

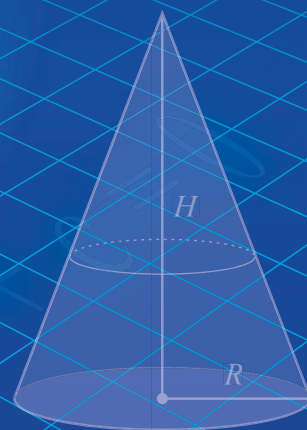
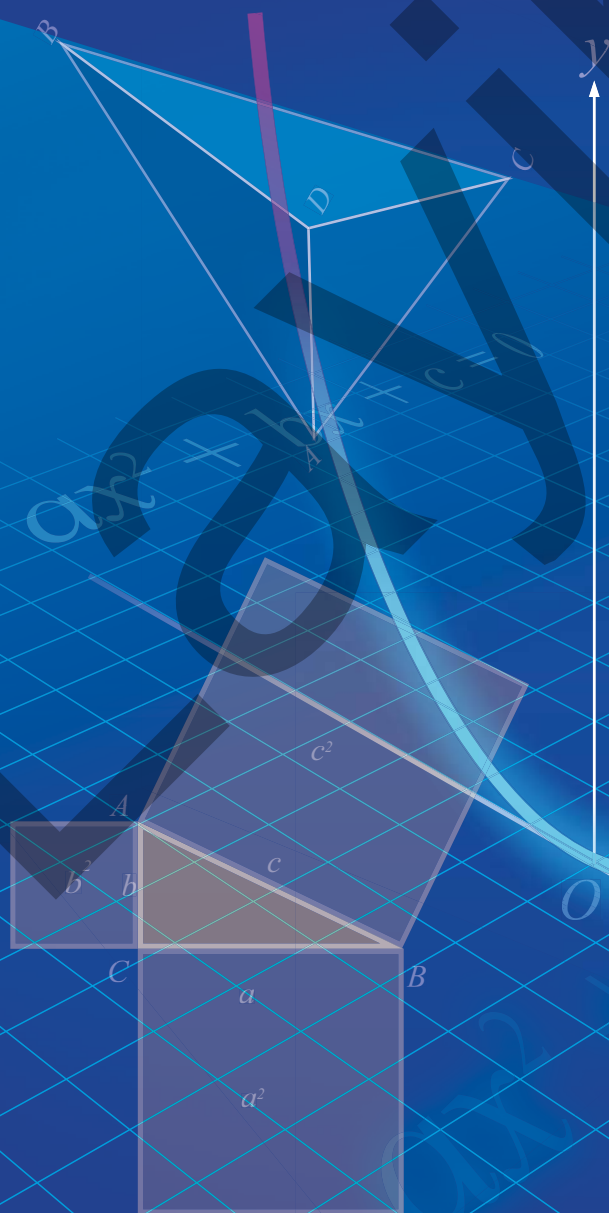
Riyaziyyat

8

DƏRS LİK

2-ci hissə

$$y = x^2$$





AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ DÖVLƏT HİMNİ

Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin,*
sözləri *Əhməd Cavadındır.*

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadiriz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!

Minlərlə can qurban oldu,
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



HEYDƏR ƏLİYEV
AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

Levin & Quine

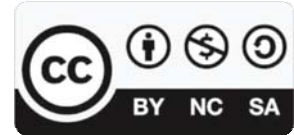
Zaur İsayev
Məhəmməd Kərimov
Günay Hüseynzadə
Aqşin Abdullayev
Sevda İsmayılova

Riyaziyyat

Ümumi təhsil müəssisələrinin 8-ci sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə dərslik
(2-ci hissə)

8

©Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi




Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International lisenziyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az saytında əlçatandır. Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən sözügedən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstinad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir. 

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır. 

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtləri ilə yayılmalıdır. 

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi trm@arti.edu.az və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur. Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!

MÜNDƏRİCAT

Bölmə 5 Rəşional ifadələr və tənliklər 5

	İlkin yoxlama	6
5.1.	Rəşional kəsrlər	7
5.2.	Rəşional kəsrlərin vurulması və bölünməsi	11
5.3.	Rəşional kəsrlərin toplanması və çıxılması	14
5.4.	Rəşional ifadələr və onların çevrilməsi	19
	Məsələ və misallar	22
5.5.	Rəşional tənliklər	25
5.6.	Rəşional tənliklərin köməyi ilə məsələ həlli	29
	Xülasə	33
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	34
	STEAM. "Dopler effekti"	36

Bölmə 6 Tam üstlü qüvvət 37

	İlkin yoxlama	38
6.1.	Tam üstlü qüvvət və onun xassələri	39
6.2.	Ədədin standart şəkli	43
6.3.	$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki	46
	Xülasə	49
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	50
	STEAM. "Su ehtiyatlarından səmərəli istifadə"	52

Bölmə 7 Həndəsi fiqurların sahəsi və həcmi 53

	İlkin yoxlama	54
7.1.	Üçbucağın sahəsi	55
7.2.	Paraleloqramın və trapesiyanın sahəsi	59
	Məsələlər	63
7.3.	Dairə seqmenti və onun sahəsi	64
7.4.	Konusun tam səthinin sahəsi və həcmi	66
	Xülasə	69
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	70
	STEAM. "Qədim yurta və müasir turizm düşərgələri"	72

Bölmə 8 Bərabərsizliklər 73

	İlkin yoxlama	74
8.1.	Ədədi bərabərsizliklər və onların xassələri	75
8.2.	Birdəyişənli xətti bərabərsizlik	79
	Məsələ və misallar	83
8.3.	Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi	84
8.4.	Modullu bərabərsizliklər	88
	Xülasə	91
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	92
	STEAM. "Logistika və yükdaşımanın optimallaşdırılması"	94

Bölmə 9 Statistika və ehtimal 95

	İlkin yoxlama	96
9.1.	Verilənlərin bəzi statistik xarakteristikaları	97
9.2.	Məlumatların təsviri. Nöqtə və qutu diaqramları	101
9.3.	Hadisələrin birləşməsi və kəsişməsi	105
9.4.	Asılı olmayan hadisələr	108
	Xülasə	111
	Ümumiləşdirici tapşırıqlar	112
	STEAM. "Demografik vəziyyət və proqnozlar"	114

8-ci sinif üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar	115
Sözlük	123
Cavablar	125

Rasional ifadələr və tənliklər

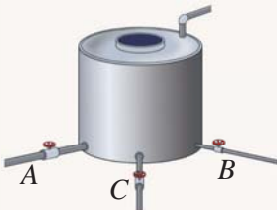
Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- "rasional kəsr" və "rasional ifadə" anlayışlