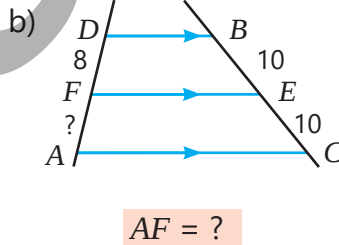
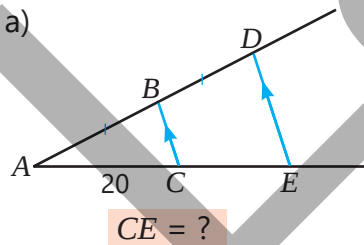


- Fales teoreminin şərtində bucağın tərəfləri əvəzinə ixtiyari iki düz xətt götürüldükdə də teorem doğrudur.

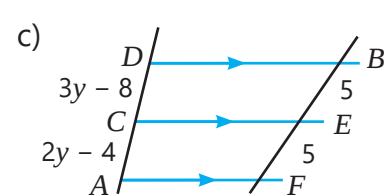
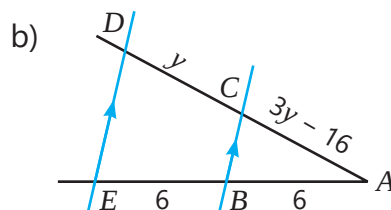
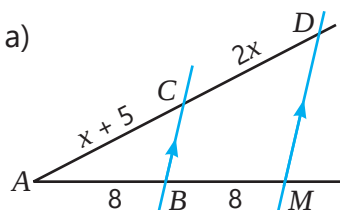


Çalışma

- 1 Tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.



- 2 AC və CD parçalarının uzunluğunu tapın.

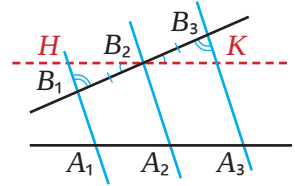


- 3 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə ixtiyari iki düz xətt üçün Fales teoreminin (teorem 1) isbatını tamamlayın.

Verilir: $B_1B_2 \cong B_2B_3$, $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$

İsbat edin: $A_1A_2 \cong A_2A_3$

İsbatı: B_2 nöqtəsindən A_1A_3 -ə paralel düz xətt çəkilir. Bu düz xəttin A_1B_1 və A_3B_3 ilə kəsişmə nöqtələri uyğun olaraq H və K ilə işarə edilir.

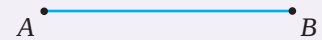


Təklif	Əsaslandırma
1. $\angle B_1B_2H \cong \angle B_3B_2K$	1. Qarşılıqlı bucaqlar konqruyentdir.
2. $\angle B_2B_1H \cong \angle B_2B_3K$	2.
3. $\triangle HB_2B_1 \cong \triangle KB_2B_3$	3.
4. $HB_2 \cong KB_2$	4.
5. $HB_2 \cong A_1A_2$ $B_2K \cong A_2A_3$	5. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir.
6. $A_1A_2 \cong A_2A_3$	6. $A_1A_2 \cong HB_2$, $HB_2 \cong KB_2$ və $KB_2 \cong A_2A_3$

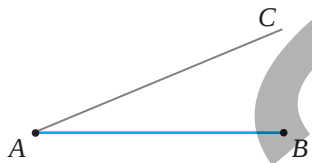


Yadda saxla!

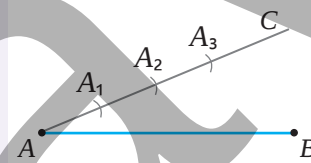
Fales teoremindən istifadə etməklə verilmiş parçanı bərabər hissələrə bölmək mümkündür. Məsələn, ixtiyari AB parçasını üç bərabər hissəyə belə bölmək olar.



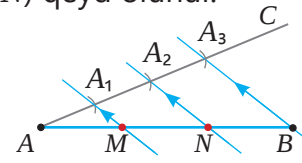
1 AB parçası ilə iti bucaq əmələ gətirən hər hansı AC şüası çəkilir.



2 AC tərəfi üzərində A tərəsindən başlamaqla ardıcıl olaraq üç konqruyent parça qeyd olunur.



3 A_3 və B nöqtələrindən keçən düz xətt çəkilir. A_1 və A_2 nöqtələrindən A_3B düz xəttinə paralel düz xətlər çəkilir. Bu düz xətlərin AB parçası ilə kəsişmə nöqtələri (M və N) qeyd olunur.



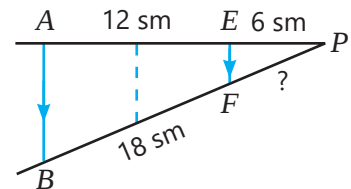
Beləliklə, AB parçası üç bərabər hissəyə bölündü: $AM \cong MN \cong NB$.

- 4 Dəftərinizdə hər hansı uzunluqda AB parçası çəkin. Bu parçanı a) 2; b) 3; c) 4; d) 5 bərabər hissəyə bölün.

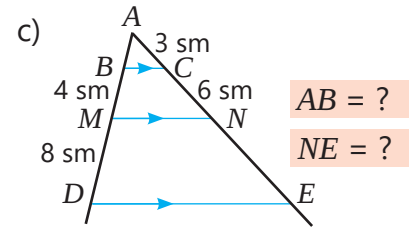
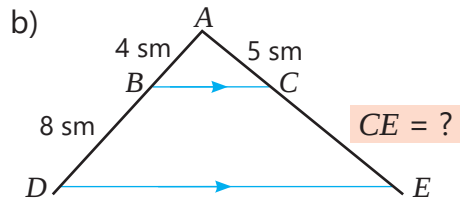
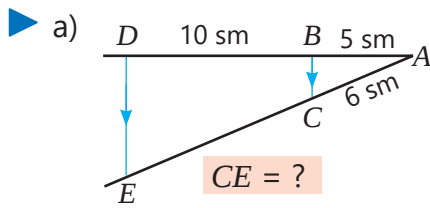
- 5 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapmaq üçün Elxanın fikrini müzakirə edin.



AE parçasının orta nöqtəsindən EF-ə paralel düz xətt çəkərim. Fales teoreminə əsasən bu xətt BF parçasını da iki konqruyent parçaya bölər. Deməli, $FP = 9$ sm-dir.



- Bu üsuldan istifadə etməklə tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.



- $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ bərabərliyinin doğru olduğunu yoxlayın.

Öyrənmə Mütənasib parçalar

a və b parçalarının nisbəti dedikdə onların uzunluqları nisbəti başa düşülür. Bu zaman parçaların uzunluqları eyni vahidlə ifadə olunmalıdır.

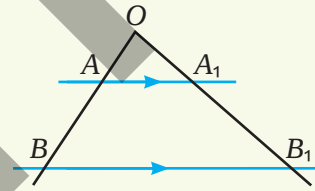
a , b , c və d parçaları üçün $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ olarsa, deyirlər ki, a və b parçaları uyğun olaraq c və d parçaları ilə mütənasibdir. Məsələn, 10 sm və 15 sm uzunluqlu parçalar 4 sm və 6 sm uzunluqlu parçalarla mütənasibdir. $\frac{10}{4} = \frac{15}{6}$



Teorem 2. Mütənasib parçalar haqqında

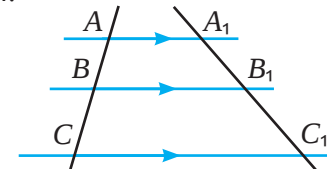
Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$$AA_1 \parallel BB_1 \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OA_1}{A_1B_1}$$



Bucağın tərəfləri əvəzinə ixtiyari iki düz xətt olduqda da teorem doğrudur.

- İki düz xətti kəsən üç və daha çox paralel düz xətt onlar üzərində mütənasib parçalar ayırır.

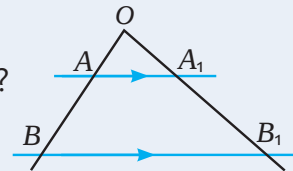


$$\frac{AB}{BC} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1}$$

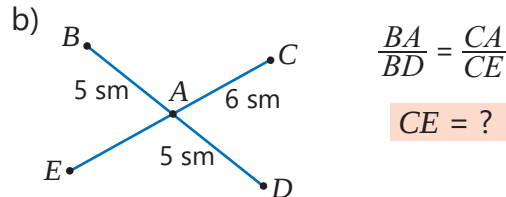
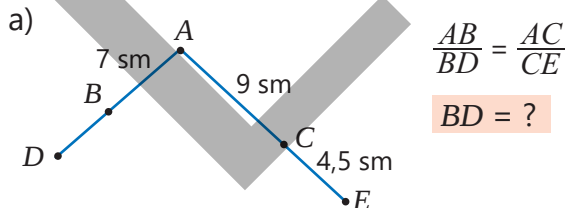


Fikirləş!

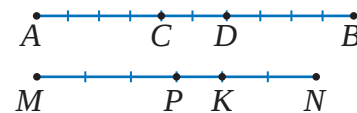
$AA_1 \parallel BB_1$ olduqda $\frac{OA}{OB} = \frac{OA_1}{A_1B_1}$ bərabərliyini necə əsaslandırmaq olar?



- 6 Parçaların mütənasibliyinə əsasən tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



- 7 AB parçası 10, MN parçası isə 6 bərabər hissəyə bölünmüşdür. AB parçası üzərində C və D, MN parçası üzərində isə P və K nöqtələri qeyd edilmişdir. Hansı parçalar mütənasibdir?



a) AC, CD və KN, PK

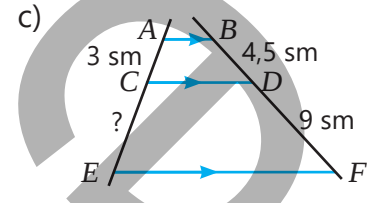
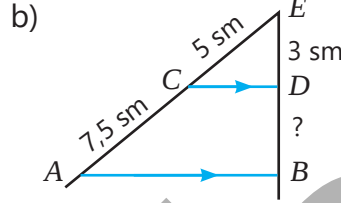
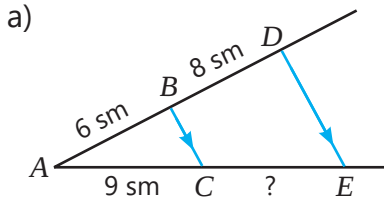
b) AC, DB və MP, KN

c) AD, CD və MP, PK

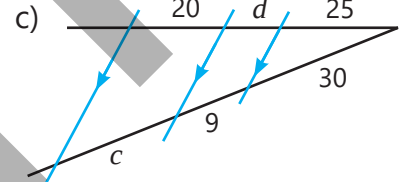
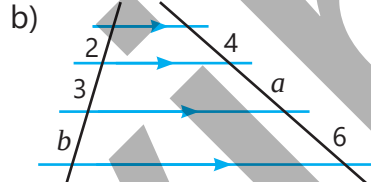
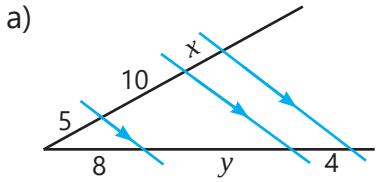
- 8 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$ $\frac{6}{8} = \frac{9}{CE}$ $CE = 12 \text{ sm}$	$BC \parallel DE$. Mütənasib parçalar haqqında teoremə əsasən AB, AC və BD parçalarının uzunluğuna əsasən CE parçasının uzunluğu tapılır.



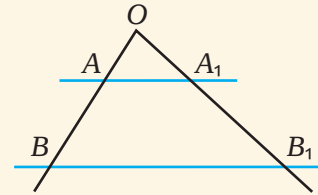
- 9 Məchulları tapın.



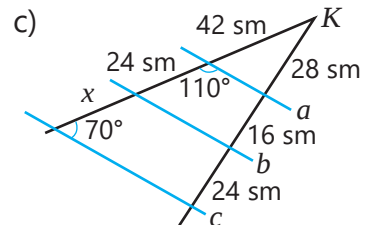
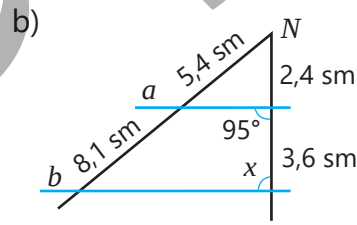
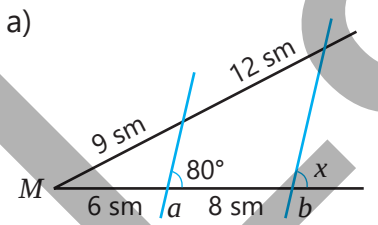
Diqqət!

Mütənasib parçalar haqqında teoremin tərsi də doğrudur. Bucağın təpəsindən başlamaqla tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayıran kəsənlər paraleldir.

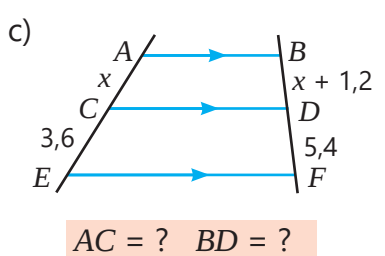
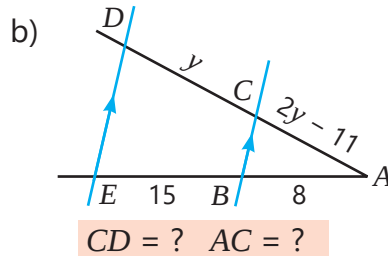
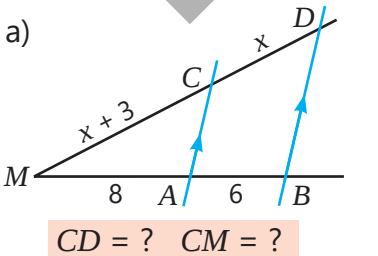
$$\frac{OA}{AB} = \frac{OA_1}{A_1B_1} \Rightarrow AA_1 \parallel BB_1$$



- 10 a və b düz xətlərinin paralel olduğunu əsaslandırın, məchul parçanı, yaxud bucağı tapın.



- 11 Tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.





Riyaziyyat tarixindən



Fales

e.ə. VI əsr

Miletli Fales vaxtilə Kiçik Asiyanın qərbində yerləşmiş Milet şəhərində yaşamışdır. O, həndəsədə bir sıra mühüm teoremləri, o cümlədən mütənasib parçalar, bərabəryanlı üçbucağın oturacaqlarına bitişik bucaqların bərabərliyi və diametrə söykənən daxili bucağın düz bucaq olması kimi teoremləri isbat etmişdir. Fales həmçinin, kölgəsinin uzunluğuna əsasən Xeops piramidasının hündürlüyünü hesablamışdır. O, qədim dünyanın yeddi müdrikindən biri sayılır və fəlsəfə, riyaziyyat, astronomiya elminin banilərindən hesab olunur.



- 12 Dəftərinizdə hər hansı uzunluqda AB parçası çəkin. Bu parçanı verilən nisbətdə bölün.

a) 1 : 3

b) 2 : 3

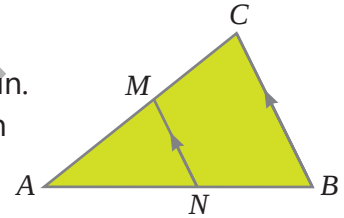
c) 3 : 5

d) 1 : 1 : 2

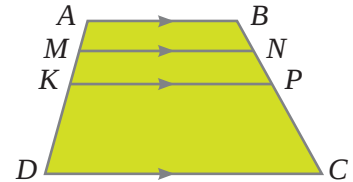
e) 1 : 2 : 3

Göstəriş: parçanı $m : n$ nisbətində bölmək üçün əvvəlcə parçanı Fales teoremini tətbiq etməklə $m + n$ sayda bərabər hissəyə ayırın.

- 13 ABC üçbucağında CB tərəfinə paralel MN parçası çəkilib.
a) $AB = 30$ sm, $AM : MC = 3 : 2$ olarsa, AN parçasının uzunluğunu tapın.
b) $MC = 10$ sm, $AM : AN = 4 : 5$ olarsa, NB parçası MC parçasından neçə santimetr uzundur?

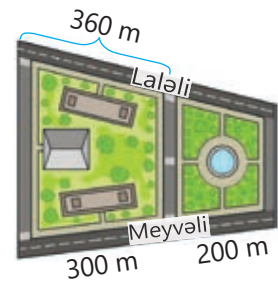


- 14 $ABCD$ trapesiyasında oturacaqlara paralel MN və KP parçaları çəkilmişdir. $AD = 60$ sm, $BC = 72$ sm.
a) $AK : KD = 2 : 3$ olarsa, BP və PC parçalarının uzunluqlarını tapın.
b) $BN : NC = 1 : 5$ olarsa, AM və MD parçalarının uzunluqlarını tapın.

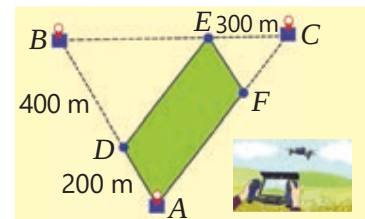


Məsələ həlli

- 15 Laləli və Meyvəli küçələrini bir-biri ilə üç paralel yardımçı yol birləşdirir. Sxemə əsasən Laləli və Meyvəli küçələrinin ümumi uzunluğu nə qədərdir?



- 16 Paraleloqram formasında olan əkin sahəsini dərmanlamaq üçün dronlardan istifadə edildi. Şəkildə əkin sahəsinin sərhədləri və dronların eniş məntəqələri qeyd olunub. ABC üçbucağının perimetri 2,4 km olarsa, əkin sahəsinin perimetri nə qədərdir?

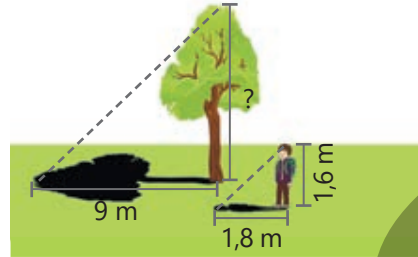


2.2. Oxşar fiqurlar

Araşdırma-müzakirə

Anarın boyu 1,6 m-dir. O özünün və ağacın kölgəsinin uzunluğuna görə ağacın hündürlüyünü hesablamaq istədi.

- Anarın kölgəsi ağacın kölgəsindən neçə dəfə kiçikdir?
- O, ağacın hündürlüyünü necə tapa bilər?



Açar sözlər

- oxşar fiqurlar
- oxşar üçbucaqlar
- oxşarlıq əmsalı
- ~ oxşarlıq işarəsi

Öyrənmə Oxşar üçbucaqlar

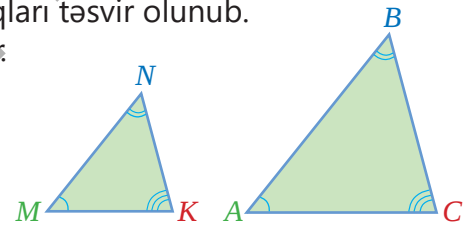
Formaları eyni, uyğun ölçüləri mütənasib olan fiqurlar **oxşar fiqurlardır**. Məsələn, bütün kvadratlar bir-birinə, bütün daireələr də bir-birinə oxşardır. Gündəlik həyatda da oxşar fiqurlara rast gəlinir. Məsələn, bina və onun maketini, eyni parkın müxtəlif miqyasla verilmiş iki planını buna misal göstərmək olar.



Şəkilə uyğun bucaqları konqruyent olan ABC və MNK üçbucaqları təsvir olunub. Konqruyent bucaqların qarşısında duran tərəflər uyğun tərəflərdir.

Konqruyent bucaqlar: $\angle A \cong \angle M$ $\angle B \cong \angle N$ $\angle C \cong \angle K$

Uyğun tərəflər: BC və NK AC və MK AB və MN



- Uyğun bucaqları konqruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olan üçbucaqlar **oxşar üçbucaqlar** adlanır.

Oxşar üçbucaqların yazılışında konqruyent bucaqları göstərən təpələrin ardıcılığına diqqət etmək vacibdir. Şəkiləki ABC və MNK üçbucaqlarının oxşar olduğu belə yazılır: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$.

Oxşar üçbucaqların uyğun tərəflərinin nisbətində **oxşarlıq əmsalı** deyilir və k ilə işarə edilir.

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = k$$

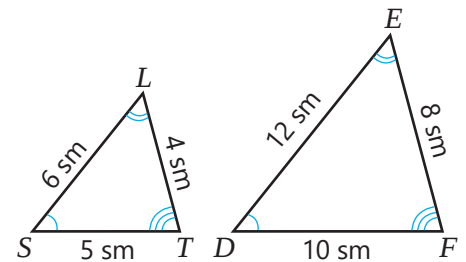
Məsələn, şəkiləki üçbucaqlar üçün:

$$\angle D \cong \angle S, \angle E \cong \angle L, \angle F \cong \angle T$$

$$\frac{DE}{SL} = \frac{DF}{ST} = \frac{EF}{LT} \rightarrow \frac{12}{6} = \frac{10}{5} = \frac{8}{4} = 2$$

Deməli, $\triangle DEF \sim \triangle SLT$ və oxşarlıq əmsalı 2-yə bərabərdir.

Onda $\triangle SLT \sim \triangle DEF$ və oxşarlıq əmsalı $\frac{1}{2}$ -ə bərabər olar.



Fikirləş!

Konqruyent üçbucaqların oxşarlıq əmsalı neçədir? Cavabınızı izah edin.

Çalışma

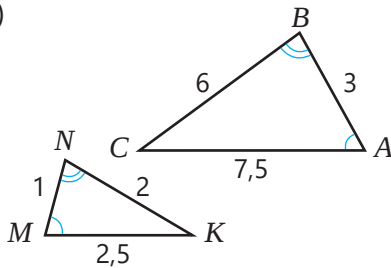
- 1 Şekildəki üçbucaqların oxşar olduğunu əsaslandırın. Oxşar üçbucaqları $\sim$ işarəsi ilə yazın.

NÜMUNƏ

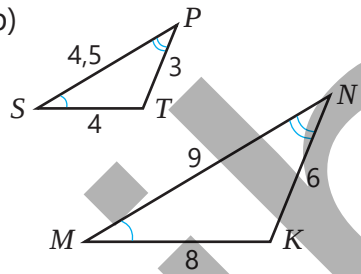
a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\angle A \cong \angle M$ $\angle B \cong \angle N$ $\angle C \cong \angle K$ BC və NK , AC və MK , AB və MN $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} \rightarrow \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{7,5}{2,5}$ $\triangle ABC \sim \triangle MNK$	Konqruent bucaqlar yazılır. Uyğun tərəflər yazılır. Uyğun tərəflərin nisbəti bərabərdir. Oxşar üçbucaqlar $\sim$ işarəsi ilə yazılır.

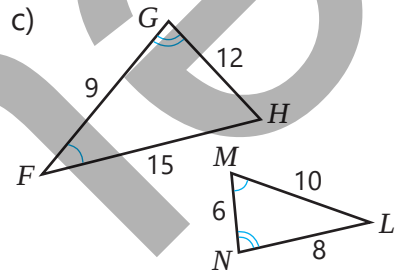
a)



b)

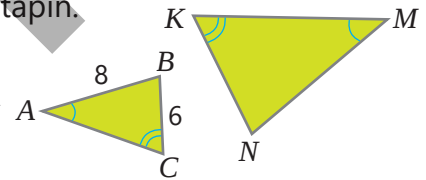


c)



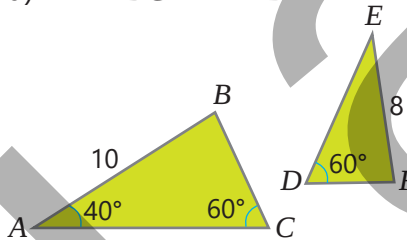
- 2 $\triangle MNK \sim \triangle ABC$ olarsa, şərtə uyğun olaraq tələb olunan tərəfi tapın.

- a) Oxşarlıq əmsalı 2-yə bərabər olduqda $KN = ?$
 b) Oxşarlıq əmsalı 1,5-ə bərabər olduqda $MN = ?$
 c) $KM = 12$ və oxşarlıq əmsalı 1,5 olduqda $AC = ?$



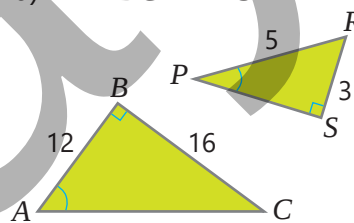
- 3 Verilənlərə görə tələb olunanları tapın.

a) $\triangle ABC \sim \triangle EFD$



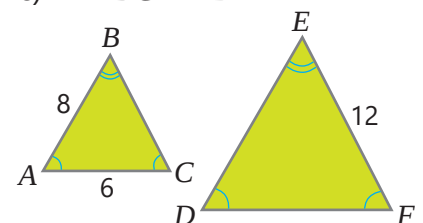
$$\angle F = ? \quad \frac{AC}{ED} = ?$$

b) $\triangle ABC \sim \triangle PRS$



$$AC = ? \quad PS = ?$$

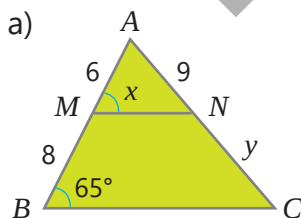
c) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



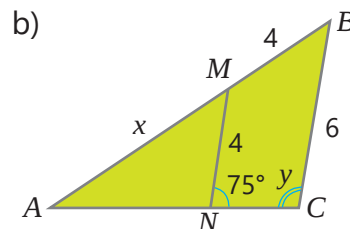
$$BC = ? \quad ED = ? \quad DF = ?$$

- 4 ABC və AMN oxşar üçbucaqlardır. Məchul tərəfin, yaxud bucağın ölçüsünü tapın.

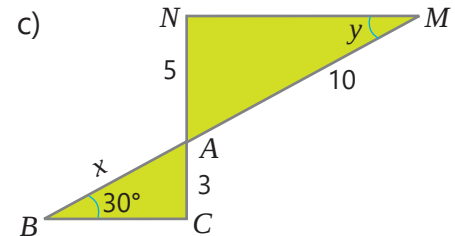
a)



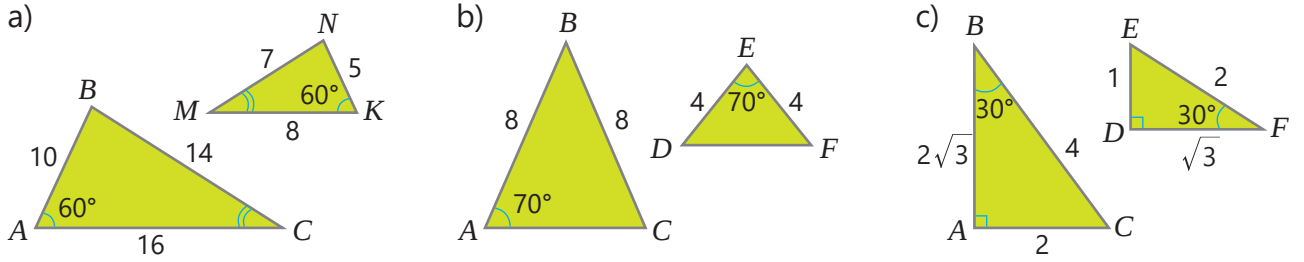
b)



c)



- 5 Üçbucaqların oxşar olub-olmadığını müəyyən edin. Oxşar olanları $\sim$ işarəsi ilə yazın.

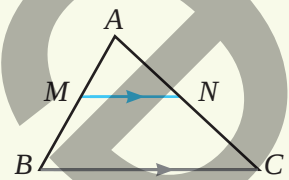


Teorem 3. Oxşar üçbucağın ayrılması haqqında

Üçbucağın iki tərəfini kəsən və üçüncü tərəfə paralel olan düz xətt həmin üçbucaqdan ona oxşar üçbucaq ayırır.

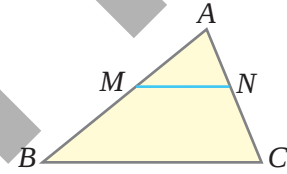
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

İsbatı. Çalışma 7.



- 6 ABC üçbucağının BC tərəfinə paralel MN parçası çəkilmişdir. N nöqtəsi AC tərəfini 3 : 5 nisbətində bölür.

- a) M nöqtəsi AB tərəfini hansı nisbətə bölür?
b) $MN = 6$ sm olarsa, BC neçə santimetrdir?
c) $MN = 15$ sm, $AM = 12$ sm və $NC = 15$ sm olarsa, ABC üçbucağının perimetri neçə santimetrdir?

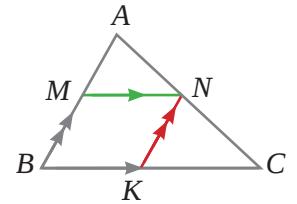


- 7 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə oxşar üçbucağın ayrılması haqqında teoremin (teorem 3) isbatını tamamlayın.

Verilir: $MN \parallel BC$

İsbat edin: $\triangle AMN \sim \triangle ABC$

İsbatı: N nöqtəsindən AB tərəfinə paralel KN parçası çəkilir. ABC və AMN üçbucaqları üçün A bucağı ortaq bucaqdır.



Təklif	Əsaslandırma
1. $\angle AMN \cong \angle ABC$ $\angle ANM \cong \angle ACB$	1. $MN \parallel BC$ olduğuna əsasən
2. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$	2. Mütənasib parçalar haqqında teoremə əsasən
3. $\angle CNK \cong \angle CAB$	3. $KN \parallel AB$ olduğuna əsasən
4. $\frac{AN}{AC} = \frac{BK}{BC}$	4. $KN \parallel AB$ olduğuna əsasən
5. $BK = MN$	5. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, $\frac{AN}{AC} = \frac{BK}{BC}$ və $BK = MN$ olduğundan
6. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	6. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, $\frac{AN}{AC} = \frac{BK}{BC}$ və $BK = MN$ olduğundan
7. $\triangle AMN \sim \triangle ABC$	7. Oxşar üçbucaqların tərifinə əsasən

- 8 ABC üçbucağında AB tərəfinə paralel çəkilmiş düz xətt AC və BC tərəflərini uyğun olaraq M və N nöqtələrində kəsir. Şərtə əsasən tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

- a) $AC = 12$ sm, $BC = 9$ sm, $CN = 3$ sm olarsa, $MC = ?$
b) $CM = 3$ sm, $CN = 4$ sm, $BN = 8$ sm olarsa, $AC = ?$
c) $AM = 6$ sm, $CM = 2$ sm, $AB = 8$ sm olarsa, $MN = ?$



DİQQƏT!

Oxşar dördbucaqlılar da üçbucaqlar kimi uyğun bucaq və uyğun tərəflərinə görə müəyyən olunur:

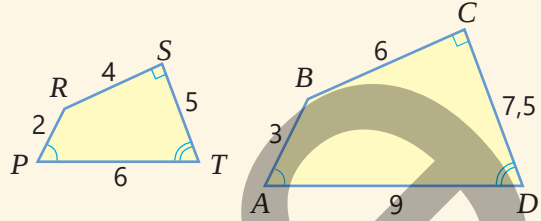
- Oxşar dördbucaqlıların uyğun bucaqları konqruyentdir.
- Oxşar dördbucaqlıların konqruyent bucaqları əmələ gətirən uyğun tərəfləri mütənasibdir.

Məsələn, şəkildəki dördbucaqlılar üçün:

$$\angle A \cong \angle P \quad \angle B \cong \angle R \quad \angle C \cong \angle S \quad \angle D \cong \angle T$$

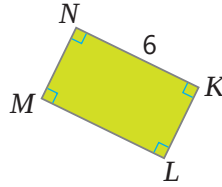
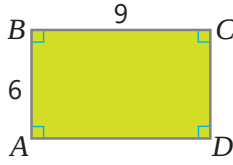
$$\frac{AB}{PR} = \frac{BC}{RS} = \frac{CD}{ST} = \frac{DA}{TP} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{7,5}{5} = \frac{9}{6} = 1,5$$

Deməli, $ABCD \sim PRST$.



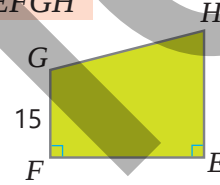
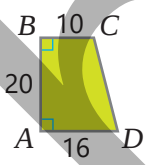
- 9 Şəkildə oxşar dördbucaqlılar verilib. Tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.

a) $ABCD \sim MNKL$



$KL = ?$

b) $ABCD \sim EFGH$



$HE = ?$

$FE = ?$



Səhvi düzəlt!

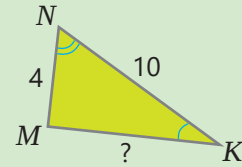
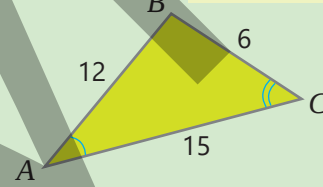
Şəkildəki üçbucaqlar oxşar olduğundan

$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$$

$$\frac{12}{4} = \frac{15}{MK}$$

$$MK = 5$$

$\triangle ABC \sim \triangle KMN$



- 10 Göstərin ki, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ və $\triangle DEF \sim \triangle MNK$ olarsa, $\triangle ABC \sim \triangle MNK$.

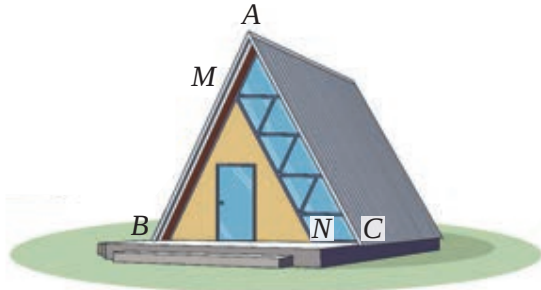
- 11 ABC və DEF üçbucaqları oxşardır.

a) $AB = 18$ sm, $AC = DE = 12$ sm olarsa, DF tərəfinin uzunluğu nə qədərdir?

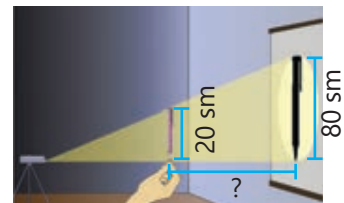
b) $AB = 15$ sm, $DE = 18$ sm, $AC = x$, $DF = x + 5$ olarsa, AC tərəfinin uzunluğu nə qədərdir?

Məsələ həlli

- 12 Çadır tipli evin girişinə qapı qoymaq üçün üçbucaq formasında taxta panel yerləşdirilib. $MN \parallel AC$, $AC = 10$ m, $BN = 6$ m, $NC = 2$ m olarsa, MN profilinin uzunluğu nə qədər olar?



- 13 Hündürlüyü 20 sm olan qələmin divardakı kölgəsi 80 sm-dir. Qələm divardakı kölgəsinə paraleldir. Qələmdən divara qədər məsafə fənərdən qələmə qədər məsafədən 1 m çox olarsa, qələm divardan hansı məsafədədir?



2.3. Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

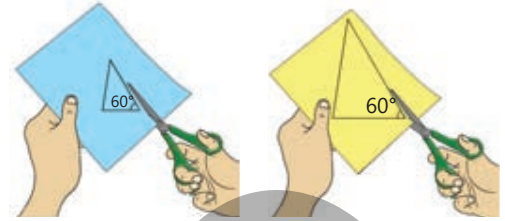
Araşdırma-müzakirə

Praktik iş.

Ləvazimat: rəngli kağızlar, xətkəş, transportir, karandaş.

İşin gedişi:

1. Rəngli kağızlardan birində tərəfləri 5 sm və 8 sm, onlar arasındakı bucağı 60° , digərində isə tərəfləri 10 sm və 16 sm, onlar arasındakı bucağı 60° olan iki üçbucaq çəkin. Alınan üçbucaqları kəsin.
2. Üçbucaqların təpələrini üst-üstə qoymaqla hansı bucaqların konqruyent olduğunu müəyyən edin.
3. Hər iki üçbucağın üçüncü tərəfinin uzunluğunu ölçün. Üçbucaqların uyğun tərəflərinin nisbətini tapın. Bu üçbucaqların oxşar olub-olmadığını müəyyən edin.



Öyrənmə Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

Üçbucaqların oxşarlığını müəyyən etmək üçün bütün bucaqlarının konqruyentliyini və bütün uyğun tərəflərinin mütənasib olduğunu yoxlamaq vacib deyil. Bunu üçbucaqların bir neçə elementinə görə oxşarlıq əlamətləri ilə müəyyən etmək olar.

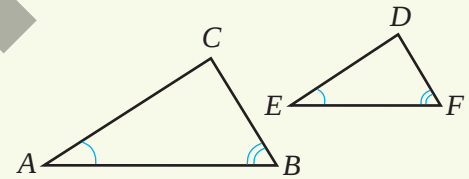
Üçbucaqların üç oxşarlıq əlaməti var. Bu əlamətlərdən ikisi belədir.

Teorem 4. Üçbucaqların oxşarlığının bucaq-bucaq (BB) əlaməti

Bir üçbucağın iki bucağı o biri üçbucağın iki bucağına konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

$$\angle A \cong \angle E \quad \angle B \cong \angle F \quad \text{olarsa, onda} \quad \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

İsbatı. Çalışma 3.

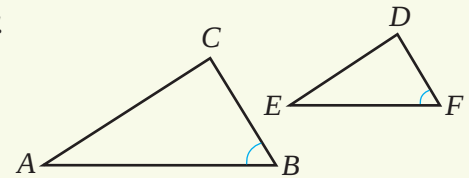


Teorem 5. Üçbucaqların oxşarlığının tərəf-bucaq-tərəf (TBT) əlaməti

Bir üçbucağın iki tərəfi digər üçbucağın iki tərəfi ilə mütənasibdirsə və bu tərəflər arasındakı bucaqlar konqruyentdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} \quad \text{və} \quad \angle B \cong \angle F \quad \text{olarsa, onda} \quad \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

İsbatı. Çalışma 4.



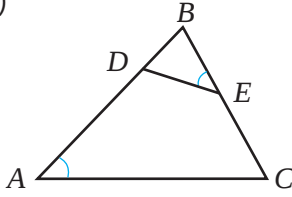
Çalışma

1. Verilən üçbucaqların oxşarlığını hansı əlamətə görə əsaslandırmaq olar?

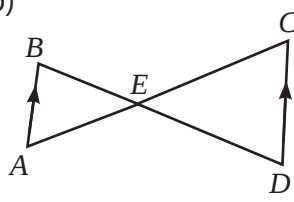
NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\angle ABC \cong \angle EBD$ $\triangle ABC \sim \triangle EBD$	B bucağı hər iki üçbucaq üçün ortaq bucaqdır. $\angle ABC \cong \angle EBD$ və $\angle BAC \cong \angle BED$ olduğundan üçbucaqların oxşarlığının BB əlamətinə görə.

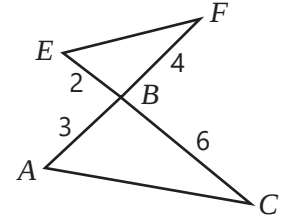
► a)



b)

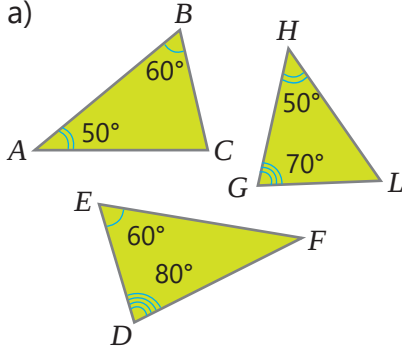


c)

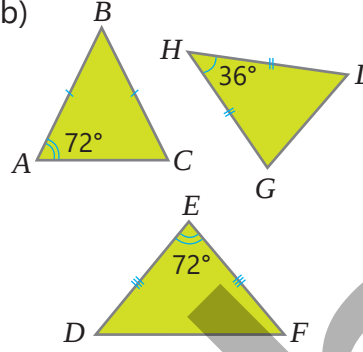


2 Verilmiş üçbucaqlardan oxşar olanları müəyyən edin və oxşarlığı $\sim$ işarəsi ilə yazın.

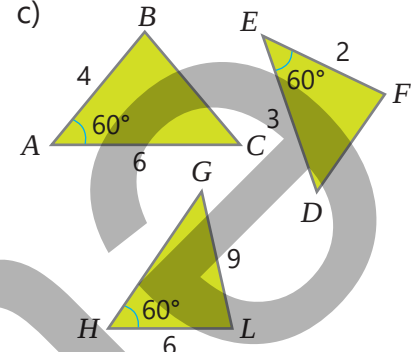
a)



b)



c)



3 Üçbucaqların oxşarlığının BB əlamətinin (teorem 4) isbatını müzakirə edin və boş yerlərə təklif olunan variantlardan uyğun olanı seçin.

paralel

perpendikulyar

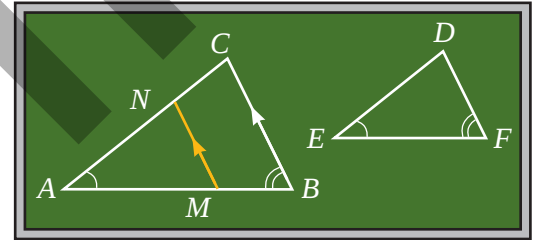
oxşar

konqruyent

$\angle F$

$\angle D$

Tutaq ki, $AB > EF$. Onda AB tərəfi üzərində EF parçası uzunluğunda AM parçası ayrılır. M nöqtəsindən BC tərəfinə DN düz xətt keçirilir. $DN \parallel EF$ üçbucağın ayrılması teoreminə əsasən $\triangle ABC \sim \triangle AMN$.
 $\angle M = \angle B$ və şərtə görə $\angle B = \angle E$ olduğundan
 $\angle M = \angle E$. Üçbucaqların konqruyentliyinin BTB əlamətinə görə $\triangle AMN \cong \triangle EFD$.



Beləliklə, $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ və $\triangle AMN \cong \triangle EFD \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EFD$

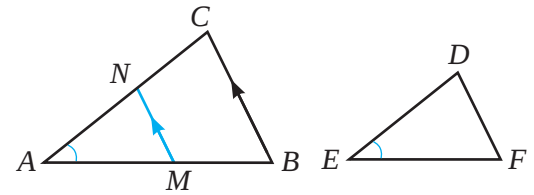
4 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə üçbucaqların oxşarlığının TBT əlamətinin (teorem 5) isbatını tamamlayın.

Verilir: $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED}$, $\angle A \cong \angle E$

İsbat edin: $\triangle ABC \sim \triangle EFD$

İsbatı. Tutaq ki, $AB > EF$. ABC üçbucağının AB tərəfi üzərində EF parçası uzunluğunda AM parçasını ayırın və M nöqtəsindən BC tərəfinə paralel düz xətt çəkin.

Düz xəttin AC tərəfi ilə kəsişmə nöqtəsini N ilə işarə edin.



Təklif	Əsaslandırma
1. $\triangle ABC \sim \triangle AMN$	1. $DN \parallel EF$
2. $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$	2. $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED}$
3. $AN \cong ED$	3. $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED}$ və $AM \cong EF$ olduğuna əsasən
4. $\triangle AMN \cong \triangle EFD$	4. $\angle A \cong \angle E$
5. $\triangle ABC \sim \triangle EFD$	5. $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ və $\triangle AMN \cong \triangle EFD$ olduğuna əsasən

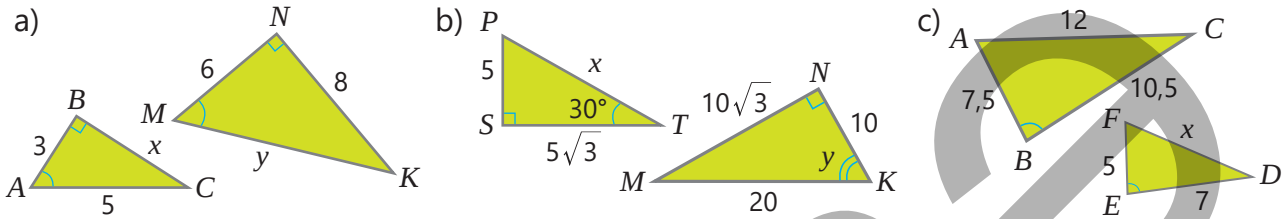


Yadda saxla!

Üçbucaqların BB və TBT oxşarlıq əlamətlərindən düzbucaqlı üçbucaqlar üçün bu nəticələr alınır.

- Bir düzbucaqlı üçbucağın katetləri o biri düzbucaqlı üçbucağın katetləri ilə mütənasibdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.
- İti bucaqlarından biri konqruyent olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

- 5 Verilmiş üçbucaqların oxşar olduğunu əsaslandırın. Məchul tərəfləri, yaxud bucağı tapın.



- 6 Kimin fikri doğrudur? Üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə əsaslandırın.



Bütün bərabəryanlı üçbucaqlar oxşardır.

Anar



Bütün bərabərtərəfli üçbucaqlar oxşardır.

Lalə



Bütün bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

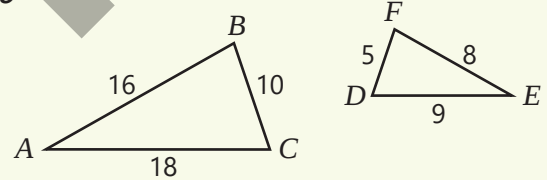
Elxan

Teorem 6. Üçbucaqların oxşarlığının tərəf-tərəf-tərəf (TTT) əlaməti

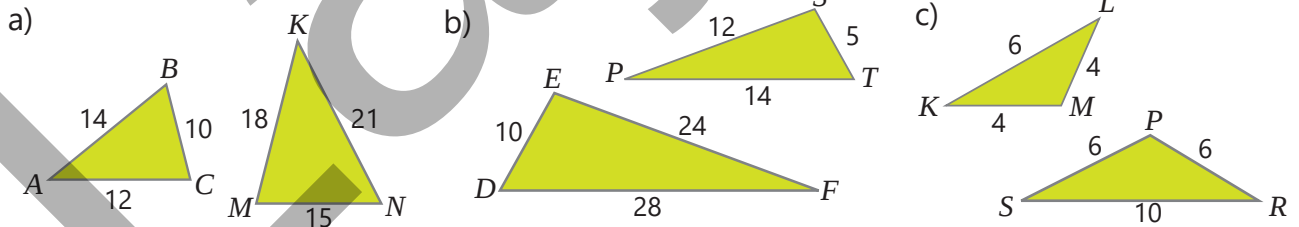
Bir üçbucağın üç tərəfi o biri üçbucağın üç tərəfinə mütənasibdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF} = \frac{AC}{DE} \text{ olarsa, } \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

İsbatı. Çalışma 8.



- 7 TTT əlamətindən istifadə etməklə verilmiş üçbucaqların oxşar olub-olmadığını müəyyən edin. Oxşar olanları ~ işarəsi ilə yazın.

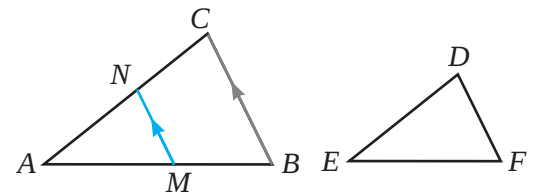


- 8 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə üçbucaqların oxşarlığının TTT əlamətinin (teorem 6) isbatını tamamlayın.

Verilir: $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{DF}$

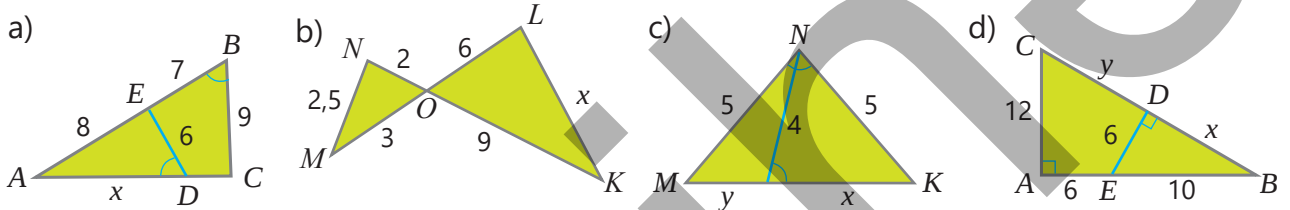
İsbat edin: $\triangle ABC \sim \triangle EFD$

İsbatı. Tutaq ki, $AB > EF$. ABC üçbucağının AB tərəfi üzərində EF parçası uzunluğunda AM parçasını ayırın və M nöqtəsindən BC tərəfinə paralel düz xətt çəkin. Düz xəttin AC tərəfi ilə kəsişmə nöqtəsini N ilə işarə edin.

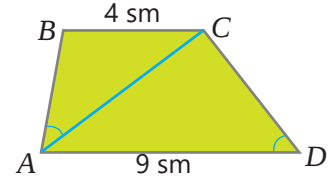


Təklif	Əsaslandırma
1. $\triangle ABC \sim \triangle AMN$	1.
2. $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$	2. Oxşar üçbucaqların uyğun tərəfləri mütənasibdir.
3. $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{DF}$	3. Verilir.
4. $AN = ED$ $MN = DF$	4. $AM = EF$ olduğuna əsasən
5. $\triangle AMN \cong \triangle EFD$	5.
6. $\triangle ABC \sim \triangle EFD$	6. $\triangle ABC \sim \triangle AMN$ və $\triangle AMN \cong \triangle EFD$ olduğuna əsasən

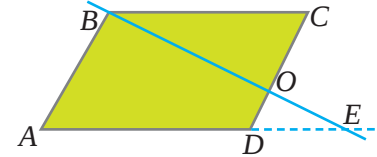
- 9) İsbat edin ki, iki bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfləri arasındakı bucaqlar konqruyentdirsə, onda bu üçbucaqlar oxşardır.
- 10) Verilmiş şəkildə oxşar üçbucaqları müəyyən edin. Oxşarlığın hansı əlamətinə görə bunu əsaslandırmaq olar? Məchul tərəfi tapın.



- 11) $ABCD$ trapesiyasının AC diaqonalının yan tərəflə əmələ gətirdiyi BAC bucağı CDA bucağına konqruyentdir.
- Oxşar üçbucaqları müəyyən edin.
 - $BC = 4$ sm, $AD = 9$ sm olarsa, AC diaqonalının uzunluğu nə qədərdir?

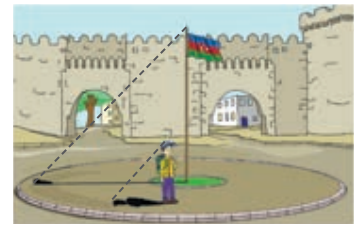


- 12) $ABCD$ paraleloqramında B təpəsindən keçən düz xətt CD tərəfini O nöqtəsində, AD tərəfinin uzantısını isə E nöqtəsində kəsir. $AB = 8$ sm, $AD = 12$ sm, $CO = 6$ sm olarsa, DE parçasının uzunluğunu tapın.



Məsələ həlli

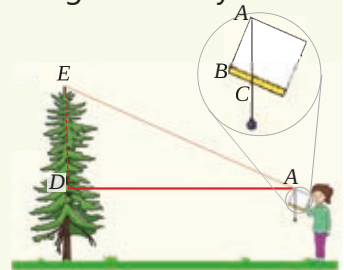
- 13) Bayraq dirəyinin yanında dayanan turistin kölgəsinin uzunluğu 160 sm, dirəyin kölgəsinin uzunluğu isə 9,6 metrdir. Turistin boyu 180 sm olarsa, dirəyin hündürlüyü neçə metrdir?



Praktik tapşırıq

Karton və ya taxtadan tərəfi 20 sm olan kvadrat kəsin və bir küncündən iplə yük asın. Hündürlüyünü ölçmək istədiyiniz ağacdan müəyyən məsafədə durun və kvadratı gözünüə yaxın elə vəziyyətdə tutun ki, ağacın zirvəsi kvadratın tərəfinin uzantısı üzərində görünsün.

- ADE və ABC üçbucaqlarının oxşar olduğunu əsaslandırın.
- DE hündürlüyünü hesablayın və onun üzərinə göz səviyyəsindən yerə qədər olan məsafəni əlavə etməklə ağacın hündürlüyünü tapın. Göz səviyyəsindən yerdən olan məsafəsinə boyunuzdan təqribən 8 sm çıxmaq-la da tapmaq olar.



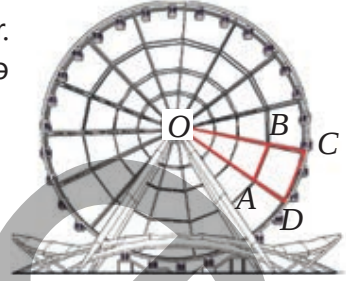
2.4. Üçbucaqların oxşarlığının bəzi tətbiqləri

Araşdırma-müzakirə

Şeytan çarxı üzərindəki OAB bərabəryanlı üçbucağının perimetri 25 metrdir.

• $OB = 10$ m və $BC = 4$ m olarsa, ODC bərabəryanlı üçbucağını əmələ gətirən boruların uzunluğu nə qədərdir?

• OAB və ODC üçbucaqlarının oxşarlıq əmsalı, OAB üçbucağının perimetri məlum olduqda ODC üçbucağının perimetrini daha asan necə tapmaq olar?



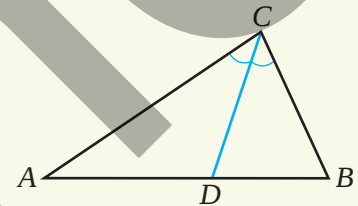
Öyrənmə Üçbucağın tən böləninin xassəsi

Teorem 7. Üçbucağın tən böləninin xassəsi

Üçbucağın tən böləni qarşı tərəfi digər tərəflərlə mütənasib parçalara ayırır.

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$

İsbatı. Çalışma 3.



Fikirləş!

CD parçası ABC üçbucağının tən bölənidirsə, $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$ olduğunu necə əsaslandırmaq olar?

Çalışma

1 Tən bölənin xassəsindən istifadə etməklə tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

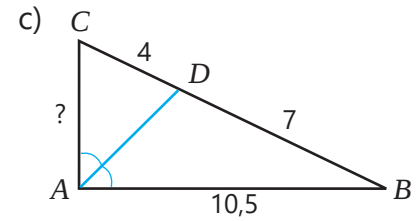
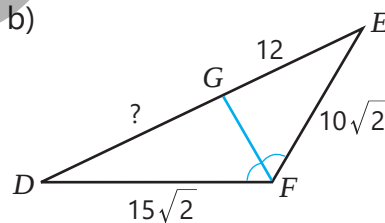
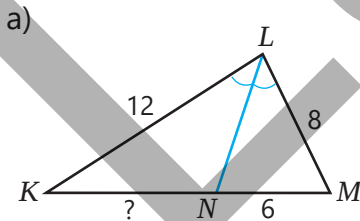
NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

$$\frac{KN}{6} = \frac{12}{8}$$

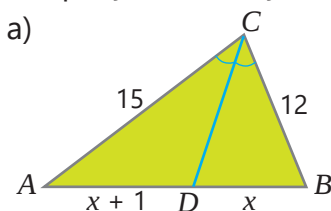
$$KN = 9$$

Açıqlama

LN tən böləndir. Üçbucağın tən böləninin xassəsinə görə $\frac{KN}{NM} = \frac{KL}{LM}$. Tənasübdə məchul hədd tapılır.

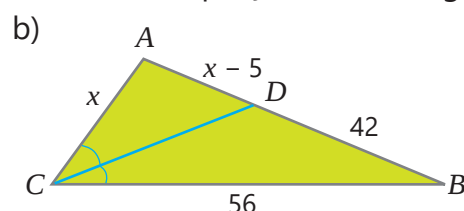


2 CD parçası ABC üçbucağının tən bölənidir. Tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.



$$AD = ?$$

$$BD = ?$$



$$AC = ?$$

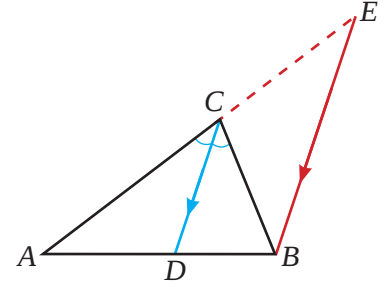
$$AD = ?$$

- 3 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə tən bölənin xassəsinin isbatını (teorem 7) tamamlayın.

Verilir: CD parçası ABC üçbucağının tən bölənidir.

İsbat edin: $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$

İsbatı. ABC üçbucağında B təpə nöqtəsindən CD tən böləninə paralel şüa çəkin. Şüanın AC tərəfinin uzantısı ilə kəsişmə nöqtəsini E ilə işarə edin.



Təklif	Əsaslandırma
1. $\angle ACD = \angle BCD$	1. CD parçası ABC üçbucağının tən böləni olduğuna əsasən
2. $\angle ACD = \angle CEB$	2. $CD \parallel EB$, AE kəsəndir, ACD və CEB uyğun bucaqlardır.
3. $\angle BCD = \angle CBE$	3. _____
4. $\angle CEB = \angle CBE$	4. _____
5. $BC \cong CE$	5. BCE üçbucağında $\angle CEB = \angle CBE$ olduğuna əsasən
6. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CE}$	6. _____
7. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$	7. $BC \cong EC$ və $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CE}$ olduğuna əsasən

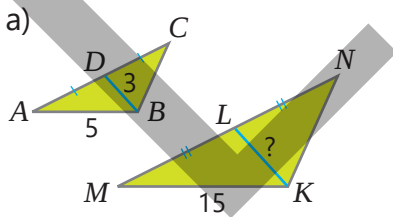
- 4 ABC üçbucağında A təpəsindən AF tən böləni çəkilib.
- a) $AB = 12$ sm, $AC = 18$ sm, $BF = 10$ sm olarsa, FC neçə santimetrdir?
- b) Tən bölən BC tərəfini $2 : 3$ nisbətində bölür. AB tərəfi AC tərəfindən 5 sm kiçik olarsa, AB tərəfinin uzunluğunu tapın.
- c) Tən bölən BC tərəfini biri digərindən 4 sm uzun olan parçalara ayırır. $AB = 40$ sm, $AC = 30$ sm olarsa, ABC üçbucağının perimetri neçə santimetrdir?



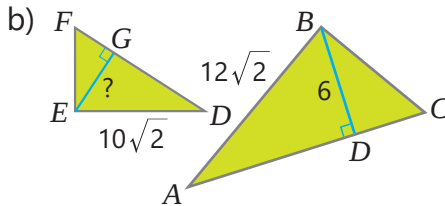
Yadda saxla!

Oxşar üçbucaqların uyğun hündürlükləri, medianları, tən bölənləri nisbəti uyğun tərəflərinin nisbətinə, yəni oxşarlıq əmsalına bərabərdir.

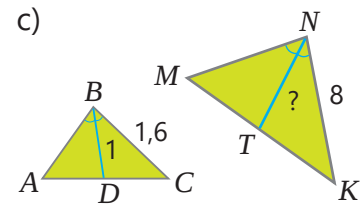
- 5 Oxşar üçbucaqlar üçün tələb olunan ölçüləri tapın.



$\triangle ABC \sim \triangle MKN$



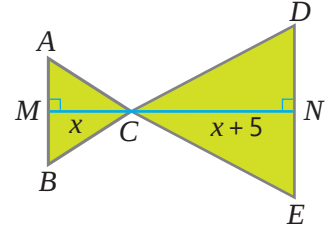
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$



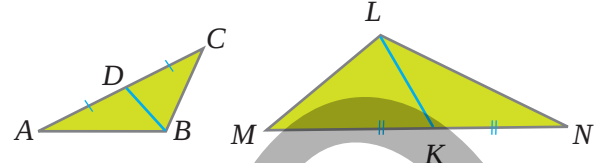
$\triangle MNK \sim \triangle ABC$

- 6 Oxşar üçbucaqların uyğun təpələrindən çəkilmiş a) hündürlükləri; b) tən bölənləri; c) medianları nisbətinin oxşarlıq əmsalına bərabər olduğunu isbat edin.
- Göstəriş.** Oxşar üçbucaqlarda hündürlük, tən bölən və medianın ayırdığı uyğun üçbucaqların oxşar olduğunu əsaslandırın və müvafiq nəticə çıxarın.

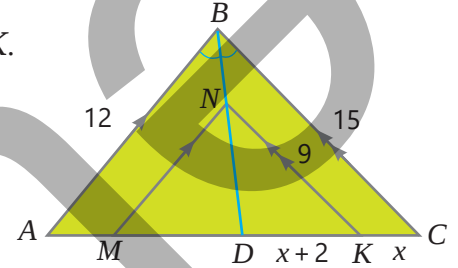
- 7 AE və BD parçaları C nöqtələrində kəsişir, $AB \parallel DE$. CM və CN uyğun olaraq ABC və DEC üçbucaqlarının hündürlükləridir.
- ABC və EDC üçbucaqlarının oxşar olduğunu göstərin.
 - $BC = 7$ və $CD = 14$ olarsa, üçbucaqların hündürlüklərini tapın.



- 8 ABC və MLN oxşar üçbucaqlardır. $MK = 15$ sm, $AC = 18$ sm. BD medianı LK medianından 4 sm qısa olarsa, bu medianların uzunluğunu tapın.



- 9 BD parçası ABC üçbucağının tən bölənidir. $AB \parallel MN$, $BC \parallel NK$.
- BDC və NDK üçbucaqlarının oxşar olduğunu göstərin.
 - CD parçasının uzunluğunu tapın.
 - AD parçasının uzunluğunu tapın.



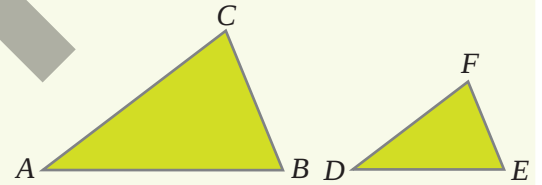
Öyrənmə Oxşar üçbucaqların perimetri və sahələri

Teorem 8. Oxşar üçbucaqların perimetrləri nisbəti

Oxşar üçbucaqların perimetrləri nisbəti oxşarlıq əmsalına bərabərdir.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle DEF}} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k$$

İsbatı. Çalışma 11.



Teorem 9. Oxşar üçbucaqların sahələri nisbəti

Oxşar üçbucaqların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = k^2$$

Verilir: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

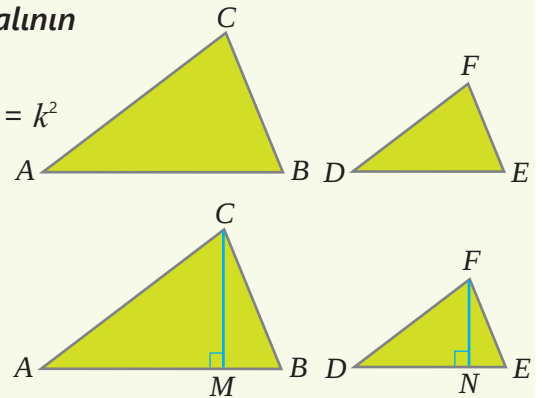
İsbat edin: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = k^2$

İsbatı. CM və FN hündürlükləri çəkilir.

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ olduğuna əsasən $\frac{AB}{DE} = \frac{CM}{FN} = k$

Üçbucaqların sahə düsturuna əsasən $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM$ və $S_{DEF} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot FN$

Deməli, $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM}{\frac{1}{2} \cdot DE \cdot FN} = \frac{AB}{DE} \cdot \frac{CM}{FN} = k^2$



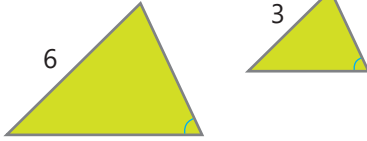


Fikirləş!

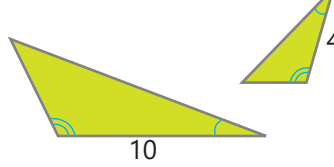
Oxşar düzbucaqlıların perimetrləri nisbətini və sahələri nisbətini oxşarlıq əmsalına əsasən necə tapmaq olar? Nümunə göstərməklə izah edin.

- 10 Verilmiş fiqurlar oxşardır. Bu fiqurların perimetrləri nisbətini və sahələri nisbətini tapın.

a)



b)



c)

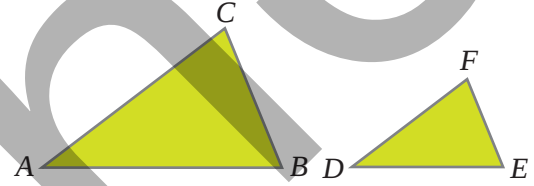


- 11 Oxşar üçbucaqların perimetrləri haqqında teoremi (teorem 8) isbat edin.

Verilir: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

İsbat edin: $\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle DEF}} = k$

Göstəriş. Perimetrin tərifindən və oxşar üçbucaqlarda uyğun tərəflərin nisbətini oxşarlıq əmsalına bərabərliyindən istifadə edin.

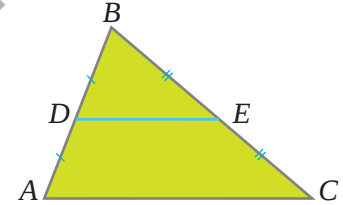


- 12 Şəkildə ABC üçbucağı verilib. DE bu üçbucağın orta xəttidir.

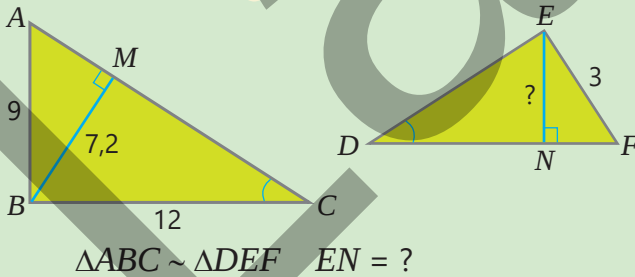
a) Üçbucağın orta xəttinin bu üçbucaqdan sahəsi 4 dəfə kiçik olan oxşar üçbucaq ayırdığını isbat edin.

b) ABC üçbucağının sahəsi 24 sm^2 olarsa, $ADEC$ trapesiyasının sahəsini tapın.

c) $ADEC$ trapesiyasının sahəsi 30 sm^2 olarsa, BDE üçbucağının sahəsini tapın.



Səhvi düzəlt!



TBT əlamətinə görə $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\text{Deməli, } \frac{BC}{EF} = \frac{BM}{EN}$$

$$\frac{12}{3} = \frac{7,2}{EN} \rightarrow EN = 1,8$$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $EN = ?$

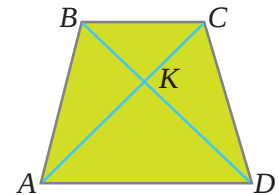
- 13 Oturacaqları 10 sm və 20 sm olan $ABCD$ trapesiyasının diaqonalları

K nöqtəsində kəsişir. CKB üçbucağının sahəsi 30 sm^2 -dir.

a) AKD və CKB üçbucaqlarının oxşar olduğunu əsaslandırın.

b) AKD üçbucağının sahəsi nə qədərdir?

c) $ABCD$ trapesiyasının hündürlüyünü və sahəsini tapın.

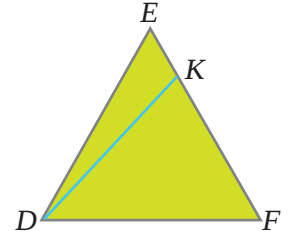


- 14 Bərabəryanlı DEF üçbucağının EF yan tərəfi üzərində K nöqtəsi elə qeyd edilib ki, $DK = DF$.

a) Oxşar üçbucaqları müəyyən edin.

b) DEF üçbucağının yan tərəfləri 4 sm, oturacağı isə 3 sm olarsa, KDF üçbucağının perimetri nə qədərdir?

c) KDF üçbucağının sahəsi 18 sm^2 olarsa, DEF üçbucağının sahəsi nə qədərdir?

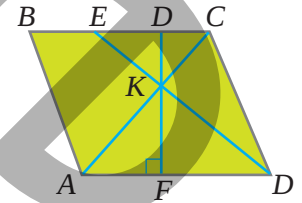


- 15 İki oxşar paraleloqramın perimetrləri 12 sm və 48 sm-dir. Böyük paraleloqramın sahəsi kiçik paraleloqramın sahəsindən neçə dəfə çoxdur?

- 16 $ABCD$ rombunun perimetri 80 sm-dir. DF hündürlük, $BE = 8$ sm, $DK = 6$ sm-dir.

a) KF parçasının uzunluğunu tapın.

b) Rombun sahəsini tapın.

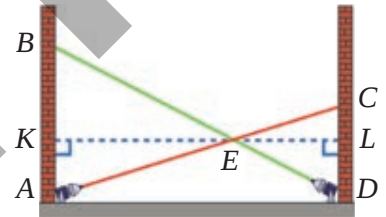


Məsələ həlli

- 17 Şekildə iki paralel dirək arasında birindən digərinə yönəlmiş lazer şüaları təsvir olunub. Lazer şüaları E nöqtəsində kəsişir.

• $AB = 8$ m, $CD = 4,8$ m, $EB = 13$ m olarsa, ED məsafəsi neçə metrdir?

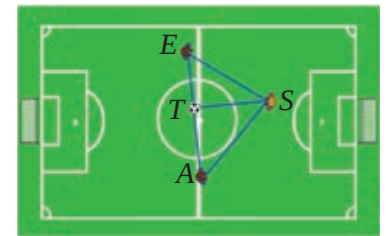
• E nöqtəsindən AB dirəyinə qədər məsafə $EK = 12$ m olarsa, iki dirək arasındakı məsafə nə qədərdir?



- 18 Mağazada ekranları oxşar düzbucaqlı formasında olan televizorlar satılır. Televizorlardan birinin diaqonalı 80 sm-dir. Sahəsi bu televizorun ekranının sahəsindən 4 dəfə böyük olan televizorun diaqonalı neçə santimetrdir?



- 19 Planda Anar, Elxan və Samirin dayandığı nöqtələr uyğun olaraq A , E və S ilə, topun olduğu nöqtə isə T ilə işarə edilib. ST parçası ASE üçbucağının tənbölənidir. Elxanla Samir arasındakı məsafə 3 m, Samirlə Anar arasındakı məsafə 3,5 m, Anarla Elxan arasında məsafə 5,2 m olarsa, Anar, yoxsa Elxan topa daha yaxındır? Nə qədər?

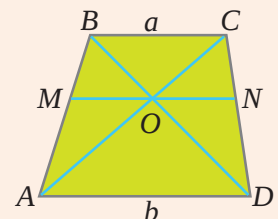


Riyazi üfüqlər

a və b müsbət ədədləri üçün $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ifadəsinin qiymətinə a və b ədədlərinin *harmonik ortası* deyilir.

İsbat edin ki, trapesiyanın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsindən keçən və oturacaqlarına paralel olan parça oturacaqların harmonik ortasıdır.

Göstəriş: AOD və COB , AOM və ACB , DON və DBC üçbucaqlarının oxşarlığından istifadə edərək MO və NO parçalarının uzunluqlarını a və b ilə ifadə edib toplamaq lazımdır.

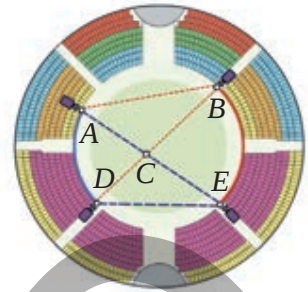


2.5. Çevrədə metrik münasibətlər

Araşdırma-müzakirə

Dairəvi manejin çevrəsi üzərində A, B, E və D kameraları quraşdırılıb. E kamerasından manejin AD qövsü 25° bucaq altında, A kamerasından manejin BE qövsü 60° bucaq altında görünür.

- ABC və DCE üçbucaqlarının oxşar olduğunu necə izah etmək olar?
- $AC = 15$ m, $CD = 12$ m, $BC = 20$ m olarsa, A və E kameraları arasında məsafəni necə tapmaq olar?



Öyrənmə Vətərlərin xassələri

Çevrənin istənilən vətəri onu iki qövsə ayırır. Bu halda deyilir ki, qövs *vətərə söykənir*, vətər isə *qövsü gərir*. Çevrədə vətər, diametr və onların gərdiyi qövslər arasında müəyyən münasibətlər var.

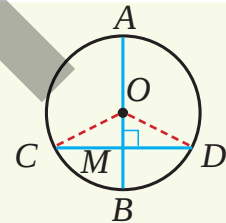
Teorem 10. Vətərə perpendikulyar olan diametrin xassəsi

Vətərə perpendikulyar olan diametr bu vətəri və onun gərdiyi qövsləri yarı bölür.

Verilir: AB diametri CD vətəri ilə M nöqtəsində kəsişir və $AB \perp CD$

İsbat etməli: $CM = MD$, $\angle BC \cong \angle BD$ və $\angle AC \cong \angle AD$

İsbatı. OC və OD radiusları çəkilir.



Təklif

1. $\triangle COD$ bərabəryanlıdır.
2. OM parçası $\triangle COD$ -nin hündürlüyüdür.
3. $CM = MD$ və $\angle COB \cong \angle DOB$
4. $\angle AOC \cong \angle AOD$
5. $\angle BC \cong \angle BD$ və $\angle AC \cong \angle AD$

Əsaslandırma

1. OC və OD radius olduğundan bərabərdir.
2. $OM \perp CD$
3. OM hündürlüyü, həm median, həm də tənböləndir.
4. Konqruent bucaqlara qonşu bucaqlardır.
5. Konqruent mərkəzi bucaqlara uyğun qövslərdir.

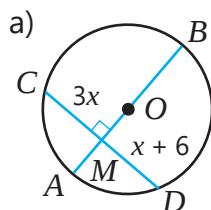
Teoremin tərsi də doğrudur: *Vətəri və onun gərdiyi qövsü yarı bölən diametr bu vətərə perpendikulyardır.*

Çalışma

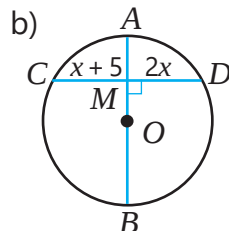
1. Verilənlərə əsasən tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

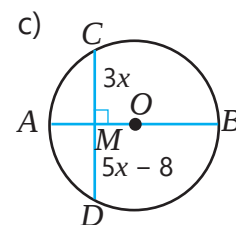
Həlli	Açıqlama
$3x = x + 6 \rightarrow x = 3$ $CM = 3 \cdot 3 = 9$	$AB \perp CD$ olduğundan $CM = MD$. Uyğun tənlik yazılır və həll edilir. CM parçasının uzunluğu tapılır.



$CM = ?$



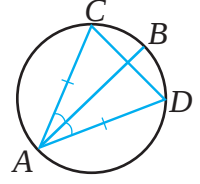
$MD = ?$



$CD = ?$

- 2) İsbat edin ki, *vətərin orta perpendikulyarı çevrənin mərkəzindən keçir.*
Göstəriş. Orta perpendikulyarın üzərindəki istənilən nöqtənin parçanın uclarından eyni məsafədə olduğunu nəzərə alın.

- 3) Şəklə əsasən AB vətərinin diametr olub-olmadığını müəyyən edin və fikrinizi əsaslandırın.



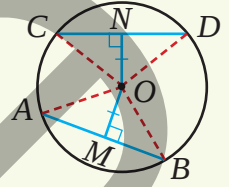
Teorem 11. Konqruyent vətərlərin xassəsi

Çevrənin konqruyent vətərləri mərkəzdən eyni məsafədədir və onların gərdiyi qövslər konqruyentdir.

Verilir: $AB \cong CD$, $OM \perp AB$, $ON \perp CD$

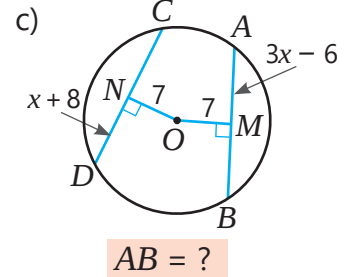
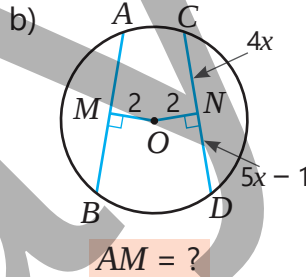
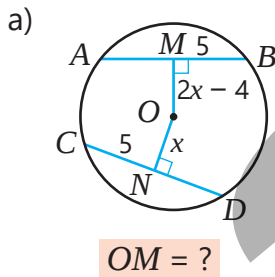
İsbat etməli: $OM = ON$, $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$

İsbatı. Vətərlərin uc nöqtələrini çevrənin mərkəzi ilə birləşdirdikdə iki konqruyent bərabəryanlı üçbucaq alınır: $\triangle AOB \cong \triangle COD$. Konqruyent üçbucaqların uyğun təpələrdən çəkilən hündürlükləri də konqruyentdir: $ON = OM$. Konqruyent üçbucaqların uyğun bucaqları olduğu üçün $\angle AOB \cong \angle COD$. Konqruyent mərkəzi bucaqlara uyğun qövslər konqruyentdir: $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$.

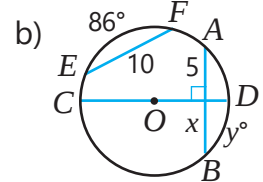
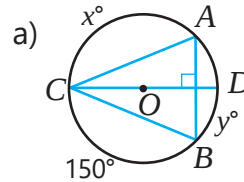


Teoremin tərsi də doğrudur: *Mərkəzdən eyni məsafədə olan vətərlər və onların gərdiyi qövslər konqruyentdir.*

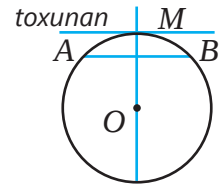
- 4) Verilənlərə əsasən tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



- 5) Şəklə əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətini tapın.



- 6) AB vətərinə çəkilən orta perpendikulyar çevrəni M nöqtəsində kəsir. İsbat edin ki, M nöqtəsindən çəkilən toxunan AB vətərinə paraleldir.



- 7) Təkliflərin doğru və ya yanlış olduğunu müəyyən edin.
a) Çevrənin iki vətərindən onun mərkəzinə yaxın olan daha böyükdür.
b) Çevrənin mərkəzindən keçməyən vətər onun diametrindən kiçikdir.
c) Mərkəzdən eyni məsafədə olan vətərlər bu çevrənin radiusuna bərabər ola bilməz.

Öyrənmə Kəsişən vətərlərin xassəsi

Üçbucaqların oxşarlığından istifadə etməklə çevrədə kəsişən vətərlərin, kəsənin və toxunanın parçaları arasında əlaqə qurmaq və buna əsasən məchul parçaların uzunluğunu tapmaq olar.

NÜMUNƏ. Diametrə perpendikulyar çəkilmiş vətər bu diametri uzunluğu 8 və 2 olan parçalara ayırır. Vətərin uzunluğunu tapın.

HƏLLİ. AC və BD vətərləri çəkilir.

Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar olduğundan $\angle CAB \cong \angle CDB$. İti bucaqlarından biri konqruyent olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

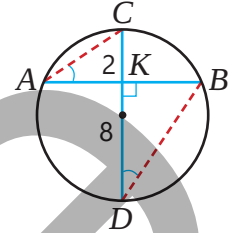
$$\text{Deməli, } \triangle AKC \sim \triangle DKB \Rightarrow \frac{AK}{DK} = \frac{KC}{KB} \Rightarrow AK \cdot KB = DK \cdot KC$$

Vətərə perpendikulyar olan diametrin xassəsinə əsasən: $AK = KB$

$$\text{Deməli, } AK^2 = 8 \cdot 2 \Rightarrow AK = 4 \Rightarrow AB = 8.$$

Göründüyü kimi, vətər və ona perpendikulyar diametrin uyğun hissələrinin hasilı bərabərdir: $2 \cdot 8 = 4 \cdot 4$

Bu, ümumi halda da doğrudur.

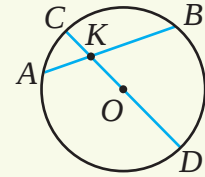


Teorem 12. Kəsişən vətər və diametrin xassəsi

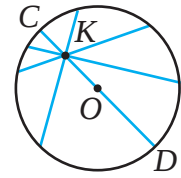
Çevrə daxilindəki hər hansı nöqtədən vətər və diametr çəkildə bu nöqtənin vətərdən ayırdığı parçaların hasilı diametrdən ayırdığı parçaların hasilinə bərabərdir.

$$AK \cdot KB = CK \cdot KD$$

İsbati. Çalışma 9.



Nəticə: Çevrə daxilindəki hər hansı nöqtədən istənilən sayda vətər çəkilərsə, bu nöqtənin hər bir vətərdən ayırdığı parçaların hasilı sabitdir və həmin nöqtənin diametrdən ayırdığı parçaların hasilinə bərabərdir.



8 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

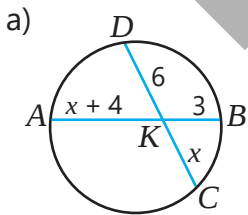
NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli

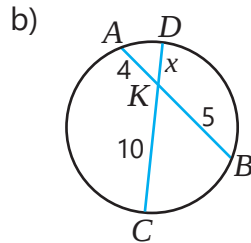
$$\begin{aligned} AK \cdot KB &= CK \cdot KD \\ 3(x+4) &= 6x \rightarrow x = 4 \\ AK &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

Açıqlama

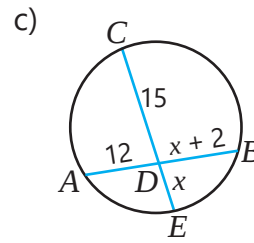
Kəsişən vətərlərin xassəsinə əsasən Uyğun tənlik yazılır və həll edilir. AK parçasının uzunluğu tapılır.



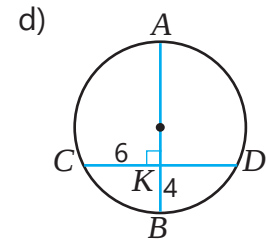
$$AK = ?$$



$$CD = ?$$



$$CE = ?$$



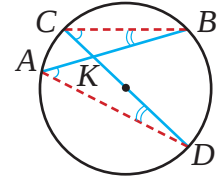
$$AB = ?$$

- 9 Boş yerlərə uyğun mülahizələri müəyyən etməklə kəsişən vətər və diametr haqqında teoremin (teorem 12) isbatını tamamlayın.

Verilir: AB vətəri və CD diametri K nöqtəsində kəsişir.

İsbat edin: $AK \cdot KB = CK \cdot KD$

İsbatı. AD və CB vətərləri çəkilir.



Təklif	Əsaslandırma
1. $\angle ADC \cong \angle ABC$	1. AC qövsünə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlardır.
2. $\angle BAD \cong \angle BCD$	2.
3. $\triangle AKD \sim \triangle CKB$	3. Üçbucaqların oxşarlığının bucaq-bucaq əlamətinə əsasən
4. $\frac{AK}{CK} = \frac{KD}{KB}$	4.
5. $AK \cdot KB = CK \cdot KD$	5.

- 10 AB və CD vətərləri K nöqtəsində kəsişir.

- a) $AK = 2$ sm, $BK = 6$ sm, $CK = 4$ sm olarsa, DK parçasının uzunluğu neçə santimetrdir?
b) $AB = 10$ sm, $AK = 6$ sm, $DK = 3$ sm olarsa, CK parçasının uzunluğu neçə santimetrdir?
c) $AK = 12$ sm, $CK = 9$ sm, DK parçası BK -dən 2 sm uzun olarsa, AB vətərinin uzunluğu neçə santimetrdir?

Öyrənmə Çevrə xaricində götürülmüş nöqtədən çəkilən kəsənlərin xassəsi

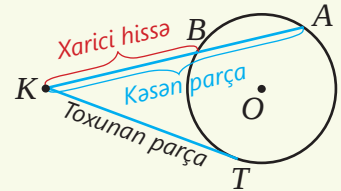
Çevrəni kəsən və ona toxunan düz xətlərin parçalarının bəzi xassələri var.

Teorem 13. Çevrəyə çəkilən kəsən və toxunanın xassəsi

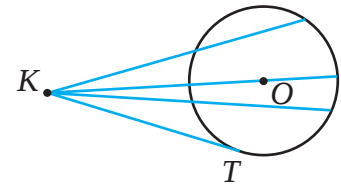
Çevrə xaricindəki nöqtədən bu çevrəyə kəsən və toxunan çəkdikdə kəsən parça ilə onun xarici hissəsinin hasilı toxunan parçanın kvadratına bərabərdir.

$$KA \cdot KB = KT^2$$

İsbatı. Çalışma 12.



Nəticə: Çevrə xaricindəki hər hansı nöqtədən çevrəyə istənilən sayda kəsən çəkilsə, hər bir kəsənin özünün xarici hissəsinə hasilı sabitdir və həmin nöqtədən çevrəyə çəkilmiş toxunan parçanın kvadratına bərabərdir.

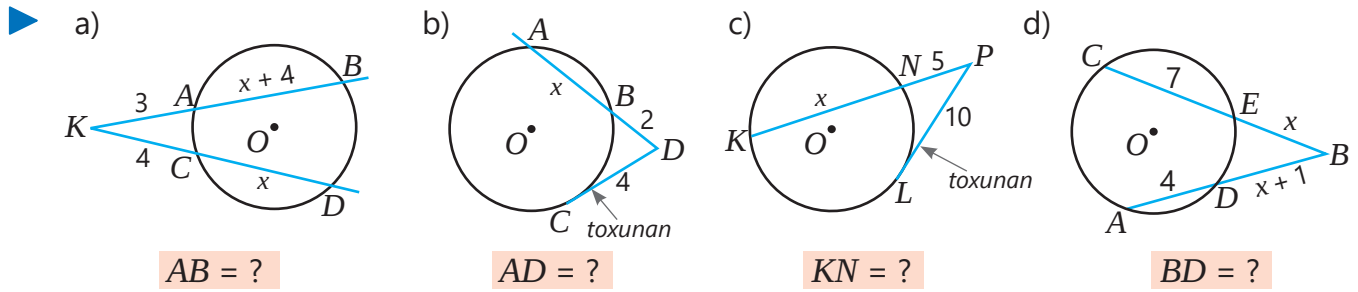


- 11 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

NÜMUNƏ

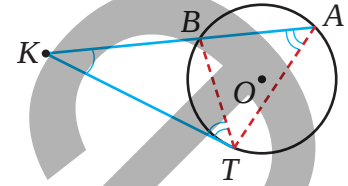
a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$KA \cdot KB = KC \cdot KD$ $3(3 + x + 4) = 4(4 + x) \rightarrow x = 5$ $AB = 5 + 4 = 9$	Kəsənlərin xassəsinə əsasən Uyğun tənlik yazılır və həll edilir. AB parçasının uzunluğu tapılır.

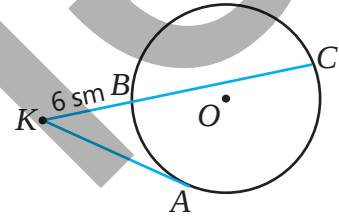


- 12) Çevre xaricindəki K nöqtəsindən çevrəyə KT toxunanı və KA kəsəni çəkilmişdir. Oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə çevrəyə çəkilən toxunan və kəsənin xassəsini (teorem 13) isbat edin.

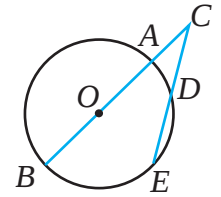
Göstəriş. T nöqtəsindən TA və TB vətərlərini çəkin. KAT və KTB üçbucaqlarının oxşarlığından istifadə edin.



- 13) Çevrəyə KC kəsəni və KA toxunanı çəkilmişdir. KB parçasının uzunluğu 6 sm-dir. BC vətəri KB parçasından 12 sm uzun olarsa, KA parçasının uzunluğu neçə santimetrdir?

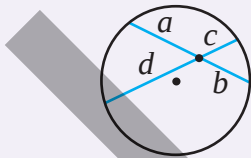


- 14) Çevrəyə CB və CE kəsənləri çəkilmişdir. CB kəsəni çevrənin mərkəzindən keçir. $CB = 18$ sm, $CD = 6$ sm, $AB : DE = 7 : 3$ olarsa, çevrənin radiusunu tapın.



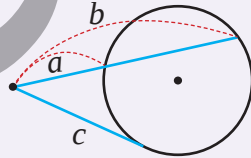
Yadda saxla!

- 1) Çevre daxilindəki nöqtədən vətərlər çəkilmişdir.



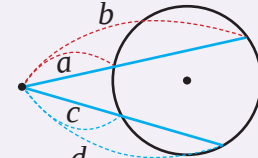
$$ab = cd$$

- 2) Çevre xaricindəki nöqtədən toxunan və kəsən çəkilmişdir.



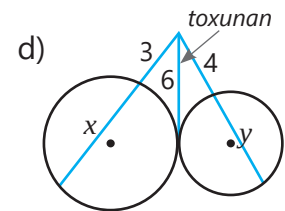
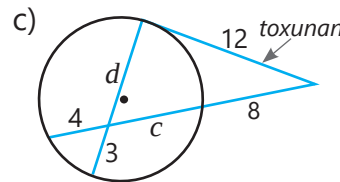
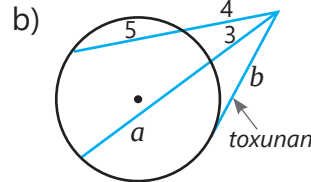
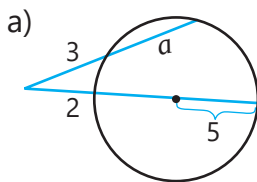
$$ab = c^2$$

- 3) Çevre xaricindəki nöqtədən kəsənlər çəkilmişdir.



$$ab = cd$$

- 15) Şəklə əsasən dəyişənlərin qiymətini tapın.





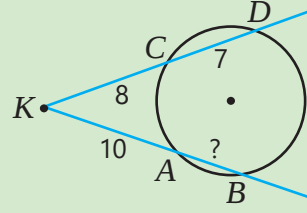
Səhvi düzəlt!

Kəsənlərin xassəsinə əsasən yazmaq olar:

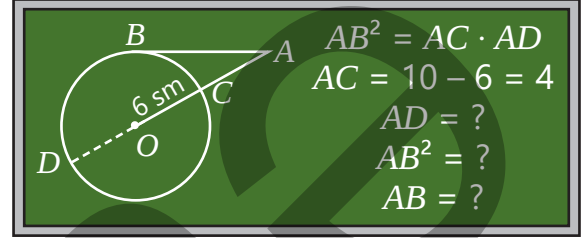
$$KA \cdot AB = KC \cdot CD$$

$$10 \cdot AB = 8 \cdot 7$$

$$AB = 5,6$$



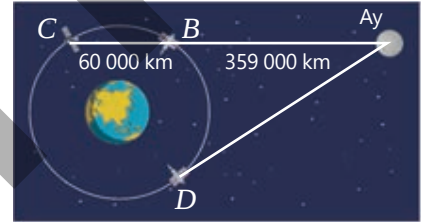
- 16 Çevrə xaricində götürülmüş A nöqtəsindən çevrəyə toxunan çəkilmişdir. A nöqtəsindən çevrənin mərkəzinə qədər məsafə 10 sm, çevrənin radiusu isə 6 sm-dir. AB toxunan parçasının uzunluğunun necə tapıldığını müzakirə edin və həlli tamamlayın.



Məsələ həlli



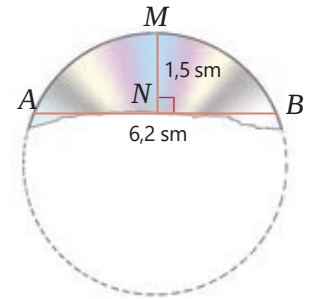
- 17 Şəkində Yer ətrafında eyni dairəvi orbit üzrə hərəkət edən B, C, D süni peyklərinin və Ayın mövqeləri təsvir edilmişdir. Ay ilə D peykini birləşdirən düz xətt dairəvi orbitin toxunanı olarsa, onlar arasındakı məsafə neçə kilometrdir? Cavabı təklirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



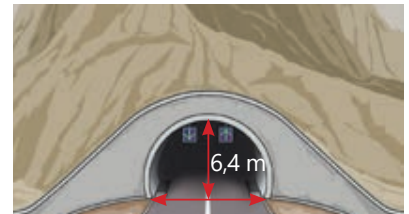
- 18 Veb-dizayner dairə formasında animasiyalı loqo hazırlamaq istədi. A nöqtəsindən eyni anda yayılmağa başlayan rəngli işıq qığılcımı B, C, D və E nöqtələrinə eyni vaxtda çatmalıdır. A nöqtəsindən E nöqtəsinə çatan rəngli işıq qığılcımı 3 sm/san sürətlə yayılır. Rəngli işıq qığılcımı D nöqtəsinə eyni vaxtda çatmaq üçün hansı sürətlə yayılmalıdır?



- 19 Gülsüm qırılmış CD diskinin mini, yoxsa standart disk olduğunu müəyyən etmək üçün diskin diametrini hesablamaq istədi. O, qırılmış diskin üzərində AB və MN parçalarının uzunluqlarını ölçdü.
- Diskin diametri neçə santimetrdir? Cavabı təklirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
 - Mini diskin diametri 8 sm, standart diskin diametri isə 12 sm olarsa, qırılmış diskin mini, yoxsa standart disk olduğunu müəyyən edin.

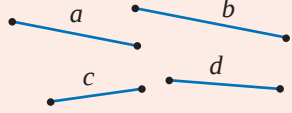


- 20 Maşınların daha təhlükəsiz hərəkətinin təmin edilməsi və qət olunan yolun qısaldılması məqsədilə dağ tunelləri inşa edilir. Hündürlüyü 6,4 m olan tunelin giriş hissəsi radiusu 5 m olan çevrə qövsü formasındadırsa, bu tunelin eni neçə metrdir?



XÜLASƏ

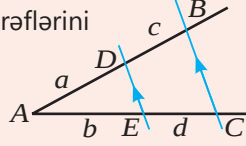
Mütənasib parçalar



$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

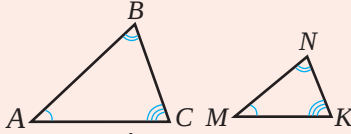
Paralel düz xətlər bucağın tərəflərini mütənasib parçalara ayırır.

$$DE \parallel BC \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

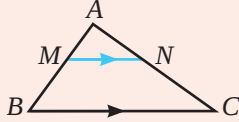


Oxşar üçbucaqlar

Uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasib olan üçbucaqlar oxşar üçbucaqlar adlanır.



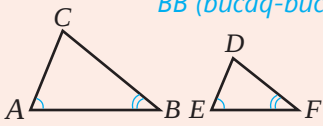
$$\triangle ABC \sim \triangle MNK$$



$$MN \parallel BC \text{ olarsa, } \triangle ABC \sim \triangle AMN$$

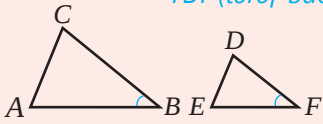
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

BB (bucaq-bucaq) əlaməti



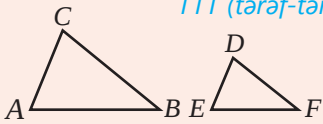
$$\angle A = \angle E \text{ və } \angle B = \angle F \text{ olarsa, } \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

TBT (tərəf-bucaq-tərəf)



$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD}, \angle B = \angle F \text{ olarsa, } \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

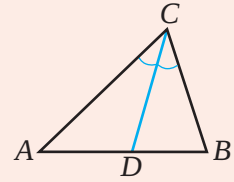
TTT (tərəf-tərəf-tərəf)



$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} = \frac{AC}{ED} \text{ olarsa, } \triangle ABC \sim \triangle EFD$$

Üçbucağın tən bölünənin xassəsi

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Oxşar üçbucaqların perimetr və sahələri nisbəti

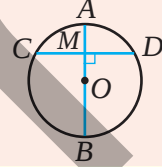
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ olarsa,}$$

$$\frac{P_{\triangle ABC}}{P_{\triangle DEF}} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k$$

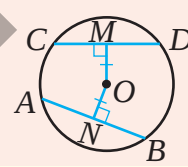
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = k^2$$

Fiqurların oxşarlığı

Çevrədə metrik münasibətlər

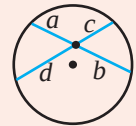


$$\bullet AB \perp CD \text{ olarsa, } CM = MD, \cap AC \cong \cap AD$$

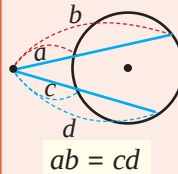


$$\bullet CD = AB \text{ olarsa, } ON = OM, \cap CD \cong \cap AB$$

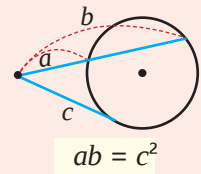
$$\bullet \text{Kəsişən vətərlərin xassəsi} \quad ab = cd$$



$$\bullet \text{Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilən toxunan və kəsənlərin xassəsi}$$



$$ab = cd$$



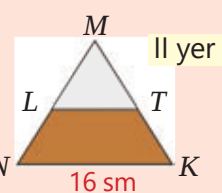
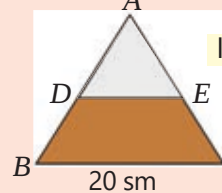
$$ab = c^2$$

İlkin problemin həlli

Üçbucaqların uyğun tərəfləri 5 : 4 nisbətində olduğu üçün $\triangle ABC \sim \triangle MNK$.

• İl yeri tutanlara verilən suvenirin ön üzünün oturacağıının uzunluğu hesablanır.

$$\frac{5}{4} = \frac{20}{NK} \rightarrow NK = \frac{4 \cdot 20}{5} = 16 \text{ (sm)}$$

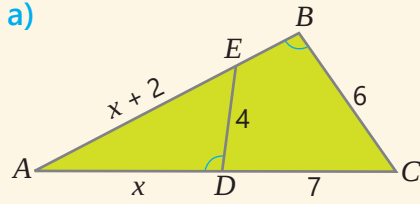


• İl yeri tutanlara verilən suvenirin ön üzünün ümumi sahəsi hesablanır. Oxşar üçbucaqların sahələri nisbətindən istifadə etməklə cavab tapılır.

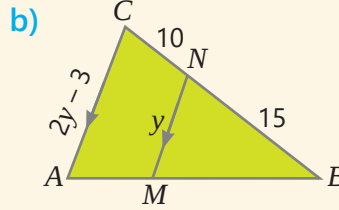
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle MNK}} = \left(\frac{BC}{NK}\right)^2 \rightarrow \frac{100}{S_{\triangle MNK}} = \left(\frac{20}{16}\right)^2 \rightarrow S_{\triangle MNK} = 64 \text{ sm}^2$$

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

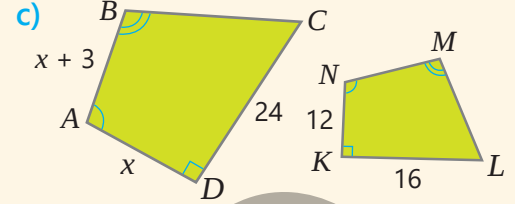
1. Oxşar fiqurları $\sim$ işarəsi ilə yazın və tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.



$AD = ?$ $AB = ?$

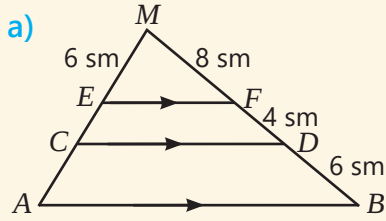


$MN = ?$ $AC = ?$

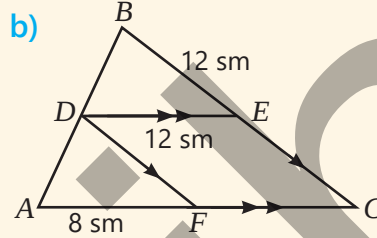


$AB = ?$ $NM = ?$

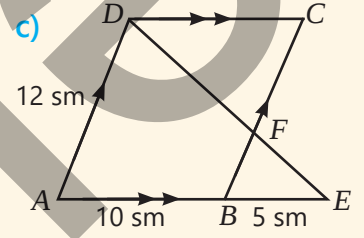
2. Şəkilə verilənlərə görə tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın.



$CE = ?$ $AM = ?$



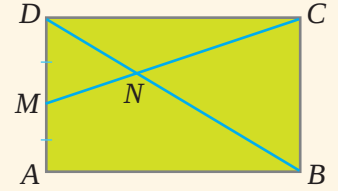
$BC = ?$



$CF = ?$

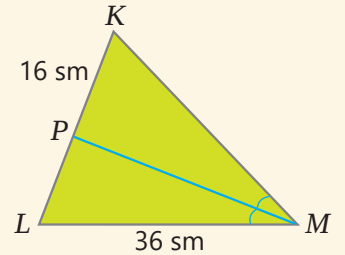
3. $ABCD$ düzbucaqlısının C təpəsini AD tərəfinin orta nöqtəsi ilə birləşdirən CM parçası DB diaqonalını N nöqtəsində kəsir.

- İsbat edin ki, $\triangle DMN \sim \triangle BCN$
- $MC = 21$ sm olarsa, MN və CN parçalarının uzunluqları neçə santimetrdir?



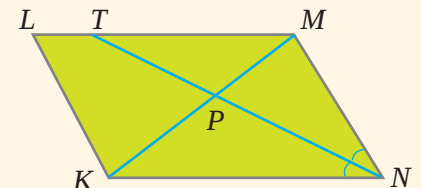
4. ABC üçbucağının $AB = 12$ sm, $BC = 18$ sm, $AC = 20$ sm. B təpəsindən çəkilən tən bölənin AC tərəfi üzərində ayırdığı hissələrin uzunluğu nə qədərdir?

5. KLM üçbucağında MP tən böləndir. $LM = 36$ sm, $KP = 16$ sm və $KP : PL = 4 : 3$ olarsa, KLM üçbucağının perimetri neçə santimetrdir?

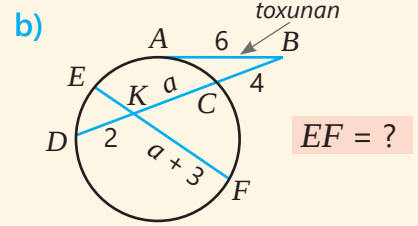
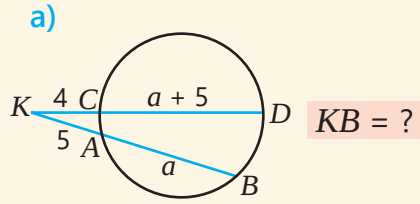


6. $ABCD$ trapesiyasının AB yan tərəfi üzərində qeyd olunan M nöqtəsi bu parçanı $AM : MB = 2 : 1$ nisbətində bölür. M nöqtəsindən oturacaqlara paralel MN parçası çəkilib. Trapesiyanın oturacaqları 10 sm və 40 sm olarsa, MN parçasının uzunluğu neçə santimetrdir?

7. $KLMN$ paraleloqramında N bucağının tən böləni qarşı tərəfi T nöqtəsində kəsir. $TL = 10$ sm, $TP : PN = 3 : 5$ olarsa, paraleloqramın perimetri neçə santimetrdir?

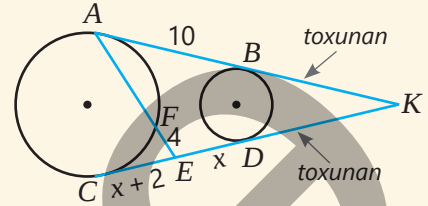


8. Verilənlərə əsasən tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



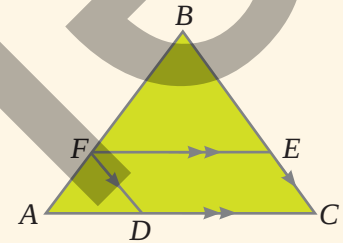
9. K nöqtəsindən çevrələrə ortaq toxunanlar çəkilmişdir.

- a) $AB = CD$ olduğunu isbat edin.
b) AF vətərinin uzunluğunu tapın.



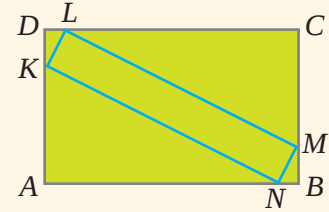
10. Sahəsi 36 sm^2 olan ABC üçbucağının AB tərəfini $1 : 2$ nisbətində bölən F nöqtəsindən digər tərəflərinə paralel düz xətlər çəkilmişdir.

- a) $DFEC$ dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu isbat edin.
b) Paraleloqramın sahəsi nə qədərdir?

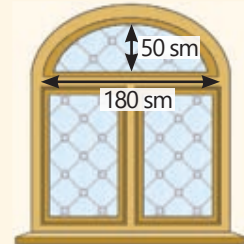


11. $ABCD$ düzbucaqlısının daxilində şəkildəki kimi $KLMN$ düzbucaqlısı çəkilmişdir. $DL = 3 \text{ sm}$, $DK = 4 \text{ sm}$, $CM : CB = 3 : 4$.

- a) İsbat edin ki, $\triangle DKL \sim \triangle CLM$
b) AKN üçbucağının sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?
c) $ABCD$ düzbucaqlısının perimetrini və sahəsini tapın.



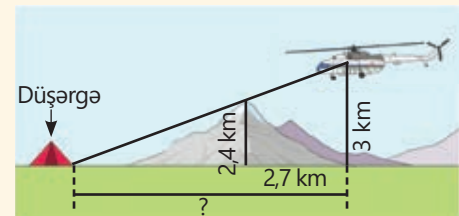
12. Şəkildəki pəncərənin eni 180 sm , çevrə qövsü formasında olan tağ hissəsinin hündürlüyü isə 50 sm -dir. Tağ radiusu neçə santimetr olan çevrənin qövsü formasındadır?



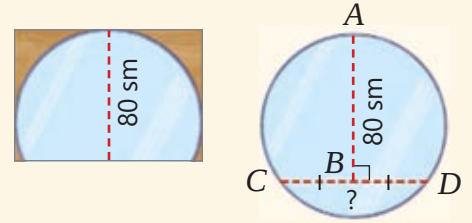
13. Ölçüləri 24 sm və 15 sm olan şəkil onunla oxşar olan düzbucaqlı çərçivəyə yerləşdirildi. Verilənlərə əsasən çərçivənin hündürlüyü neçə santimetr olar?



14. Havada 3 km hündürlükdə dayanan xilasetmə helikopterindən baxdıqda dağın zirvəsi və düşərgə bir düz xətt üzrə görünür. Helikopterdən dağa qədər olan üfüqi məsafə $2,7 \text{ km}$, dağın hündürlüyü $2,4 \text{ km}$ olarsa, vertolyotdan düşərgəyə qədər üfüqi məsafə neçə kilometrdir?

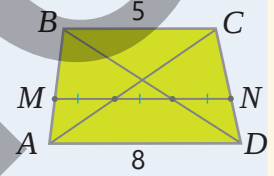


15. Usta taxta altlığa vurmaq üçün şəkildəki kimi güzgü sifariş etdi. Bu güzgünü radiusu 50 sm olan dairə formasında güzgü-dən hansı uzunluqda vətər boyunca kəsməklə hazırlamaq olar?



Riyazi kaleydoskop

- 100-dən 2000-ə qədər (2000 də daxil olmaqla) bütün ədədləri yanaşı ardıcıl yazdıqda neçə rəqəmli ədəd alınar?
- $a\sqrt{3} + b\sqrt{3} + 15 = 4a + b$ olarsa, a və b tam ədədlərini tapın.
- Dirixle prinsipinə əsasən n qəfəsə n -dən artıq dovşan yerləşdirdikdə mütləq elə bir qəfəs olacaq ki, orada birdən çox dovşan olsun. Bu prinsipə əsasən isbat edin ki, 750 şagird oxuyan məktəbdə ad günü eyni günə düşən ən azı üç şagird var.
- Şəkildə MN parçası trapesiyanın oturacaqlarına paraleldir və diaqonallarla kəsişmə nöqtələri ilə üç bərabər hissəyə bölünür. Şəklə əsasən bu parçaların uzunluqlarını tapın.
- Üç geoloq bazadan 60 km məsafədə yerləşən stansiyaya 3 saat ərzində çatmalıdır. Onlar piyada 5 km/saat sürətlə hərəkət edə bilirlər. Geoloqların ixtiyarında 50 km/saat sürətlə gedə bilən ikincəlik motosiklet də var. Onlar stansiyaya vaxtında çatıblar mı?



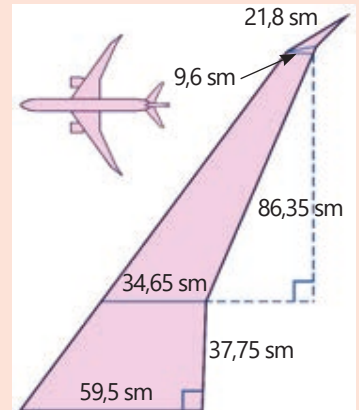
STEAM

"AERODİNAMİK MODELƏR"

Təyyarə konstruktorları yeni təyyarə layihəsi hazırlayarkən uçuş zamanı dayanıqlığı və aerodinamik göstəriciləri yoxlamaq üçün modellərdən istifadə edirlər. Belə modellər xüsusi qurğularda sınaqdan keçirilir. Məsələn, NASA-nın NTF (National Transonic Facility) – aerodinamik sınaqlar kompleksində təyyarələrin təqribən 50 dəfə kiçildilmiş modelləri üzərində real şəraitə yaxın situasiyalarda sınaq prosesləri təşkil olunur.



- Real təyyarələrin texniki parametrlərini (məsələn, qanadların uzunluğu, gövdənin hündürlüyü) araşdırın.
- Şəkildə təyyarənin bir qanadının kiçildilmiş planı verilmişdir. Düzbucaqlı trapesiya formasında olan hissənin həqiqi hündürlüyü 7,55 m olarsa, plana əsasən həqiqi ölçüləri hesablayın.
- Kartondan və fanerdən təyyarə modeli düzəldin. Texniki imkanları olan siniflərdə kompüterdə təyyarə modeli hazırlayın və 3D printerdə çap edin.
- Müasir təyyarələrin texniki göstəriciləri barədə təqdimat hazırlayın.



Kvadrat tənliklər

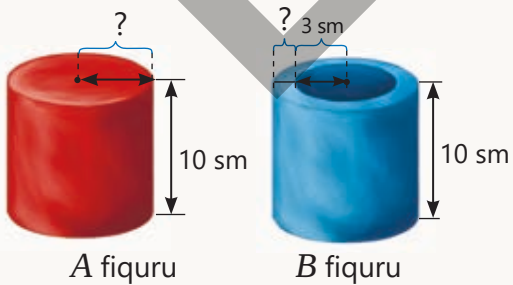
Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- natamam kvadrat tənliklərin köklərini tapmağı;
- diskriminantı hesablamaqla kvadrat tənliyin kökünün olub-olmadığını müəyyən etməyi;
- kvadrat tənlikləri müxtəlif üsullarla həll etməyi;
- Viyet teoremini tətbiq etməyi;
- kvadrat tənliklərin köməyi ilə məsələ həll etməyi.

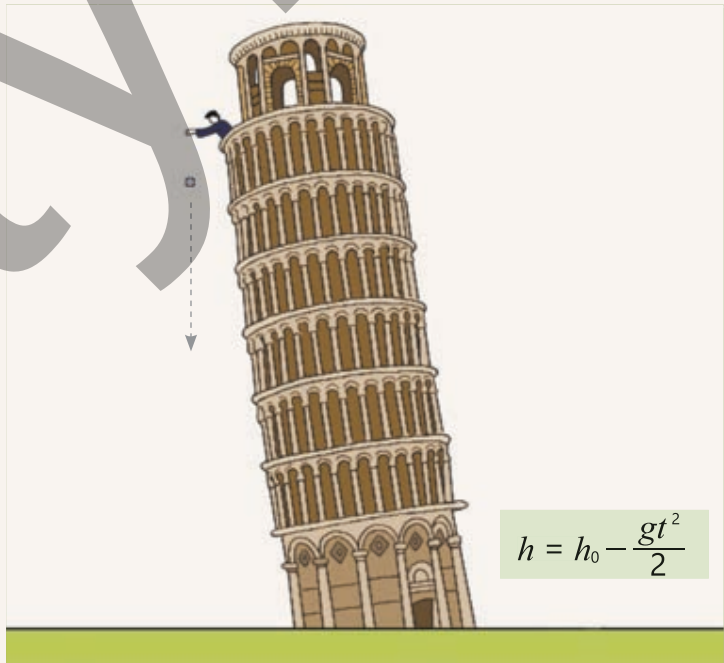
Cəhd edin!

Plastilindən düzəldilən A və B fiqurlarının hər birinə 480 sm^3 plastilin sərf edildi.

- A fiquru hündürlüyü 10 sm olan silindrdır. Bu silindrin oturacağının radiusu nə qədərdir ($\pi \approx 3$)?
- B fiquru hündürlüyü 10 sm , daxili radiusu 3 sm olan silindrik borudur. Bu borunun divarının qalınlığı nə qədərdir?



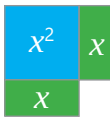
Kvadrat tənliklər haqqında ilk yazılı məlumat Qədim Misirin Orta Kralıq dövrünə (e.ə. 2160–1700) aid olunan Berlin papirusunda verilmişdir. Kvadrat tənliklər tikinti və dizayn işləri ilə bağlı hesablamalarda, asma körpülərin layihələndirilməsində, elektrik stansiyalarının inşasında, aerokosmik tədqiqatlarda, həmçinin maliyyə və iqtisadiyyatın müxtəlif sahələrinə aid məsələlərin həllində geniş tətbiq edilir.



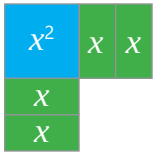
Verilmiş hündürlükdən sərbəst düşən cismin yerə nə qədər müddətə çatdığını uyğun kvadrat tənliyi həll etməklə tapmaq olar.

İlkin yoxlama

- 1 Modeli kvadrata tamamlamaqla boş xanaya elə ədəd tapın ki, verilmiş ifadəni ikihəddlinin kvadratı şəklində yazmaq mümkün olsun.

a) 

$x^2 + 2x + \square$

b) 

$x^2 + 4x + \square$

- 2 Bərabərliyin doğru olması üçün boş xanalara uyğun ifadələri müəyyən edin.

a) $x^2 + \square + 9 = (x + 3)^2$

b) $x^2 - \square + 25 = (x - \square)^2$

c) $\square + 4x + 1 = (2x + \square)^2$

- 3 Müxtəsər vurma düsturlarından istifadə etməklə dəyişəni olan ifadəni cəmin və ya fərqin kvadratı şəklində yazın. İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $(a + b)^2 - 4ab$
 $a = 3,8$ və $b = 1,8$

b) $c^2 - 6c + 9$
 $c = 3 + \sqrt{5}$

c) $a^2 + 2\sqrt{3}a + 3$
 $a = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

- 4 Verilənlərə görə tələb olunan ifadənin qiymətini tapın.

a) $a^2 + b^2 = 10$ və
 $ab = 4$ olarsa,
 $(a + b)^2 = ?$

b) $a + b = 6$ və
 $ab = 7$ olarsa,
 $a^2 + b^2 = ?$

c) $(a - b)^2 = 4$ və
 $ab = 15$ olarsa,
 $(a + b)^2 = ?$

- 5 Vuruqlara ayırın.

a) $x^2 - 9y^2$

b) $(x - 5)^2 - 9$

c) $x^2 + 4x + 4 - y^2$

d) $(x - 3)^2 - 2(x - 3)$

- 6 Üçhəddlinin ikinci həddini uyğun iki həddin cəmi şəklində yazın və qruplaşdırmaqla vuruqlara ayırın.

a) $x^2 + 6x + 5$

b) $x^2 + 8x + 15$

c) $x^2 + 5x - 6$

d) $2x^2 - 3x - 2$

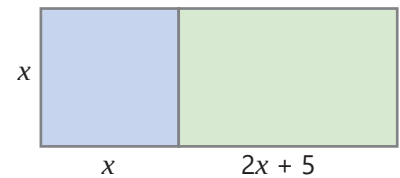
- 7 Boş xanaya elə eyni ədəd tapın ki, bərabərlik doğru olsun.

a) $\frac{1}{\sqrt{\square}} = \frac{\sqrt{\square}}{2}$

b) $\frac{2}{\sqrt{\square}} = \frac{\sqrt{\square}}{3}$

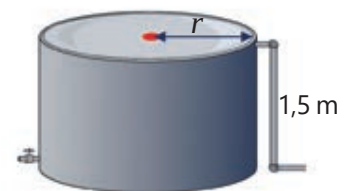
- 8 Düzbucaqlı formasında ərazi şəkildə göstərildiyi kimi kvadrat və düzbucaqlı hissələrə ayrılmışdır. Kvadrat hissənin sahəsi 1600 m^2 -dir.

- Ərazinin ümumi sahəsi nə qədərdir?
- Ərazini hissələrə ayırmaqla hasarlamaq üçün cəmi neçə metr hasar materialı lazımdır?



- 9 Silindr formasında dəmir çən 18 ton su tutur.

- Çənin hündürlüyü $1,5 \text{ m}$ olarsa, oturacağının radiusu nə qədərdir ($\pi \approx 3$)?
- Materialın 4%-i itkiyə gedirsə, bu çənin hazırlanmasına ən azı neçə kvadratmetr dəmir təbəqə sərf edilir?

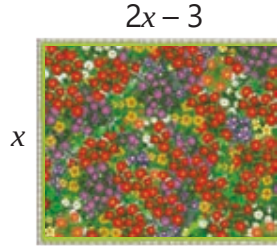


3.1. Kvadrat tənliklər

Araşdırma-müzakirə

Düzbucaqlı formasında güllüyün uzunluğu eninin 2 misindən 3 m kiçikdir. Enini x ilə işarə etməklə güllüyün sahəsini ifadə edən çoxhədli yazın. Bu çoxhədlinin dərəcəsinə tapın.

- x dəyişəni 3 və 5 qiymətlərini aldıqda güllüyün sahəsi nə qədər olar?
- x dəyişəninin hansı qiymətində güllüyün sahəsi 54 m^2 olar. Bunu hansı tənliyi yazıb həll etməklə tapmaq olar?
- 4; 5 və 6 ədədlərindən hansı bu tənliyin köküdür?



Açar sözlər

- kvadrat tənlik
- çevrilmiş kvadrat tənlik
- natamam kvadrat tənlik

Öyrənmə Kvadrat tənlik

Bir çox məsələləri həll etmək üçün tərtib edilən tənliyin sol tərəfində dəyişənə nəzərən iki dərəcəli çoxhədli, sağ tərəfində isə sıfır ola bilər.

$a \neq 0$ olduqda $ax^2 + bx + c = 0$ şəklində olan tənliyə **kvadrat tənlik** deyilir. Burada x məchul, a , b , c isə verilmiş ədədlərdir.

Məsələn, $3x^2 - 8x - 2 = 0$ kvadrat tənlikdir, $\frac{2}{x^2} - x + 5 = 0$ isə kvadrat tənlik deyil.

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyində a – birinci və ya baş əmsal, b – ikinci əmsal, c – sərbəst hədd adlanır. Məsələn, $2x^2 - 7x - 4 = 0$ kvadrat tənliyində birinci əmsal 2, ikinci əmsal -7 , sərbəst hədd -4 -dür.

$$\begin{array}{cc} \text{Birinci əmsal} & \text{Sərbəst hədd} \\ 2x^2 + (-7)x + (-4) = 0 \\ \text{ikinci əmsal} & \end{array}$$

- Birinci əmsalı 1-ə bərabər olan kvadrat tənliyə, yəni $x^2 + bx + c = 0$ tənliyinə **çevrilmiş kvadrat tənlik** deyilir. Məsələn, $x^2 - 5x - 6 = 0$ çevrilmiş kvadrat tənlikdir.



Fikirləş!

$2x^2 - 7x - 4 = 0$ kvadrat tənliyinə ekvivalent olan çevrilmiş kvadrat tənliyi necə yazmaq olar?

Çalışma

- 1 Verilmiş tənliklərdən hansılarının kvadrat tənlik olduğunu müəyyən edin.

$$2x^2 - x + 5 = 0$$

$$x^2 + 4x^3 - 8 = 0$$

$$-x^2 + \frac{1}{2}x = 0$$

$$\frac{3}{x^2} - 2x + 5 = 0$$

- 2 Kvadrat tənlikdə əmsalları və sərbəst həddi yazın.

$$\text{a) } 7x^2 - 12x + 1 = 0$$

$$\text{b) } -x^2 + x + 4 = 0$$

$$\text{c) } 0,2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\text{d) } \frac{x^2}{3} - 12 = 0$$

- 3 Əmsalların verilmiş qiymətlərinə görə $ax^2 + bx + c = 0$ şəklində olan kvadrat tənlik yazın.

$$\text{a) } a = 3 \quad b = -8 \quad c = 1$$

$$\text{b) } a = 1 \quad b = -5 \quad c = -6$$

$$\text{c) } a = -2 \quad b = 0 \quad c = 4$$

- 4 Tənliyi onunla ekvivalent olan $ax^2 + bx + c = 0$ şəklində tənliyə gətirin.

NÜMUNƏ $3x(x - 2) = 2x - 5$

Həlli	Açıqlama
$3x(x - 2) - 2x + 5 = 0$ $3x^2 - 8x + 5 = 0$	Sağ tərəfdəki hədlər tənliyin sol tərəfinə keçirilir. Sol tərəfdəki ifadə sadələşdirilir.

a) $x(x - 3) = 4$

c) $(2x + 1)(x + 3) = 0$

e) $(x - 3)^2 = 3x(x - 1)$

b) $(x - 1)(x + 5) = 0$

d) $(x + 2)(x - 7) = 3$

f) $(2x - 1)^2 = (x + 2)^2$

- 5 Boş xanalara elə ədədlər yazın ki, verilən tənliklərə ekvivalent çevrilmiş kvadrat tənlik alınsın.

a) $2x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2,5x + \square = 0$

b) $-3x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \square x - \square = 0$

- 6 Verilmiş ədədlərdən hansıların tənliyin kökü olduğunu tapın.

a) $2x^2 - x - 3 = 0$

-1 2 1,5

b) $x^2 - 5x + 4 = 0$

0 1 4

c) $(x - 2)(x + 3) = 0$

-2 -3 2



DİQQƏT!

Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan heç olmasa biri sıfıra bərabər olmalıdır. Yəni A və B hər hansı ifadə olarsa, $A \cdot B = 0 \rightarrow A = 0$ və ya $B = 0$

Məsələn, bu xassəyə əsaslanaraq $(x + 3)(x - 1) = 0$ tənliyini belə həll etmək olar.

$$(x + 3)(x - 1) = 0 \rightarrow x + 3 = 0 \text{ və ya } x - 1 = 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 1$$

Beləliklə, $(x + 3)(x - 1) = 0$ tənliyinin kökləri -3 və 1 ədədləridir.

- 7 Tənliyin köklərini şifahi tapın.

a) $x(x - 4) = 0$

b) $(x - 3)(x + 3) = 0$

c) $(x - 2)(x + 1) = 0$

d) $(x - 5)^2 = 0$

Öyrənmə Natamam kvadrat tənlik

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyində b və c əmsallarından biri və ya hər ikisi sıfıra bərabər olduqda belə tənliyə **natamam kvadrat tənlik** deyilir. Məsələn,

$$7x^2 = 0$$

$$a = 7, b = 0, c = 0$$

$$2x^2 + 3x = 0$$

$$a = 2, b = 3, c = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$a = 3, b = 0, c = -12$$

• Natamam kvadrat tənliyi ona ekvivalent olan $x^2 = d$ şəklində tənliyə gətirməklə, yaxud sol tərəfini vuruqlara ayıraraq hasilin sıfıra bərabər olması şərtinə əsasən həll etmək olar.

NÜMUNƏ 1.

$$7x^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Tənliyin hər iki tərəfi 7-yə bölünür.

Kvadratı 0-a bərabər olan yeganə ədəd 0-dır.

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x_1 = x_2 = 0$$

Tənliyin bir kökü və ya iki bərabər kökü var.

NÜMUNƏ 2.

$$2x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ və ya } 2x + 3 = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -1,5$$

Tənliyin sol tərəfi vuruqlara ayrılır.

Hasilin sıfıra bərabər olması

Tənliyin kökləri tapılır.

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

Biri 0 olmaqla tənliyin iki kökü var.

NÜMUNƏ 3.

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

Sərbəst hədd tənliyin sağ tərəfinə keçirilir.

Tənliyin hər iki tərəfi 3-ə bölünür.

Tənliyin kökləri tapılır.

NÜMUNƏ 4.

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

Sərbəst hədd tənliyin sağ tərəfinə keçirilir.

Ədədin kvadratı mənfi ola bilmədiyi üçün tənliyin kökü yoxdur.

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

a və c müxtəlif işarəlidirsə:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

a və c eyni işarəlidirsə, bu halda deyirlər ki, kvadrat tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

8 Tənliyi həll edin.

a) $-3x^2 = 0$

b) $2x^2 = 0$

c) $\frac{4}{5}x^2 = 0$

d) $x^2 - 7x^2 = 0$

9 Tənliyin köklərini tapın.

a) $x^2 - 3x = 0$

c) $3x^2 + 6x = 0$

e) $2x^2 + x = 0$

g) $\frac{1}{3}x^2 + 4x = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

d) $-2x^2 + 8x = 0$

f) $-0,5x^2 + x = 0$

h) $3x^2 - \frac{2}{5}x = 0$

10 Tənliyi həll edin.

a) $x^2 - 9 = 0$

c) $3x^2 - 48 = 0$

e) $1,5x^2 - 6 = 0$

g) $-3x^2 + \frac{1}{3} = 0$

b) $x^2 + 1 = 0$

d) $-2x^2 + 50 = 0$

f) $-0,4x^2 + 5 = 0$

h) $\frac{4}{5}x^2 + 5 = 0$

11 Boş xanaya elə ədəd tapın ki, verilən ədəd tənliyin kökü olsun. Tənliyin o biri kökünü tapın.

a)

-3

$2x^2 + \square x = 0$

b)

2

$\square x^2 - 10x = 0$

c)

-4

$\square x^2 - 48 = 0$



Səhvi düzelt!

a) $x(x - 2) = x$

~~$x(x - 2) = x$~~

$x - 2 = 1$

$x = 3$

b) $x^2 - 5 = 0$

$x^2 = 5$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{5}$

$x = \sqrt{5}$

c) $2x^2 + 32 = 0$

$x^2 + 16 = 0$

$x^2 = -16$

$x_1 = 4, x_2 = -4$

- 12 Tənliyi həll edin.

NÜMUNƏ $3x^2 + x = 2x^2 - 5x$

Həlli	Açıqlama
$3x^2 + x - 2x^2 + 5x = 0$ $x^2 + 6x = 0$ $x(x + 6) = 0$ $x = 0$ və ya $x + 6 = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = -6$	Sağ tərəfdəki hədlər tənliyin sol tərəfinə keçirilir. Sol tərəfdəki ifadə sadələşdirilir. Tənliyin sol tərəfi vuruqlara ayrılır. Hasilin sıfıra bərabər olması şərti tətbiq edilir. Tənliyin kökləri tapılır.

a) $3x^2 - 14 = x^2 - 6$

c) $(x + 4)^2 = 2(8 - 3x)$

e) $\frac{x^2 - 3x + 15}{5} = 3$

b) $x(x - 1) = 0,2x^2$

d) $(x - 5)^2 = (5x - 1)^2$

f) $\frac{x^2 + 3x}{3} = \frac{4x + 3}{4}$

- 13 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

- a) $x^2 + 4x + 4$ üçhədlisi 4-ə bərabər qiymət alır?
b) $7x + 1$ ikihədlisinin qiyməti $(x - 1)^2$ ifadəsinin qiymətinə bərabərdir?
c) $x^2 + 4x + 4$ və $4x + 13$ çoxhədlilərinin qiymətləri bərabər olar?

- 14 $ax^2 + c = 0$ şəklində elə tənlik yazın ki:

- a) kökü olmasın; b) iki müxtəlif kökü olsun; c) iki bərabər kökü olsun.

- 15 k -nın hansı qiymətində verilmiş tənlik natamam kvadrat tənliyə çevrilər? Uyğun tənliyi yazın və həll edin.

a) $x^2 - (k - 9)x - k = 0$

b) $x^2 + kx - (k + 4) = 0$

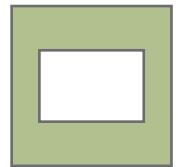
c) $x^2 + kx + (k^2 - 4) = 0$

- 16 Tənlik yazıb həll etməklə suallara cavab verin. Şərtə uyğun neçə ədəd olduğunu müəyyən edin.

- a) Hansı ədədin kvadratının 3 misli 108-ə bərabərdir?
b) Hansı ədədin 2 mislinin kvadratı 81-ə bərabərdir?
c) Hansı ədədin kvadratı həmin ədədin 2 mislinə bərabərdir?

Məsələ həlli

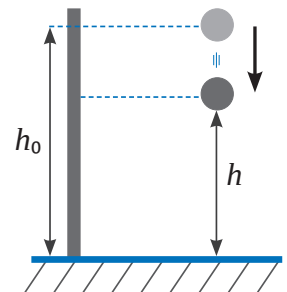
- 17 Kvadratdan sahəsi 24 sm^2 olan düzbucaqlı kəsildikdə qalan hissənin sahəsi 97 sm^2 olar. Kvadratın perimetri nə qədərdir?



- 18 Dairənin sahəsi tərəfi 7 sm olan kvadratın sahəsindən 32 sm^2 böyükdür. Dairənin radiusu neçə santimetrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 19 Verilmiş h_0 hündürlükdən sərbəst düşən cismin t saniyədən sonra Yer səthindən məsafəsi (metrlə) $h = h_0 - \frac{gt^2}{2}$ düsturu ilə tapılır. 80 m hündürlükdən sərbəst düşən cisim təxminən neçə saniyədən sonra Yer səthinə çatar ($g \approx 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



3.2. Kvadrat tənliyin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Araşdırma-müzakirə

Cədvəldə m və n -in müxtəlif qiymətləri üçün $(x + m)(x + n)$ hasili və onun $x^2 + bx + c$ şəklində yazılışları verilmişdir.

- Cədvəlin ilk iki sətri üçün $m + n$ cəmi ilə b əmsali, $m \cdot n$ hasili ilə c sərbəst həddi arasındakı münasibəti müəyyən edin.
- Növbəti sətrlərdəki boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

Vuruqların hasili	Standart şəkildə çoxhədli
$(x + 3)(x + 5)$	$x^2 + 8x + 15$
$(x - 2)(x + 7)$	$x^2 + 5x - 14$
$(x - 4)(x + 3)$	$x^2 - x - \square$
$(x - \square)(x - 2)$	$x^2 - 8x + 12$
$(x + 1)(x + \square)$	$x^2 + 4x + 3$
$(x - \square)(x + \square)$	$x^2 + 3x - 4$

Öyrənmə $x^2 + b + c = 0$ tənliyinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Kvadrat tənliklərin əsas həll üsullarından biri vuruqlara ayırma üsuludur. Bunun üçün əvvəlcə kvadrat tənliyin sol tərəfi hasil şəklində göstərilir. Sonra isə hasilin sıfıra bərabərlik xassəsinə əsasən tənliyin kökləri tapılır. Bu üsul əmsalları tam ədədlər olan çevrilmiş kvadrat tənliyin tam köklərinin tapılması üçün daha əlverişlidir.

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyini vuruqlara ayırma üsulu ilə həll etmək üçün elə m və n ədədləri tapılır ki, $b = m + n$ və $c = mn$ bərabərliyi ödənsin. Doğrudan da,

$$x^2 + \underbrace{(m + n)x}_b + \underbrace{mn}_c = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) + n(x + m) = (x + m)(x + n)$$

olduğu üçün bu halda verilmiş tənliyi ona ekvivalent olan $(x + m)(x + n) = 0$ tənliyi şəklində yazıb hasilin sıfıra bərabərliyinə əsasən həll etmək olar.

- m və n ədədləri hasili c sərbəst həddinə bərabər olan iki tam ədədin cəminin b -yə bərabər olub-olmadığını yoxlamaqla tapılır. Aydındır ki, m və n tam ədədlər olarsa, onlar sərbəst həddin bölgələri arasında axtarılmalıdır.

NÜMUNƏ. $x^2 - 2x - 8 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli. $b = -2$, $c = -8$. Hasili -8 -ə bərabər olan elə iki ədəd tapılır ki, cəmi -2 -yə bərabər olsun. Bunlar -4 və 2 ədədləridir.

$x^2 - 2x - 8 = 0$ tənliyi $(x - 4)(x + 2) = 0$ şəklində yazılır. Hasilin sıfıra bərabər olmasına əsasən tənlik həll edilir.

$$\begin{aligned} x - 4 = 0 \text{ və ya } x + 2 = 0 \\ x_1 = 4 \quad \quad \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

$-8 = m \cdot n$	$m + n$
-1 və 8	7
-2 və 4	2
-4 və 2	-2



Fikirləş!

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyində $c > 0$ olarsa, b -nin işarəsinə görə m və n ədədlərinin hər ikisinin müsbət, yoxsa mənfi işarəli olduğunu necə müəyyən etmək olar?

Çalışma

- 1 Boş xanalara uyğun elə ədədlər tapın ki, tənliklər ekvivalent olsun. Alınan tənliyi həll edin.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x - \square) = 0$

d) $x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - \square) = 0$

b) $x^2 - 9x + 20 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x - \square) = 0$

e) $x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - \square) = 0$

c) $x^2 + 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + \square) = 0$

f) $x^2 + 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow (x + \square)(x + \square) = 0$

- 2 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

NÜMUNƏ $x^2 + 5x + 6 = 0$

Həlli

$m = 2, n = 3$

$(x + 2)(x + 3) = 0$

$x + 2 = 0$ və ya $x + 3 = 0$

$x_1 = -2 \quad x_2 = -3$

Açıqlama

Hasili 6-ya, cəmi 5-ə bərabər olan ədədlər tapılır.

Ekvivalent tənlik yazılır.

Hasilin sıfıra bərabərliyinə əsasən tənliyin kökləri tapılır.

$6 = m \cdot n$	$m + n$
1 və 6	7
2 və 3	5

Cavab. $x_1 = -2, x_2 = -3$

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

d) $x^2 - 5x + 4 = 0$

g) $x^2 - 4x - 5 = 0$

b) $x^2 + 7x + 6 = 0$

e) $x^2 - 7x + 12 = 0$

h) $x^2 + 3x - 18 = 0$

c) $x^2 + 9x + 18 = 0$

f) $x^2 - 8x + 15 = 0$

i) $x^2 - 4x - 12 = 0$

- 3 Boş xanaya uyğun elə ədəd tapın ki, verilmiş ədəd tənliyin kökü olsun. Sonra bu tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a)

$x^2 + \square x + 7 = 0$

b)

$x^2 - 9x + \square = 0$

c)

$x^2 + \square x - 12 = 0$



Diqqət!

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini m və n tam ədədlər olmaqla $(x + m)(x + n)$ şəklində vuruqlara ayırmaq mümkün olmaya bilər. Məsələn, $x^2 + 9x + 4 = 0$ tənliyinin sol tərəfini tam ədədlərin köməyi ilə vuruqlara ayırmaq mümkün deyil, çünki hasili 4-ə bərabər olan elə iki tam ədəd yoxdur ki, onların cəmi 9-a bərabər olsun. Bu halda kvadrat tənliyi başqa üsullarla həll etmək olar.

- 4 Sol tərəfini m və n tam ədədlər olmaqla $(x + m)(x + n)$ şəklində vuruqlara ayırmaq mümkün olduqda tənliyi həll edin, mümkün olmadıqda isə səbəbini izah edin.

a) $x^2 + 10x + 16 = 0$

c) $x^2 - 7x + 5 = 0$

e) $x^2 + 3x - 6 = 0$

b) $x^2 + 4x + 2 = 0$

d) $x^2 - 13x + 36 = 0$

f) $x^2 + 3x - 40 = 0$

- 5 Verilmiş tənliyə ekvivalent olan çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın və həll edin.

a) $3x^2 + 9x + 6 = 0$

c) $0,5x^2 - 2x + 1,5 = 0$

e) $\frac{1}{4}x^2 + x - 3 = 0$

b) $2x^2 - 12x + 10 = 0$

d) $-2x^2 + 16x - 24 = 0$

f) $\frac{1}{3}x^2 - x - 6 = 0$

Öyrənmə $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Ümumi şəkildə verilmiş $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyini həll etmək üçün, adətən, bx həddi elə iki həddin cəmi şəklində yazılır ki, sol tərəfi hədləri qruplaşdırmaqla və ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla vuruqlara ayırmaq mümkün olsun.

Məsələn, $6x^2 + 13x + 5 = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara belə ayırmaq olar.

$$6x^2 + 13x + 5 = 6x^2 + 10x + 3x + 5 = 2x(3x + 5) + (3x + 5) = (3x + 5)(2x + 1)$$

$$\text{Deməli, } 6x^2 + 13x + 5 = 0 \Leftrightarrow (3x + 5)(2x + 1) = 0$$

Buradan hasilin sıfıra bərabərlik xassəsinə əsasən tənliyin kökləri tapılır:

$$3x + 5 = 0 \quad \text{və ya} \quad 2x + 1 = 0$$

$$x_1 = -1\frac{2}{3} \quad x_2 = -0,5$$

- 6 Boş xanalarə uyğun elə ədədlər tapın ki, tənliklər ekvivalent olsun. Ekvivalent tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $2x^2 + 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + \square x + 6 = 0$

d) $3x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + \square x + \square x + 2 = 0$

b) $3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - \square x - x + 3 = 0$

e) $2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + \square x - \square x - 3 = 0$

c) $5x^2 - 9x - 2 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - \square x + x - 2 = 0$

f) $5x^2 + 8x - 4 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 + \square x - \square x - 4 = 0$



Yadda saxla!

İki ikihəddlinin hasilini $ax^2 + bx + c$ şəklində yazdıqda ikihəddlilərin əmsalları ilə alınan üçhəddlinin əmsalları arasında müəyyən əlaqənin olduğu görünür.

$$(3x + 5)(2x + 7) = 3 \cdot 2x^2 + 3 \cdot 7x + 5 \cdot 2x + 5 \cdot 7 = 3 \cdot 2x^2 + \underbrace{(3 \cdot 7 + 5 \cdot 2)}_{m+n}x + 5 \cdot 7 = 6x^2 + 31x + 35$$

Buradan belə nəticəyə gəlmək olar: $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün b əmsalı elə iki ədədin cəmi şəklində yazılmalıdır ki, bu ədədlərin hasilini birinci əmsalla sərbəst həddin hasilinə bərabər olsun. Yəni $b = m + n$ və $mn = ac$ olmalıdır. Sonra bx həddini $mx + nx$ cəmi ilə əvəz etməklə və uyğun hədləri qruplaşdırmaqla tənliyin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq olar.

- 7 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $2x^2 + 7x + 5 = 0$

b) $3x^2 - 11x + 8 = 0$

c) $4x^2 - 4x - 3 = 0$

d) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

- 8 Tənliyi əmsalları tam ədədlər olan ekvivalent tənliyə çevirin və həll edin.

a) $x^2 - 2,5x + 1 = 0$

b) $x^2 - 1,4x - 2,4 = 0$

c) $x^2 - 1,5x = 10$

- 9 Tənlik yazıb həll etməklə suallara cavab verin.
- a) Hansı iki ardıcıl cüt ədədin hasili 168-ə bərabərdir?
- b) Hansı ədədin kvadratı onun 3 mislindən 70 vahid böyükdür?
- c) Sahəsi 88 sm^2 olan düzbucaqlının uzunluğu enindən 3 sm böyükdür. Bu düzbucaqlının perimetri neçə santimetrdir?



Səhvi düzelt!

$$\begin{aligned} \text{a) } x^2 - 2x - 35 &= 0 \\ (x + 7)(x - 5) &= 0 \\ x + 7 &= 0 \text{ və ya } x - 5 = 0 \\ x_1 &= -7 \quad x_2 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3x^2 - 7x - 6 &= 0 \\ (3x - 2)(x - 3) &= 0 \\ 3x - 2 &= 0 \text{ və ya } x - 3 = 0 \\ x_1 &= \frac{2}{3} \quad x_2 = 3 \end{aligned}$$

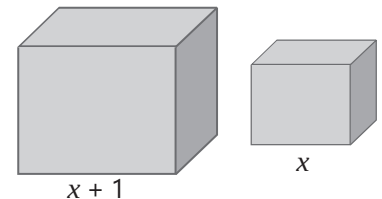
- 10 Tənliyi iki üsulla həll edin.
- 1-ci üsul. Kvadratlar fərqi düsturundan istifadə edərək vuruqlara ayırmaqla
- 2-ci üsul. Kvadrat kökün tərifindən istifadə etməklə

NÜMUNƏ $(x - 3)^2 = 16$

Həlli	Açıqlama
1-ci üsul $(x - 3)^2 - 4^2 = 0$ $(x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = 0$ $(x - 7)(x + 1) = 0$ $x - 7 = 0 \text{ və ya } x + 1 = 0$ $x_1 = 7 \quad x_2 = -1$ 2-ci üsul $x - 3 = 4 \text{ və ya } x - 3 = -4$ $x_1 = 7 \quad x_2 = -1$	$16 = 4^2$ kimi yazılır və sol tərəfə keçirilir. Kvadratlar fərqi düsturu tətbiq olunur. Sadələşdirilir. Hasilin sıfıra bərabərlik xassəsi tətbiq olunur. Tənliyin kökləri tapılır. Kvadratı 16-ya bərabər olan iki ədəd var: 4 və -4. Tənliyin kökləri tapılır.
a) $(x + 2)^2 = 9$	b) $(x - 5)^2 = 4$
c) $(2x + 5)^2 - 9 = 0$	d) $(x - 1)^2 = 2$

Məsələ həlli

- 11 Dəmir təbəqədən hazırlanmış kub formasında iki su çənindən birinin tili o birinin tilindən 1 m böyük, tutumu isə 37 m^3 çoxdur.
- Hər çənin tutumu nə qədərdir?
 - Bu çənlərin hazırlanmasına ən azı neçə kvadratmetr dəmir təbəqə lazımdır?



- 12 İdmançı tramlindən tullandıqdan t saniyə sonra onun yerdən hündürlüyünü $h = -5t^2 + 16t + 16$ düsturuna əsasən tapmaq olar.
- İdmançı hansı anda 28 m hündürlükdə olar?
 - İdmançı tullandıqdan neçə saniyə sonra Yer səthinə enər?

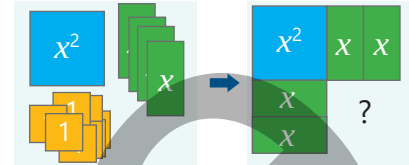


3.3. Kvadrat tənliyin tam kvadrat ayırmaqla həlli

Araşdırma-müzakirə

Verilmiş x və x^2 cəbr kartlarını şəkildəki kimi yerləşdirin.

- Modeli kvadrata tamamlamaq üçün neçə 1 kartı lazımdır?
- Bu kvadratin sahəsini hesablamaq üçün hansı ifadə yazmaq olar?
- Kvadratin sahəsi 25-ə bərabər olarsa, dəyişənin qiymətini hansı tənliyi həll etməklə tapmaq olar?



Öyrənmə Kvadrat tənliyin tam kvadratın ayrılması üsulu ilə həlli

Kvadrat tənliyin sol tərəfində tam kvadrat ayırmaqla onu həll etmək olar.

NÜMUNƏ. $x^2 + 6x - 7 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli.

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x^2 + 6x = 7 \quad \text{Sərbəst hədd sağ tərəfə keçirilir.}$$

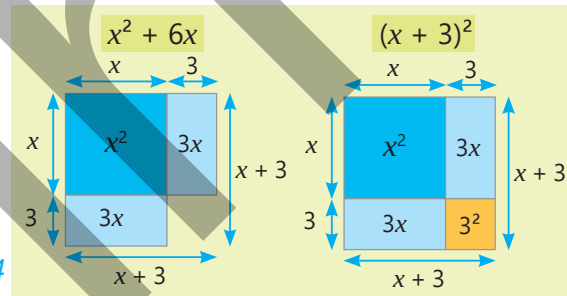
$$x^2 + 2 \cdot 3x = 7 \quad \text{6x həddi birhədlinin 2 misli kimi yazılır.}$$

$$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 7 + 3^2 \quad \text{Hər iki tərəfə } 3^2 \text{ əlavə edilir.}$$

$$(x + 3)^2 = 16 \quad \text{Sol tərəf ikihədlinin kvadratı şəklində yazılır.}$$

$$x + 3 = 4 \text{ və ya } x + 3 = -4 \quad \text{Kvadratı 16 olan ədədlər: 4 və -4}$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -7 \quad \text{Tənliyin kökləri tapılır.}$$



Fikirləş!

Nümunədə tənliyin hər iki tərəfinə əlavə edilən hədlə (3^2) ikinci əmsal (6) arasında hansı əlaqə var?

Çalışma

- 1 Boş xanalara elə eyni ədəd tapın ki, alınan ekvivalent tənliyin sol tərəfi ikihədlinin kvadratı olsun. Alınan tənliyi həll edin.

a) $x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \square = 3 + \square$

d) $x^2 + 8x = 9 \Leftrightarrow x^2 + 8x + \square = 9 + \square$

b) $x^2 - 4x = 5 \Leftrightarrow x^2 - 4x + \square = 5 + \square$

e) $4x^2 + 12x = -8 \Leftrightarrow 4x^2 + 12x + \square = -8 + \square$

c) $x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 + \square = 0 + \square$

f) $9x^2 - 6x = 24 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + \square = 24 + \square$

- 2 Tənliyi tam kvadratın ayrılması üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 2x = 8$

d) $x^2 - 2x - 63 = 0$

g) $x^2 - 2x = 1$

b) $x^2 - 4x = 21$

e) $x^2 + 14x + 24 = 0$

h) $x^2 - 24 = 4x$

c) $x^2 - 6x = 27$

f) $x^2 + 30 = 3 - 12x$

i) $x^2 - 8x - 15 = 0$

- 3 Verilmiş tənliyə ekvivalent olan çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın və tam kvadratın ayrılması üsulu ilə həll edin.

a) $\frac{2}{3}x^2 - 4x + 5\frac{1}{3} = 0$

b) $2x^2 + 1,6x - 4,8 = 0$

c) $-3x^2 - 12x + 27 = 0$

- 4 Tənlik yazıb həll etməklə suallara cavab verin. Şərtə uyğun neçə ədəd olduğunu müəyyən edin.

a) Hansı ədədin 2 mislinə 3 əlavə etdikdə alınan ədədin kvadratı 49-a bərabər olar?

b) Hansı ədədin kvadratından bu ədədin 4 mislini çıxdıqda fərq 21-ə bərabər olar?



Səhvi düzəlt!

a) $x^2 + 6x = 16$

$(x + 3)^2 = 16$

$x + 3 = -4$ və ya $x + 3 = 4$

$x_1 = -7$

$x_2 = 1$

b) $x^2 - 10x = -23$

$x^2 - 10x + 25 = -23 + 25$

$(x - 5)^2 = 2$

$x - 5 = \sqrt{2}$

$x = 5 + \sqrt{2}$



Riyaziyyat tarixindən

Qədim babillilər bizim eradan 2000 il əvvəl natamam kvadrat tənlikləri və $x^2 \pm x = c$ şəklindəki kvadrat tənlikləri həll edə bilirdilər.

VII əsrdə yaşamış hind alimi Brahmaqupta $ax^2 + bx = c$ (burada $a > 0$) şəklinə gətirilmiş kvadrat tənliklərin həlli qaydasını vermişdir.

IX əsrdə əl-Xarəzmi kvadrat tənlikləri həm cəbri, həm də həndəsi üsulla həll edirdi. O, a , b , c müsbət ədədlər olmaqla $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, $ax^2 + c = bx$, $ax^2 + bx = c$, $bx + c = ax^2$ tipli tənliklərin həll üsullarını izah edir və yalnız müsbət kökləri axtarırdı.

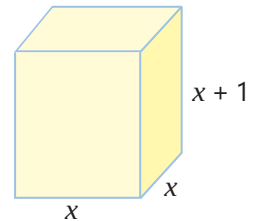
Məsələn, əl-Xarəzmi $x^2 + 10x = 39$ tənliyini həll etmək üçün tərəfi $x + 5$ olan kvadrat qurur və onu şəkildəki kimi dörd hissəyə bölür.

Şərtə görə $x^2 + 5x + 5x = 39$ olduğundan bütün kvadratın sahəsi $39 + 25 = 64$ olur: $(x + 5)^2 = 64 \Rightarrow x + 5 = 8 \Rightarrow x = 3$

	x	5
x	x^2	$5x$
5	$5x$	25

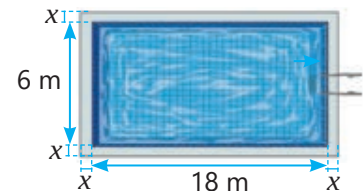
Məsələ həlli

- 5 Oturacağı kvadrat olan kuboidin hündürlüyü oturacağın tərəfindən 1 sm böyükdür. Kuboidin yan səthinin sahəsi 35 sm^2 olarsa, kuboidin tam səthinin sahəsi və həcmi nə qədərdir?



- 6 Ölçüləri 6 m və 18 m olan hovuzun perimetri boyunca metlax döşənərək eni x metr olan zolaq salınmışdır.

- Metlax döşənmiş sahəyə uyğun ifadə yazın.
- Metlax döşənmiş sahə 81 m^2 olarsa, zolağın eni nə qədərdir?



- 7 Tamaşa zalında hər sırada eyni sayıda oturacaq var. Bir sıradakı oturacaqların sayı sıraların sayından 6 ədəd çoxdur. Tamaşa zalında cəmi 280 oturacaq olarsa, neçə sıra var?



3.4. Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Araşdırma-müzakirə

Zərbədən sonra topun şaquli qalxdığı hündürlüyün (h metrə) zamandan (t saniyə) asılılığı $h = -5t^2 + 10t$ düsturu ilə verilmişdir. Elxan, Lalə və Samir zamanın hansı anında topun yerdən 5 m; 3,2 m; 10 m hündürlükdə olduğunu hesablamaq üçün uyğun tənliyi yazıb həll etmək istədilər.

- Həlli tamamlamaqla onların hansı nəticəyə gəldiyini müəyyən edin.
- Hər kvadrat tənliyin köklərinin sayı haqqında hansı fikir söyləmək olar?

Elxan	Lalə	Samir
$-5t^2 + 10t = 5$	$-5t^2 + 10t = 3,2$	$-5t^2 + 10t = 10$
$t^2 - 2t = -1$	$t^2 - 2t = -0,64$	$t^2 - 2t = -2$
$t^2 - 2t + 1 = 0$	$t^2 - 2t + 1 = 0,36$	$t^2 - 2t + 1 = -1$



Açar sözlər

- diskriminant



Öyrənmə Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Tam kvadratin ayrılması üsulundan istifadə etməklə ümumi şəkildə verilmiş kvadrat tənliyin kökləri üçün ümumi düstur tapmaq mümkündür. Bunu belə etmək olar.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Kvadrat tənlik çevrilmiş kvadrat tənliyə gətirilir.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Sərbəst hədd bərabərliyin sağ tərəfinə keçirilir.

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} = -\frac{c}{a}$$

$\frac{b}{a}x$ həddi öz yarısının 2 misli kimi yazılır.

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Hər iki tərəf $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ əlavə edilir.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Sol tərəf ikihəddlinin kvadratı şəklində yazılır və sağ tərəf sadələşdirilir.

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{və ya} \quad x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$b^2 - 4ac$ ifadəsi mənfi deyilsə, kvadratı $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ olan iki ədəd var.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\frac{b}{2a}$ həddi sağ tərəfə keçirilir və ortaq məxrəcə gətirilir, tənliyin kökləri tapılır.

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri düsturunu qısa olaraq belə yazmaq olar.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Fikirləş!

a və c müxtəlif işarəli olduqda $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü olduğunu necə izah etmək olar?

Çalışma

1 Tənliyin köklərini tapın.

NÜMUNƏ $2x^2 - 3x - 5 = 0$

Həlli	Açıqlama
$a = 2, b = -3, c = -5$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2} =$ $= \frac{3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{3 \pm 7}{4}$ $x_1 = \frac{3+7}{4} = 2,5 \quad x_2 = \frac{3-7}{4} = -1$	Əmsallar və sərbəst hədd müəyyən olunur. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ düsturunda $a = 2, b = -3, c = -5$ qiymətləri yerinə yazılır və sadələşdirilir. Tənliyin kökləri tapılır.

a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

c) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

e) $6x^2 - x - 5 = 0$

b) $3x^2 + 11x - 4 = 0$

d) $5x^2 - 13x + 6 = 0$

f) $4x^2 + 7x - 2 = 0$



Yadda saxla!

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin həqiqi köklərinin sayı $b^2 - 4ac$ ifadəsinin işarəsindən asılıdır. Bu ifadəyə tənliyin **diskriminantı** (latınca *fərqləndirici, ayırdedicisi*) deyilir və D ilə işarə olunur:

$$D = b^2 - 4ac$$

D -nin işarəsindən asılı olaraq üç hal ola bilər:

1) $D > 0$ olarsa, tənliyin iki müxtəlif kökü var. $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

Məsələn, $2x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 > 0 \Rightarrow x_1 = 2,5, x_2 = -1$.

2) $D = 0$ olarsa, tənliyin bir (və ya iki bərabər) kökü var. $x = -\frac{b}{2a}$

Məsələn, $4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow D = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0 \Rightarrow x = -1,5$.

3) $D < 0$ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur (həqiqi ədədin kvadratı mənfi deyil).

Məsələn, $2x^2 + 3x + 5 = 0 \Rightarrow D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -31 < 0 \Rightarrow$ tənliyin kökü yoxdur.

2 Kvadrat tənliyin diskriminantını hesablayın və kökünün olub-olmadığını müəyyən edin. Tənliyin kökləri varsa, onları tapın.

a) $2x^2 + 3x - 9 = 0$

d) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

g) $-2x^2 + 5x + 7 = 0$

b) $3x^2 + 10x - 8 = 0$

e) $-x^2 + 18x - 81 = 0$

h) $3x^2 - 5x + 2 = 0$

c) $4x^2 + 11x + 5 = 0$

f) $5t^2 - 3t + 6 = 0$

i) $6x^2 + x - 1 = 0$

3 Tənliyi müxtəlif üsullarla həll edin.

a) $x^2 - 12x + 35 = 0$

c) $2x^2 + 3x - 20 = 0$

e) $9x^2 - 9x + 2 = 0$

b) $-x^2 + 4x + 21 = 0$

d) $-3x^2 + 13x - 4 = 0$

f) $4y^2 + 4y - 15 = 0$

- 4 Boş xanaya elə ədəd tapın ki, verilmiş ədəd tənliyin kökü olsun. Tənliyin digər kökünü tapın.

a) $3x^2 + \boxed{-2}x + 8 = 0$

b) $2x^2 - 7x + \boxed{3} = 0$

c) $-x^2 + \boxed{-4}x - 14 = 0$

- 5 Tənliyin hər iki tərəfini elə ədədə vurun ki, əmsallar tam ədəd olsun. Alınan ekvivalent tənliyi həll etməklə verilmiş tənliyin köklərini tapın.

a) $x^2 + 2,3x - 2,1 = 0$

b) $0,1x^2 - 0,4x = 0,5$

c) $\frac{2}{5}x^2 + 1,8x + 0,8 = 0$

d) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}x$

- 6 Tənliyin köklərini tapın.

a) $x(x + 7) = 6x + 56$

c) $(2x - 3)(x + 1) = 7$

e) $(x + 4)^2 = 10x + 31$

b) $(3x - 1)x = 8 + x$

d) $(2 + x)(x + 4) = 18 - 3x$

f) $(2x - 1)^2 = (x + 2)^2$

- 7 Tənliyi həll edin.

a) $\frac{x^2 + 2x}{3} = 4x - 6$

b) $\frac{x(x + 3)}{5} = \frac{x + 2}{2}$

c) $\frac{x^2 + 10x}{2} = x^2 + 1,5$

d) $\frac{x^2 - 2x}{7} + x = 12$

- 8 Kvadrat tənliyin diskriminantına görə köklərinin rəşional, yoxsa irrasional ədəd olduğunu müəyyən edin. Tənliyin köklərini tapın.

a) $x^2 + x - 1 = 0$

b) $2x^2 - 8x + 7 = 0$

c) $2x^2 - 17x + 15 = 0$

d) $3x^2 - x - 1 = 0$

- 9 Tənliyin köklərini tapın və onların təqribi qiymətlərini yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırmaqla onluq kəsr şəklində yazın.

a) $5x^2 + x - 1 = 0$

b) $x^2 - 2x - 2 = 0$

c) $2x^2 - 4x + 1 = 0$

- 10 Suallara cavab verin.

a) c -nin hansı qiymətində $3x^2 - 6x + c = 0$ tənliyinin bir kökü var?

b) c -nin hansı ən kiçik tam qiymətində $0,25x^2 + 2x - c = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü var?



Səhvi düzəlt!

a) $2x^2 - 7x = 9$

$a = 2, b = -7, c = 9, D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = -23$
 $D < 0$ olduğu üçün tənliyin kökü yoxdur.

b) $4x^2 + 12x + 5 = -4$

$a = 4, b = 12, c = 5, D = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 64$
 $x_1 = -2,5, x_2 = -0,5$.

- 11 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $2x^2 + 5x - 4$ çoxhədlisi 3 -ə bərabər qiymət alar?

b) $-x^2 + x - 2$ çoxhədlisi $5x - 2$ ikihədlisinə bərabər olar?

c) $4x^2 + 7x - 3$ və $3x^2 + 8x + 9$ üçhədliləri bərabər qiymət alar?

- 12 Suallara cavab verin.

a) Hansı ədədin kvadratının 2 misli həmin ədədin 3 misindən 1 vahid kiçikdir?

b) Hansı ədədin kvadratının 3 misli həmin ədədin 5 misli ilə 8 -in cəminə bərabərdir?

- 13 Səbinə $(2x - 5)^2 - 3(2x - 5) - 4 = 0$ tənliyində x dəyişəninin daxil olduğu ifadəni yeni dəyişənlə əvəz etməklə həll etdi. Bu üsulu müzakirə edin və verilmiş tənlikləri həmin üsulla həll edin.



$2x - 5 = t$ əvəzləməsi aparıb $(2x - 5)^2 - 3(2x - 5) - 4 = 0$ tənliyini

$t^2 - 3t - 4 = 0$ şəklində yazaram və həll edəram: $t_1 = -1$, $t_2 = 4$.

Sonra $2x - 5 = t$ bərabərliyində t -nin qiymətlərini yerinə yazıb verilmiş tənliyin köklərini taparam.

$$2x - 5 = -1$$

$$x_1 = 2$$

$$2x - 5 = 4$$

$$x_2 = 4,5$$

a) $(x - 4)^2 - 2(x - 4) - 3 = 0$

b) $(x + 7)^2 = 8(x + 7) - 15$

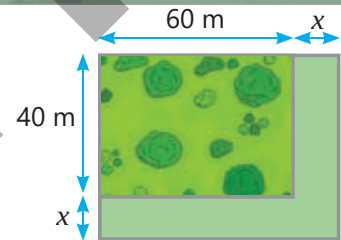
c) $(3x - 8)^2 - 4(3x - 8) = 5$

Məsələ həlli

- 14 İdman malları mağazasında bir gündə futbol köynəklərinin satışından əldə olunan qazancı manatla, $Q = 0,1n^2 + 2n$ düsturuna ilə hesablamaq olar. Burada n bir gündə satılan köynəklərin sayıdır. Bir gündə neçə köynək satılsa, qazanc 30 manat təşkil edər?



- 15 Düzbucaqlı formada parkın uzunluğu 60 m, eni 40 m-dir. Parkın uzunluğunu və enini eyni uzunluqda artırmaqla onun sahəsini 2 dəfə böyütmək planlaşdırılır. Yeni parkın ölçüləri nə qədər olar?



- 16 Hündürlüyü 1,5 m olan düzbucaqlı paralelepiped formasında çənin oturacağının bir tərəfi digərindən 1 m uzundur.
- Çənin həcmi 9 m^3 olarsa, oturacağının ölçülərini tapın.
 - 1 m^2 sahəni rəngləmək üçün 200 q boya işlənsə, bu çənin tam səthini rəngləmək üçün nə qədər boya alınmalıdır?



Riyazi üfüqlər

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ tənliyinə (burada: $a \neq 0$) *bikvadrat tənlik* deyilir. Bikvadrat tənliyin həlli $x^2 = t$ əvəzləməsi aparmaqla $at^2 + bt + c = 0$ kvadrat tənliyinin həllinə gətirilir. Kvadrat tənliyin kökləri t_1 və t_2 olarsa, $x^2 = t_1$ və $x^2 = t_2$ tənliklərini həll etməklə verilmiş bikvadrat tənliyin kökləri tapılır.

NÜMUNƏ. $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli.

$$(x^2)^2 - 7x^2 - 18 = 0$$

$$t^2 - 7t - 18 = 0$$

$$t_1 = 9$$

$$t_2 = -2$$

$$x^2 = 9$$

$$x^2 = -2$$

$$x = \pm 3$$

Qüvvətin xassəsinə görə $x^4 = (x^2)^2$

$x^2 = t$ əvəzləməsi aparılır.

Kvadrat tənliyin kökləri tapılır.

$x^2 = t$ əvəzləməsində t -nin qiymətləri yerinə yazılır.

$x^2 = -2$ tənliyinin kökü yoxdur, $x^2 = 9$ tənliyinin kökləri ± 3 ədədləridir.

Cavab. 3 və -3

• Bikvadrat tənliyi həll edin.

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 + x^2 - 90 = 0$

d) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 0$

MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

1 Tənliyi həll edin.

a) $x^2 + 3x = 7x^2 + 3x$

c) $x^2 - 7x - 44 = 0$

e) $(x - 4)^2 = 32 - 8x$

g) $\frac{x^2 - 2}{2} = \frac{x^2 + 13}{5}$

b) $2x^2 - 6x = (x - 3)^2$

d) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

f) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$

h) $0,7x^2 - 1,3x = 2$

2 k -nin hansı qiymətlərində $x^2 - (k^2 - 3k)x + (k - 4) = 0$ tənliyi natamam kvadrat tənliyə çevrilir? Uyğun tənlikləri yazın və həll edin.

3 Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

b) $x^2 + x - 56 = 0$

c) $3x^2 + 13x - 10 = 0$

d) $2x^2 - 9x + 9 = 0$

4 Tənliyi tam kvadrata ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 2x = 24$

b) $x^2 + 6x - 40 = 0$

c) $x^2 + 14x + 45 = 0$

d) $x^2 + 25 = 4 - 10x$

5 Tənliyi onunla ekvivalent olan $ax^2 + bx + c = 0$ şəklinə gətirin və həll edin.

a) $(2x + 5)(x - 2) = x(8 - x)$

b) $(x + 1)(x - 1) = 2(x - 1)^2$

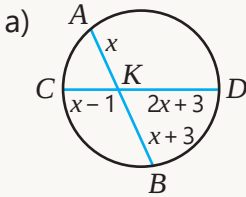
c) $(3x - 2)^2 - 5 = 4(3x - 2)$

6 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $x^2 + 7x + 15$ üçhədlisinin qiyməti 9-a bərabər olar?

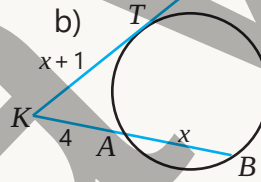
b) $x^2 - 4x - 4$ və $2x - 13$ çoxhədlilərinin qiymətləri bərabər olar?

7 Şəkilə verilənlərə görə tələb olunan parçaların uzunluqlarını tapın.



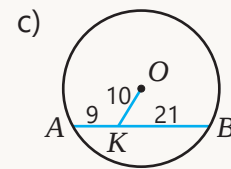
$AK = ?$

$CD = ?$



$AB = ?$

$KT = ?$



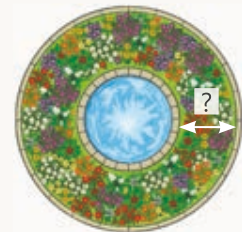
Çevrənin radiusu = ?

8 Sahəsi 6 ar olan düzbucaqlı formasında həyət hasarlanmalıdır. Həyətin eni uzunluğundan 10 m qısa olarsa, ərazini hasarlamaq üçün 90 m uzunluqda hasar materialı kifayət edərmi?



9 Məzun günündə hər şagird sinif yoldaşlarının hər birinə bir ədəd öz fotosunu hədiyyə etdi. Cəmi 272 foto paylandı. Sinifdə neçə şagird var?

10 Diametri 8 m olan dairəvi fontanla ona konsentrik çevrə arasındakı sahəyə güllər əkildi. Güllər əkilən sahə 60 m^2 olarsa, halqavari zolağın eni nə qədərdir ($\pi \approx 3$)?



3.5. Viyet teoremi

Araşdırma-müzakirə

Cədvəldə çevrilmiş kvadrat tənliklər verilmişdir. İlk iki tənliyi həll etməklə cədvəlin uyğun sətirlərini tamamlayın.

• Bu tənliklər üçün köklərin cəmini x -in əmsalı ilə, köklərin hasilini isə sərbəst hədlə müqayisə edin. Nə müəyyən etdiniz?

• Alınan nəticəni ümumiləşdirməklə növbəti sətirləri tamamlayın və tənliklərdə boş xanalara uyğun ədədləri müəyyən edin.

Tənlik	Kökləri	Köklərin cəmi	Köklərin hasilı
$x^2 - 7x + 10 = 0$			
$x^2 + 2x - 3 = 0$			
$x^2 + 5x + \square = 0$	-4; -1		
$x^2 - \square x - 10 = 0$	5; -2		

Öyrənmə Viyet teoremi

Çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri varsa, onların cəmini və hasilini əmsallar ilə ifadə etmək mümkündür. **Viyet teoremi.** Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə götürülmüş ikinci əmsala, köklərin hasilı isə sərbəst həddə bərabərdir.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

İsbatı. $x^2 + px + q = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyinin kökləri bu düsturlarla hesablanır:

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2}, \quad \text{burada: } D = p^2 - 4q$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{2 \cdot 2} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

Məsələn, $x^2 - 6x + 8 = 0$ tənliyinin kökləri üçün $x_1 + x_2 = -(-6) = 6$ və $x_1 \cdot x_2 = 8$ olar.

• Viyet teoremi kvadrat tənliyin iki bərabər kökü olduqda, yəni $D = 0$ halı üçün də doğrudur.

• Viyet teoremini ümumi şəkildə verilmiş kvadrat tənliyə tətbiq etmək üçün bu tənliyi ona ekvivalent olan çevrilmiş kvadrat tənliyə gətirmək olar.

Çalışma

1 Tənliyin köklərinin cəmini və hasilini tapın.

NÜMUNƏ a) $x^2 - 17x - 38 = 0$ b) $2x^2 + 13x + 18 = 0$

Həlli	Açıqlama
a) $x_1 + x_2 = 17, \quad x_1 \cdot x_2 = -38$	Viyet teoremi tətbiq edilir. $p = -17, \quad q = -38$
b) $x^2 + 6,5x + 9 = 0$	Tənliyin hər iki tərəfi 2-yə bölünür, alınan çevrilmiş kvadrat tənliyə Viyet teoremi tətbiq olunur. $p = 6,5, \quad q = 9$
$x_1 + x_2 = -6,5, \quad x_1 \cdot x_2 = 9$	

- c) $x^2 + 9x - 3 = 0$ e) $x^2 - 5x + 3 = 0$ g) $-5x^2 - 14x + 24 = 0$
d) $x^2 - 11x - 4 = 0$ f) $2x^2 - 13x + 21 = 0$ h) $-x^2 + 20x - 51 = 0$

2 Viyet teoreminə görə tənliyin köklərinin cəmini və hasilini tapın. Tənliyi həll etməklə nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

- a) $x^2 - 4x + 2 = 0$ c) $-x^2 + 2x - 1 = 0$ e) $4x^2 + 13x + 3 = 0$
b) $x^2 + 2x - 4 = 0$ d) $2x^2 - 19x + 24 = 0$ f) $-3x^2 - 8x + 3 = 0$



Yadda saxla!

Viyet teoreminin tərsi də doğrudur.

Teorem. $x_1 + x_2 = -p$ və $x_1 \cdot x_2 = q$ olarsa, x_1 və x_2 ədədləri $x^2 + px + q = 0$ tənliyinin kökləridir.

Başqa sözlə, istənilən x_1 və x_2 ədədləri $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ tənliyinin kökləri olur.

Doğrudan da, x_1 və ya x_2 ədədlərini bu tənlikdə yerinə yazdıqda doğru bərabərlik alınır.

$$x_1^2 - (x_1 + x_2)x_1 + x_1x_2 = x_1^2 - x_1^2 - x_1x_2 + x_1x_2 = 0$$

$$x_2^2 - (x_1 + x_2)x_2 + x_1x_2 = x_2^2 - x_1x_2 - x_2^2 + x_1x_2 = 0$$

Məsələn, kökləri 3 və 4 olan kvadrat tənliyi bu teoremə əsasən belə yazmaq olar:

$$3 + 4 = 7 \rightarrow p = -7 \quad 3 \cdot 4 = 12 \rightarrow q = 12 \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

3 Boş xanalara elə ədədlər tapın ki, verilmiş ədədlər tənliyin kökləri olsun.

- a) $\begin{array}{|c|} \hline 2 \text{ və } 7 \\ \hline \end{array}$
 $x^2 - \square x + \square = 0$
- b) $\begin{array}{|c|} \hline -3 \text{ və } -5 \\ \hline \end{array}$
 $x^2 + \square x + \square = 0$
- c) $\begin{array}{|c|} \hline -7 \text{ və } 4 \\ \hline \end{array}$
 $x^2 + \square x - \square = 0$

4 Kökləri verilmiş ədədlər olan çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın.

- a) $x_1 = 8$ və $x_2 = 11$ b) $x_1 = -9$ və $x_2 = -3$ c) $x_1 = 3 + \sqrt{2}$ və $x_2 = 3 - \sqrt{2}$

5 Verilmiş kökünə görə tənliyin digər kökünü və tələb olunan əmsalı tapın.

NÜMUNƏ $x^2 + px + 10 = 0$ $x_1 = 5$, $x_2 = ?$ $p = ?$

Həlli

$$\begin{aligned} 5 \cdot x_2 &= 10 \\ x_2 &= 2 \\ 2 + 5 &= 7 \rightarrow p = -7 \end{aligned}$$

Açıqlama

$x_1 = 5$, $q = 10$ və Viyet teoreminə görə $x_1 \cdot x_2 = q$
Digər kök tapılır.
Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = -p$ və ya $p = -(x_1 + x_2)$

- a) $x^2 + px + 42 = 0$ b) $x^2 - 13x + q = 0$ c) $5x^2 + bx - 60 = 0$
 $x_1 = 6$, $x_2 = ?$ $p = ?$ $x_1 = 4$, $x_2 = ?$ $q = ?$ $x_1 = -3$, $x_2 = ?$ $b = ?$

6 Tənliyi həll etmədən köklərinin işarəsini müəyyən edin.

- a) $x^2 - 8x + 11 = 0$ c) $x^2 - 2x - 15 = 0$ e) $3x^2 + 9x + 1 = 0$
b) $x^2 + 9x - 7 = 0$ d) $x^2 + 13x + 9 = 0$ f) $5x^2 - 10x + 4 = 0$

- 7 Lalənin fikrini müzakirə edin və verilən tənliklərin köklərini bu üsulla tapın.



$x^2 - 7x + 12 = 0$ tənliyinin köklərini seçmə üsulu ilə belə taparam:
Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = 7$ və $x_1 \cdot x_2 = 12$ olmalıdır. Hasili 12 olan elə iki ədəd taparam ki, cəmi 7-yə bərabər olsun. Bu ədədlər, yəni tənliyin kökləri 3 və 4 ədədləridir.

$12 = x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$
1 və 12	13
2 və 6	8
3 və 4	7

a) $x^2 - 9x + 20 = 0$

b) $x^2 + 17x - 60 = 0$

c) $x^2 + 16x + 63 = 0$

• Verilmiş tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə də həll edin. Hər iki üsul arasında oxşar və fərqli cəhətləri izah edin.

- 8 Tapşırıqları yerinə yetirin.

a) $x^2 - 8x + q = 0$ tənliyinin köklərinin fərqi 4-ə bərabərdir. q əmsalını tapın.

b) $3x^2 + bx + 18 = 0$ tənliyinin köklərindən biri -3 -ə bərabərdir. Digər kökü və b əmsalını tapın.

c) $x^2 + px + 8 = 0$ tənliyinin köklərindən biri digərinin 2 mislinə bərabərdir. p əmsalını tapın.

d) $x^2 - 6x + q = 0$ tənliyinin kökləri fərqi 0-a bərabərdir. q əmsalını tapın.

- 9 Verilmiş tənliyin kökləri x_1 və x_2 olarsa, tənliyi həll etmədən tələb olunan ifadənin qiymətini tapın.

NÜMUNƏ $x^2 - 3x - 4 = 0$ $x_1^2 + x_2^2 = ?$

Həlli
 $x_1 + x_2 = 3$ və $x_1 \cdot x_2 = -4$
 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 =$
 $= 3^2 - 2 \cdot (-4) = 17$

Açıqlama
Tənliyin köklərinin cəmi və hasili yazılır.
Tələb olunan ifadə eyniliklə çevrilir, verilənlər yerinə yazılır və hesablanır.

a) $x^2 + 7x + 10 = 0$
 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = ?$

b) $x^2 + x - 6 = 0$
 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = ?$

c) $x^2 - 3x - 2 = 0$
 $x_1^2 + x_2^2 = ?$



Səhvi düzəlt!

a) $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $x_1 + x_2 = 3$
 $x_1 \cdot x_2 = -2$

b) $2x^2 + 5x - 6 = 0$
 $x_1 + x_2 = -5$
 $x_1 \cdot x_2 = -6$

Məsələ həlli

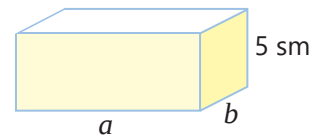
- 10 Düzbucaqlı formasında parkın eni ilə uzunluğunun cəmi 100 m, sahəsi isə 24 ardır. Parkın ölçüləri nə qədərdir?

- 11 Düzbucaqlı formasında qutunun uzunluğu a sm, eni b sm, hündürlüyü 5 sm-dir.

• Qutunun həcmi 440 sm^3 olarsa, oturacağının sahəsi nə qədərdir?

• Qutunun yan səthinin sahəsi 190 sm^2 olarsa, eni ilə uzunluğunun cəmi nə qədərdir?

• Qutunun dəyişənle işarələnmiş ölçülərini hansı kvadrat tənliyi həll etməklə tapmaq olar? $a > b$ olduğuna əsasən qutunun ölçülərini tapın.

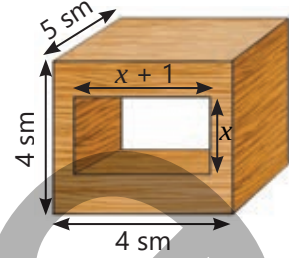


3.6. Kvadrat tənliklərin köməyi ilə məsələ həlli

Araşdırma-müzakirə

Taxtadan kuboid formasında fiqur hazırlandı. Bu fiqurun daxilindən şəkil-dəki kimi daha kiçik ölçüdə kuboid kəsib çıxarandan sonra qalan fiqurun həcmi 50 sm^3 oldu.

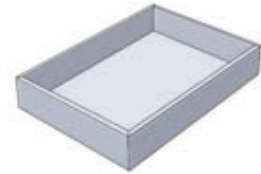
- Kəsib çıxarılan kuboidin həcmi tapmaq üçün hansı ifadəni yazmaq olar?
- Kiçik kuboidin məchul tillərinin uzunluğu nə qədərdir? Bunu tapmaq üçün hansı kvadrat tənliyi yazmaq olar?
- Bu tənliyin hər iki kökü verilən məsələnin həlli ola bilərmi?



Öyrənmə Kvadrat tənlik qurmaqla məsələ həlli

Bir çox məsələləri həll etmək üçün şərtə uyğun kvadrat tənlik yazılır. Kvadrat tənliyi həll etməklə tələb olunan kəmiyyətin qiyməti tapılır və cavab yoxlanılır. Kvadrat tənliyə gətirilən məsələləri həll etdikdə məsələnin iki cavabının ola biləcəyini nəzərə almaq lazımdır. Kvadrat tənliyin hər iki kökü məsələnin şərtinə uyğun ola bilər. Bəzən isə köklərdən biri situasiyaya uyğun olmur. Bu halda situasiyaya görə uyğun kök seçilir və məsələdə qoyulan suala cavab verilir.

NÜMUNƏ 1. Ölçüləri $20 \text{ sm} \times 30 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı dəmir təbəqənin küncələrindən konqruent kiçik kvadrlar kəsildi və qalan təbəqədən şəkil-dəki kimi ağziacıq qutu düzəldildi. Qutunun oturacağıının sahəsinin 336 sm^2 olması üçün kəsilən kvadrların tərəfi nə qədər olmalıdır?



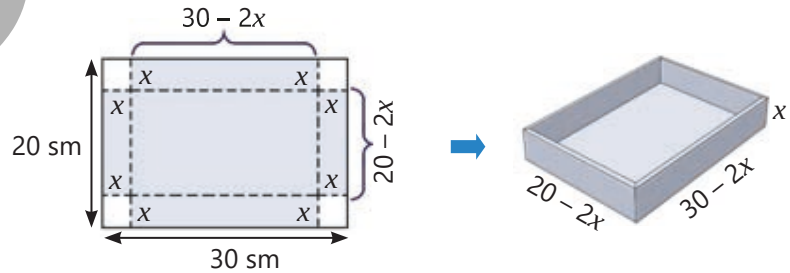
1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: kəsilən kvadrların tərəfinin uzunluğunu.

Nə məlumdur: ölçüləri $20 \text{ sm} \times 30 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı təbəqənin küncələrindən konqruent kvadrlar kəsildi, oturacağıının sahəsi 336 sm^2 olan ağziacıq qutunun düzəldiyi.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: dəmir təbəqənin küncələrindən kəsilən konqruent kvadrların tərəfi x ilə işarə edilərsə, qabın oturacağıının uzunluğu $30 - 2x$, eni isə $20 - 2x$ olar.



3. HƏLL ET

Şərtə əsasən qutunun oturacağıının sahəsi 336 sm^2 -dir.

Tənlik yazılır və həll edilir.

Ölçüləri $20 \text{ sm} \times 30 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı təbəqədən tərəfi 22 sm olan kvadrat kəsmək mümkün deyil. Ona görə də kəsilən kvadratın tərəfi 22 sm ola bilməz.

Cavab. Kəsilən kvadrların tərəfinin uzunluğu 3 sm -dir.

$$\begin{aligned}(30 - 2x)(20 - 2x) &= 336 \\ 600 - 100x + 4x^2 &= 336 \\ 4x^2 - 100x + 264 &= 0 \\ x^2 - 25x + 66 &= 0 \\ x_1 &= 3 \quad x_2 = 22\end{aligned}$$

4. YOXLA

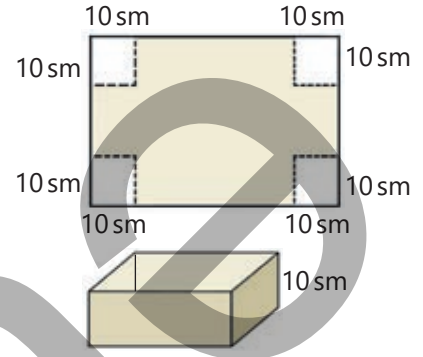
Cavabı tənlikdə yerinə yazmaqla bərabərliyin doğru olduğunu yoxlamaq olar.

$$(30 - 2 \cdot 3)(20 - 2 \cdot 3) = 336$$

$$336 = 336 \checkmark$$

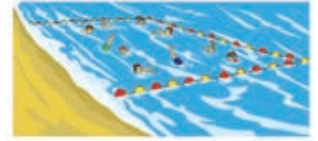
Məsələ həlli

- 1 Uzunluğu enindən 1,5 dəfə böyük olan düzbucaqlı formasında kartonun künclərindən tərəfi 10 sm olan kvadratlar kəsilib çıxarıldı. Sonra kartondan qatlayıb yapışdırmaqla düzbucaqlı paralelepiped formasında ağzıaçıq qutu düzəldildi. Qutunun həcmi 11040 sm^3 olarsa, oturacağının ölçüləri nə qədərdir?



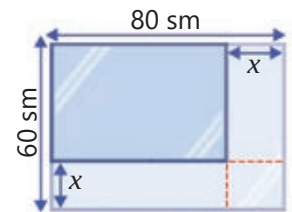
- 2 Ölçüləri $40 \text{ sm} \times 60 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı dəmir təbəqənin küncələrindən konqruent kiçik kvadratlar kəsib qatlamaqla qab düzəldildi.
- Qabın oturacağının sahəsinin 800 sm^2 olması üçün kəsilən kvadratların tərəfi nə qədər olmalıdır?
 - Bu qabın həcmi nə qədərdir?

- 3 Çimərlikdə bir tərəfini sahil xətti qəbul etməklə üzgəclər düzülmüş 80 m uzunluqda iplə sahəsi 600 m^2 olan düzbucaqlı oyun sahəsi ayırdılar. Oyun sahəsi hansı ölçülərdə oldu?



- 4 Otağın döşəməsi uzunluğu 7 m , eni 6 m olan düzbucaqlı formasındadır. Otağa kənarları divarlardan eyni məsafədə olmaqla sahəsi 12 m^2 olan xalça döşənib. Xalçanın kənarları divardan hansı məsafədədir?

- 5 Ölçüləri $60 \text{ sm} \times 80 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı formasında şüşə lövhənin eni və uzunluğundan eyni ölçüdə zolaqlar kəsəndə onun sahəsi 2 dəfə azaldı. Şüşə lövhənin yeni ölçüləri neçə santimetrdir?



NÜMUNƏ 2. Televizorun qiyməti hər dəfə əvvəlki qiymətin eyni faizi qədər artdı. İlkin qiyməti 400 manat olan televizorun qiyməti iki dəfə artımdan sonra 441 manat oldu. Televizorun qiyməti hər dəfə neçə faiz artdı?



1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: hər dəfə televizorun qiymətinin neçə faiz artdığını.

Nə məlumdur: ilkin qiymətin 400 manat, iki dəfə qiymət artımından sonra isə qiymətin 441 manat olduğu.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: televizorun qiyməti hər dəfə x faiz artarsa, birinci dəfə artımdan sonrakı qiymət

$400 + 400 \cdot \frac{x}{100}$ və ya $400\left(1 + \frac{x}{100}\right)$, ikinci dəfə isə $400\left(1 + \frac{x}{100}\right) + 400\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \frac{x}{100}$ və ya $400 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2$ olar.

3. HƏLL ET

Şərtə əsasən iki dəfə artımdan sonrakı qiymət 441 manat oldu. Tənlik yazılır və həll edilir.

Artım faizi müsbət olduğundan yalnız 5 ədədi məsələnin şərtinə uyğundur.

Cavab. Televizorun qiyməti hər dəfə 5% artdı.

$$400 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 441$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = \frac{441}{400}$$

$$1 + \frac{x}{100} = \frac{21}{20} \quad \text{və ya} \quad 1 + \frac{x}{100} = -\frac{21}{20}$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -205$$

4. YOXLA

Cavabı tənlikdə yerinə yazmaqla bərabərliyin doğru olduğunu yoxlamaq olar.

$$400 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^2 = 441$$
$$441 = 441 \quad \checkmark$$

- 6 Hər dəfə eyni faiz olmaqla iki dəfə aparılan endirimdən sonra tozsoranın qiyməti 240 manatdan 135 manata düşdü. Qiymət hər dəfə neçə faiz azaldı?
- 7 Əmanətçi banka iki il müddətinə 500 manat pul qoydu. Əmanət hər il əvvəlki ilə nəzərən eyni faiz artıb iki ildən sonra 720 manat oldu. Əmanət hər il neçə faiz artdı?
- 8 Mağazada məhsullara iki dəfə endirim edildi. İkinci dəfə endirim faizi birinci dəfəkindən iki dəfə az oldu. İlkin qiyməti 250 manat olan məhsulun qiyməti bu endirimlərdən sonra 120 manata düşdü. Hər dəfə məhsulun qiymətinə neçə faiz endirim edildi?

NÜMUNƏ 3. Sərbəst düşən cismin t saniyə ərzində qət etdiyi (metrlə) məsafə

$h = \frac{gt^2}{2}$ düsturu ilə ($g \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{san}^2}$) hesablanır. Lalənin əlindən quyuya düşən

boyunbağının səsi suya dəydikdən 3 saniyə sonra eşidildi. Səsin havada yayılma sürəti 340 m/san olarsa, quyunun dərinliyi təqribən neçə metrdir? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: quyunun dərinliyinin təqribən neçə metr olduğunu.

Nə məlumdur: boyunbağının quyuya düşdükdən 3 saniyə sonra səsinin eşidilməsi və səsin havada yayılma sürətinin saniyədə 340 metr olması.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: boyunbağı su səthinə t saniyə ərzində çatarsa, səsin suyun səthindən Laləyə

çatma müddəti $(3 - t)$ saniyə olar. Boyunbağının t saniyədə qət etdiyi məsafə $h = \frac{gt^2}{2}$ düsturuna görə $5t^2$ metr olar. Bu məsafə səsin suyun səthindən Laləyə qədər qət etdiyi məsafəyə bərabərdir, yəni $340(3 - t)$ metrdir.

3. HƏLL ET

Tənlik yazılır və həll edilir. Boyunbağının düşmə müddəti müsbət olduğundan $-70,878$ ədədi məsələnin şərtinə uyğun deyil. Deməli, boyunbağı düşməyə başladıqdan təqribən $2,878$ saniyə sonra su səthinə çatdı. Buna əsasən quyunun dərinliyi hesablanır.

$$5 \cdot 2,878^2 \approx 41 \text{ (m)}.$$

Cavab. Quyunun dərinliyi təqribən 41 metrdir.

$$5t^2 = 340(3 - t)$$

$$t^2 = 68(3 - t)$$

$$t^2 + 68t - 204 = 0$$

$$t = -34 \pm \sqrt{1360}$$

$$t_1 \approx 2,878 \quad t_2 \approx -70,878$$

4. YOXLA

t dəyişəni üçün tapılmış təqribi qiymət tənlikdə yerinə yazılır. Tənliyin hər iki tərəfindəki ifadələrin təqribi qiymətlərinin bərabərliyinə əsasən cavabın doğruluğunu yoxlamaq olar.

$$5 \cdot 2,878^2 \approx 340 \cdot (3 - 2,878)$$

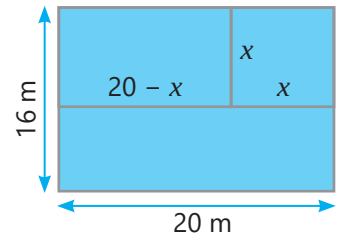
$$41,41... \approx 41,48... \quad \checkmark$$

- 9 Təyyarədən tullanan paraşütcü paraşüt açılana qədər bir müddət sərbəstdüşmə vəziyyətində olur. Paraşütcünün tullandıqdan t saniyə sonra paraşüt açılana qədər yerdən olan hündürlüyünü $h = -5t^2 + 2000$ düsturuna əsasən tapmaq olar. Paraşüt yerdən 1020 metr hündürlükdə açılarsa, paraşütcü neçə saniyə ərzində sərbəst düşər?



- 10 Firmanın avadanlıqlarını yerləşdirmək üçün uzunluğu enindən 4 m böyük olmaqla düzbucaqlı formasında və sahəsi 165 m^2 olan yer tələb olunur. İri ticarət mərkəzində ölçüləri $10 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ olan yer kirayəyə verilir. Firmanın avadanlığını buraya yerləşdirmək mümkündürmü?

- 11 Ölçüləri $16 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ olan düzbucaqlı formasında idman zalı şəkil-dəki kimi ikisi düzbucaqlı və biri kvadrat formasında olan üç hissəyə bölündü. Kvadratin sahəsi onunla ortaq tərəfi olan düzbucaqlının sahəsindən 48 m^2 az olarsa, tərəfi nə qədər ola bilər?



- 12 Şahmat turnirində hər iştirakçı digər iştirakçıların hər biri ilə bir partiya oynadı. Partiyaların ümumi sayı 45 olarsa, turnirdə neçə şahmatçı iştirak etdi?



- 13 Çimərlikdə gün eynəklərinin biri 12 manata təklif olunduqda hər gün 8 eynək satılır. Qiymətdə edilən hər 1 manat endirimdən sonra gün ərzində alıcıların sayı 2 nəfər artır.

a) Qiymətdə x manat endirim etdikdə gündəlik gəlirin $(12 - x)(8 + 2x)$ ifadəsi ilə hesablandığını göstərin.

b) Eynəklərin biri neçə manata təklif olunduqda gündəlik gəlir 126 manat olar?



XÜLASƏ

Kvadrat tənlik

Birinci əmsal Sərbəst hədd

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

İkinci əmsal

Natamam kvadrat tənliklər

$$ax^2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0$$

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$ax^2 + c = 0 \rightarrow a \text{ və } c \text{ müxtəlif işarəlidirsə:}$$

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

a və c eyni işarəlidirsə, tənliyin kökü yoxdur.

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Kvadrat tənliyin diskriminantı: $D = b^2 - 4ac$

$$1) D > 0 \text{ olarsa, } x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$2) D = 0 \text{ olarsa, } x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

$$3) D < 0 \text{ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur.}$$

Kvadrat tənliklər

Kvadrat tənliyin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ və ya } x + 3 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -3$$

$m \cdot n = 6$	$m + n$
1 və 6	7
2 və 3	5

Kvadrat tənliyin tam kvadrata ayrılması üsulu ilə həlli

$$x^2 + 6x = 7$$

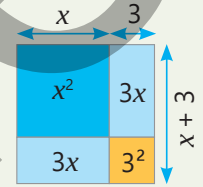
$$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 7 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = 16$$

$$x + 3 = 4 \text{ və ya } x + 3 = -4$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -7$$



Viyet teoremi

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

İlkin problemin həlli

• A fiquru silindrdır. Oturacağının radiusunu tapmaq üçün silindrin həcmi düsturunda $V = 480$, $h = 10$, $\pi \approx 3$ qiymətləri yerinə yazılır, alınan tənlik həll edilir.

$$3 \cdot r^2 \cdot 10 = 480$$

$$r^2 = 16$$

$$r_1 = 4, r_2 = -4$$

Radius müsbət olduğundan $r = 4$ sm.

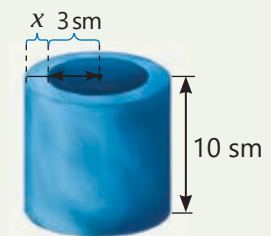
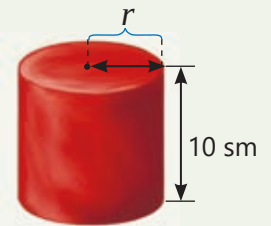
• B fiqurunda borunun divarının qalınlığı x ilə işarə edilsə, xarici radiusu $x + 3$ olar. Borunun hazırlanmasına sərf olunan plastilin həcmi böyük və kiçik silindrlərin həcmələri fərqi bərabərdir. Uyğun tənlik yazılır və həll edilir.

$$3 \cdot (x + 3)^2 \cdot 10 - 3 \cdot 3^2 \cdot 10 = 480$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = -8$$

Qalınlıq mənfi ədədlə ifadə edilmir. Deməli, borunun divarının qalınlığı 2 sm-dir.



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. Tənliyi həll edin.

a) $x^2 + 3 = 3 - 7x^2$

b) $2x^2 = \frac{1}{2}x$

c) $x^2 + 7x = 2x^2$

d) $5x^2 - 72 = 3x^2$

2. k -nin hansı qiymətlərində $x^2 - (k^2 - k)x + (k^2 - 4) = 0$ tənliyi natamam kvadrat tənliyə çevrilir? Uyğun tənlikləri yazın və həll edin.

3. Tənliyi vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 11x + 30 = 0$

b) $x^2 - 3x - 28 = 0$

c) $(3x - 1)^2 - 4 = 0$

d) $\frac{1}{2}x^2 - 9x - 9,5 = 0$

4. Tənliyi tam kvadratın ayrılması üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 10x = 24$

b) $x^2 + 8x + 1 = 49$

c) $4x^2 - 12x = 27$

d) $3x^2 - 12x + 12 = 75$

5. Kvadrat tənliyin kökünün olub-olmadığını müəyyən edin. Kökləri varsa, onları tapın.

a) $x^2 + 0,5x + 1 = 0$

b) $3x^2 + 1,4x - 0,8 = 0$

c) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2,5 = 0$

d) $\sqrt{2}x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$

6. Tənliyi həll edin.

a) $3x(x - 2) = 2x^2 - 5$

c) $x(2x + 7) = 2(x - 1)$

e) $2(x - 1)^2 = 3x$

b) $(x - 3)x = x - 4$

d) $(x - 1)^2 = 2x + 9$

f) $(x - \sqrt{2})^2 = \sqrt{2}(x + \sqrt{2})$

7. Tənliyi əvəzetmə üsulu ilə həll edin.

a) $2(3x - 1)^2 - 5(3x - 1) + 2 = 0$

b) $3\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}\right) - 2 = 0$

8. Tənliyin köklərinin cəmini və hasilini Viyet teoreminə görə tapın. Tənliyi həll etməklə nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

a) $x^2 + 1,5x - 1 = 0$

b) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

c) $x^2 - 4x + 1 = 0$

9. Boş xanalara elə ədədlər tapın ki, verilmiş ədədlər tənliyin kökləri olsun.

a) $x^2 + \boxed{}x - \boxed{} = 0$

b) $x^2 + \boxed{}x + \boxed{} = 0$

c) $x^2 - \boxed{}x + \boxed{} = 0$

10. Tənliyin köklərindən birinin 1-ə bərabər olduğunu yoxlayın və digər kökünü şifahi tapın.

a) $x^2 + 2025x - 2026 = 0$

b) $2x^2 - 17x + 15 = 0$

c) $100x^2 - 97x - 3 = 0$

11. Tənlik yazıb həll etməklə suallara cavab verin. Şərtə uyğun neçə ədəd olduğunu müəyyən edin.

a) Hansı ədədin kvadratı ilə özünün cəmi 42-yə bərabərdir?

b) Hansı ədədin kvadratı həmin ədədin 2 misindən 8 vahid böyükdür?

c) 94 ədədini hansı natural ədədə böldükdə qismət böləndən 1 vahid böyük, qalıq isə böləndən 5 vahid kiçik olar?

d) Hansı ardıcıl üç tək ədədin kvadratları cəmi 251-ə bərabərdir?

12. Tənliyin digər kökünü və verilməyən əmsalını tapın.

a) $x^2 + px + 24 = 0$
 $x_1 = 3, x_2 = ? p = ?$

b) $x^2 - 9x + q = 0$
 $x_1 = 2, x_2 = ? q = ?$

c) $3x^2 + bx - 72 = 0$
 $x_1 = -4, x_2 = ? b = ?$

13. Tənliyi həll etmədən köklərinin işarəsini müəyyən edin. Sonra tənliyin köklərini tapın.

a) $x^2 + 2x - 5 = 0$

b) $x^2 + 4\sqrt{2}x + 6 = 0$

c) $3x^2 + x - 1 = 0$

14. Tapşırıqları yerinə yetirin.

a) b -nin hansı qiymətlərində $0,5x^2 + bx + 1 = 0$ tənliyinin bir kökü var? Bu kökü tapın.

b) c -nin hansı ən böyük tam qiymətində $-0,25x^2 + 2x + c = 0$ tənliyinin kökü yoxdur?

c) a -nın hansı ən kiçik tam qiymətində $ax^2 + 6x - 1 = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü var? Uyğun tənliyi yazın və həll edin.

15. Verilmiş tənliyin kökləri x_1 və x_2 olarsa, tələb olunan ifadənin qiymətini tapın.

a) $x^2 + 2x - 4 = 0$
 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = ?$

b) $x^2 - 4x - 7 = 0$
 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = ?$

c) $x^2 - 5x + 3 = 0$
 $x_1^2 + x_2^2 = ?$

16. Tapşırıqları yerinə yetirin.

a) $x^2 - x + c = 0$ tənliyinin köklərinin biri digərindən 9 vahid böyükdür. c -ni tapın.

b) $\frac{1}{2}x^2 + (b - 2)x - 8 = 0$ tənliyinin kökləri əks ədədlərdir. b -ni və tənliyin köklərini tapın.

c) $36x^2 - 25x + 4 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

17. Hündürlüyü 2,5 m olan düzbucaqlı paralelepiped formasında konteynerin eni uzunluğundan 3 m qısadır.

- Konteynerin həcmi 45 m^3 olarsa, eni və uzunluğu neçə metrdir?
- Səthin 1 m^2 sahəsini rəngləmək üçün 250 q boya işləndi. Konteynerin xarici səthini rəngləmək üçün nə qədər boya sərf edildi?



18. A şəhərinin əhalisi hər il əvvəlki ilə nisbətən eyni faizlə artmaqla son iki il ərzində 200 000 nəfərdən 220 500 nəfərə çatmışdır.

- Şəhərin əhalisi hər il neçə faiz artmışdır?
- Artım bu sürətlə davam edərsə, bir ildən sonra A şəhərindəki əhali sayı nə qədər olar?

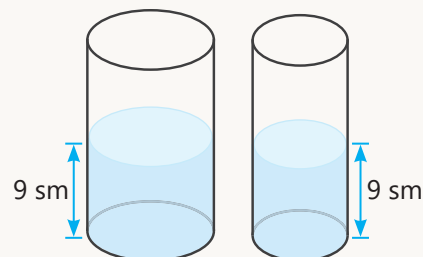
19. Qaya üstündə dayanan balıqçı qarmağı suya tulladı. Qarmağın t saniyə anında su səthindən neçə metr hündürlükdə olduğunu $h = -4,9t^2 + 8,4t + 4,2$ düsturuna görə tapmaq olar.

- Atıldıqdan neçə saniyə sonra qarmaq suyun səthindən 7,8 m yüksəklikdə olar?
- Neçə saniyə sonra qarmaq suya düşər?

Cavabları ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



20. Silindr formasında olan iki qabda cəmi 351 sm^3 su var. Qabların hər ikisində suyun hündürlüyü 9 sm-dir. Qablardan birinin radiusu o birindən 1 sm böyükdür. Kiçik qabdakı su böyük qaba tökülərsə, böyük qabdakı su hansı hündürlükdə olar ($\pi \approx 3$)?

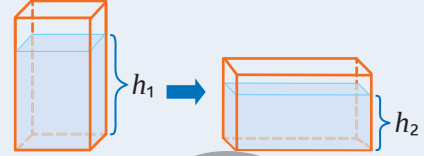




Riyazi kaleydoskop

1. $x^2 - 3x + m = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. m -in hansı qiymətində $x_1^3 + x_2^3$ ifadəsinin qiyməti 18-ə bərabərdir?

2. Ölçüləri $4 \text{ sm} \times 4 \text{ sm} \times 8 \text{ sm}$ olan kuboid formalı qapalı qabda suyun hündürlüyü h_1 sm-dir. Bu qabı yan üzü üstə qoyduqda ondakı suyun səviyyəsi h_2 sm hündürlükdə oldu. $h_1 + h_2 = 9 \text{ sm}$ olarsa, qabda nə qədər su var?



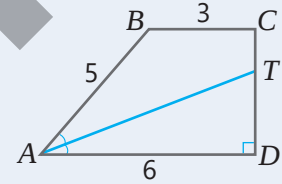
3. Motorlu qayıq çay axını istiqamətində bir körpüdən digərinə qədər yolu 2 saata gedir, 3 saata isə qayıdır. Motor söndürülsə, çayın axını qayıq bir körpüdən digərinə nə qədər vaxta çatdırar?



4. Üç dost birlikdə top aldı. Birinci dost o birilərin qoyduğu pulun $\frac{1}{3}$ -ni, ikinci dost o birilərin qoyduğu pulun $\frac{2}{3}$ -ni, üçüncü dost isə 14 manat qoydu. Top neçəyədir?

Göstəriş: Hər dostun xərclədiyi pulun topun qiymətinin hansı hissəsini təşkil etdiyini tapın.

5. $ABCD$ düzbucaqlı trapesiyasının perimetri 18 vahiddir. A bucağının tən bölməni CD tərəfini T nöqtəsində kəsir. T nöqtəsi CD tərəfini hansı nisbətə bölür?



STEAM

"KOSMİK RAKETLƏR"

h_0 hündürlükdən v m/san sürətlə yuxarı atılmış cismin t saniyə anında yerdən məsafəsi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$h = -\frac{gt^2}{2} + vt + h_0$$

Burada g – sərbəstdüşmə təcildir və müxtəlif planetlər üçün fərqli qiymətlər alır. Məsələn, Yer planeti üçün $g_{\text{Yer}} \approx 9,8 \text{ m/san}^2$.

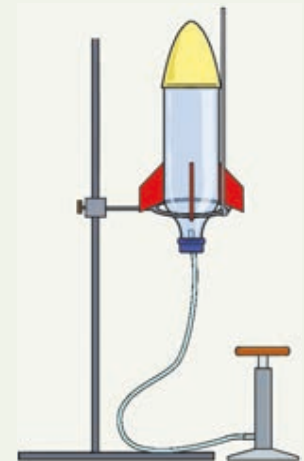
1. Karton, plastik su qabı, hava nasosundan istifadə etməklə raket hazırlayın. Hazırladığınız raketin necə işlədiyini izah edin.

2. Raketin neçə saniyədən sonra yerə düşdüyünü qeyd edin və hansı sürətlə yuxarı atıldığını hesablayın. Onun qalxdığı ən böyük hündürlüyü necə tapmaq olar?

3. Raket eyni sürətlə Ayın səthindən yuxarı atılsa, neçə saniyədən sonra Ayın səthinə düşər ($g_{\text{Ay}} \approx 1,6 \text{ m/san}^2$)? Bu zaman raketin qalxdığı ən yüksək hündürlük nə qədər olar?

4. İnternetdə müxtəlif planet və göy cisimləri üçün sərbəstdüşmə təcili-nin qiyməti, fəzaya göndərilən kosmik gəmilər, onların daşıyıcı raketlərinin sürətləri və yanacaq növləri haqqında araşdırma aparın.

5. "SPACE-X" şirkətinin hazırladığı "Falcon" daşıyıcı raketləri haqqında məlumat toplayın və bu daşıyıcıların fərqli xüsusiyyətləri barədə təqdimat hazırlayın.



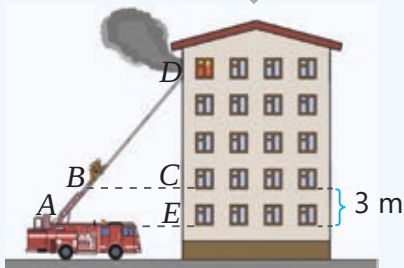
Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- Pifaqor teoremini tətbiq etməyi;
- düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətləri izah etməyi;
- iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablamağı;
- parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını tapmağı və orta perpendikulyarın tənliyini yazmağı;
- düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın triqonometrik nisbətlərini tapmağı.

Cəhd edin!

Yanğınsöndürən maşının nərdivanı binanın 1-ci mərtəbəsinin pəncərəsi səviyyəsində olan platformadan başlayır. Mərtəbələr arasındakı məsafə 3 m-dir.

- Nərdivan 15 m uzunluğunda açılaraq 5-ci mərtəbənin pəncərəsinə söykədildi. Yanğınsöndürən nərdivan üzərində 2-ci mərtəbənin pəncərəsinin səviyyəsinə çatdıqdan sonra 5-ci mərtəbəyə çatmaq üçün daha neçə metr qalxmalıdır?
- Nərdivanın yerləşdiyi platforma binadan 9 m məsafədə olarsa, onu 3-cü mərtəbənin pəncərəsinə söykəmək üçün təqribən neçə metr uzunluqda açmaq lazımdır?



Pifaqor teoremi. Triqonometrik nisbətlər

Düzbucaqlı üçbucağın iki tərəfinin uzunluğu məlum olduqda digər tərəfinin uzunluğunu və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapmaq mümkündür. Bunun üçün Pifaqor teoremindən və sinus, kosinus, tangens kimi triqonometrik nisbətlərdən istifadə edilir. Riyaziyyatda öyrənilən bu biliklər tikinti, istehsalat, kənd təsərrüfatı, geodeziya, naviqasiya və mühəndislik kimi bir çox praktiki sahələrdə geniş istifadə olunur.



Peyk naviqasiya sistemləri vasitəsilə peykin mövqeyi, istifadəçinin mövqeyi və təyinat yerlərini birləşdirməklə getmək lazım olan yerə qədər məsafə tapılır.

İlkin yoxlama

- 1 Düzbucaqlı koordinat sistemində verilən nöqtələrin koordinatlarını müəyyən edin və onlar arasındakı məsafəni tapın.

a) A və B

c) E və F

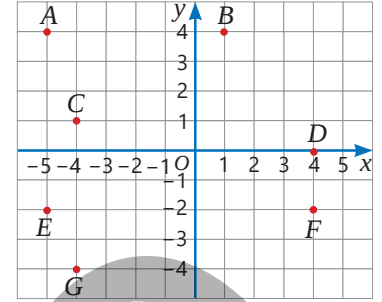
e) O və D

b) C və G

d) D və F

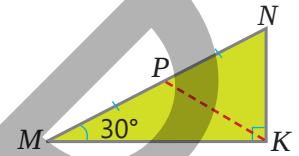
f) A və E

• Şaquli və ya üfüqi düz xətlər üzərində yerləşən hansı nöqtələr arasındakı məsafələr bərabərdir?

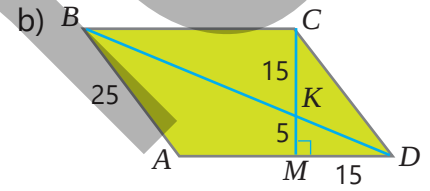
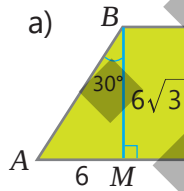


- 2 Düzbucaqlı üçbucaqda 30° -li bucaq qarşısındakı katetin hipotenuzun yarısına bərabər olduğunu isbat edin.

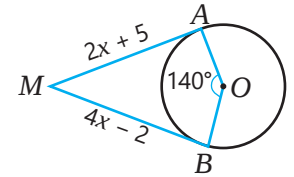
Göstəriş: hipotenuza çəkilən medianın xassəsindən istifadə edin.



- 3 Şəkildə verilənlərə görə $ABCD$ paraleloqramının perimetrini və sahəsini tapın.

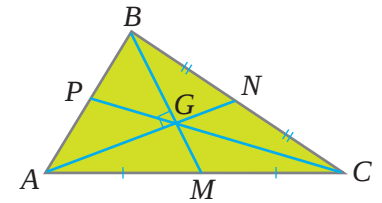


- 4 M nöqtəsindən çevrəyə MA və MB toxunanları çəkilmişdir. Verilənlərə əsasən toxunanlar arasındakı bucağın dərəcə ölçüsünü və toxunanların uzunluğunu tapın.

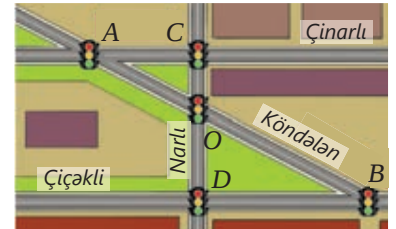


- 5 Tərəflərindən biri digərindən 2 dəfə böyük olan bərabəryanlı üçbucağın perimetri 40 sm-dir. Bu üçbucağın tərəfləri neçə santimetrdir?

- 6 ABC üçbucağının medianları G nöqtəsində kəsişir. AN və BM medianları arasındakı bucaq 90° və $BP = 9$ sm olarsa, AB tərəfinin və CP medianının uzunluğu neçə santimetrdir?



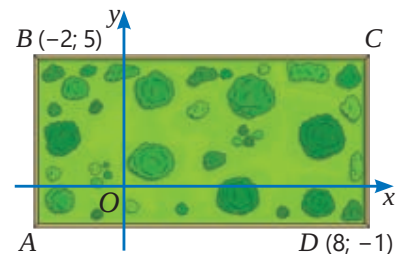
- 7 Yeni təmir olunmuş küçələrin kəsişməsində işıqforların quraşdırılması planlaşdırılır. Narlı küçəsi Çınarlı və Çiçəkli küçələrinə perpendikulyardır. $CD = 4,5$ km, $AC = 3,2$ km, $BD = 4,8$ km olarsa, Köndələn və Narlı küçələrinin kəsişməsindəki işıqfordan Çiçəkli küçəsinə qədər məsafə neçə kilometrdir?



- 8 Düzbucaqlı formasında bağçanın planı koordinat sistemində təsvir olunub. Samir bağçanın ətrafına çəkiləcək çəpərin uzunluğunu hesablamaq istədi.

• A və C nöqtələrinin koordinatlarını tapın.

• $AB = 60$ m olarsa, bağçanın ətrafına çəkilən çəpərin uzunluğu neçə metrdir?



4.1. Pifaqor teoremi

Araşdırma-müzakirə

Dəftərinizdə birinin katetləri 3 sm və 4 sm, digərinin katetləri isə 5 sm və 12 sm olan iki düzbucaqlı üçbucaq çəkin. Hər bir üçbucaqda hipotenuzun uzunluğunu xətkəşlə ölçün və cədvəli tamamlayın.

Katet a	Katet b	Hipotenuz c	c^2	$a^2 + b^2$
3 sm	4 sm			
5 sm	12 sm			

• $a^2 + b^2$ və c^2 ifadələrinin qiymətləri arasında hansı əlaqə var?

• Bu əlaqəyə əsasən katetləri 8 sm və 15 sm olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu ölçmədən necə tapmaq olar?

Öyrənmə Pifaqor teoremi

Düzbucaqlı üçbucaqda iki tərəf məlum olduqda digər tərəfi tapmaq olar. Katetlərlə hipotenuz arasındakı bu əlaqə Pifaqor teoremi ilə ifadə olunur.

Teorem 1. Pifaqor teoremi

Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

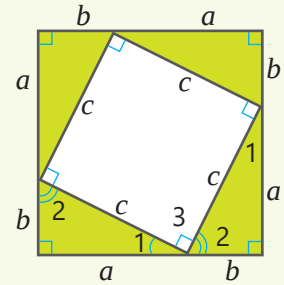
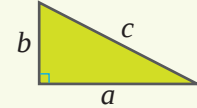
Verilir: Düzbucaqlı üçbucaqda a və b katetlər, c isə hipotenuzdur.

İsbat edin: $c^2 = a^2 + b^2$

İsbatı. Tərəfi $a + b$ olan kvadrat şəkilləki kimi dörd konqruent düzbucaqlı üçbucağa və bir dördbucaqlıya bölünür. Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucaqların cəmi 90° -yə bərabərdir: $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$. Deməli, $\angle 3 = 90^\circ$. Alınan dördbucaqlı tərəfi c -yə bərabər olan kvadratdır. Böyük kvadratin sahəsi kiçik kvadratin sahəsi ilə düzbucaqlı üçbucaqların sahələri cəminə bərabərdir.

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2} \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{və ya} \quad c^2 = a^2 + b^2$$



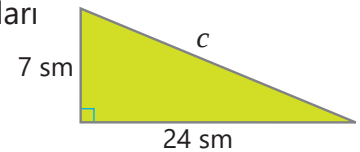
NÜMUNƏ. Katetləri 7 sm və 24 sm olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu tapın.

HƏLLİ. Pifaqor teoreminə görə hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir.

$$c^2 = 7^2 + 24^2$$

$$c^2 = 625$$

Buradan alınır ki, $c = 25$ sm.



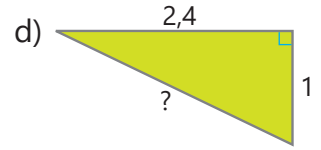
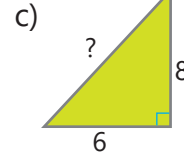
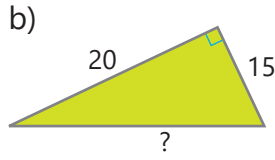
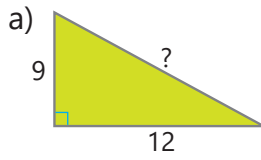
Fikirləş!

Hipotenuzu 10 sm, katetlərindən biri 8 sm olan düzbucaqlı üçbucağın digər katetini necə tapmaq olar?

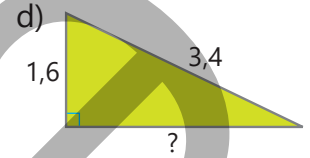
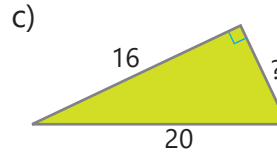
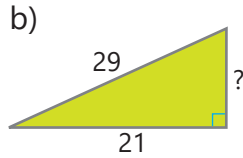
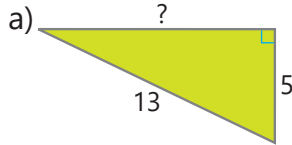


Çalışma

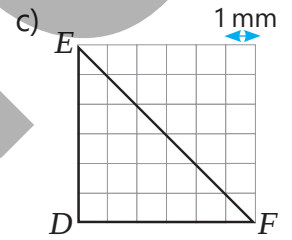
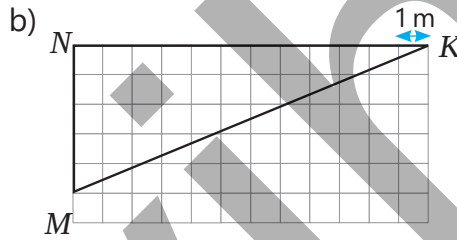
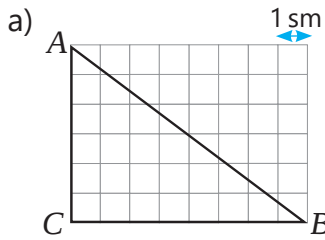
1 Katetləri verilmiş düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunu tapın.



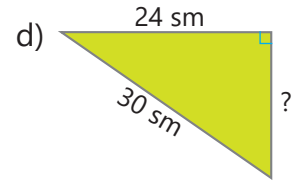
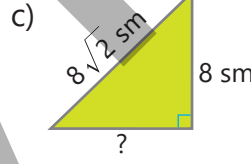
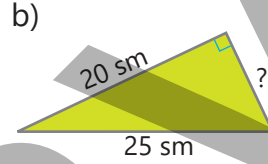
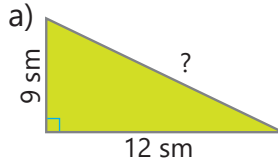
2 Katetlərindən biri və hipotenuzu verilmiş düzbucaqlı üçbucağın digər katetini tapın.



3 Düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunun uzunluğunu tapın.



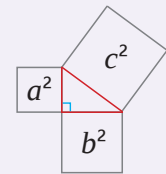
4 Düzbucaqlı üçbucağın tələb olunan tərəfini tapın.



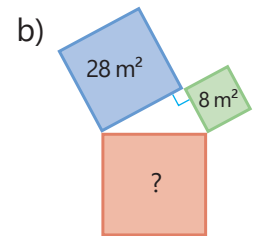
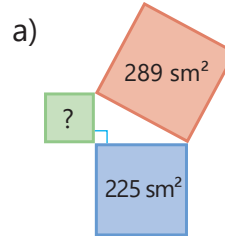
Yadda saxla!

Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetlər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri cəminə bərabərdir.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



5 Düzbucaqlı üçbucağın kateti, yaxud hipotenuzu üzərində qurulmuş kvadratın sahəsini tapın.



6 Düzbucaqlı üçbucaqda a və b katetlər, c isə hipotenuzdur. Tələb olunan tərəfi tapın.

a) $a = 5 \text{ sm}, b = 12 \text{ sm}, c = ?$

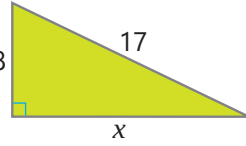
c) $c = 1,7 \text{ dm}, a = 0,8 \text{ dm}, b = ?$

b) $a = 6 \text{ m}, b = 6 \text{ m}, c = ?$

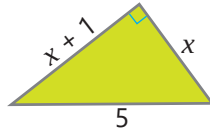
d) $c = 4 \text{ sm}, b = 2\sqrt{3} \text{ sm}, a = ?$

7 Düzbucaqlı üçbucağın dəyişənlə ifadə edilən tərəflərini tapın.

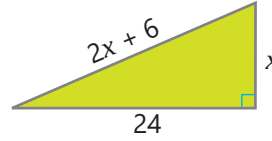
a)



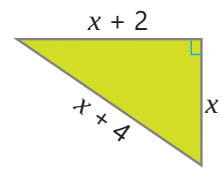
b)



c)



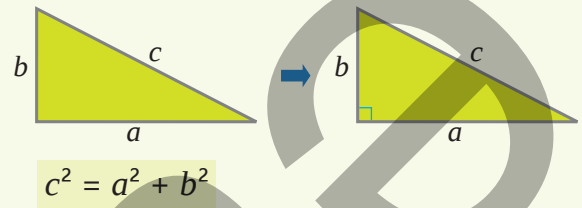
d)



Teorem 2. Pifaqor teoreminin tərsi

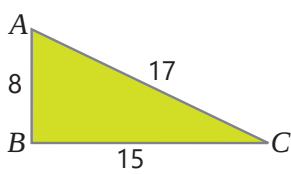
Üçbucağın bir tərəfinin kvadratı digər iki tərəfin kvadratları cəminə bərabər olarsa, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır.

İsbatı. Çalışma 9.

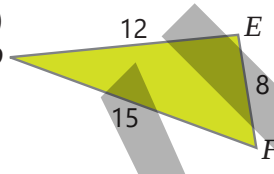


8 Verilmiş üçbucağın düzbucaqlı üçbucaq olub-olmadığını müəyyən edin. Düzbucaqlı üçbucaqdırsa, hansı təpədəki bucaq düz bucaqdır?

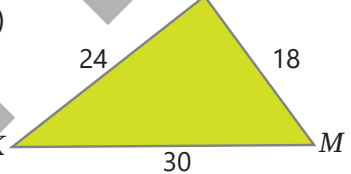
a)



b)



c)

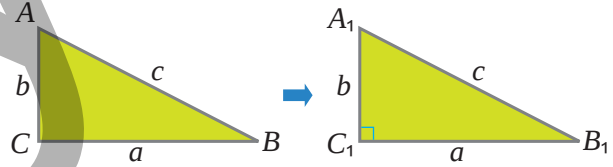


9 Boş yerlərə uyğun mülahizələri yazmaqla Pifaqor teoreminin tərsinin (teorem 2) isbatını tamamlayın.

Verilir: $c^2 = a^2 + b^2$

İsbat edin: $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır.

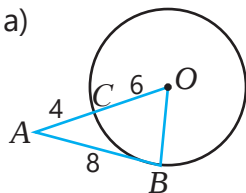
İsbatı. Katetləri a, b olan $A_1B_1C_1$ düzbucaqlı üçbucağı çəkilir.



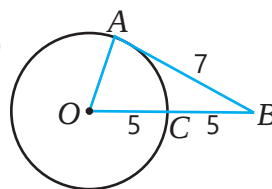
Təklif	Əsaslandırma
1. $c^2 = a^2 + b^2$	1. Verilir.
2. $A_1B_1^2 = a^2 + b^2$	2. _____
3. $A_1B_1 = c$	3. _____
4. $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$	4. Üçbucaqların konqruyentliyinin TTT əlamətinə görə
5. $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$	5. _____

10 AB parçasının çevrənin toxunanı olub-olmadığını müəyyən edin.

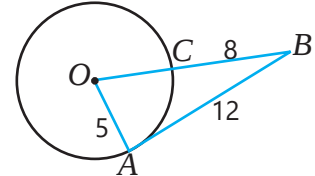
a)



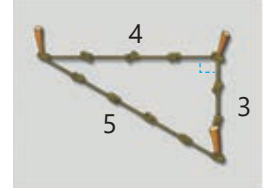
b)



c)



- 11 Qədim Misirdə düz bucağı qurmaq üçün şəkildəki kimi bərabər məsafələrdə 12 düyün vurulmuş kəndirdən istifadə edirdilər. Kəndiri tarım çəkərək tərəfləri 3, 4 və 5 vahid olan üçbucaq formasına gətirdikdə böyük tərəfin qarşısındakı bucaq düz bucaq olur. Tərəfləri 3, 4 və 5 olan üçbucağa *Misir üçbucağı* da deyilir.



• Bərabər məsafələrdə vurulmuş 24 düyünü olan iplə qurulan düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri hansı uzunluqda olar?



Yadda saxla!

$a^2 + b^2 = c^2$ bərabərliyini ödəyən a , b və c natural ədədləri *Pifaqor üçlüyü*, tərəfləri bu ədədlərlə ifadə olunan üçbucaq isə *Pifaqor üçbucağı* adlanır.

a , b , c ədədləri Pifaqor üçlüyü və k natural ədəd olarsa, ka , kb , kc ədədləri də Pifaqor üçlüyü əmələ gətirir. Məsələn, 3, 4 və 5 ədədləri Pifaqor üçlüyü olduğu üçün 9, 12 və 15 ədədləri də Pifaqor üçlüyüdür: $3 \cdot 3 = 9$, $3 \cdot 4 = 12$, $3 \cdot 5 = 15$

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow (3 \cdot 3)^2 + (3 \cdot 4)^2 = (3 \cdot 5)^2 \Rightarrow 9^2 + 12^2 = 15^2$$

- 12 a , b , c ədədləri Pifaqor üçlüyüdür. Cədvəli tamamlayın.

a)

a	b	c
3	4	5
	8	10
9	12	

b)

a	b	c
8	15	17
16		34
	60	68

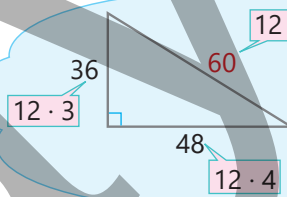
c)

a	b	c
5	12	13
	24	26
25		65

d)

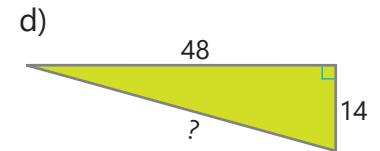
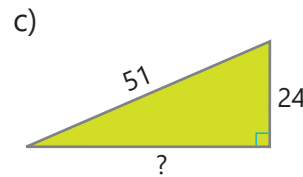
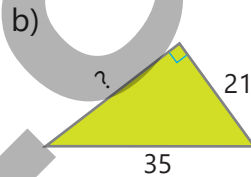
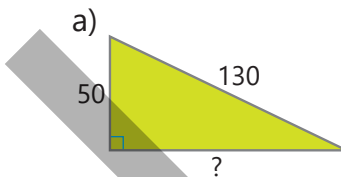
a	b	c
7	24	25
14	48	
21		75

- 13 Gülsüm Pifaqor üçlüklərindən istifadə edərək katetləri 36 və 48 olan üçbucağın hipotenuzunu tapdı. Onun fikrini müzakirə edin.



3, 4 və 5 ədədləri Pifaqor üçlüyü olduğundan 36, 48, 60 ədədləri də Pifaqor üçlüyüdür. Deməli, bu üçbucağın hipotenuzu 60-a bərabərdir.

• Bu üsuldən istifadə etməklə verilən üçbucağın tələb olunan tərəfini tapın.



Riyaziyyat tarixindən

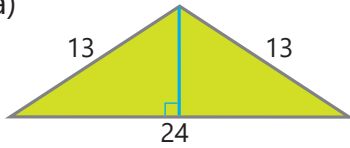
Pifaqor teoremi həndəsənin əsas teoremlərindən biridir. Bəzi mənbələrə görə bu teorem qədim Babil, Misir, Çin və Hindistanda hələ Pifaqordan xeyli qabaq məlum idi. Pifaqor nəticələri ümumiləşdirərək teoremi bütün düzbucaqlı üçbucaqlar üçün isbat etmişdir. Pifaqor teoreminin 300-dən çox isbatı məlumdur.

Şərqi görkəmli riyaziyyatçısı Nəsirəddin Tusi (1201–1274) Pifaqor teoreminin 48 müxtəlif isbatını vermişdir.

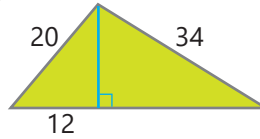


- 14 Üçbucağın şəkildə göstərilən hündürlüyünü və sahəsini tapın.

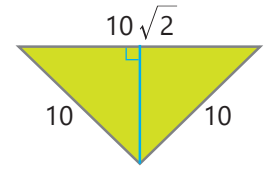
a)



b)

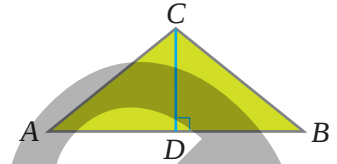


c)



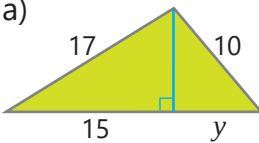
- 15 Bərabəryanlı ABC üçbucağının yan tərəfi 15 sm, perimetri isə 54 sm-dir.

- CD hündürlüyü neçə santimetrdir?
- ABC üçbucağının sahəsini tapın.

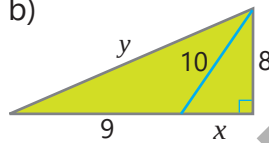


- 16 Üçbucaqda dəyişənlə işarə edilmiş parçaların uzunluğunu tapın.

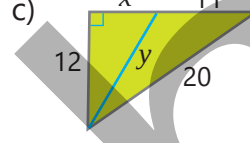
a)



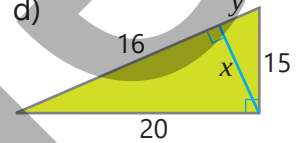
b)



c)

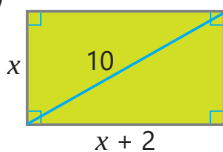


d)

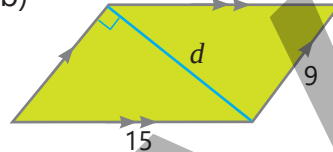


- 17 Verilmiş fiqurda dəyişənlə işarə edilmiş parçaların uzunluğunu tapın.

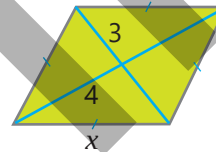
a)



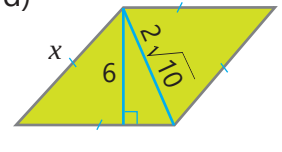
b)



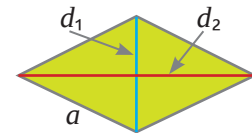
c)



d)

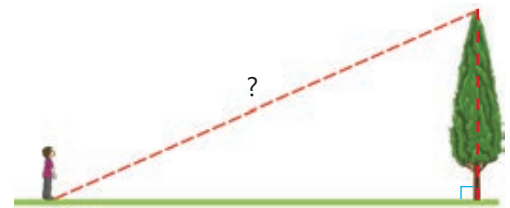


- 18 Rombun diaqonallarının uzunluğu d_1 və d_2 , tərəfi isə a -dır. İsbat edin ki, $4a^2 = d_1^2 + d_2^2$



Məsələ həlli

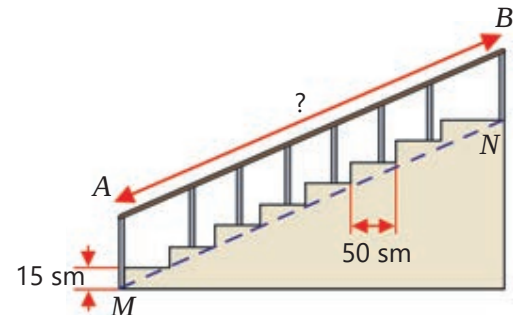
- 19 Elxan hündürlüyü 5 m olan ağacdən 12 m məsafədə durmuşdur. Elxanın durduğu nöqtədən ağacın zirvəsinə qədər məsafə neçə metrdir?



- 20 Daş plitə diaqonalları 24 sm və 32 sm olan romb formasındadır. Bu plitənin perimetri və sahəsi nə qədərdir?



- 21 Şəkildə təsvir edilən pilləkənin hər pilləsinin hündürlüyü 15 sm, pillənin eni isə 50 sm-dir. AB pilləkən sürəhisi MN xəttinə paralel olarsa, onun uzunluğu neçə metrdir? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



4.2. Pifaqor teoreminin bəzi tətbiqləri

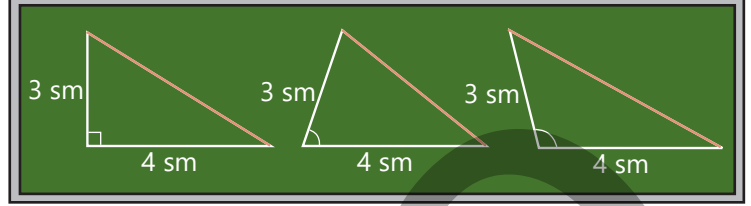
Araşdırma-müzakirə

İki tərəfi 3 sm və 4 sm olan itibucaqlı, düzbucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlar çəkin.

- Düzbucaqlı üçbucağın 3-cü tərəfinin uzunluğunu xətkəslə ölçmədən tapın.

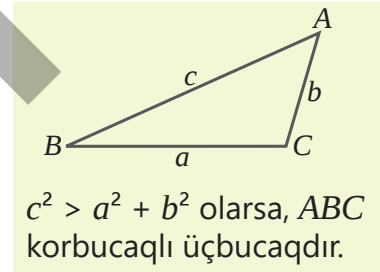
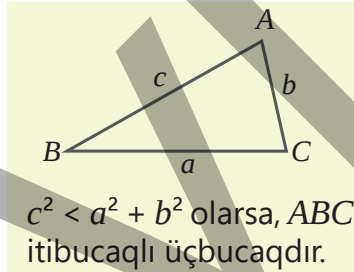
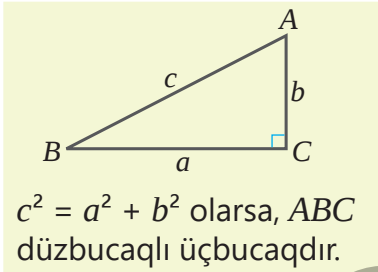
- Digər üçbucaqların 3-cü tərəfinin uzunluğunu xətkəslə ölçün.

- Hansı üçbucaqda 3-cü tərəfin uzunluğunun kvadratı digər iki tərəfin kvadratları cəmindən böyük, hansında kiçikdir?



Öyrənmə Üçbucağın növünün müəyyən edilməsi

Üçbucağın böyük tərəfinin kvadratı ilə digər iki tərəfinin kvadratları cəmini müqayisə etməklə onun düzbucaqlı, itibucaqlı və ya korbucaqlı üçbucaq olduğunu müəyyən etmək olar. ABC üçbucağının böyük tərəfi c olarsa, verilən təkliflər doğrudur.



Çalışma

1 Tərəfləri verilmiş üçbucağın bucaqlarına görə növünü müəyyən edin.

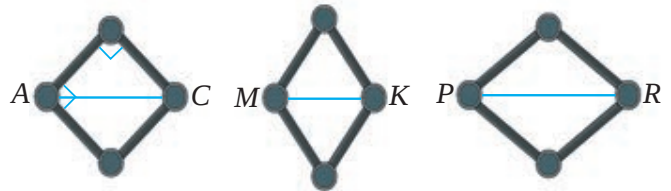
a) 4 sm, 5 sm, 7 sm

b) 2 m, 3 m, 4 m

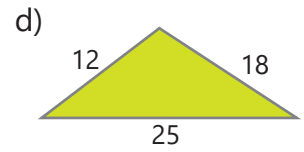
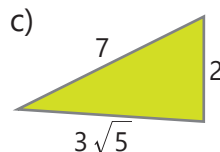
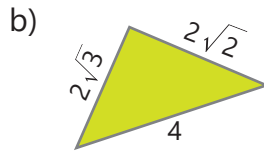
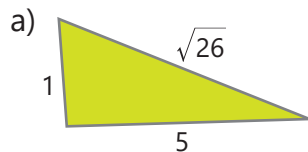
c) 12 mm, 16 mm, 2 sm

d) 6 sm, 9 sm, 11 sm

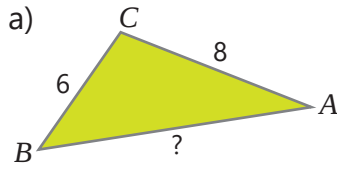
2 Diyircəkli mexanizmi olan metal konstruksiya romb formasındadır. Bu konstruksiyanın müxtəlif vəziyyətləri üçün AC , MK , PR diaqonallarını müqayisə edin.



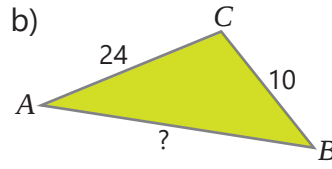
3 Üçbucağın bucaqlarına görə növünü müəyyən edin.



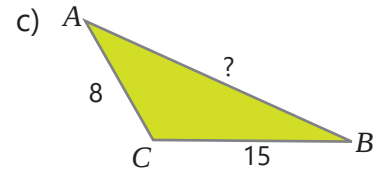
- 4) ABC üçbucağında C korbucığı qarşısındakı tərəfin uzunluğu verilmiş ədədlərdən hansına bərabər ola bilər?



9 10 12 14



22 24 26 27



15 18 23 24

Göstəriş. Korbucalı üçbucaqda korbucaq qarşısındakı tərəfin kvadratının digər iki tərəfin kvadrları cəmindən böyük olduğunu və üçbucaq bərabərsizliyinin ödəndiyini yoxlayın.

Öyrənmə Düzbucaqlı üçbucaqlar (xüsusi hallar)

- Bucaqları $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ olan düzbucaqlı üçbucaq

30° -li bucağın qarşısındakı katet hipotenuzun yarısına bərabər olduğundan $BC = a$ olarsa, $AB = 2a$ olar.

Pifaqor teoreminə əsasən:

$$AC^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$$

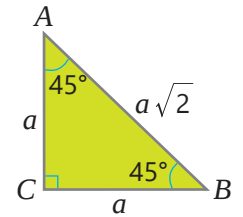
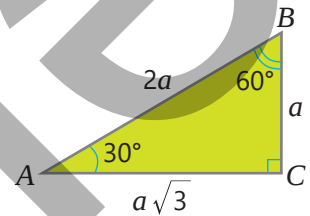
İti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə böyükdür. Böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

- Bucaqları $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ olan düzbucaqlı üçbucaq

İti bucaqları 45° olan düzbucaqlı üçbucaqda katetlər bərabər olduğundan $AC = BC = a$ olarsa, Pifaqor teoreminə əsasən $AB = a\sqrt{2}$ olar.

$$AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$$

İti bucaqları 45° olan düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.



- 5) Düzbucaqlı üçbucağın dəyişənlə işarə edilmiş tərəflərini tapın.

NÜMUNƏ

a) bəndinin həlli

Həlli

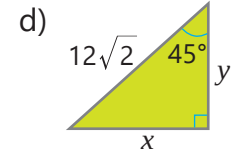
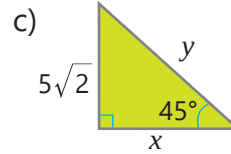
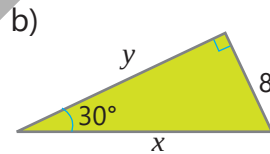
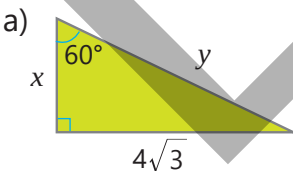
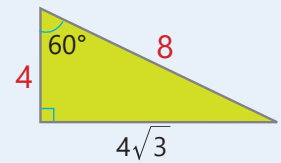
$$x \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$x = 4$$

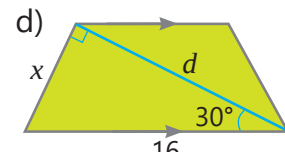
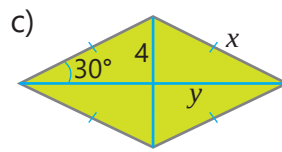
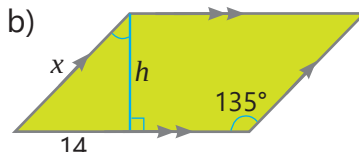
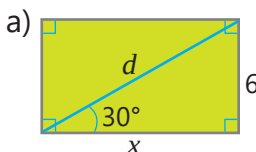
$$y = 2 \cdot 4 = 8$$

Açıqlama

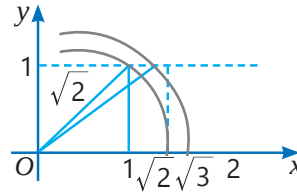
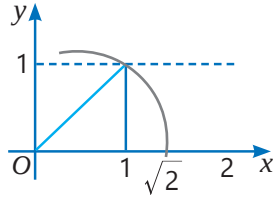
Bucaqları $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ olan üçbucaqda böyük katet kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür. Hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə böyükdür.



- 6) Verilmiş fiqurda dəyişənlə işarə edilmiş parçaların uzunluqlarını tapın.



- 7 Pifaqor teoremindən istifadə etməklə uzunluğu $\sqrt{n}$ olan parçanı qurmaq, $\sqrt{n}$ ədədinə uyğun nöqtənin koordinat oxunda yerini müəyyənləşdirmək olar. Şəkildə $\sqrt{2}$ və $\sqrt{3}$ ədədlərinin koordinat oxunda yerinin necə müəyyən edildiyi təsvir olunub. Bu ədədlərin necə qeyd edildiyini müzakirə edin və verilmiş ədədə uyğun nöqtəni koordinat oxunda qeyd edin.



a) $\sqrt{5}$

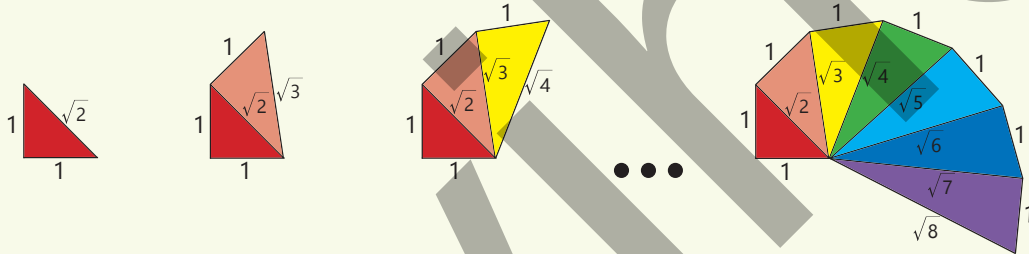
c) $\sqrt{7}$

b) $\sqrt{6}$

d) $2\sqrt{2}$

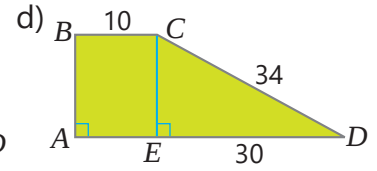
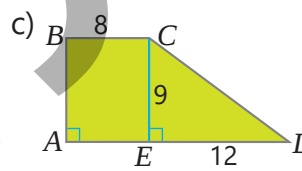
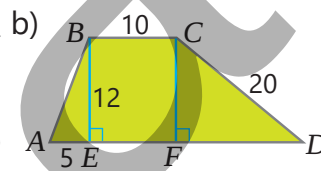
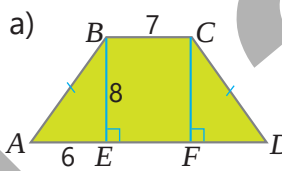
Praktik tapşırıq

Katetləri 1-ə bərabər olan düzbucaqlı üçbucaq çəkin və rəngləyin. Pifaqor teoreminə görə bu üçbucağın hipotenuzu $\sqrt{2}$ -yə bərabərdir. Sonra yeni düzbucaqlı üçbucağı elə çəkin ki, onun bir kateti əvvəlki üçbucağın hipotenuzu, digər kateti isə 1-ə bərabər olsun. Bu qayda ilə üçbucaqları ardıcıl yerləşdirin. Nəticədə əmələ gələn fiqur *Teodor spirali* adlanır.

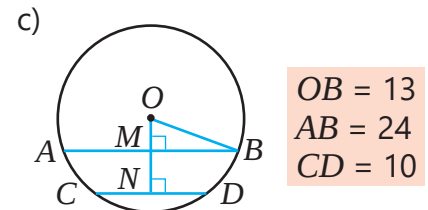
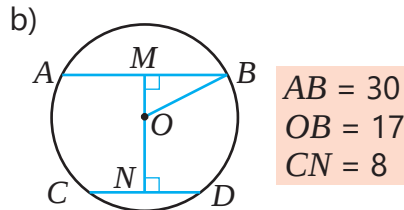
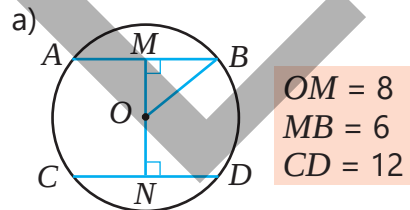


- Hipotenuzu $\sqrt{11}$ -ə bərabər olan düzbucaqlı üçbucaq neçənci addımda alınır? Belə bir fiqur düzəldin və cavabı yoxlayın.
- Hansı rəngli üçbucaqda iti bucaqlar 45° -dir?
- Hansı rəngli üçbucaqda iti bucaqlardan biri 30° -dir?

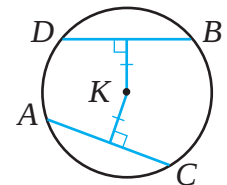
- 8 Verilənlərə görə $ABCD$ trapesiyasının perimetrini tapın.



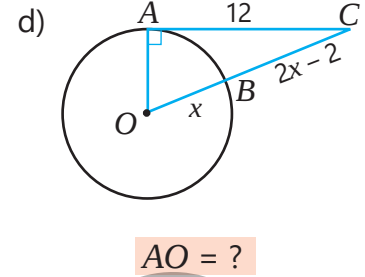
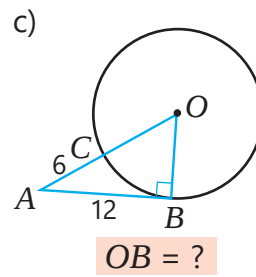
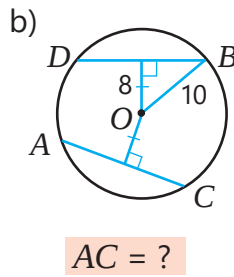
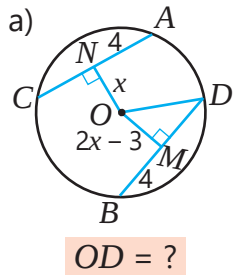
- 9 AB və CD vətərləri paraleldir. Verilənlərə əsasən bu vətərlər arasındakı məsafə nə qədərdir?



- 10 Şəkildə K mərkəzli çevrədə AC və DB vətərləri mərkəzdən eyni məsafədədir. Çevrənin radiusu 10 sm və mərkəzdən AC vətərinə qədər məsafə 6 sm olarsa, DB vətərinin uzunluğu neçə santimetrdir?



- 11 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



- 12 Çevrənin radiusu 10 sm-dir.

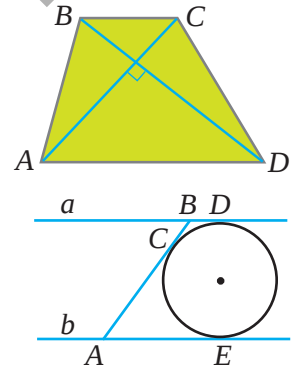
- a) Uzunluğu 16 sm olan vətər çevrənin mərkəzindən neçə santimetr məsafədədir?
b) Çevrənin mərkəzindən vətərə qədər məsafə 8 sm olarsa, vətərin uzunluğu nə qədərdir?
c) Uzunluqları 12 sm və 16 sm olan paralel vətərlər çevrənin mərkəzindən bir tərəfdə yerləşərsə, onlar arasındakı məsafə nə qədərdir?

- 13 Verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini tapın.

- a) Bərabəryanlı trapesiyanın oturacaqları 28 sm və 48 sm, hündürlüyü isə 24 sm-dir.
b) Düzbucaqlı trapesiyanın oturacaqları 10 sm və 18 sm, hündürlüyü isə 6 sm-dir.

- 14 $ABCD$ trapesiyanının diaqonalları perpendikulyardır. $AC = 12$ sm və $BD = 16$ sm olarsa, trapesiyanın orta xəttinin uzunluğu nə qədərdir?

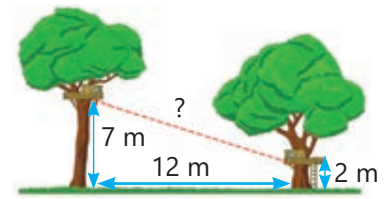
Göstəriş: C təpə nöqtəsindən BD diaqonalına paralel və AD oturacağının uzantısını kəsən düz xətt çəkin.



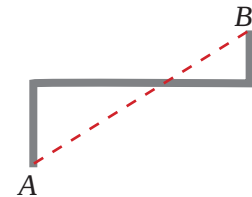
- 15 AB parçası, a və b paralel düz xətləri çevrəyə uyğun olaraq C , D və E nöqtələrində toxunur. $AC = 8$ m, $CB = 2$ m olarsa, çevrənin diametri neçə metrdir?

Məsələ həlli

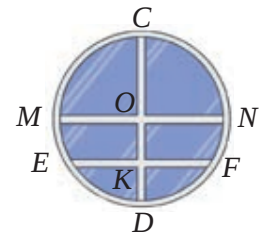
- 16 Uşaqlara oyun yeri hazırlamaq üçün aralarındakı məsafə 12 m olan iki ağaca kəndir bağlanması nəzərdə tutulur. Kəndirin bağlanma nöqtələri yerdən 2 m və 7 m hündürlükdə olarsa, bunun üçün ən azı neçə metr kəndir lazımdır?



- 17 Turist A məntəqəsindən çıxıb 80 m şimala, 160 m şərqə, sonra isə yenidən 40 m şimala doğru getdi və B məntəqəsinə çatdı. O , A məntəqəsindən B məntəqəsinə birbaşa hərəkət etsəydi neçə metr yol gedərdi?



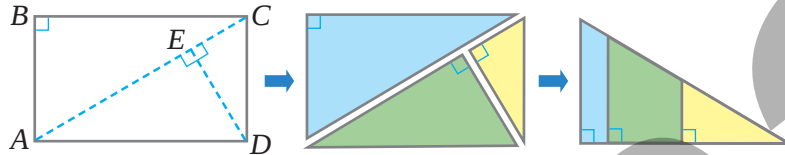
- 18 Dairə formasında pəncərənin CD və MN perpendikulyar diametrləri boyunca iki çubuq, MN diametrinə paralel olan EF vətəri boyunca digər bir çubuq bərkidildi. Dairənin radiusu 50 sm, MN və EF arasındakı məsafə 30 sm olarsa, cəmi neçə metr çubuq istifadə olundu?



4.3. Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər

Araşdırma-müzakirə

Samir düzbucaqlı formasında karton kağızı əvvəlcə diaqonal boyunca, sonra isə alınan hissələrdən birində D təpə nöqtəsindən diaqonala çəkilmiş perpendikulyar boyunca kəsdi. Sonda alınan üç üçbucağı şəkildəki kimi üst-üstə qoydu.



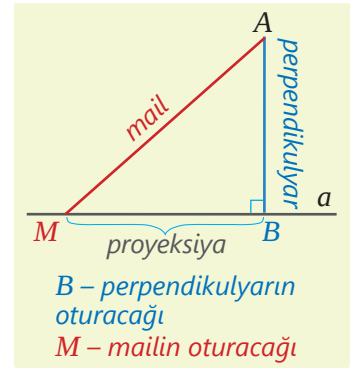
- Alınan iki kiçik üçbucağın bir-biri ilə və böyük üçbucaqla oxşar olduğunu necə izah etmək olar?
- D nöqtəsindən diaqonala çəkilmiş perpendikulyarın uzunluğunu diaqonal üzərində ayırdığı parçaların uzunluqlarına görə necə tapmaq olar?

Öyrənmə Perpendikulyar və mail

a düz xəttinə aid olmayan A nöqtəsindən ona AB perpendikulyarı çəkilir. B nöqtəsinə *perpendikulyarın oturacağı* deyilir. a düz xətti üzərində B -dən fərqli götürülmüş istənilən M nöqtəsinə A ilə birləşdirən AM parçası **mail** adlanır. MB parçasına mailin a düz xətti üzərindəki **proyeksiyası** deyilir.

Pifaqor teoreminə görə $AB^2 + MB^2 = AM^2$ şərti ödəndiyindən $AM > AB$ olduğu alınır. Yəni *düz xəttə aid olmayan nöqtədən bu düz xəttə çəkilmiş istənilən mail həmin nöqtədən çəkilmiş perpendikulyardan böyükdür*.

- Düz xəttə aid olmayan ixtiyari nöqtədən bu düz xəttə yalnız bir perpendikulyar çəkmək olar.
- Eyni nöqtədən düz xəttə çəkilmiş bərabər maillərin proyeksiyaları da bərabərdir.

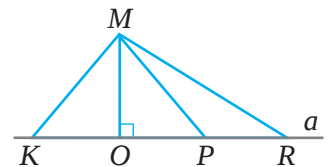


Fikirləş!

Nöqtədən düz xəttə çəkilmiş iki maildən proyeksiyası böyük olan mail böyükdür. Bu təklifi necə əsaslandırma bilərsiniz?

Çalışma

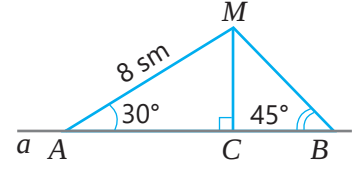
- 1 M nöqtəsindən a düz xəttinə perpendikulyar və maillər çəkilmişdir.
 - Mailləri və onların proyeksiyalarını göstərin.
 - $\angle MKO = \angle MPO$ olarsa, hansı maillər konqruyentdir?
 - Proyeksiyası böyük olan maili göstərin və izah edin.



- 2 Nöqtədən düz xəttə çəkilən mail bu düz xətlə 45° -li bucaq əmələ gətirir. Mailin uzunluğu $2\sqrt{2}$ sm olarsa, onun proyeksiyasının uzunluğu neçə santimetrdir?

- 3 Nöqtədən düz xəttə çəkilmiş perpendikulyar və mail arasındakı bucaq 60° -dir. Perpendikulyarın uzunluğu 5 sm olarsa, mailin və onun proyeksiyasının uzunluqları neçə santimetrdir?

- 4 M nöqtəsindən a düz xəttinə perpendikulyar və mailər çəkilmişdir.
- MC perpendikulyarının uzunluğu neçə santimetrdir?
 - MA və MB mailərinin proyeksiyalarının uzunluğunu tapın.

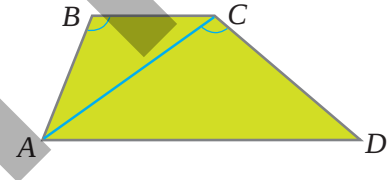


Yadda saxla!

$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ olarsa, uzunluğu x olan parçaya a və b parçaları arasında orta mütənasib parça deyilir. $x = \sqrt{ab}$ olduğu üçün x parçası a və b parçalarının **həndəsi ortası** da adlanır.

Məsələn, uzunluğu 8 sm olan parça uzunluqları 4 sm və 16 sm olan parçaların həndəsi ortasıdır: $\sqrt{4 \cdot 16} = 8$

- 5 $ABCD$ trapesiyasında AC diaqonalının CD yan tərəfi ilə əmələ gətirdiyi bucaq B bucağına bərabərdir.
- ABC və DCA üçbucaqlarının oxşarlığından istifadə etməklə göstərin ki, $AC = \sqrt{AD \cdot BC}$.
 - $BC = 12$ sm, $AD = 27$ sm olarsa, AC diaqonalının uzunluğunu tapın.



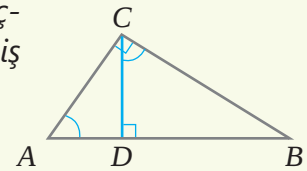
Öyrənmə Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər



Teorem 3. Düzbucaqlı üçbucağın hündürlüyü haqqında

Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən çəkilmiş hündürlük bu üçbucağı iki oxşar üçbucağa ayırır və alınan üçbucaqların hər biri verilmiş üçbucağa oxşardır.

$$\triangle BDC \sim \triangle CDA \sim \triangle BCA$$



İsbatı. Çalışma 6.

Düzbucaqlı üçbucaqların hündürlüyü haqqında teoremdən belə nəticələr alınır.

Nəticə 1. Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən çəkilmiş hündürlük katetlərin hipotenuz üzərindəki proyeksiyaları arasında orta mütənasibdir.

$$\triangle BDC \sim \triangle CDA \text{ olduğundan } \frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD} \Rightarrow CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$

Nəticə 2. Düzbucaqlı üçbucağın kateti hipotenuz və bu katetin hipotenuz üzərindəki proyeksiyası arasında orta mütənasibdir.

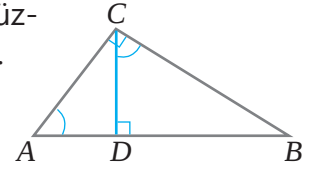
$$\triangle CDA \sim \triangle BCA \text{ olduğundan } \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = \sqrt{AD \cdot AB}$$

$$\triangle BDC \sim \triangle BCA \text{ olduğundan } \frac{BD}{BC} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow BC = \sqrt{BD \cdot AB}$$

- 6 Üçbucaqların oxşarlığının bucaq-bucaq əlamətindən istifadə etməklə düz-bucaqlı üçbucağın hündürlüyü haqqında teoremi (teorem 3) isbat edin.

Verilir: CD parçası ABC üçbucağının hündürlüyüdür. $\angle ACB = 90^\circ$

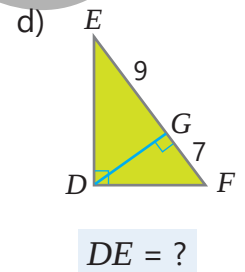
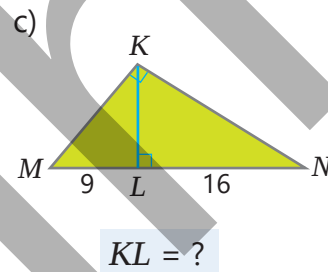
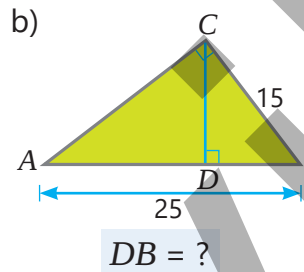
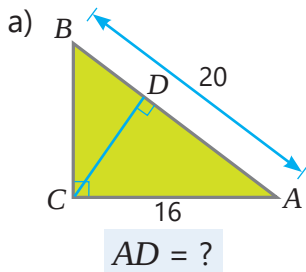
İsbat edin: $\triangle BDC \sim \triangle CDA \sim \triangle BCA$



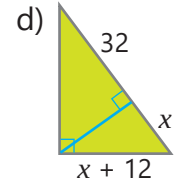
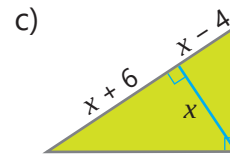
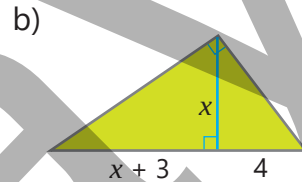
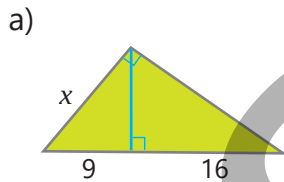
- 7 Tələb olunan parçanın uzunluğunu tapmaq üçün hansı üçbucaqların oxşarlığından istifadə edildiyini izah edin. Uyğun tərəflərin nisbətini yazmaqla parçanın uzunluğunu tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{16} = \frac{16}{20}$ $AD = \frac{16 \cdot 16}{20} = 12,8$	Üçbucaqların oxşarlığının BB əlamətinə görə Uyğun tərəflərin nisbəti yazılır. AD parçasının uzunluğu tapılır.

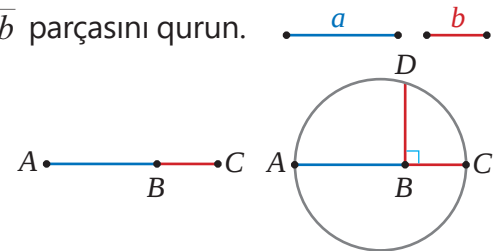


- 8 Dəyişənlə ifadə edilmiş parçaların uzunluğunu tapın.



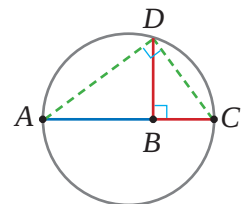
- 9 a və b parçaları verilmişdir. Qeyd olunan ardıcılıqla $x = \sqrt{ab}$ parçasını qurun.

- İstənilən düz xətt üzərində $AB = a$, $BC = b$ parçalarını ardıcıl olaraq ayırın.
- Diametri AC olan çevrə qurun.
- B nöqtəsindən AC diametrinə perpendikulyar düz xətt çəkin.
- Bu düz xəttin çevrə ilə kəsişmə nöqtələrindən birini D ilə işarə edin və BD parçasını çəkin.



- 10 Diametri AC olan çevrədə A və C nöqtələrini D nöqtəsi ilə birləşdirin. Sualları cavablandırmaqla əsaslandırın ki, BD parçası AB və BC parçalarının həndəsi ortasıdır.

- $\triangle ADC$ üçbucağı düzbucaqlı üçbucaqdır? Nə üçün?
- Hansı iki üçbucağın oxşarlığından istifadə etməklə $BD = \sqrt{AB \cdot BC}$ olduğunu göstərmək olar?

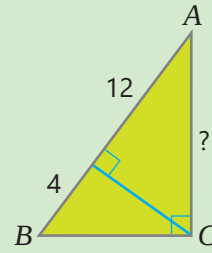




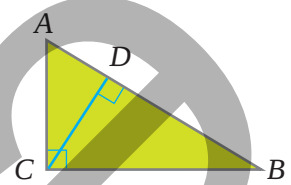
Səhvi düzəlt!

$$\begin{aligned}\triangle ADC &\sim \triangle ACB \\ \frac{12}{AC} &= \frac{AC}{4}, \text{ deməli,} \\ AC^2 &= 12 \cdot 4 \\ AC &= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle CDB &\sim \triangle ACB \\ \frac{16}{AC} &= \frac{AC}{4}, \text{ deməli,} \\ AC^2 &= 16 \cdot 4 \\ AC &= 8\end{aligned}$$

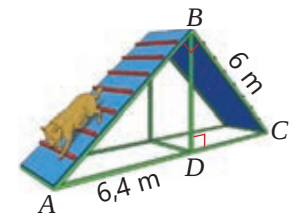
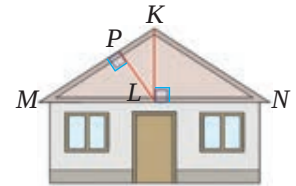
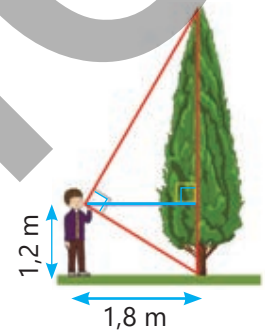


- 11 Şəkində ABC düzbucaqlı üçbucağı verilib. CD hündürlüyü AB hipotenuzunu 1 : 3 nisbətində iki hissəyə bölür. $AB = 3,2$ m olarsa, AC katetinin uzunluğu neçə santimetrdir?



Məsələ həlli

- 12 Elxan ağacın gövdəsindən 1,8 m məsafədə dayanmışdır. O, ağacın hündürlüyünü ölçmək üçün yerdən 1,2 m hündürlükdən ağacın zirvəsinə və dibinə baxdı. Onun baxdığı istiqamətləri özündə saxlayan düz xətlər perpendikulyar olarsa, ağacın hündürlüyü nə qədərdir?
- 13 Evin damının öndən görünüşü bərabəryanlı üçbucaq formasındadır. KL və PL dayaqları uyğun olaraq MN və MK tərəflərinə perpendikulyardır. $MP = 3,2$ m, $PK = 1,8$ m olarsa, KL və PL dayaqlarının uzunluğu nə qədərdir?
- 14 Şəkində itlərin təlimi üçün istifadə olunan maneə təsvir olunub. Verilən ölçülərə əsasən itlər yerdən ən çoxu nə qədər hündürlüyə çıxə bilərlər?



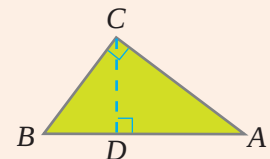
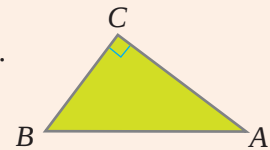
Riyazi üfüqlər

Pifaqor teoremini üçbucaqların oxşarlığından istifadə etməklə isbat edin.

Verilir: ABC düzbucaqlı üçbucaqdır. $\angle ACB = 90^\circ$

İsbat edin. $AB^2 = BC^2 + AC^2$

Göstəriş: düz bucaq təpəsindən hündürlük çəkin. BC və AC katetlərinin kvadratlarını hipotenuz və uyğun katetin hipotenuz üzərindəki proyeksiyası ilə ifadə edin. Alınan bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplayın.

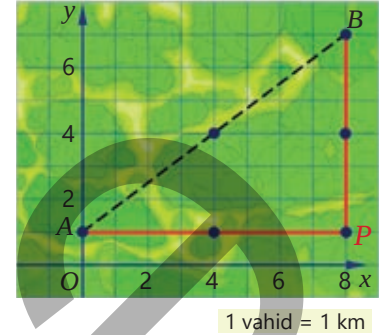


4.4. Parçanın orta nöqtəsi. İki nöqtə arasındakı məsafə

Araşdırma-müzakirə

Məşəl ərazidə A və B nöqtələrindən eyni anda hərəkətə başlayan iki axtarış qrupunun biri şərqə, digəri cənuba doğru irəliləməklə P nöqtəsində görüşəcəyi planlaşdırıldı.

- P nöqtəsinin koordinatlarını necə tapmaq olar?
- Görüşənə qədər hər bir qrup nə qədər məsafə qət edər?
- Hər qrup AP və BP yollarının yarısına uyğun nöqtələrdə dayanıb dincəldi. Bu nöqtələrin koordinatlarına əsasən AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını necə tapmaq olar?
- Əvvəlcə axtarış qrupları arasındakı məsafə nə qədər idi? Bunu necə tapmaq olar?



Öyrənmə Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları bu parçanın uclarının uyğun koordinatlarının cəminin yarısına bərabərdir.

$M(x_0; y_0)$ nöqtəsi koordinat oxlarının heç birinə paralel olmayan AB parçasının orta nöqtəsi olarsa, verilən təklifi Fales teoreminə görə belə əsaslandırmaq olar:

- Ox oxu üzərində x_0 -a uyğun nöqtə uc nöqtələri x_1 və x_2 olan parçanın orta nöqtəsi olur. Yəni $|x_0 - x_1| = |x_2 - x_0|$. Burada $x_1 < x_0 < x_2$ olduğuna görə

$$x_0 - x_1 = x_2 - x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

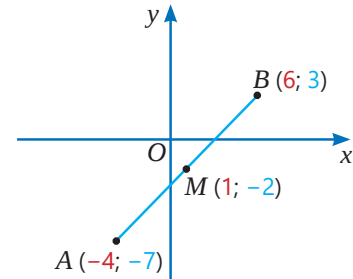
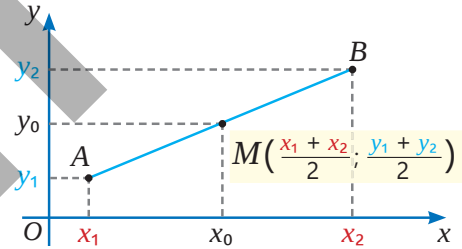
- Oy oxu üzərində y_0 -a uyğun nöqtə isə uc nöqtələri y_1 və y_2 olan parçanın orta nöqtəsidir.

$$y_0 - y_1 = y_2 - y_0 \Rightarrow y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

NÜMUNƏ. $A(-4; -7)$ və $B(6; 3)$ nöqtələrini birləşdirən AB parçasının M orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

Həlli: $x_0 = \frac{-4 + 6}{2} = 1$ $y_0 = \frac{-7 + 3}{2} = -2$

Cavab. $M(1; -2)$



Fikirleş!

Koordinat oxlarından hər hansı birinə paralel olan parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını necə tapmaq olar? Nümunə göstərməklə izah edin.

Çalışma

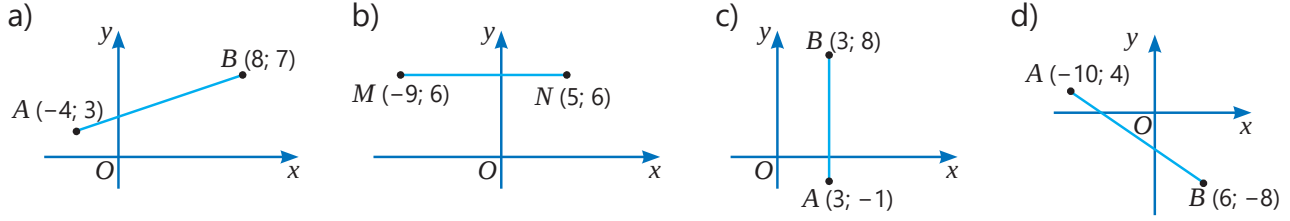
- 1 Verilən nöqtələri birləşdirən parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

a) $A(-2; 3)$ və $B(8; 7)$

b) $C(5; -4)$ və $D(9; 6)$

c) $E(7; 1)$ və $F(11; 7)$

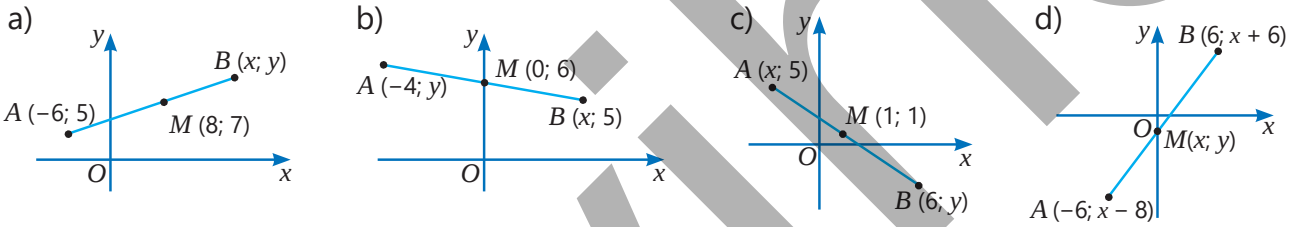
- 2 Verilmiş parçanın orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.



- 3 M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə məchul koordinatları tapın.

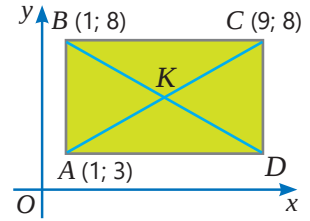
NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$AM = MB$ $\frac{-6 + x}{2} = 8$ $-6 + x = 16$ $x = 22$	$\frac{5 + y}{2} = 7$ $5 + y = 12$ $y = 7$
	M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. A və B nöqtələrinin uyğun koordinatlarının cəminin yarısı M nöqtəsinin koordinatlarına bərabərdir. Tənliklər yazılır və həll edilir.



- 4 ABCD düzbucaqlısının təpə nöqtələrindən üçü verilmişdir.

- Düzbucaqlının diaqonallarının K kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- Düzbucaqlının D təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.



Öyrənmə İki nöqtə arasındakı məsafə düsturu

Verilən iki nöqtə nə üfüqi, nə də şaquli düz xətt üzərində deyilsə, onlar arasında məsafəni Pifaqor teoremindən istifadə etməklə tapmaq olar. Məsələn, M(3; 6) və N(6; 2) nöqtələri arasındakı məsafəni tapmaq üçün bu nöqtələrdən koordinat oxlarına paralel düz xətlər çəkilir və kəsişmə nöqtəsi K ilə işarə edilir. Alınan MNK düzbucaqlı üçbucağında Pifaqor teoremi tətbiq edilir:

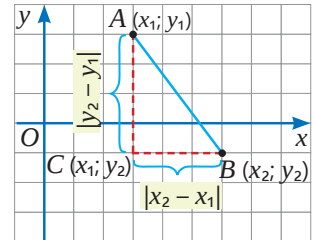
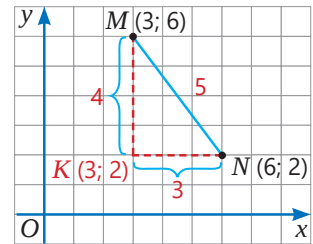
$$MK = |6 - 2| = 4, NK = |6 - 3| = 3$$

$$MN^2 = MK^2 + NK^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow MN = 5$$

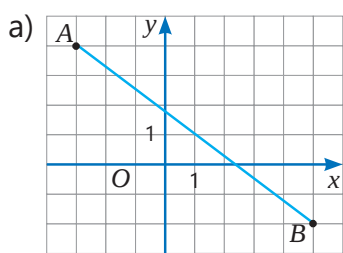
A(x₁; y₁) və B(x₂; y₂) nöqtələri üçün AC = |y₂ - y₁|, BC = |x₂ - x₁| və AB² = AC² + BC² olduğundan bu nöqtələr arasındakı məsafənin düsturunu belə yazmaq olar:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

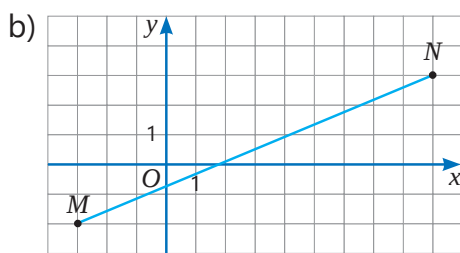
Bu düstur üfüqi və ya şaquli düz xətlər üzərində olan iki nöqtə üçün də doğrudur.



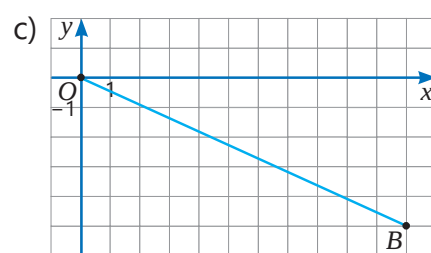
- 5 Pifaqor teoremindən istifadə edərək tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



$AB = ?$



$MN = ?$



$OB = ?$

- 6 İki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə edərək verilən nöqtələri birləşdirən parçanın uzunluğunu tapın.

NÜMUNƏ $A(-4; -3)$ və $B(4; 3)$

Həlli

$$AB = \sqrt{(4 - (-4))^2 + (3 - (-3))^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

Açıqlama

İki nöqtə arasındakı məsafənin düsturunda nöqtələrin koordinatları yazılır və AB parçasının uzunluğu hesablanır.

a) $A(-3; -2)$ və $B(5; 4)$

c) $M(-1; 4)$ və $N(-10; -11)$

e) $K(-4; 2)$ və $P(2; -6)$

b) $D(0; 0)$ və $E(7; 5)$

d) $E(12; -3)$ və $F(7; 9)$

f) $N(5; 14)$ və $L(-5; -10)$

- 7 Şəklə əsasən tələb olunan məsafələri tapın.

a) İki nöqtə arasındakı məsafə:

A və B

C və D

G və F

B və D

b) Nöqtədən koordinat başlanğıcına qədər məsafə:

A

B

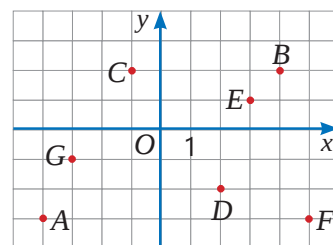
C

D

E

F

G



- 8 Təpə nöqtələri verilmiş üçbucağın tərəflərinin uzunluğunu tapın və üçbucağın növünü müəyyən edin.

a) $P(1; 5)$, $Q(1; 2)$, $R(5; 2)$

b) $A(1; 3)$, $B(3; -4)$, $C(-1; 0)$

c) $M(1; 4)$, $N(3; -2)$, $K(-3; 0)$



Səhvi düzəlt!

$M(-2; 5)$ və $N(3; -7)$ nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

$$MN = (3 - (-2))^2 + (-7 - 5)^2 = 5^2 + (-12)^2 = 169$$

$$MN = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (-7 - 3)^2} = \sqrt{49 + 100} = \sqrt{149}$$

- 9 Ox oxu üzərində a) $A(1; 5)$ və $B(5; 7)$; b) $A(-3; -2)$ və $B(5; 6)$ nöqtələrindən bərabər məsafədə olan M nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

Göstəriş: absis oxu üzərində $M(x; 0)$ nöqtəsi qeyd edərək $AM = MB$ olduğundan istifadə edin.

- 10 Ucları $A(-2; 3)$ və $B(4; -1)$ nöqtələrində yerləşən parçanın orta perpendikulyarı olan düz xətin tənliyinin necə yazıldığını izah edin. Bu qayda ilə verilən nöqtələri birləşdirən parçanın orta perpendikulyarının tənliyini yazın.

a) $M(-3; -4)$ və $N(2; 3)$

b) $C(-5; 1)$ və $D(6; -2)$

c) $G(0; 1)$ və $H(6; -3)$

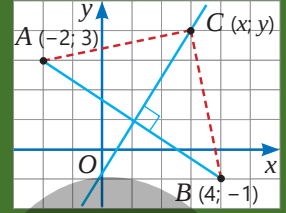
$$AC = BC$$

$$AC^2 = BC^2$$

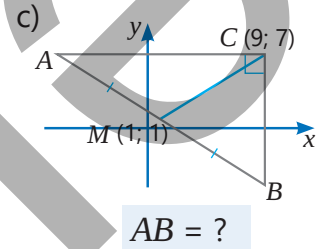
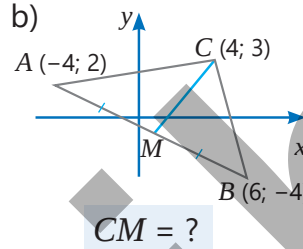
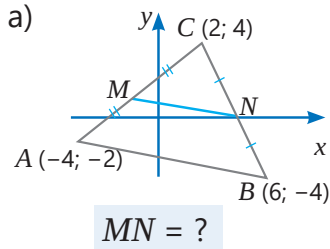
$$(x - (-2))^2 + (y - 3)^2 = (x - 4)^2 + (y - (-1))^2$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1$$

$$3x - 2y = 1$$



- 11 Təpə nöqtələri verilmiş üçbucaqda tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.

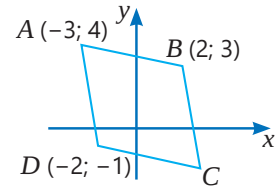


Məsələ həlli

- 12 ABC bərabəryanlı üçbucağının B və C təpə nöqtələri Oy oxuna nəzərən simmetrikdir. $A(0; 1)$ və $B(-4; -2)$ olarsa, üçbucağın perimetrini tapın.

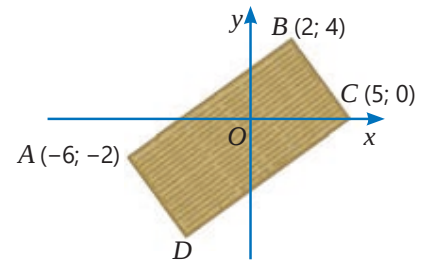
- 13 Şəkində $ABCD$ rombunun üç təpə nöqtəsinin koordinatları verilmişdir.

- Rombun perimetri nə qədərdir?
- C təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- Rombun diaqonallarının cəmini tapın.



- 14 Şəkində düzbucaqlı formasında əkin sahəsi təsvir olunub.

- Diaqonalların kəsişmə nöqtəsində suvarma sistemi quraşdırılması nəzərdə tutulur. Bu nöqtənin koordinatlarını tapın.
- D təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- $AB = 10$ km olarsa, suvarma sistemi təpə nöqtələrinin hər birindən hansı məsafədə yerləşər?



- 15 Adalar arasında sərnəşin daşınması üçün K və P limanlarından bərabər məsafədə yerləşən M limanı salındı.

- Üçüncü adada yerləşən M limanı verilən nöqtələrdən hansında salındı?

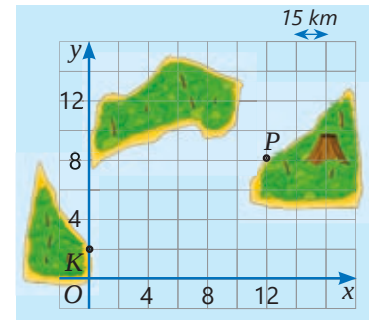
$M(4; 5)$

$M(6; 14)$

$M(4; 9)$

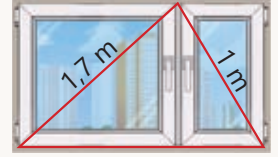
$M(10; 10)$

- Gəmi K limanından hərəkətə başlayaraq $K-M-P-K$ marşrutu ilə 60 km/saat orta sürətlə hərəkət edərsə, 3 saata yenidən K limanına qayıda bilərmə?

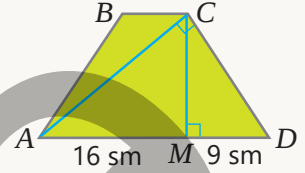


MƏSƏLƏLƏR

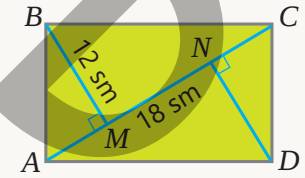
- 1 Düzbucaqlı formasında pəncərə laylarının diaqonalları uyğun olaraq 1,7 m və 1 m-dir. Layların eni 5 : 2 nisbətində, hündürlükləri isə eyni olarsa, pəncərənin ümumi sahəsi neçə kvadratmetrdir?



- 2 Diaqonalı yan tərəfinə perpendikulyar olan $ABCD$ bərabəryanlı trapesiyasında CM hündürlüyü çəkilib. $AM = 16$ sm, $MD = 9$ sm olarsa, trapesiyanın diaqonalının uzunluğunu və perimetrini tapın.

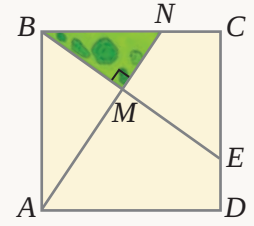


- 3 $ABCD$ düzbucaqlısının B və D təpə nöqtələrindən AC diaqonalına uzunluqları 12 sm olan BM və DN perpendikulyarları çəkilmişdir. Perpendikulyarların oturacaqları arasındakı məsafə 18 sm-dir.



- Düzbucaqlının diaqonalının uzunluğu nə qədərdir?
- Düzbucaqlının sahəsi nə qədərdir?

- 4 Sahəsi 400 m² olan kvadrat formasında həyətəyənı sahədə plandakı kimi perpendikulyar cığırılar açılaraq düzbucaqlı üçbucaq formasında bağça salınmışdır.

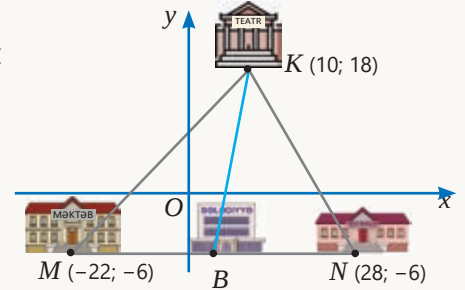


- $BN = 15$ m olarsa, AN cığırının uzunluğunu tapın.
- Bağçanın sahəsi nə qədərdir?

- 5 Radiusu 25 sm olan çevrədə uzunluqları 40 sm və 48 sm olan iki paralel vətər çəkilmişdir: a) vətlər mərkəzdən müxtəlif tərəflərdə; b) vətlər mərkəzdən eyni tərəfdə yerləşərsə, onlar arasındakı məsafə neçə santimetrdir?

- 6 $ABCD$ paraleloqramının simmetriya mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşir. $A(-6; -8)$ və $B(-3; 4)$ verilmiş paraleloqramın təpə nöqtələri olarsa, onun diaqonallarının uzunluqları cəmini tapın.

- 7 Şəhər planında M nöqtəsindəki məktəb, N nöqtəsindəki uşaq bağçası və B nöqtəsindəki bələdiyyə idarəsi bir düz xətt üzərində, teatr isə K nöqtəsində yerləşir. $MB = BN$, teatrdan məktəbə qədər məsafə 2 km olarsa, teatrdan bələdiyyə idarəsinə qədər məsafə nə qədərdir?

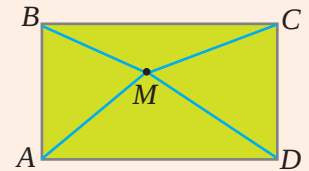


Riyazi üfüqlər

İsbat edin ki, $ABCD$ düzbucaqlısının daxilində verilmiş ixtiyari M nöqtəsi üçün $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$ doğrudur.

Göstəriş: M nöqtəsindən düzbucaqlının bütün tərəflərinə perpendikulyarlar çəkin və Pifaqor teoremini tətbiq edin.

- $AM = 17$ sm, $BM = 10$ sm, $DM = 25$ sm olarsa, CM parçasının uzunluğu nə qədərdir?

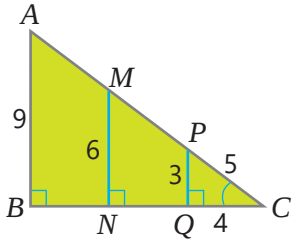


4.5. Düzbucaqlı üçbucaqda triqonometrik nisbətler

Araşdırma-müzakirə

ABC , MNC və PQC oxşar düzbucaqlı üçbucaqlarının hər birində C bucağına bitişik kateti, onun qarşısındakı kateti və hipotenuzu qeyd edin.

- Verilənlərə görə hər üçbucağı nəzərə almaqla cədvəli tamamlayın.
- Oxşar düzbucaqlı üçbucaqlarda bu nisbətlərin bərabərliyini necə əsaslandırmaq olar?



Bucaq Nisbət	$\angle ACB$	$\angle MCN$	$\angle PCQ$
$\frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\frac{AB}{AC} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$		
$\frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}}$			$\frac{QC}{PC} = \frac{4}{5}$



Açar sözlər

- triqonometrik nisbət
- sinus
- kosinus
- tangens

Öyrənmə İti bucağın sinusu, kosinusu və tangensi

Düzbucaqlı üçbucaqda tərəflərin nisbətinə **triqonometrik nisbətlər** deyilir. "Triqonometriya" sözü yunanca "üçbucaqların ölçülməsi" mənasını verir. Triqonometrik nisbətlər üçbucağın tərəfləri və bucaqları arasında münasibəti ifadə edir. Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın **sinusu**, **kosinusu** və **tangensi** əsas triqonometrik nisbətlərə aiddir.

• İti bucağın qarşısındakı katetin hipotenuza nisbəti həmin bucağın **sinusu** adlanır. A bucağının sinusu **$\sin A$** kimi yazılır.

$$\sin A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}} = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}$$

• İti bucağa bitişik katetin hipotenuza nisbəti bucağın **kosinusu** adlanır. A bucağının kosinusu **$\cos A$** kimi yazılır.

$$\cos A = \frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}} = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}$$

• İti bucağın qarşısındakı katetin bitişik katetə nisbəti həmin bucağın **tangensi** adlanır. A bucağının tangensi **$\tan A$** kimi yazılır.

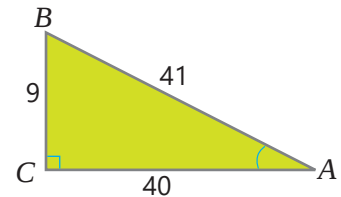
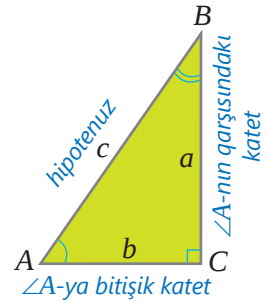
$$\tan A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{bitişik katet}} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$$

Məsələn, şəkilləki ABC üçbucağında A bucağı üçün əsas triqonometrik nisbətləri belə yazmaq olar:

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{9}{41}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{40}{41}$$

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{40}$$

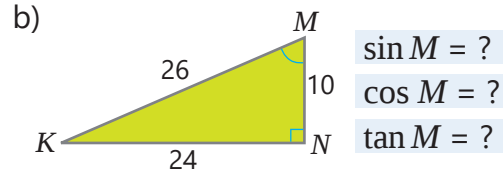
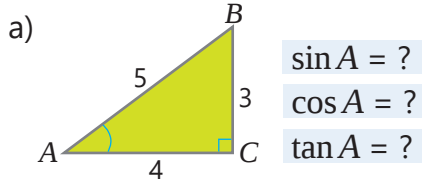


Fikirləş!

İti bucağın sinus və kosinusunun 1-dən böyük olmadığını necə izah etmək olar?
İti bucağın tangensi hansı halda 1-ə bərabər ola bilər?

Çalışma

- 1 Düzbucaqlı üçbucaqda tələb olunan triqonometrik nisbətləri tapın.



- 2 Şəkilə verilənlərə görə düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın tələb olunan triqonometrik nisbətini tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

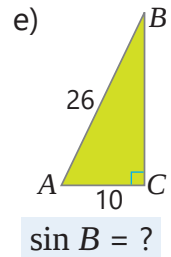
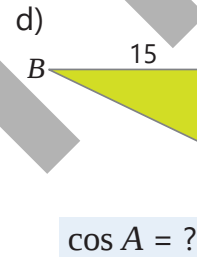
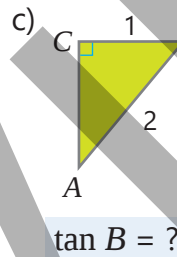
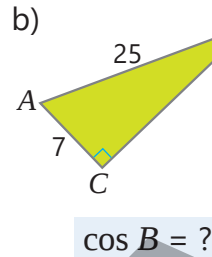
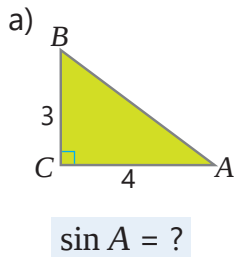
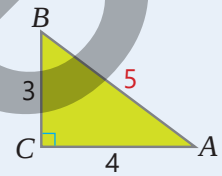
Həlli

$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Açıqlama

Pifaqor teoreminə görə hipotenuz tapılır.
 A bucağının sinusu tapılır.



- 3 Mülahizənin doğru və ya yanlış olduğunu müəyyən edin.

- a) İti bucağın sinusu 1,2-yə bərabər ola bilməz.
 b) İti bucağın kosinusu $\sqrt{3}$ -ə bərabər ola bilər.
 c) İti bucağın tangensi 1-dən böyük ola bilər.

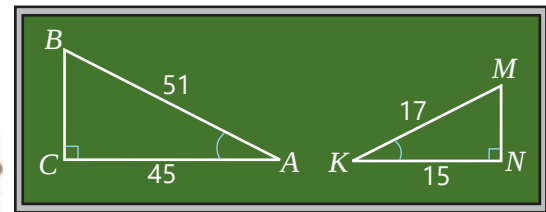
- 4 Lövhədəki üçbucaqlarla bağlı kimin fikri doğrudur? Cavabınızı əsaslandırın.

Samir

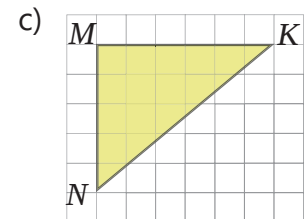
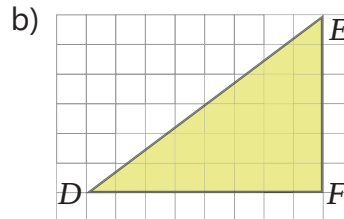
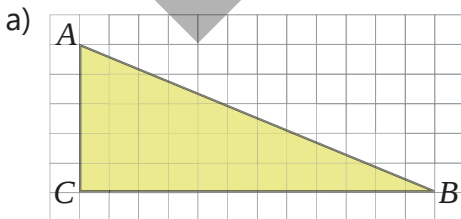
$\triangle ABC$ -nin tərəfləri
 $\triangle KMN$ -in uyğun
 tərəflərindən
 böyük olduğu üçün
 $\sin A > \sin K$

Aynur

$\triangle ABC \sim \triangle KMN$.
 $\angle A \cong \angle K$
 olduğu üçün
 $\sin A = \sin K$



- 5 Şəklə əsasən verilmiş düzbucaqlı üçbucaqda iti bucaqların sinus, kosinus və tangensini tapın.



- İti bucaqlardan birinin sinusunu digər iti bucağın kosinusu ilə müqayisə edin.



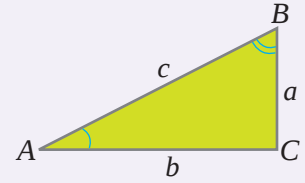
Yadda saxla!

Adətən, bucaq α , β (alfa, beta) və s. yunan hərfləri ilə işarə olunur. Məsələn, ABC üçbucağının iti bucaqları α və β olarsa, triqonometrik nisbətlərin tərifinə görə $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ və $\cos \beta = \frac{b}{c}$ olar. Buradan alınır ki,

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

Düzbucaqlı üçbucağın iti bucaqlarından birinin sinusu digərinin kosinusuna bərabərdir.

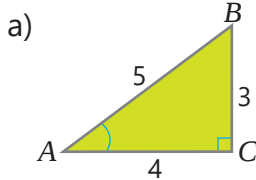
$\beta = 90^\circ - \alpha$ olduğuna əsasən $\sin \alpha = \cos \beta$ bərabərliyini belə də yazmaq olar: $\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$. Məsələn, iti bucaqlarından biri 40° olan düzbucaqlı üçbucağın digər iti bucağı 50° -yə bərabərdir. Deməli, $\sin 40^\circ = \cos 50^\circ$.



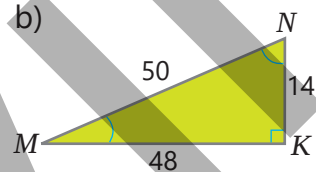
Fikirləş!

ABC üçbucağının iti bucaqları α və β olarsa, $\cos \alpha = \sin \beta$ bərabərliyinin doğruluğunu necə əsaslandırmaq olar?

- 6 Şəklə görə tələb olunan triqonometrik nisbətləri tapın. İti bucaqlardan birinin sinusunun digər iti bucağın kosinusuna bərabər olduğunu yoxlayın.



$$\begin{aligned} \sin A &= ? & \sin B &= ? \\ \cos A &= ? & \cos B &= ? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin M &= ? & \sin N &= ? \\ \cos M &= ? & \cos N &= ? \end{aligned}$$

- 7 Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın triqonometrik nisbəti verilmiş nisbətlərdən hansına bərabər olar?

a)	$\cos 12^\circ$	b)	$\sin 60^\circ$	c)	$\sin 12,8^\circ$
$\cos 58^\circ$	$\sin 12^\circ$	$\sin 78^\circ$	$\cos 60^\circ$	$\cos 30^\circ$	$\sin 30^\circ$
$\sin 77^\circ$	$\cos 77,2^\circ$	$\sin 77,2^\circ$			

- 8 Boş xanaya uyğun bucağın dərəcə ölçüsünü müəyyən edin.

a) $\sin 68^\circ = \cos \square$ b) $\cos 45^\circ = \sin \square$ c) $\sin \square = \cos 30^\circ$ d) $\cos \square = \sin 24,5^\circ$

- 9 Sadələşdirin.

a) $\sin 35^\circ - \cos 55^\circ$ b) $\frac{\cos 10^\circ}{\sin 80^\circ}$ c) $\frac{\sin 67^\circ}{\cos 23^\circ} + \frac{\cos 71^\circ}{\sin 19^\circ}$ d) $\frac{\cos 44^\circ + \sin 46^\circ}{\sin 46^\circ}$

- 10 MNK üçbucağında $\angle N = 90^\circ$ -dir. M və K bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın.

a) $MN = 0,6$ sm, $MK = 1$ sm c) $MN = 2\sqrt{2}$ dm, $NK = 2$ dm
b) $MN = 1,2$ mm, $NK = 3,5$ mm d) $NK = 11$ sm, $MK = 61$ sm

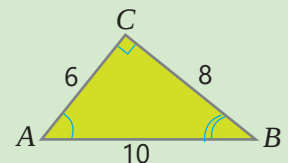


Səhvi düzəlt!

$$\sin A = \frac{10}{8} = 1,25$$

$$\cos B = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\tan A = \frac{6}{8} = 0,75$$





Riyaziyyat tarixindən

Qədim Misirdə və Hindistanda düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri və bucaqları arasındakı əlaqələrdən istifadə etmişlər. Hind alimləri hələ o dövrlərdə müxtəlif triqonometrik nisbətlərdən istifadə etmiş, triqonometriyanın əsasını qoymuşdular. Triqonometriyanın müstəqil bir elm sahəsi kimi formalaşmasında filosof, astronom, riyaziyyatçı, tarixçi, hüquqşünas və dövlət xadimi olan Nəsirəddin Tusinin xidməti böyükdür. O, triqonometriyanı sistemləşdirərək riyaziyyatın ayrıca bir sahəsinə çevirmişdir. Dünyanın müxtəlif kitabxanalarında Tusinin əsərlərinin əlyazmaları saxlanılır.



Nəsirəddin Tusi
(1201–1274)

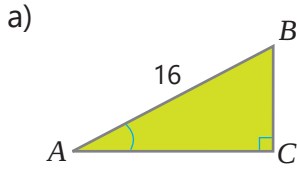
- 11 Verilmiş triqonometrik nisbətə əsasən boş xanaya uyğun tərəfi və ya triqonometrik nisbəti müəyyən edin.

a) $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $a = c \cdot \square$ $c = \frac{\square}{\sin \alpha}$

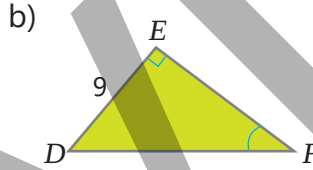
b) $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\square = c \cdot \cos \alpha$ $c = \frac{b}{\square}$

c) $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 $\square = b \cdot \tan \alpha$ $b = \frac{a}{\square}$

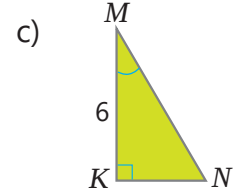
- 12 Verilmiş triqonometrik nisbətə əsasən düzbucaqlı üçbucağın tələb olunan tərəfini tapın.



$\sin A = \frac{5}{8}$ $BC = ?$

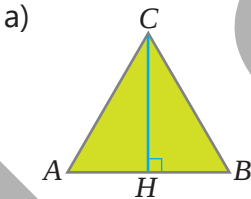


$\tan F = \frac{3}{4}$ $EF = ?$

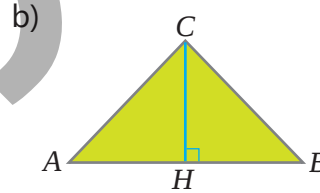


$\cos M = \frac{12}{13}$ $MN = ?$

- 13 ABC bərabəryanlı üçbucaqdır.



$AC = BC = 10$
 $\cos A = 0,5$
 $AB = ?$

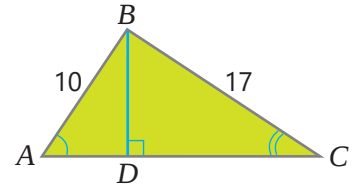


$AC = BC = 4\sqrt{2}$
 $\tan A = 1$
 $P_{\triangle ABC} = ?$

- 14 ABC üçbucağında BD hündürlüyü çəkilmişdir.

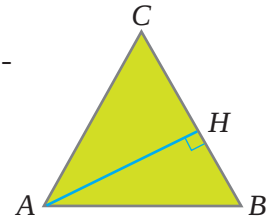
$AB = 10$ sm, $BC = 17$ sm, $\sin A = \frac{4}{5}$.

- a) BD hündürlüyünü tapın.
 b) AD və DC parçalarının uzunluqları neçə santimetrdir?
 c) C bucağının tangensini tapın.

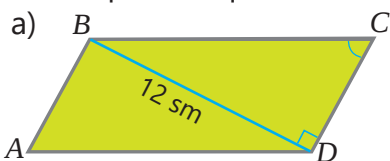


- 15 Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfinin uzunluğu 24 sm, yan tərəfləri arasındakı C bucağının sinusu isə 0,75-dir.

- AH hündürlüyü neçə santimetrdir?
 • Bu üçbucağın sahəsi nə qədərdir?



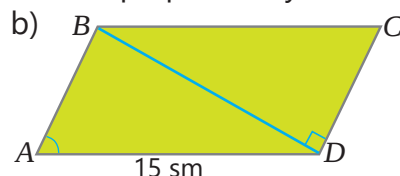
- 16 $ABCD$ paraleloqramının BD diaqonalı onun CD tərəfinə perpendikulyardır.



$$\sin C = \frac{12}{13}$$

$$AB = ?$$

$$BC = ?$$

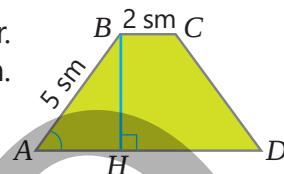


$$\cos A = 0,6$$

$$BD = ?$$

$$P_{ABCD} = ?$$

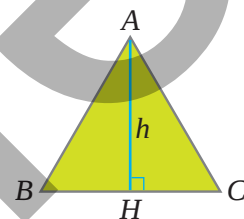
- 17 Bərabəryanlı $ABCD$ trapesiyasının kiçik oturacağı 2 sm, yan tərəfi 5 sm-dir. $\cos A = 0,6$ olarsa, trapesiyanın böyük oturacağını və hündürlüyünü tapın.



- 18 Bərabəryanlı üçbucağın oturacağı 20 sm-ə, oturacağa bitişik bucağın tangensi isə 2-yə bərabərdir. Bu üçbucağın sahəsini tapın.

- 19 Bərabərtərəfli ABC üçbucağının hündürlüyü $h = 4\sqrt{3}$ sm-dir.

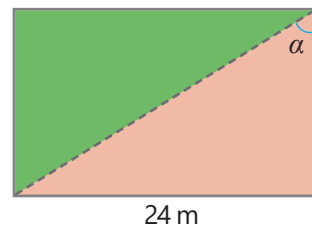
- a) B bucağının sinusunu və kosinusunu tapın.
b) ABC üçbucağının perimetri neçə santimetrdir?
c) ABH və ABC üçbucaqlarının sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?



Məsələ həlli

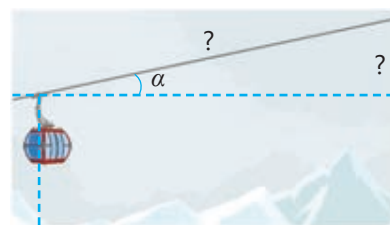


- 20 Şəkildə düzbucaqlı formasında torpaq sahəsinin planı təsvir olunub. Bağban bu sahəni bir hissəsində pomidor, digərində isə lobya şitili əkmək üçün diaqonal boyunca cığır açaraq iki hissəyə böldü. $\tan \alpha = 1,2$ olarsa, açılan cığırın uzunluğu neçə metrdir?

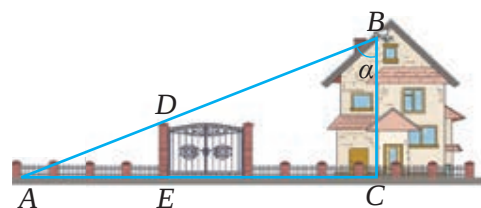


- 21 Yerdən 21 m yüksəklikdəki stansiyadan hərəkətə başlayan kabinə kanat xətti boyunca hərəkət edərək yerdən 81 m hündürlükdə olan digər stansiyaya çatdı.

- Stansiyaların yerdən hündürlükləri fərqi nə qədərdir?
- $\sin \alpha = 0,4$ olduğu məlumdursa, kanat xəttinin bu stansiyalar arasındakı uzunluğu neçə metrdir?

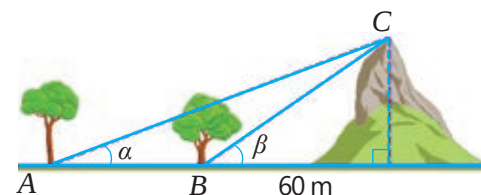


- 22 Evin qapısının üstündə yerdən 8 m hündürlükdə B kamerası quraşdırıldı. Bu kameranın α müşahidə bucağı AC məsafəsinə qədər nəzarət etməyə imkan verir. $DE = 3,2$ m, $EC = 12$ m olarsa, α müşahidə bucağının tangensini tapın.



- 23 Şəkildə qaya və ondan müəyyən məsafələrdə olan iki ağac təsvir olunub.

- $\tan \beta = 0,8$ olarsa, qayanın hündürlüyünü tapın.
- $\tan \alpha = \frac{8}{15}$ olarsa, iki ağac arasında məsafə neçə metrdir?

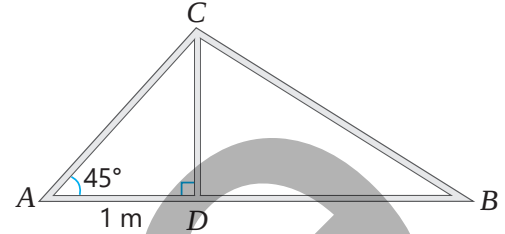


4.6. Düzbucaqlı üçbucaqda bəzi bucaqların triqonometrik nisbətləri

Araşdırma-müzakirə

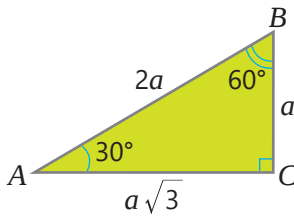
Şəkində dam örtükləri üçün düzəldilmiş metal konstruksiya təsvir olunub. Bu konstruksiyada AD dayəğının uzunluğu 1 m, AC və AD dayəqları arasındakı bucaq isə 45° -dir.

- CD dayəğının uzunluğu nə qədərdir? ADC üçbucağına görə $\tan 45^\circ = 1$ olduğunu necə izah etmək olar?
- $\sin B = 0,5$ olarsa, CB dayəğının uzunluğu neçə metrdir? CB və BD dayəqları arasındakı bucağın dərəcə ölçüsünü necə tapmaq olar?



Öyrənmə Dərəcə ölçüsü 30° , 45° , 60° olan bucaqların triqonometrik nisbətləri

- Bucaqları $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ olan ABC düzbucaqlı üçbucağında 30° -li bucaq qarşısındakı katet a olduqda bu bucağa bitişik katet $a\sqrt{3}$, hipotenuz isə $2a$ olur. Tərifə görə 30° -li və 60° -li bucaqların əsas triqonometrik nisbətlərini belə tapmaq olar.



$$\sin 30^\circ = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

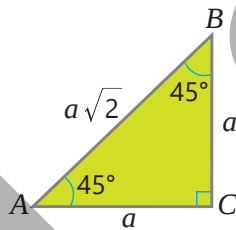
$$\tan 30^\circ = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$$

- Bucaqları $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ olan düzbucaqlı üçbucaqda katetlərin hər biri a olduqda hipotenuz $a\sqrt{2}$ olur. Tərifə görə 45° -li bucağın əsas triqonometrik nisbətlərini belə tapmaq olar.



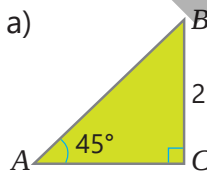
$$\sin 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

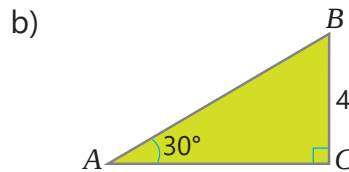
$$\tan 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$

Çalışma

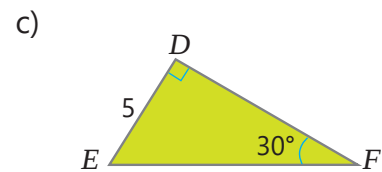
- 1 Boş xanalara uyğun ədədləri müəyyən etməklə triqonometrik nisbətləri tapın.



$$\sin 45^\circ = \frac{2}{\boxed{}}$$



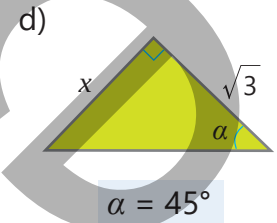
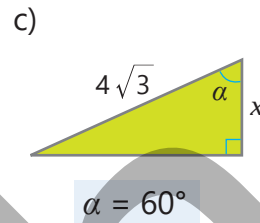
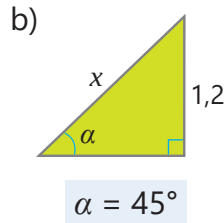
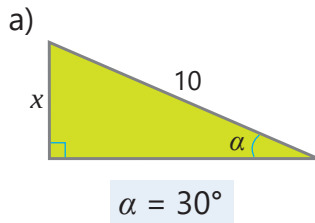
$$\sin 30^\circ = \frac{4}{\boxed{}} \quad \tan 60^\circ = \frac{\boxed{}}{4}$$



$$\tan 30^\circ = \frac{5}{\boxed{}} \quad \cos 60^\circ = \frac{5}{\boxed{}}$$

- 2 Verilən üçbucaqda dəyişənlə işarə edilmiş tərəfi α bucağının triqonometrik nisbəti ilə ifadə edin. α -nın verilmiş qiymətlərində bu ifadənin qiymətini tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli	
Həlli	Açıqlama
$\sin \alpha = \frac{x}{10}$ $x = 10 \cdot \sin \alpha$ $x = 10 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5$	Sinusunun tərifinə görə x ilə işarə edilmiş tərəf α bucağının sinusu ilə ifadə edilir. İfadənin qiyməti tapılır.



- 3 İfadənin qiymətini tapın.

a) $1 + \sin 30^\circ$

c) $8 \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ$

e) $4 \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ$

g) $2 \sin 30^\circ + \tan 45^\circ$

b) $\tan 45^\circ + \cos 60^\circ$

d) $3 \tan 60^\circ - 4 \cos 30^\circ$

f) $\tan 45^\circ - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 30^\circ$

h) $\frac{2 \cos 60^\circ - \tan 45^\circ}{3 \tan 30^\circ}$



Yadda saxla!

Dərəcə ölçüsü verilmiş hər hansı bucağın triqonometrik nisbətlərini elmi kalkulyator vasitəsilə tapmaq mümkündür. Məsələn, 30° -li bucağın kosinüsünü müasir smartfonların kalkulyator tətbiqində düymələri bu ardıcılıqla basmaqla tapmaq olar.

$\cos 30 =$



$\cos 30^\circ \approx 0,866$



- 4 Kalkulyatordan istifadə etməklə triqonometrik nisbəti hesablayın.

a) $\sin 18^\circ$

c) $\sin 7^\circ$

e) $\cos 55^\circ$

g) $\tan 65^\circ$

i) $\cos 40^\circ$

k) $\tan 25^\circ$

b) $\cos 23^\circ$

d) $\tan 33^\circ$

f) $\cos 52^\circ$

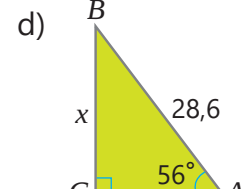
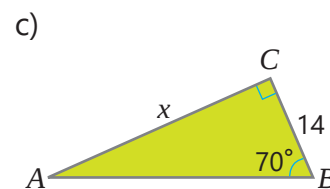
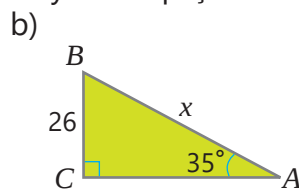
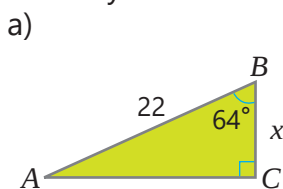
h) $\sin 81^\circ$

j) $\sin 69^\circ$

l) $\cos 12^\circ$



- 5 Uyğun triqonometrik nisbətdən istifadə etməklə məchul tərəfin uzunluğunu tapın. Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Öyrənmə Triqonometrik eyniliklər

- Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın sinusu ilə kosinusunun kvadratları cəmi 1-ə bərabərdir.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Bu bərabərliyə əsas triqonometrik eynilik deyilir.

Triqonometrik nisbətlərin tərifindən və Pifaqor teoremindən istifadə etməklə bu eyniliyi belə isbat etmək olar.

ABC düzbucaqlı üçbucağında $\sin \alpha = \frac{b}{c}$, $\cos \alpha = \frac{a}{c}$ və $a^2 + b^2 = c^2$ olduğundan alınır ki,

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{b}{c}\right)^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^2 = \frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Xüsusi halda $\alpha = 60^\circ$ olduqda əsas triqonometrik eyniliyi belə də yoxlamaq olar.

$$\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

- Düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın tangensi həmin bucağın sinusunun kosinusuna nisbətində bərabərdir.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Doğrudan da, ABC düzbucaqlı üçbucağında $a = c \cdot \sin \alpha$ və $b = c \cdot \cos \alpha$ olduğundan alınır ki,

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{c \cdot \sin \alpha}{c \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

Məsələn, $\sin \alpha = 0,6$ və $\cos \alpha = 0,8$ olduqda α bucağının tangensini belə də tapmaq olar:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75.$$

- 6 Boş xanaya uyğun bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.

a) $\sin^2 \square + \cos^2 40^\circ = 1$

c) $\cos^2 \square + \sin^2 28^\circ = 1$

e) $\sin^2 26^\circ = 1 - \cos^2 \square$

b) $\tan 15^\circ = \frac{\sin \square}{\cos \square}$

d) $\tan \square = \frac{\sin \square}{\cos 46^\circ}$

f) $\cos^2 62^\circ = 1 - \sin^2 \square$

- 7 Əsas triqonometrik eyniliyə əsasən bir nisbətə görə verilənlər arasından digərini tapın.

a)

$$\sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

b)

$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{13}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}$$



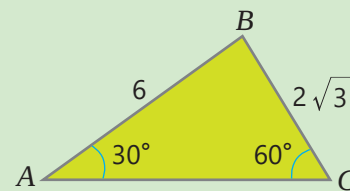
Səhvi düzelt!

Şəkildə verilənlərə görə:

$$\sin 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

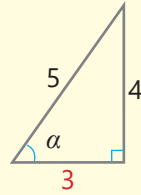
$$\text{Deməli, } \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}$$



- 8 Bucağın triqonometrik nisbətələrindən biri məlum olduqda digərini tapmaq olar. Elxan $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ olduqda α bucağının kosinusunu belə tapdı. Onun həll üsulunu müzakirə edin.



α bucağının qarşısındakı kateti 4, hipotenuzu 5 olan düzbucaqlı üçbucaq çəkərim. Pifaqor teoreminə əsasən digər kateti taparam: $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.
 α bucağının kosinusunu bitişik katetin hipotenuza nisbətinə bərabərdir: $\cos \alpha = \frac{3}{5}$



- Bu üsuldən istifadə edərək triqonometrik nisbətlərdən biri məlum olduqda digərlərini tapın.

a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$
 $\cos \alpha = ?$
 $\tan \alpha = ?$

b) $\cos \alpha = \frac{9}{41}$
 $\tan \alpha = ?$
 $\sin \alpha = ?$

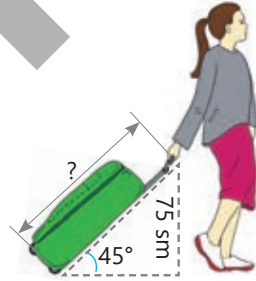
c) $\tan \alpha = \frac{8}{15}$
 $\cos \alpha = ?$
 $\sin \alpha = ?$

- Alınan nəticələrin doğruluğunu $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ və $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ eyniliklərinə əsasən yoxlayın.

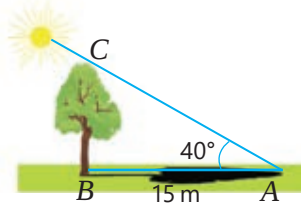
Məsələ həlli



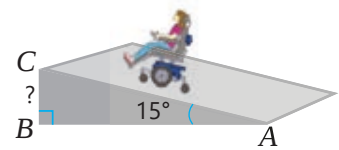
- 9 Çamadan tutacağından dartılaraq təkərlə hərəkət etdirilir. Turist çamadanın tutacağından tutub əli yerdən 75 sm hündürlükdə olmaqla hərəkət etdirdikdə çamadan yerlə 45° -li bucaq əmələ gətirir. Çamadanın tutacağıyla birlikdə uzunluğu neçə santimetrdir? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



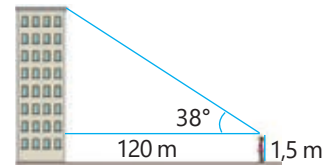
- 10 Günəş şüaları yerlə 40° -li bucaq əmələ gətirdikdə ağacın kölgəsinin uzunluğu 15 m olarsa, ağacın hündürlüyü nə qədərdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



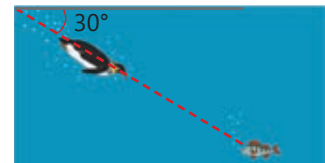
- 11 Əlil arabası üçün keçidin maili hissəsi yer ilə 15° -li bucaq əmələ gətirir. Bu keçid üzərində 2 m yol gedən əlil arabası yerdən neçə santimetr hündürlükdə olar? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 12 Binadan 120 m məsafədə dayanan Samir yerdən 1,5 m hündürlükdən baxdıqda binanın ən hündür hissəsini 38° -li bucaq altında görür. Binanın hündürlüyü təqribən neçə metrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 13 Pinqvin suya 30° -li bucaq altında dalıb suyun səthindən 12 m dərinlikdəki balıq istiqamətində 1,5 m/san sürətlə üzür. Pinqvin balığa neçə saniyəyə çatır?



XÜLASƏ

Pifaqor teoremi

Pifaqor üçlüyü

a	b	c
3	4	5
5	12	13

$c^2 = a^2 + b^2$

Pifaqor teoreminin tərsi də doğrudur.

Pifaqor teoremi və üçbucağın növü

$c^2 = a^2 + b^2$ düzbucaqlı üçbucaq

$c^2 < a^2 + b^2$ itibucaqlı üçbucaq

$c^2 > a^2 + b^2$ korbucaqlı üçbucaq

Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər

$\triangle BDC \sim \triangle CDA \sim \triangle BCA$

$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$

$AC = \sqrt{AD \cdot AB}$

$BC = \sqrt{BD \cdot AB}$

Parçanın orta nöqtəsi. İki nöqtə arasındakı məsafə

$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Düzbucaqlı üçbucaqlar (xüsusi hallar)

60° 30° $2a$ $a\sqrt{3}$ a

45° 45° $a\sqrt{2}$ a a

Əsas triqonometrik nisbətlər

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$

$\cos \alpha = \frac{b}{c}$

$\tan \alpha = \frac{a}{b}$

30°, 45°, 60°-li bucaqların triqonometrik nisbətləri

α	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Triqonometrik eyniliklər

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

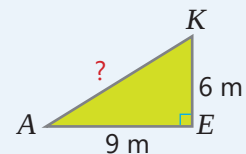
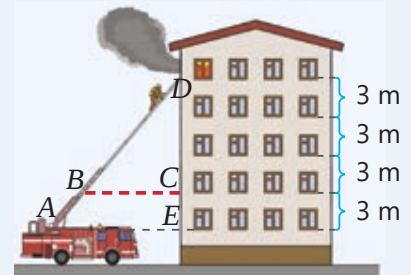
İkinci problemin həlli

- Yanğınsöndürənin 5-ci mərtəbəyə çatması üçün daha neçə metr qalxmalı olduğu tapılır. Şəklə əsasən müəyyən olunur ki, $DE = 12$ m, $DC = 9$ m.

$\triangle ADE \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{DE}{DC} \Rightarrow \frac{15}{BD} = \frac{12}{9} \Rightarrow BD = 11,25$ m

- Nərdivanı 3-cü mərtəbənin pəncərəsinə söykəmək üçün təqribən neçə metr uzunluqda açmaq lazım olduğu tapılır.

$AK^2 = AE^2 + KE^2 = 9^2 + 6^2 = 117$ və $AK = \sqrt{117} \approx 10,8$ m.



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

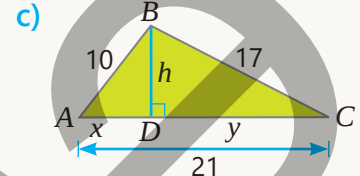
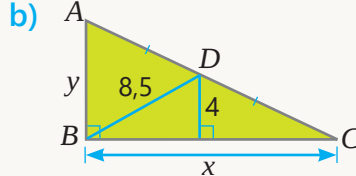
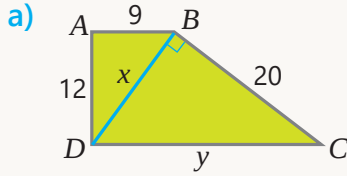
1. Tərəflərinin uzunluğu verilmiş üçbucağın bucağına görə növünü müəyyən edin.

- a) 5 sm, 6 sm, 7 sm b) 12 m, 13 m, $\sqrt{85}$ m c) 7 mm, 24 mm, 25 mm d) 3 m, $\sqrt{19}$ m, $2\sqrt{2}$ m

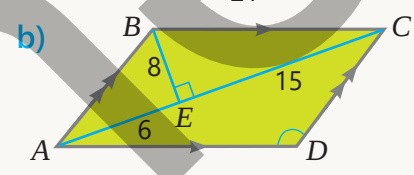
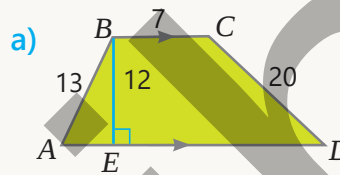
2. Təpələri verilmiş nöqtələrdə olan üçbucağın tərəflərini tapın. Üçbucağın bucağına görə növünü müəyyən edin.

- a) $A(0; -2), B(1; 2), C(-3; 1)$ b) $M(8; 0), N(8; 5), K(-4; 0)$ c) $P(5; -3), Q(-4; 9), R(13; 3)$

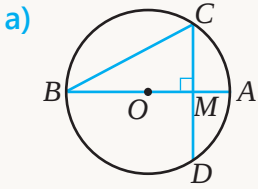
3. Şəklə əsasən dəyişənlərlə işarə edilən parçaların uzunluğunu tapın.



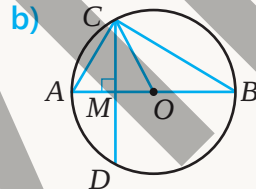
4. Şəkində verilən $ABCD$ dördbucaqlısının perimetrini və sahəsini tapın.



5. Şəkində verilənlərə görə tələb olunan parçanın uzunluğunu tapın.



$BM = 8$ sm
 $BC = 10$ sm
 $AB = ?$

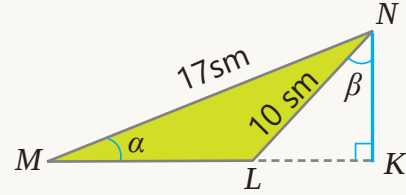


$AC = 20$ sm
 $OC = 20$ sm
 $CD = ?$

6. MNL üçbucağında NK hündürlüyü çəkilmişdir.

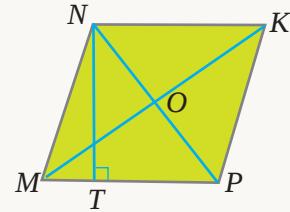
$MN = 17$ sm, $NL = 10$ sm, $\tan \beta = 0,75$.

- a) NK hündürlüyü neçə santimetrdir?
b) α bucağının sinus, kosinus və tangensini tapın.
c) MNL üçbucağının perimetrini və sahəsini tapın.

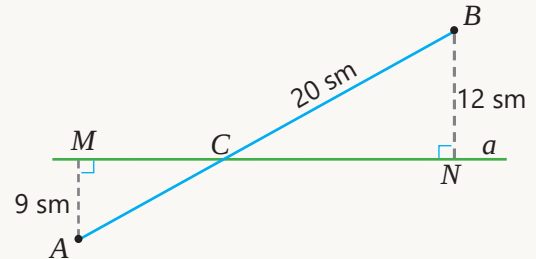


7. $MNKP$ rombunun diaqonalları 12 sm və 16 sm-dir.

- Rombun tərəfi neçə santimetrdir?
- MT və TP parçalarının uzunluğunu tapın.
- NT hündürlüyü neçə santimetrdir?



8. AB parçası a düz xəttini C nöqtəsində kəsir. Parçanın uc nöqtələrindən düz xəttə perpendikulyarlar çəkilmişdir. $AM = 9$ sm, $BN = 12$ sm, $BC = 20$ sm olarsa, MN parçasının uzunluğu nə qədərdir? Məsələni iki üsulla həll edin.

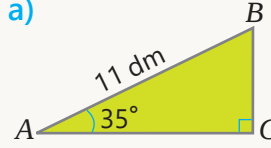


9. Ucları $M(2; 5)$ və $N(6; 9)$ nöqtələrində yerləşən MN parçasının orta perpendikulyarı olan düz xətt $P(8; 3)$ nöqtəsindən keçir. Bu düz xəttin tənliyini yazın.

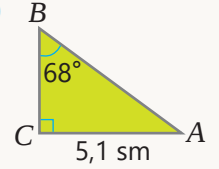


10. Şəkilə verilənlərə görə üçbucağın verilməyən tərəflərinin uzunluqlarını tapın. Cavabları ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a)



b)



11. Boş xanaya verilən bucaqlardan uyğun olanı tapın.

a)

$$\cos^2 23^\circ = 1 - \sin^2 \square$$

67° 30° 23°

b)

$$\tan 50^\circ = \frac{\cos 40^\circ}{\cos \square}$$

40° 50° 70°

c)

$$\cos^2 10^\circ + \cos^2 \square = 1$$

10° 20° 80°

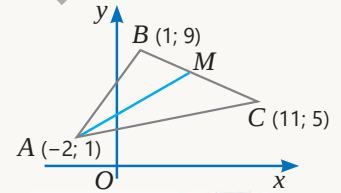
12. Düzbucaqlının təpə nöqtəsindən diaqonalına çəkilmiş hündürlük diaqonalı uzunluqları 8 sm və 18 sm olan iki hissəyə bölür. Düzbucaqlının sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?

13. MN düz xəttindən 5,6 sm məsafədə olan A nöqtəsindən bu düz xəttə AK perpendikulyarı və AB maili çəkilmişdir. $AB = 11,2$ sm olarsa, A və B bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın.

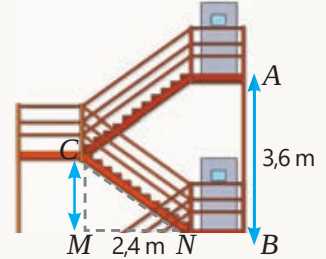
14. Düzbucaqlının tərəfləri 5 sm və 12 sm-dir. Onun diaqonalının böyük tərəflə əmələ gətirdiyi bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

15. $ABCD$ bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalı yan tərəfinə perpendikulyardır. Trapesiyanın AD oturacağına CM hündürlüyü çəkilib. $AD = 25$ sm, $BC = 7$ sm olarsa, trapesiyanın hündürlüyü və diaqonalı neçə santimetrdir?

16. Tərələri verilmiş nöqtələrdə olan üçbucağın A tərəsindən çəkilən AM medianının uzunluğu neçə vahiddir?

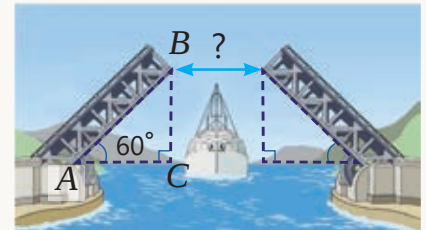


17. Binanın iki mərtəbəsi arasındakı məsafə 3,6 metrdir. C köməkçi platforması iki mərtəbə arasında düz ortada yerləşmişdir. Pilləkənin altında sxematik olaraq verilən CMN düzbucaqlı üçbucağının bir kateti 2,4 metrə bərabərdir. İki mərtəbə arasında pilləkənin uzunluğu neçə metrdir?



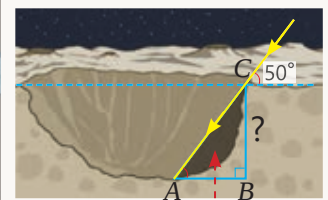
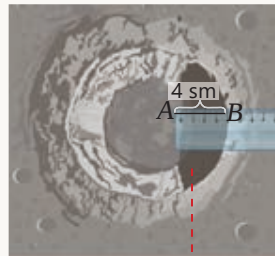
18. Körpünün açılan hissələrinin hər biri 56 m uzunluğundadır.

- Körpü 60° -li bucaq altında açıldıqda onun B nöqtəsi ilkin səviyəsindən hansı hündürlüyə qalxar?
- Körpünün açılmış hissələri arasında məsafə neçə metr olar?



19. Ayın səthindəki kraterlərin dərinliyini onların dibinə düşən kölgənin uzunluğuna əsasən müəyyən etmək olar. Kraterin 1 : 10000 miqyası ilə çəkilmiş fotosəkilində kölgənin uzunluğu AB parçası ilə göstərilmişdir.

- $AB = 4$ sm olarsa, kölgənin həqiqi uzunluğu nə qədərdir?
- Günəş şüası Ay səthi ilə 50° -li bucaq əmələ gətirərsə, kraterin dərinliyi təqribən neçə metrdir? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.





Riyazi kaleydoskop

1. İsbat edin.

a) $\overline{ab} + \overline{ba}$ cəmi 11-ə bölünür. b) $\overline{ababab}$ ədədi 7-yə, 13-ə və 37-yə bölünür.

2. Tənliyi həll edin.

a) $x(x + 1) = 2024 \cdot 2025$ b) $x(x + 3) = 2023 \cdot 2026$ c) $(x - 3)(x - 2) = 2024 \cdot 2025$

3. Şəkildə iki kvadrat çəkilmişdir. Kvadratların tərəfləri natural ədədlərlə ifadə olunur. Rənglənmiş hissənin sahəsi 13 olarsa, hər iki kvadratın perimetrini tapın.



4. Muzeyin böyük zalında hadisə baş verdi. Zalda işləyən dörd növbətçinin ifadəsi belə oldu:

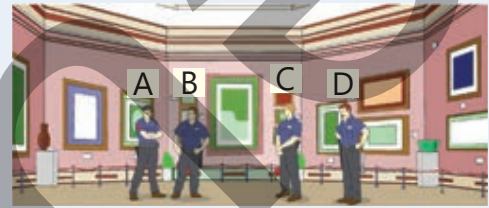
A: – B, C və D zalda idilər.

B: – A, C və D zalda deyildilər.

C: – A və B yalan danışdılar.

D: – A, B və C doğru danışdılar.

Onlardan neçəsi doğru danışdı?

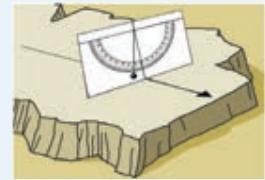


5. Boyu 1,8 m olan adam 3 m hündürlükdə olan işıq dirəyindən 4 m məsafədə hərəkətə başladı. O, dirəkdən 2 m/san sürətlə uzaqlaşarsa, onun başının kölgəsi hansı sürətlə hərəkət edir?



"KLİNOMETR"

Klinometr meyil bucağını ölçmək üçün istifadə olunan alətdir. İlk klinometrlər sadə idi: yük asılmış ip səthin üfüqdən meyil bucağını göstərirdi. Bu cihazlardan, əsasən, dənizçilər və geodezistlər istifadə edirdilər.



Müasir dövrümüzdə daha dəqiq ölçmələr aparan rəqəmsal klinometrlər istifadə olunur. Bu cihazlar tikintidə, aviasiyada, geologiyada və s. sahələrdə geniş işlədilir. Rəqəmsal klinometrlər bu gün hətta smartfonlarda da tətbiqi proqramlar kimi quraşdırılmışdır. Klinometr alətini ev şəraitində də düzəltmək və onun vasitəsilə hündürlükləri hesablamaq mümkündür.

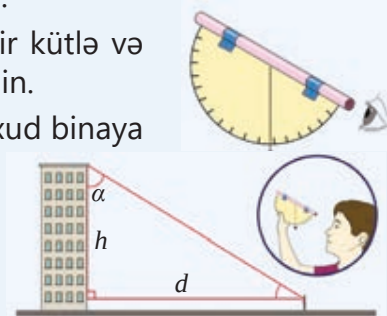
1. Şirə içmək üçün istifadə olunan çöp, transportir, yapışqan, kiçik bir kütlə və ipdən istifadə etməklə klinometri necə düzəltməyi araşdırın və düzəldin.

2. Düzəltdiyiniz klinometrdən istifadə etməklə ağac, bayraq dirəyi, yaxud binaya qədər məsafəni bilməklə bu obyektlərin hündürlüklərini hesablayın.

$$h = \frac{d}{\tan \alpha}$$

• Eyni üsul ilə obyektin hündürlüyünü bilməklə onlara qədər məsafəni də hesablamaq olar.

3. Yer səthində obyektlər arasında, həmçinin göy cisimlərinə qədər məsafələri ölçmək üçün istifadə edilən müasir texnologiyalarla bağlı araşdırma aparın və təqdimat hazırlayın.



BİRİNCİ YARIMİL ÜZRƏ ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

Çətinlik dərəcəsi nisbətən yüksək olan məsələlər "***" işarəsi ilə qeyd edilmişdir.

- 1 Boş xanalara uyğun elə ədədlər tapın ki, verilmiş nöqtələr $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə aid olsun.

$$(-1,2; \square) \quad (\square; 0,16) \quad (-2\frac{3}{4}; \square)$$

$$(0,(5); \square) \quad (\frac{7}{8}; \square) \quad (\square; 0,(4))$$

- 2 İfadənin qiymətini tapın.

$$\text{a) } \sqrt{7 + \sqrt{81}} \quad \text{e) } \sqrt{20^2 + 9 \cdot 5^2}$$

$$\text{b) } \sqrt{79 - \sqrt{225}} \quad \text{f) } (3\sqrt{7})^2 - 8(\sqrt{12})^2$$

$$\text{c) } \frac{1}{5} \cdot \sqrt{400} - 0,02 \cdot \sqrt{2500}$$

$$\text{d) } \frac{1}{50}(\sqrt{25})^2 - \left(\frac{1}{7}\sqrt{49}\right)^2$$

- 3 Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini tapın.

$$\text{a) } x = -1; 4; 20 \text{ olduqda } \sqrt{3x + 4}$$

$$\text{b) } x = -6; -2; 1 \text{ olduqda } \sqrt{6 - 5x}$$

$$\text{c) } x = -6,5; 3,5 \text{ olduqda } \sqrt{0,5x + 7,25}$$

- 4 İfadənin qiymətinin müsbət və ya mənfəi ədəd olduğunu müəyyən edin.

$$\text{a) } \sqrt{3} - 3 \quad \text{c) } -\sqrt{15} + 2\sqrt{5}$$

$$\text{b) } -2\sqrt{3} + 4 \quad \text{d) } 0,5\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$$

- 5 $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikini qurun. Eyni koordinat sistemində tənliyi verilmiş düz xətti çəkin və onun $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki ilə kəsişib-kəsişmədiyini müəyyən edin. Kəsişirsə, kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını yazın.

$$\text{a) } y = -3 \quad \text{b) } y = 2 \quad \text{c) } y = 0$$

- 6 Sahəsi 150 sm^2 olan taxta materialdan kvadrat formasında lövhə kəsdilər. Materialın 4%-i itkiyə getdi. Alınan lövhənin tərəfi neçə santimetrdir?

- 7 İfadəni sadələşdirin.

$$\text{a) } (\sqrt{8} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$$

$$\text{b) } (3\sqrt{6} - 4)(3 + 2\sqrt{6})$$

$$\text{c) } (\sqrt{7} - 1)(2\sqrt{7} - 8) + 9\sqrt{7}$$

$$\text{d) } (-2\sqrt{8} + 11)(4\sqrt{2} + 11)$$

$$\text{e) } \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{2}}$$

$$\text{f) } \frac{(\sqrt{12} + 2\sqrt{2})^2 - 8\sqrt{6}}{(\sqrt{15} - \sqrt{5})^2 + 10\sqrt{3}}$$

$$\text{g) } (7 + 4\sqrt{3})(2 - \sqrt{3})^2$$

$$\text{h) } \sqrt{\sqrt{26} - 5} \cdot \sqrt{\sqrt{26} + 5}$$

$$\text{i) } (2 - \sqrt{5})^2 - (3 + \sqrt{5})^2$$

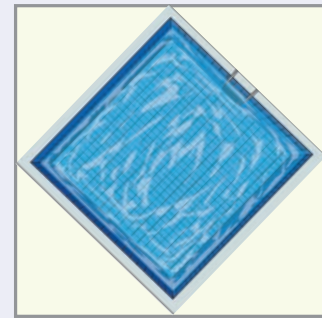
$$\text{j) } (3 - 2\sqrt{7})^2 + (3 + 2\sqrt{7})^2$$

- 8 Sıralayın.

$$\text{a) Artan sıra ilə: } 3\sqrt{3} \quad \sqrt{28} \quad 6 \quad 2\sqrt{8}$$

$$\text{b) Azalan sıra ilə: } -3\sqrt{3} \quad -2\sqrt{11} \quad -\sqrt{41} \quad -6$$

- 9 Sahəsi 98 m^2 olan ərazi kvadrat formasındadır. Bu kvadratin tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirməklə alınan hissədə hovuz tikildi.



- a) Hovuzun perimetri neçə metrdir?
b) Hovuzun dərinliyi $1,7 \text{ m}$ olarsa, onu tam doldurmaq üçün neçə kubmetr su lazımdır?

10 İfadənin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{(\sqrt{12}-7)^2}$ c) $|\sqrt{5}+3|+|\sqrt{5}-3|$
b) $\sqrt{(11-\sqrt{5})^2}$ d) $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-7)^2}$
e) $|\sqrt{26}-5|+\sqrt{(\sqrt{26}-7)^2}$
f) $\sqrt{(\sqrt{6}-4)^2}+\sqrt{(\sqrt{6}+3)^2}$
g) $(\sqrt{6+2\sqrt{5}})^2-(\sqrt{6-2\sqrt{5}})^2$

11 İfadəni sadələşdirin.

$x > 0$ olduqda

- a) $\sqrt{25x^2}$ b) $-4 \cdot \sqrt{8x^2}$ c) $0,5 \cdot \sqrt{36x^2}$

$x < 0$ olduqda

- a) $\sqrt{16x^2}$ b) $-\sqrt{24x^2}$ c) $1,2 \cdot \sqrt{49x^2}$

12 $a = m + n$ və $b = mn$ olarsa, isbat edin ki:

- a) $m > 0, n > 0$ olarsa, $\sqrt{a+2\sqrt{b}} = \sqrt{m} + \sqrt{n}$;
b) $m > n > 0$ olarsa, $\sqrt{a-2\sqrt{b}} = \sqrt{m} - \sqrt{n}$

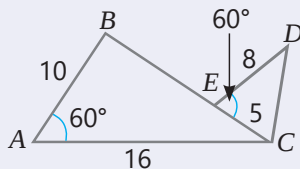
13 Boş xanalara uyğun ədədləri müəyyən edin.

- a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = \square + 2\sqrt{6}$
b) $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \square - \sqrt{3}$
c) $3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - \square)^2$
d) $(\sqrt{10-2\sqrt{21}} = \sqrt{\square} - \sqrt{\square}$

14 İfadənin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$ c) $\sqrt{11+2\sqrt{30}}$
b) $\sqrt{12-2\sqrt{35}}$ d) $\sqrt{16+2\sqrt{55}}$

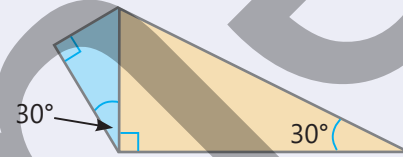
15 BE parçası CD parçasından 2 sm uzun olarsa, ABC üçbucağının perimetri neçə santimetrdir?



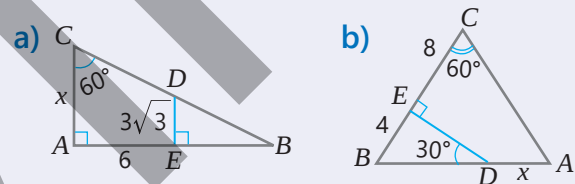
16 Kəsrlerin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin və ifadənin qiymətini tapın.

- a) $\frac{1}{5-2\sqrt{6}} + \frac{1}{5+2\sqrt{6}}$
b) $\frac{1}{3\sqrt{2}+4} - \frac{1}{3\sqrt{2}-4}$
c) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

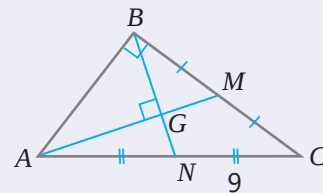
17 Şəkindəki iki düzbucaqlı üçbucaqdan birinin hipotenuzu digərinin kiçik katetinə bərabərdir. Bu üçbucaqların oxşarlıq əmsalını tapın.



18 ABC üçbucağında verilənlərə görə x-i tapın.

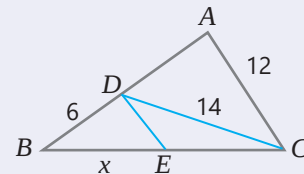


19* G nöqtəsi ABC üçbucağının ağırlıq mərkəzi olarsa, AB tərəfinin uzunluğunu tapın.

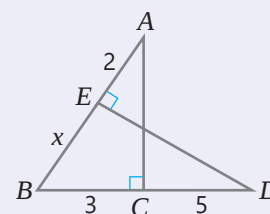


20 Verilənlərə görə x-i tapın.

a) $\angle A = \angle BDE$ və $\angle B = \angle ACD$

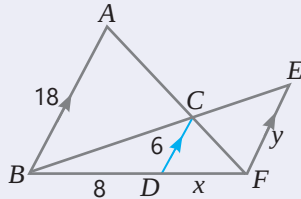


b) $DE \perp AB$ və $AC \perp BD$



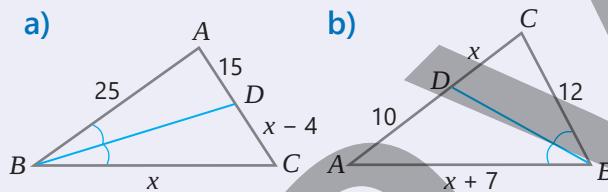
- 21) ABC üçbucağının AD tən böləni BC tərəfini CD və BD parçalarına bölür. $CD = 4,5$ sm, $BD = 13,5$ sm. ABC üçbucağının perimetri 42 sm olarsa, AB və AC tərəflərinin uzunluğunu tapın.

- 22) $AB \parallel CD \parallel EF$ olarsa, dəyişənlə işarə edilmiş parçaların uzunluğunu tapın.

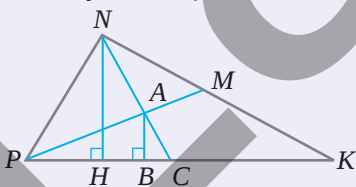


- 23) MNK üçbucağının MN , NK və MK tərəfləri üzərində uyğun olaraq D , E və F nöqtələri elə qeyd edilmişdir ki, $MDEF$ rombu əmələ gəlmişdir. $MN = 7,5$ sm, $NK = 6$ sm, $MK = 5$ sm olarsa, NE və EK parçalarının uzunluğunu tapın.

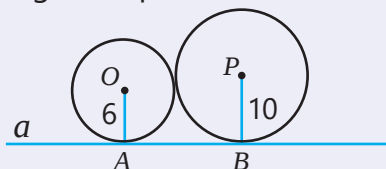
- 24) BD parçası ABC üçbucağının tən bölənidir. ABC üçbucağının perimetrini tapın.



- 25) A nöqtəsi PNK üçbucağının medianlarının kəsişmə nöqtəsidir. A nöqtəsindən PK tərəfinə qədər olan məsafə 2 sm olarsa, NH hündürlüyünü tapın.



- 26) Mərkəzləri O və P nöqtəsində olan çevrələr xaricdən toxunur. a düz xətti bu çevrələrə A və B nöqtələrində toxunur. AB parçasının uzunluğunu tapın.



- 27) $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyi üçün isbat edin ki:

• $a + b + c = 0$ şərti ödənərsə, bu tənliyin kökləri $x_1 = 1$ və $x_2 = \frac{c}{a}$ olur.

• $a - b + c = 0$ şərti ödənərsə, bu tənliyin kökləri $x_1 = -1$ və $x_2 = -\frac{c}{a}$ olur.

- 28) Tənliyin köklərindən birinin 1, yaxud -1 olduğunu yoxlayın, digər kökü şifahi tapın.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

d) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

b) $7x^2 - 10x + 3 = 0$

e) $11x^2 - 5x - 6 = 0$

c) $4x^2 - 3x - 7 = 0$

f) $13x^2 + 44x + 31 = 0$

- 29) Kvadrat tənliyi həll edin.

a) $x^2 - 18x + 80 = 0$

g) $3x^2 - 10x = -3$

b) $x^2 - 6x - 24 = 0$

h) $x^2 - 5x + 2 = 0$

c) $4x^2 + x - 33 = 0$

i) $4x^2 + 3x - 1 = 0$

d) $6x - x^2 + 55 = 0$

j) $5y^2 - 6y + 1 = 0$

e) $4x^2 + 12x - 55 = 0$

k) $2x^2 - x - 4 = 0$

f) $9x^2 - 12x + 21 = 0$

l) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

- 30) Bikvadrat tənliyi həll edin.

a) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

d) $4x^4 - 7x^2 + 3 = 0$

b) $x^4 + 2x^2 - 48 = 0$

e) $3x^4 + 8x^2 - 3 = 0$

c) $x^4 + 5x^2 - 14 = 0$

f) $2x^4 - x^2 + 3 = 0$

- 31) Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadələrin qiyməti bərabərdir?

a) $6x^2 - 2$ və $5 - x$

b) $y - 6$ və $y^2 - 9y + 3$

c) $2t^2 + 2t + 1$ və $t^2 + 5t + 5$

- 32) k -nin hansı qiymətində kvadrat tənliyin bir və ya iki bərabər kökü var?

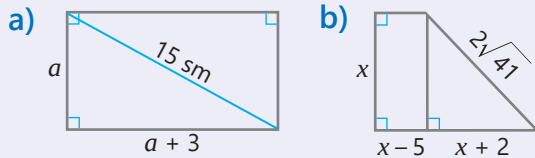
a) $kx^2 - 3x + k = 0$

b) $(k - 2)x^2 + 2kx + k - 2 = 0$

c) $kx^2 - 0,5x + 1 = 0$

- 33 a -nın hansı qiymətlərində:
 a) 0,25 ədədi $a^2x^2 + 4ax - 5 = 0$ tənliyinin köküdür?
 b) 2 ədədi $x^2 - 0,5ax - 3a^2 = 0$ tənliyinin köküdür?

- 34 Verilənlərə görə məchul tərəflərin uzunluğunu tapın.



- 35 Düzbucaqlının uzunluğu ilə eninin fərqi 31 sm, diaqonalı isə 41 sm-dir. Düzbucaqlının sahəsini hesablayın.

- 36 $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyində $D \geq 0$ olarsa, əmsalların işarəsinə görə verilən təkliflərin doğruluğunu nümunələrlə əsaslandırın:

- $ac > 0$ və $ab > 0$ olarsa, kvadrat tənliyin hər iki kökü mənfi ədəddir.
- $ac > 0$ və $ab < 0$ olarsa, kvadrat tənliyin hər iki kökü müsbət ədəddir.
- $ac < 0$ olarsa, kvadrat tənliyin kökləri müxtəlif işarəlidir.

- 37 Verilmiş şərtə görə sərbəst həddi və tənliyin köklərini tapın.

- a) $x^2 - 10x + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərindən biri digərindən 8 vahid kiçikdir.
 b) $x^2 - 20x + c = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri 2 : 3 nisbətindədir.
 c) $x^2 - 7x + c = 0$ tənliyinin kökləri olan x_1 və x_2 ədədləri $2x_1 - 5x_2 = 28$ bərabərliyini ödəyir.

- 38* x_1 və x_2 ədədləri $x^2 - 9x + 6 = 0$ kvadrat tənliyin kökləri olarsa, verilmiş ifadənin qiymətini tapın.

- a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ c) $(x_1 - x_2)^2$
 b) $x_1^2 + x_2^2$ d) $x_1^3 + x_2^3$

- 39* Verilmiş tənliyin kökləri n -in hansı qiymətlərində qarşılıqlı tərs ədədlərdir? n -i tapın və uyğun tənliyi həll edin.

- a) $3x^2 - 10x + n - 2 = 0$
 b) $2x^2 + (2n + 1)x + n^2 + n - 4 = 0$

- 40 a -nın hansı qiymətində verilmiş tənliyin a) kökü yoxdur? b) sonsuz sayda kökü var?

$$(a^2 - 3a - 4)x = 2a^2 + 3a + 1$$

- 41 Tənlik yazıb həll etməklə şərtə uyğun ədədləri tapın.

- a) Kvadratlarının cəmi 302 olan üç ardıcıl natural ədəd;
 b) Kvadratlarının cəmi 200 olan üç ardıcıl cüt ədəd;
 c) Kvadratinın 3 mislinə bərabər olan ədəd.

- 42  Marsda və Yerdə şaquli yuxarı atılan daşın t saniyə sonra planetin səthindən təqribən neçə metr hündürlükdə olduğu bu düsturlarla hesablanı bilər:

$$h_{\text{Mars}}(t) = -2t^2 + 8t + 2$$

$$h_{\text{Yer}}(t) = -5t^2 + 8t + 2$$

Bu düsturlara əsasən suallara cavab verin.

- Marsda şaquli atılmış daş neçə saniyədən sonra planetin səthindən 10 m hündürlükdə olar?
- Hansı planetdə şaquli yuxarı atılan daş həmin planetin səthinə daha tez çatar: Marsda, yoxsa Yerdə?



- 43* x_1 və x_2 ədədləri $x^2 - 8x + 11 = 0$ kvadrat tənliyinin kökləridir. Verilmiş ifadənin qiymətini tapın.

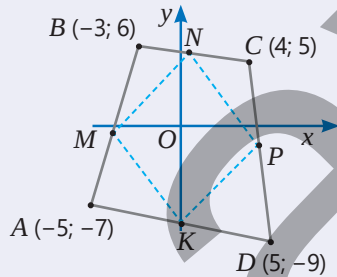
- a) $x_1^3 + x_1^2 + x_1 + x_2^3 + x_2^2 + x_2$
b) $x_1(1 - x_1) + x_2(1 - x_2)$

- 44 Kvadrat tənliyin köklərini Viyet teoremindən istifadə etməklə tapın.

- a) $x^2 + 11x - 12 = 0$ c) $x^2 + 16x + 63 = 0$
b) $2x^2 + 4x - 70 = 0$ d) $x^2 - 4x - 77 = 0$

- 45 $ABCD$ paraleloqramının CD tərəfi üzərində E nöqtəsi qeyd edilmişdir. AE və BC düz xətləri F nöqtəsində kəsişir. $AB = 4$ sm, $AD = 6$ sm, $CF = 2$ sm olarsa, DE və EC parçalarının uzunluqları nə qədərdir?

- 46 Şəkildə $ABCD$ dördbucaqlısının təpə nöqtələri verilmişdir. Bu dördbucaqlının tərəflərini orta nöqtələrini ardıcıl birləşdirməklə alınan $MNPK$ dördbucaqlısının perimetrini tapın.



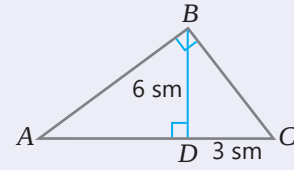
- 47 Katetləri verilmiş düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuza çəkilmiş medianın uzunluğunu ifadə edən ədəd hansı iki ardıcıl natural ədəd arasındadır?

- a) 8 və 10 b) 1,2 və 8,4 c) $2\sqrt{2}$ və 6

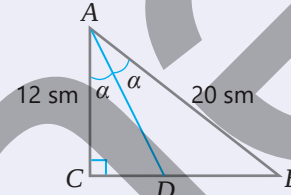
- 48 Üçbucağın tərəfləri verilmişdir. Bu üçbucağın bucaqlarına görə növünü müəyyən edin.

- a) 12 sm, 20 sm, 20 sm
b) 38 sm, 35 sm, 12 sm
c) 8 sm, 4 sm, $4\sqrt{3}$ sm

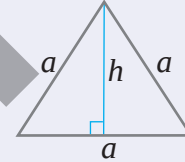
- 49 Şəklə əsasən ABC üçbucağının sahəsini tapın.



- 50 ABC düzbucaqlı üçbucağında AD tən böləni çəkilmişdir. $AC = 12$ sm, $AB = 20$ sm-dir.
• CD və BD parçalarının uzunluğunu tapın.
• CAB və CAD bucaqlarının sinuslarını tapın və müqayisə edin.



- 51 Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyünü onun tərəfi ilə ifadə edin.

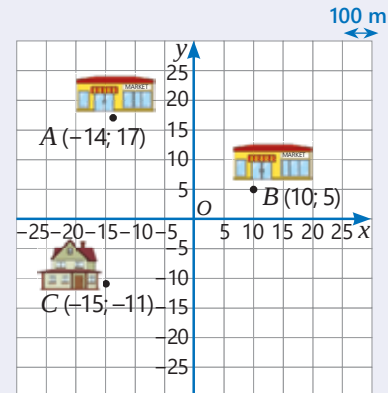


Verilmiş tərəfinə görə bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyünü hesablayın.

- a) $a = 4$ sm; b) $a = 10\sqrt{3}$ mm.

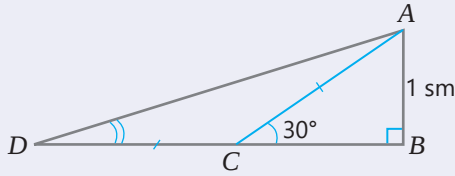
- 52 Evdən alış-veriş üçün çıxan alıcı ən yaxın marketə getmək istədi.

- Hansı market evə daha yaxındır? Həmin marketə qədər məsafə neçə metrdir?
• Marketlərə uyğun nöqtələri birləşdirən parçanın ortasında aptek yerləşirsə, evdən aptekə qədər məsafəni tapın. Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



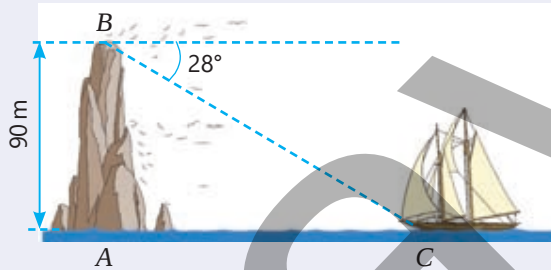
- 53 Hipetonuzu 34 sm olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri digərindən 14 sm kiçikdir. Katetlərin uzunluğunu tapın.

- 54 ABC düzbucaqlı üçbucağında $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = 1$ sm, $AC = CD$. Şəklə əsasən CD parçasının uzunluğunu və $\sin D$ -ni tapın.



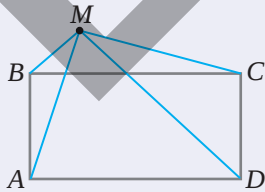
- 55 a düz xəttinə aid olmayan A nöqtəsindən bu düz xəttə AB perpendikulyarı, AM və AN mailləri çəkilmişdir. $AM = x$, $AN = x + 2$, $BM = 5$, $BN = 9$ olarsa, AMN üçbucağının perimetrini tapın. Hər iki hala baxın.

- 56 Hündürlüyü 90 m olan qayanın zirvəsindən yelkənli qayıq üföqlə 28° -li bucaq altında görünür. Qayıq qayadan hansı məsafədədir?



- 57 Tərəfləri 5 sm, 12 sm və 13 sm olan üçbucağın böyük tərəfinə hündürlük çəkilmişdir. Bu hündürlüyün böyük tərəfdən ayırdığı parçaların uzunluğunu tapın.

- 58 Müstəvi üzərində verilmiş M nöqtəsi $ABCD$ düzbucaqlısının xaricində yerləşir.



- a) İsbat edin ki, $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$
b) $AM = 15$ sm, $BM = 7$ sm, $DM = 24$ sm olarsa, CM parçasının uzunluğunu tapın.

- 59* Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq tərəfindən çəkilən hündürlük hipotenuzu biri digərindən 11 sm böyük olan iki parçaya ayırır. Katetlərin nisbəti 6:5 kimi olarsa, hipotenuzun uzunluğunu tapın.

- 60 ABC düzbucaqlı üçbucağında $\angle C = 90^\circ$, $AC = 7$ sm, $BC = 24$ sm. C tərəfindən çəkilmiş hündürlüyü tapın.

- 61 Düzbucaqlı üçbucaqda α iti bucağının tangensi 4-ə bərabərdir.

- Bu bucağın və digər iti bucağın sinusunu və kosinusunu tapın.
- α bucağı üçün əsas triqonometrik eyniliyin ödəndiyini göstərin.

- 62 Düzbucaqlı üçbucaqda α iti bucağının verilmiş triqonometrik nisbətinə görə digərlərini tapın.

a) $\sin \alpha = 0,3$

$\cos \alpha = ? \quad \tan \alpha = ?$

b) $\cos \alpha = 0,4$

$\sin \alpha = ? \quad \tan \alpha = ?$

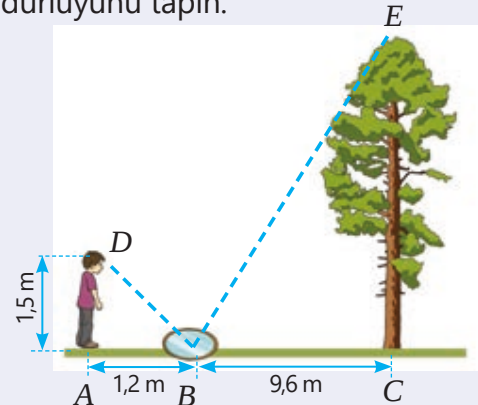
c) $\sin \alpha = \frac{10}{11}$

$\cos \alpha = ? \quad \tan \alpha = ?$

d) $\cos \alpha = \frac{12}{13}$

$\sin \alpha = ? \quad \tan \alpha = ?$

- 63 Samir güzgünü yerdə B nöqtəsində üföqi olaraq yerləşdirdi. O, güzgüdə ağacın ən hündür nöqtəsini (E) gördü. Bu halda $\angle ABD \cong \angle CBE$ olur. Şəkildə $AD = 1,5$ m, $AB = 1,2$ m və $BC = 9,6$ m olarsa, ağacın hündürlüyünü tapın.



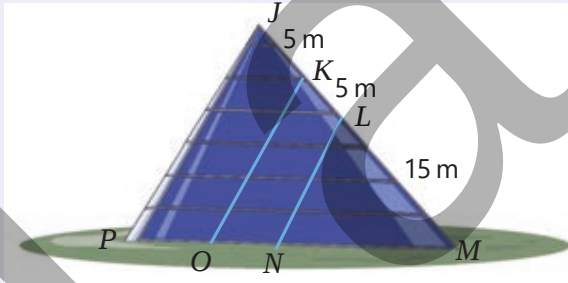
- 64 Kütləsi 16,2 kq olan alüminium əridilərək qalınlığı 1 sm olan düzbucaqlı formasında təbəqə alındı. Təbəqənin eni uzunluğundan 40 sm qısa olarsa, alınan təbəqənin ölçüləri nə qədərdir ($\rho_{\text{alüminium}} = 2,7 \text{ q/sm}^3$)?



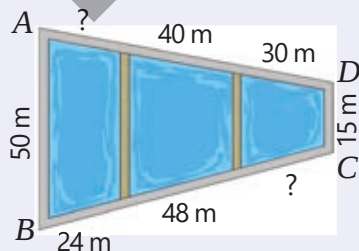
- 65 İki tamaşa zalında bütün sıralarda eyni sayda oturacaq var. Birinci zalda sıraların sayı bir sıradaki oturacaqların sayından 8 vahid, ikinci zalda isə 17 vahid çoxdur. İki zal birlikdə 1300 tamaşaçı tutursa, hər zal neçə tamaşaçı tutur?



- 66 Piramida formasında tikilinin yan üzləri bərabərtərəfli üçbucaq formasındadır. Üzlərdən birində şüşələr arasındakı PJ tərəfinə paralel olan OK və NL metal çubuqları yenisi ilə əvəz edildi. Bunun üçün 32 m metal çubuq çatarmı?

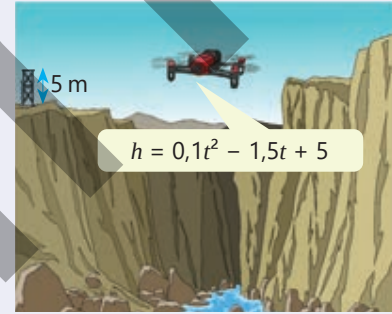


- 67 Trapesiya formalı hovuz trapesiyanın oturacağına paralel iki zolaqla üç yerə ayrılmışdır. Şəklə əsasən hovuzun perimetri neçə metrdir?



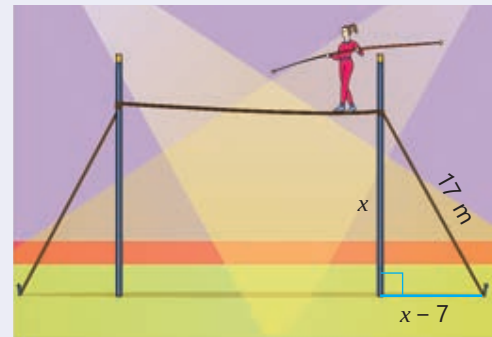
- 68 Düzbucaqlı üçbucağın katetləri 15 sm və 20 sm-dir. Hipotenuza çəkilmiş median və hündürlük arasındakı bucağın sinusunu tapın.

- 69 Uçuş aparatı yerdən 5 m hündürlükdə yerləşən platformadan hərəkətə başladı. Aparatın t saniyə sonra yerdən neçə metr hündürlükdə olduğunu $h = 0,1t^2 - 1,5t + 5$ düsturu ilə hesablamaq olar. Hərəkətə başlayan uçuş aparatı əvvəlcə dəərəyə enir, sonra yenidən yuxarı qalxır.
- Neçə saniyə sonra uçuş aparatı Yer səthi ilə eyni səviyyədə olar?
 - Neçə saniyə sonra aparat start səviyyəsinə qalxar?



- 70 Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfi 2,5 sm, oturacağı isə 3 sm-dir.
- Oturacağa çəkilmiş hündürlüyün uzunluğunu tapın.
 - Oturacağa bitişik bucağın triqonometrik nisbətlerini tapın.

- 71 Sirkdə kəndirbaz yerdən müəyyən hündürlükdə bağlanmış kəndir üzərində hərəkət edir. Şəklə əsasən kəndirbazın yerdən hansı hündürlükdə hərəkət etdiyini tapın.

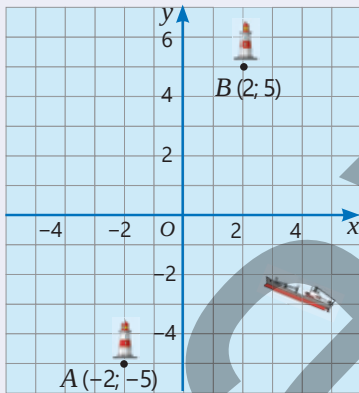


- 72 Yarışda iştirak edən idmançılar bir-biri ilə əllə görüşdülər. Görüşlərin sayı 66 olarsa, yarışda neçə idmançı iştirak etdi?

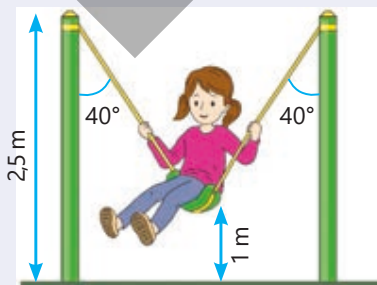


- 73 Müstəvi üzərində bir neçə nöqtə qeyd edilmişdir. Bu nöqtələrin heç bir üçü bir düz xətt üzərində yerləşmir. Həmin nöqtələrdən iki-iki götürməklə düz xətlər keçirilərsə, cəmi 45 düz xətt alınar. Müstəvi üzərində neçə nöqtə qeyd edilmişdir?

- 74 Gəmi $A(-2; -5)$ və $B(2; 5)$ nöqtələrində yerləşən mayaklardan eyni məsafədə olmaqla hərəkət edir. Gəminin hərəkət trayektoriyasını müəyyən edən düz xəttin tənliyini yazın.

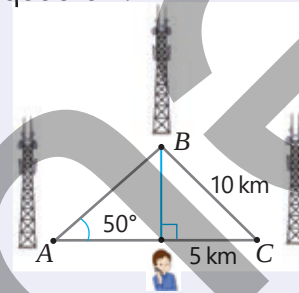


- 75 Yelləncəyin bağlandığı hər bir dirək ilə kəndirlər arasındakı bucaq 40° -dir. Dirəyin hündürlüyü 2,5 m, yelləncəyin yerdən hündürlüyü isə 1 m olarsa, hər bir kəndirin uzunluğu təqribən neçə metrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

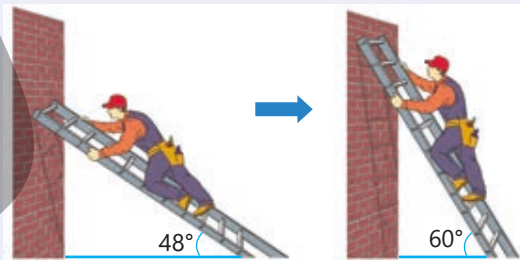


- 76 Mobil telefon siqnalları ötürücü stansiyalar vasitəsilə göndərilir və qəbul olunur. Abonentin telefon siqnalı ondan 5 km məsafədə yerləşən ən yaxın C qülləsində qeydə alındı. Təsvir olunan sxemə əsasən suallara cavab verin:

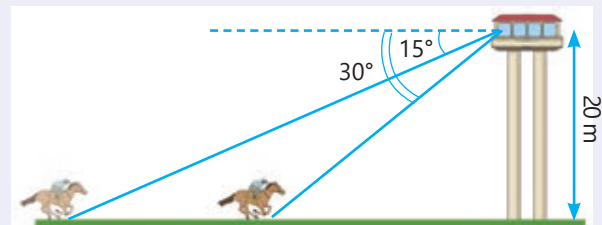
- Mobil telefondan A və B qüllələrinə qədər məsafə təqribən neçə kilometrdir?
- A və B qüllələri arasındakı məsafə təqribən nə qədərdir?



- 77 Usta uzunluğu 8 m olan nərdivanı divara 48° -li bucaq altında söykədi. O, nərdivanın alçaq olduğunu görüb onu 60° -li bucaq altında qaldırdı. Nərdivanın divara söykənən ucu əvvəlkinə nəzərən neçə metr yuxarı qalxdı?



- 78 At yarışlarında 20 m hündürlükdə yerləşən tribunadan bu tribunaya doğru qaçan at əvvəlcə üfüqlə 15° -li, 2 saniyə sonra isə 30° -li bucaq altında göründü. At saatda neçə kilometr sürətlə qaçır? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



SÖZLÜK

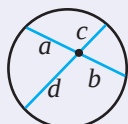
Bikvadrat tənlik – $ax^4 + bx^2 + c = 0$ şəklində olan tənlik ($a \neq 0$).

Çevrilmiş kvadrat tənlik – birinci əmsalı 1-ə bərabər olan ($a = 1$) kvadrat tənlik.

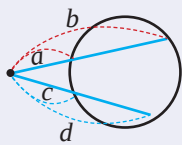
Çevrədə metrik münasibətlər

- Kəsişən vətərlərin xassəsi

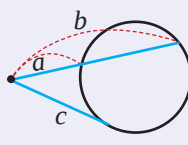
$$ab = cd$$



- Çevrə xaricindəki nöqtədən çəkilən toxunan və kəsənlərin xassəsi



$$ab = cd$$



$$ab = c^2$$

Diskriminant – kvadrat tənliyin həqiqi köklərinin sayını müəyyən edən ifadə:

$$D = b^2 - 4ac$$

$D > 0$ olarsa, $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

$D = 0$ olarsa, $x_1 = x_2 = -\frac{b}{a}$

$D < 0$ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

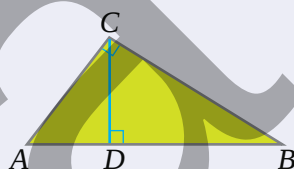
Düzbucaqlı üçbucaqda metrik münasibətlər

$$\triangle BDC \sim \triangle CDA \sim \triangle BCA$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$

$$AC = \sqrt{AD \cdot AB}$$

$$BC = \sqrt{BD \cdot AB}$$

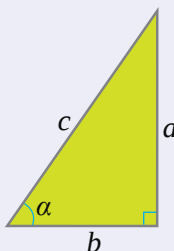


Düzbucaqlı üçbucaqda triqonometrik nisbətər

$$\sin \alpha = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}} = \frac{b}{c}$$

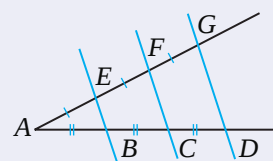
$$\tan \alpha = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{bitişik katet}} = \frac{a}{b}$$



Əsas triqonometrik eynilik – bucağın sinusu ilə kosinusunun kvadratları cəmi 1-ə bərabərdir.

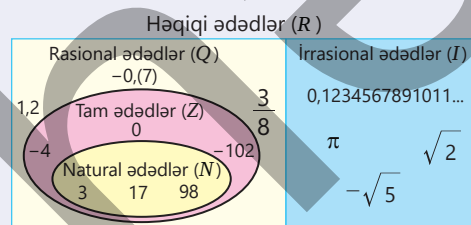
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Fales teoremi – bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər onun bir tərəfi üzərində konqruyent parçalar ayırsarsa, o biri tərəf üzərində də konqruyent parçalar ayırır.



$$AE \cong EF \cong FG \text{ və } EB \parallel FC \parallel GD \Rightarrow AB \cong BC \cong CD$$

Həqiqi ədədlər – bütün rəşional və irrasional ədədlər birlikdə həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. İrrasional ədədlər çoxluğu I , həqiqi ədədlər çoxluğu isə R hərfi ilə işarə olunur.

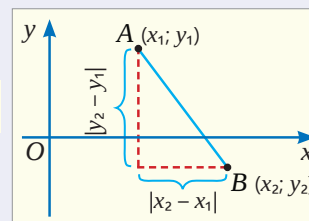


$$Q \cup I = R$$

Hesabi kvadrat kök – kvadratı verilmiş ədədə bərabər olan və mənfi olmayan ədəd. a ədədinin hesabi kvadrat kökü $\sqrt{a}$ kimi yazılır. Məsələn, $\sqrt{36} = 6$, çünki $6 > 0$ və $6^2 = 36$.

İki nöqtə arasındakı məsafə düsturu – $A(x_1; y_1)$ və $B(x_2; y_2)$ nöqtələri arasındakı məsafə bu düsturla tapılır:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



İrrasional ədədlər – iki tam ədədin nisbəti kimi $\frac{m}{n}$ ($m, n \in \mathbb{Z}$) şəklində göstərilə bilməyən ədədlər. Dövri olmayan onluq kəsrlər irrasional ədədlərdir. Məsələn, $\pi = 3,14159265\dots$, $\sqrt{3} = 1,73205\dots$

Kvadrat kök – kvadratı verilmiş ədədə bərabər olan ədəd. Müsbət ədədin iki kvadrat kökü var və bunlar qarşılıqlı əks ədədlərdir. Məsələn, $2^2 = (-2)^2 = 4$ olduğu üçün 4 ədədinin kvadrat kökləri 2 və -2 ədədləridir. Mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur. Sıfırın kvadrat kökü sıfıra bərabərdir.

Kvadrat tənlik – $ax^2 + bx + c = 0$ şəklində olan tənlik ($a \neq 0$).

b və c əmsallarından biri və ya hər ikisi sıfıra bərabər olan kvadrat tənliyə *natamam kvadrat tənlik* deyilir.

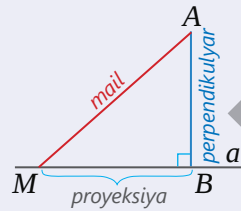
$$ax^2 = 0 \quad ax^2 + bx = 0 \quad ax^2 + c = 0$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu –

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri (varsa) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ düsturu ilə tapılır.

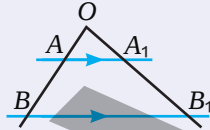
Mail – düz xəttə aid olmayan nöqtəni həmin düz xəttin nöqtəsi ilə birləşdirən və bu düz xəttə perpendikulyar olmayan parça.

Şəkildə AM mail, AB perpendikulyar, MB isə mailin a düz xətti üzərində proyeksiyasıdır.



Mütənasib parçalar haqqında teorem – bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$$AA_1 \parallel BB_1 \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OA_1}{A_1B_1}$$



Oxşar üçbucaqlar – uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasib olan üçbucaqlar. Uyğun tərəflərin nisbətində oxşarlıq əmsalı deyilir.

$$\triangle ABC \sim \triangle MNK \Rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = k$$

Oxşar üçbucaqların perimetrləri nisbəti oxşarlıq əmsalına, sahələri nisbəti isə oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir.

$$\frac{P_{ABC}}{P_{MNK}} = k$$

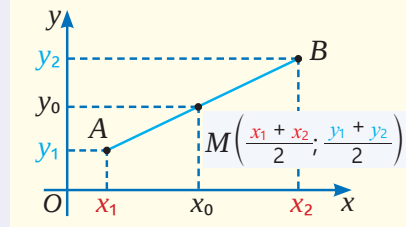
$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNK}} = k^2$$

Orta mütənasib parça və ya həndəsi orta –

$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ olarsa, x parçasına a və b parçaları arasında orta mütənasib parça deyilir. $x = \sqrt{ab}$ olduğu üçün x parçası a və b parçalarının həndəsi ortası da adlanır.

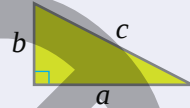
Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları –

parçanın uclarının uyğun koordinatlarının cəminin yarısına bərabərdir.



Pifaqor teoremi – düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadrları cəminə bərabərdir.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



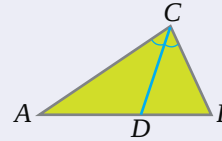
Pifaqor teoreminin tərsi də doğrudur.

Pifaqor üçlüyü – $a^2 + b^2 = c^2$ bərabərliyini ödəyən a , b və c natural ədədləri.

a	b	c
3	4	5
5	12	13
8	15	17
...	...	...

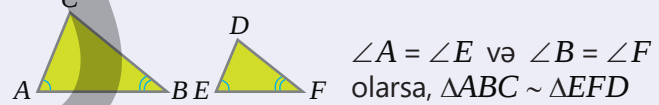
Tənbölənin xassəsi – üçbucağın tənböləni qarşı tərəfi digər tərəflərlə mütənasib parçalara ayırır.

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$

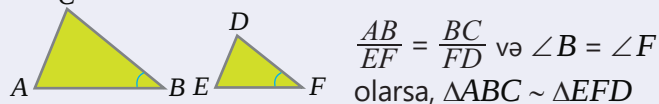


Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri – iki üçbucağın oxşarlığını təmin edən şərtlər.

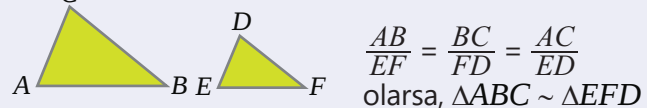
BB (bucaq-bucaq) əlaməti



TBT (tərəf-bucaq-tərəf) əlaməti



TTT (tərəf-tərəf-tərəf) əlaməti



Viyet teoremi – çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə götürülmüş ikinci əmsala, köklərin hasilə isə sərbəst həddə bərabərdir.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Viyet teoreminin tərsi də doğrudur.

CAVABLAR

1-ci bölmə

- s.8 5. a) 45 b) 16 d) 6,25
6. a) -4 və ya 4
b) $6,25 \text{ sm}^2$
9. b) 4 sm c) 2 sm
10. 4 m
11. 3 m , 12 kq
- s.11 8. h) $0,3$ i) $1,2$ j) $1,6$
10. f) $1\frac{1}{2}$ g) $2\frac{1}{3}$ f) $\frac{2}{3}$
- s.12 14. f) 8 g $-1,5$ h) 15
16. b) 6 ; 2 ; 0
17. c) $4,84$ e) $5,3$
19. a) 10 b) 2 c) $1,8$
- s.13 22. 50 q , $0,5 \text{ m}$
23. 10 m/san
24. 20 m , 3 san
- s.15 8. a) doğru b) yanlış
- s.16 12. 31 m
13. a) $2,4$ b) $2,8$ c) $3,2$
- s.19 6. c) 5 ; $\sqrt{28}$; $\sqrt{30}$
d) $-\sqrt{7}$; $-\sqrt{6}$; -2
- s.20 10. b) $\sqrt{56} < 7,5$
11. a) $3,5 \text{ sm}$ c) $7,7 \text{ m}$
12. Üç: $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, 3
13. $6,9 \text{ san}$
14. $7,8 \text{ sm}$
- s.21 3. a) 7 b) $5,5$ c) 5
4. c) ± 4 e) $\pm 1, (6)$
8. d) $-\sqrt{11}$; -3 ; $-\sqrt{8}$
9. a) $4,9 \text{ m/san}$
c) $5,5 \text{ m/san}$
10. $53,7 \text{ m}$
- s.23 5. b) $(9;3)$
6. a) $15,7 \text{ km}$ b) 50 km
- s.24 1. f) $1,8$ g) 28 h) $0,36$
2. c) 8 d) 6 e) 12
- s.25 3. c) 45 d) 24 e) 55
4. c) 28 d) 26 e) 90
7. b) 80 c) 120 d) 12
- s.26 8. c) $\frac{8}{11}$ d) $2\frac{1}{3}$ e) $2\frac{1}{2}$
9. c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $1\frac{1}{2}$
11. b) $\frac{15}{88}$ c) $\frac{5}{6}$ d) $2,1$
12. a) $1, (6)$ b) $0, (4)$ c) $0,5$
13. a) 6 b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{24}{35}$
15. b) $7,8$ c) $5,4$ d) $0,6$

s.27 17. a) $20,5$ b) 3 c) 0
18. b) 125 c) 16 d) $0,25$
19. a) $3a$ b) $6a$ c) $-4a$
a) $-5b$ b) $-6b$ c) $2b$
20. $\sqrt{12} \text{ sm}$
21. $11,2 \text{ km/san}$

s.28 1. d) $-6\sqrt{5}$ f) $-2\sqrt{3}$
3. c) $10\sqrt{2c}$ f) $-3\sqrt{3m}$

s.29 4. b) $3b\sqrt{2}$ d) $-2c\sqrt{5}$
5. f) $\sqrt{18x}$ l) $-\sqrt{12c}$
6. d) -4 və -3
9. b) $5\sqrt{3}$; $\sqrt{97}$; $7\sqrt{2}$

s.30 10. e) $9\sqrt{2}$ g) $-3\sqrt{2}$
11. a) $\sqrt{8} + 4\sqrt{2} < 5\sqrt{3}$
12. a) $8\sqrt{c}$ b) $-2\sqrt{3d}$
13. b) 45 c) 8 d) 14

s.31 16. b) $\frac{1}{3}$ c) $\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
18. d) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ e) $\frac{4\sqrt{2}}{5}$ f) $\frac{\sqrt{6}}{18}$

s.32 19. c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ e) $\sqrt{10}-\sqrt{3}$
20. a) $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ b) $\frac{25\sqrt{2}}{8}$ c) 1
21. a) 4 b) 14 c) 8
22. a) $16\sqrt{3}$ c) $16\sqrt{2}$
23. a) $P = d\sqrt{d}$
b) $1,87$ Yer ili

Riyazi üfüqlər

a) $c\sqrt{c}$ b) $2a\sqrt{a}$ c) $c^3\sqrt{2c}$
d) $-3b\sqrt{-b}$ e) $x^2\sqrt{-3x}$

s.34 2. d) 1 f) 8 g) 30 h) -1
5. a) 16 d) $0,81$ f) $\frac{4}{9}$
7. c) $-\sqrt{5}$; $-\sqrt{2}$; -1
8. b) üç c) on bir d) bir

s.35 15. a) $6,3$ c) $\frac{1}{2}$ f) 10
16. c) $\sqrt{7}-\sqrt{6} < \sqrt{6}-\sqrt{5}$
17. a) $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ b) $\frac{-\sqrt{5}}{30}$ c) 5
18. a) 1 b) 11 c) -10
19. a) 3 b) 1 c) 5
20. a) 3 b) 9 c) 16

s.36 22. $2,6 \text{ san}$

Riyazi kaleydoskop

1. 204 2. 9
3. a) 4 b) $2\sqrt{2}$
4. 44 5. -1

2-ci bölmə

- s.38 4. 4 sm , 8 sm , 8 sm
5. a) 4 d) 3 e) 9
7. $1 : 150000$
8. 8 sm , 12 sm , 16 sm ; 18 sm
9. 880 m , 22800 m^2
10. 54 m
- s.39 1. b) 8 c) 9 ; 6
2. a) 10 b) 10 c) 4
- s.41 5. c) 2 sm , 12 sm
- s.42 8. b) $4,5 \text{ sm}$ c) 6 sm
9. a) $x = 2,5$, $y = 16$
c) $c = 24$, $d = 7,5$
10. a) 80° c) 36 sm
11. a) 9 ; 12 c) $2,4$; $3,6$
- s.43 13. a) 18 sm b) $2,5 \text{ sm}$
14. a) $28,8 \text{ sm}$, $43,2 \text{ sm}$
b) 10 sm , 50 sm
15. 1100 m
16. 1600 m
- s.45 2. a) 12 b) 12 c) 8
3. b) 20 ; 4 c) 8 ; 12 ; 9
4. b) $x = 8$, $y = 105^\circ$
c) $x = 6$, $y = 30^\circ$
- s.47 9. a) 4 b) 18 ; 24
11. a) 8 sm b) 25 sm
12. $7,5 \text{ m}$ 13. $1,5 \text{ m}$
- s.49 2. c) $\triangle ABC \sim \triangle EFD$
- s.50 5. a) $x = 4$, $y = 10$ c) $x = 8$
- s.51 10. a) $x = 10$ d) $x = 8$, $y = 12$
11. $\triangle ACB \sim \triangle DAC$
 $AC = 6 \text{ sm}$
12. 4 sm 13. $10,8 \text{ sm}$
- s.52 1. b) 18 c) 6
2. a) 5 ; 4 b) 20 ; 15
- s.53 4. a) 15 sm b) 10 sm c) 98 sm
5. a) 9 b) 5 c) 5
- s.54 8. 4 sm , 8 sm
9. 10 ; 8
- s.55 10. a) 2 ; 4 c) $1,5$; $2,25$
12. b) 18 sm^2 c) 10 sm^2
13. b) 120 sm^2
c) 18 sm , 270 sm^2
- s.56 14. b) $8,25 \text{ sm}$ c) 32 sm^2
15. 16 dəfə
16. 10 sm , 320 sm^2
17. $7,8 \text{ m}$, $19,2 \text{ m}$
18. 160 sm
19. Elxan, $0,4 \text{ m}$

- s.57 1. b) 10 c) 24
- s.58 4. a) 4 b) 4 c) 30
5. a) $x = 150^\circ$, $y = 30^\circ$
b) $x = 5$, $y = 43^\circ$
- s.59 4. b) 12 c) 23 d) 13
- s.60 10. a) 3 sm b) 8 sm c) 18 sm
- s.61 11. b) 8 c) 15
13. 12 sm 14. 7 sm
15. a) $a = 5$ b) $a = 9$, $b = 6$
c) $c = 6$, $d = 8$
d) $x = 9$, $y = 5$
- s.62 17. 387841 km
18. 2 m/san
19. 8 sm, mini disk
20. 9,6 m
- s.64 1. a) 8; 12 b) 9; 15 c) 21; 14
2. a) 3 sm, 13,5 sm
b) 20 sm c) 8 sm
3. 7 sm, 14 sm
4. 8 sm, 12 sm
5. 112 sm 6. 20 sm
7. 80 sm
- s.65 8. a) 16 b) 7
9. 5 10. 16 sm²
11. b) 96 sm², c) 70 sm,
304 sm² 12. 106 sm
13. 22,5 sm 14. 13,5 km
- s.66 15. 80 sm
Riyazi kaleydoskop
1. 6704 rəqəmli
2. $a = 5$, $b = -5$
4. $2\frac{2}{9}$ 5. Bəli
- 3-cü bölmə**
- s.68 3. a) 4 b) 5 c) 2
4. a) 18 b) 22 c) 64
8. 5000 m², 370 m
9. 2 m, 43,75 m²
- s.70 7. b) -3; 3 c) -1; 2 d) 5
- s.71 9. f) 0; 2 g) -12; 0
10. d) ± 5 f) $\pm 2,5\sqrt{2}$
- s.72 12. c) -14; 0 d) ± 1
13. b) 0; 9 c) ± 3
15. b) $k = 0$ olduqda ± 2
 $k = -4$ olduqda 0 və 4
16. a) ± 6 b) $\pm 4,5$
17. 44 sm
18. 5,1 sm
19. 4 san
- s.74 2. f) 3; 5 g) -1; 5 i) -2; 6
4. a) -2; -8 d) 4; 9 f) -8; 5
- s.75 5. b) 1; 5 d) 2; 6 f) -3; 6
7. a) -1; 2,5 d) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$
8. a) $\frac{1}{2}$; 2 c) -2,5; 4
- s.76 9. a) 12 və 14; -14 və -12
b) 10 və ya -7 c) 38 sm
10. c) -4; -1 d) $1 \pm \sqrt{2}$
11. 64 m³, 27 m³; 150 m²
12. 1,2 san, 2 san; 4 san
- s.77 2. d) -7; 9 g) $1 \pm \sqrt{2}$
- s.78 3. a) 2; 4 c) $-2 \pm \sqrt{13}$
5. 47,5 sm², 21,875 sm³
6. $4x^2 + 48x$; 1,5 m
7. 14
- s.80 1. c) 1; 1,5 f) -2; $\frac{1}{4}$
2. h) $1\frac{2}{3}$ i) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$
3. e) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$ f) -2,5; 1,5
- s.81 5. b) -1; 5 c) -4; -0,5
6. e) -3; 5 f) $-\frac{1}{3}$; 3
7. b) -2,5; 2 d) -12; 7
8. a) $\frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ d) $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$
10. a) $c = 3$ b) $c = -3$
11. b) -4; 0 c) -3; 4
12. a) 0,5; 1 b) -1; $2\frac{2}{3}$
- s.82 13. a) 3; 7 b) -4; -2
14. 10
15. 80 m $\times$ 60 m
16. 3 m $\times$ 2 m; 5,4 kq
Riyazi üfüqlər
a) ± 1 , ± 2 b) ± 2
c) ± 3 d) $\pm \frac{1}{3}$, ± 2
- s.83 13. f) $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$ g) $\pm 2\sqrt{3}$
2. $k = 0$ olduqda ± 2 ,
 $k = 3$ olduqda ± 1
 $k = 4$ olduqda 0 və 4
3. b) -8; 7 d) 1,5; 3
4. b) -10; 4 d) -7; -3
5. a) -1; $3\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3}$
6. b) -1; -6 b) 3
7. a) 3; 11 b) 5; 6 c) 17
8. Xeyr
9. 17
10. 2 m
- s.85 5. a) 7; -13 b) 9; 36 d) 4; -5
- s.86 8. a) 12 b) -2; $b = 15$
c) -6 və ya 6 d) $q = 9$
9. a) 3 b) 6 c) 13
10. 60 m $\times$ 40 m
11. 88 sm², 19 sm;
 $a = 11$ sm, $b = 8$ sm
- s.88 1. 46 sm $\times$ 24 sm
2. 10 sm, 8000 sm³
3. 60 m $\times$ 10 m
və ya 30 m $\times$ 20 m
4. 1,5 m
5. 40 m $\times$ 60 m
- s.89 6. 25%
7. 20%
8. 40%, 20 %
- s.90 9. 14 san
10. Xeyr
11. 4 m və ya 6 m
12. 10 13. b) 9rh
- s.92 2. $k = 0$ olduqda ± 2 ,
 $k = 1$ olduqda $\pm \sqrt{3}$
 $k = 2$ olduqda 0 və 2
 $k = -2$ olduqda 0 və 6
6. e) $\frac{7 \pm \sqrt{33}}{4}$ f) 0; $3\sqrt{2}$
7. a) $\frac{1}{2}$; 1 b) $-4\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$
11. b) 4 və ya 2 c) 9
12. a) 8; -11 b) 7; 14
c) 6; -6
14. a) $b = \pm \sqrt{2}$, $x = \mp \sqrt{2}$
b) $c = -2$ c) $a = -8$
15. a) -6; 2 b) -28 c) 19
16. a) $c = -20$ b) $b = 2$,
 $x = \pm 2$ c) $1\frac{1}{6}$
17. 3 m, 6 m; 20,25 kq
18. 5%, 231525 nəfər
20. 13 sm
Riyazi kaleydoskop
1. $m = 1$ 2. 96 sm³
3. 12 saat 4. 40 rh
5. 1 : 3
- 4-cü bölmə**
- s.96 3. b) 140; 900
4. 40°, 12
5. 8 sm, 16 sm, 16 sm
6. 18 sm, 27 sm
7. 6,25 km

8. $A(-2; -1)$, $C(8; 5)$, 320 m
- s.98 4. a) 15 sm d) 18 sm
5. a) 64 sm^2 b) 36 m^2
- s.99 7. a) 15 d) 6; 8; 10
- s.100 13. a) 120 c) 45 d) 50
- s.101 14. a) 5; 60 b) 16; 336
15. 9 sm, 108 sm^2
16. b) $x = 6$, $y = 17$
c) $x = 5$, $y = 13$
17. b) $d = 12$ d) $x = 10$
19. 13 m
20. 80 sm, 384 sm^2
21. 4,18 m
- s.103 4. a) 12 b) 27 c) 18
5. b) $x = 16$, $y = 8\sqrt{3}$
6. a) $d = 12$, $x = 6\sqrt{3}$
- s.104 8. a) 46 b) 74 c) 52
9. a) 16 b) 23 c) 7
10. 16 sm
- s.105 11. a) 5 b) 12 d) 5
12. a) 6 sm b) 12 sm c) 2 sm
13. a) 128 sm b) 44 sm
14. 10 sm
15. 8 m
16. 13 sm
17. 200 m
18. 280 m
- s.107 3. 10 sm, $5\sqrt{3}$ sm
4. 4 sm; $4\sqrt{3}$ sm, 4 sm
5. 18 sm
- s.108 7. b) 9 c) 12 d) 12
8. a) $x = 15$
- s.109 12. 3,9 m
13. 2,4 m; 3 m
14. 4,8 m
- s.110 1. a) (3; 5) b) (7; 1)
- s.111 2. a) (2; 5) b) (-2; 6)
3. b) $x = 4$, $y = 7$
d) $x = 0$, $y = -1$
4. $K(5; 5,5)$, $D(9; 3)$
- s.112 5. a) 10 b) 13
6. a) 10 d) 13 f) 26
9. a) $M(6; 0)$ b) $M(3; 0)$
- s.113 10. a) $5x + 7y + 6 = 0$
b) $11x - 3y - 7 = 0$
c) $3x - 2y - 11 = 0$

11. b) 5 c) 20
13. $4\sqrt{26}$;
 $C(3; -2)$; $10\sqrt{2}$
- s.114 14. $K(-0,5; -1)$,
 $D(-3; -6)$; $2,5\sqrt{2}$ km
15. $M(4; 9)$; Xeyr
1. $1,68 \text{ m}^2$
2. 20 sm, 62 sm
3. 30 sm, 360 sm^2
4. 25 m, 54 m^2
5. 22 sm; 8 sm
6. 30 7. 1,25 km
- s.116 1. a) $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$
2. b) $\frac{24}{25}$ c) $\sqrt{3}$ d) $\frac{8}{17}$
5. a) $\sin A = \cos B = \frac{12}{13}$
- s.117 7. a) $\sin 78^\circ$ b) $\cos 30^\circ$
9. a) 0 b) 1 c) 2 d) 2
- s.118 12. a) 10 b) 12 c) 6,5
13. a) 10 b) $8(1 + \sqrt{2})$
14. a) 8 sm
b) 6 sm, 15 sm c) $\frac{8}{15}$
15. 216 sm^2
- s.119 16. a) $AB = 5$, $BC = 13$
b) $BD = 12$, $P_{ABCD} = 48$
17. 8 sm, 4 sm
18. 200 sm^2
19. a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ və $\frac{1}{2}$ b) 24 sm
c) $8\sqrt{3} \text{ sm}^2$, $16\sqrt{3} \text{ sm}^2$
21. 60 m, 150 m
22. 2,5
23. 48 m, 30 m
- s.121 2. b) $1,2\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$
3. g) 2 h) 0
5. a) 9,64 b) 45,33
- s.122 7. a) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
b) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$
- s.123 9. 106 sm
10. 12,6 m
11. 52 sm
12. 95,3 m
13. 16 san
- s.125 3. a) $x = 15$, $y = 25$
c) $h = 8$, $x = 6$, $y = 15$
4. a) 68; 210
5. a) 12,5 sm

6. a) 8 sm b) $\frac{8}{17}$; $\frac{15}{17}$; $\frac{8}{15}$
c) 36 sm, 36 sm^2
7. a) 10sm b) 2,8 sm, 7,2 sm
c) 9,6 sm
8. 28 sm
9. $y = -x + 11$
- s.126 15. 20 sm, 12 sm
17. 6 m
18. $28\sqrt{3}$ m, 56 m
19. 400 m, 477 m
Riyazi kaleydoskop
3. 24; 28
4. Bir növbətçi
5. 5 m/san

Birinci yarıml üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- s.128 2. e) 25 f) -33
6. 12 sm
7. j) 74
9. 28 m, $83,3 \text{ m}^3$
- s.129 10. d) 6 g) $4\sqrt{5}$
14. a) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$
15. 40 sm
16. b) -4
18. b) 4
19. $6\sqrt{3}$
20. b) 4
- s.130 22. $x = 4$, $y = 9$
25. 6 sm
32. a) $\pm 1,5$
- s.131 37. a) $c = 9$; köklər 1 və 9
38. d) 567
40. a) 4 b) -1
42. 2 san; Yerdə
- s.132 49. 45 sm
50. $CD = 6$ sm, $BD = 10$ sm,
 $\frac{4}{5}$ və $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 $\frac{4}{5} > \frac{\sqrt{5}}{5}$
- s.133 54. $CD = 2$ sm,
 $\sin D = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
- s.135 63. 12 m
72. 12
73. 10
78. 72 km/saat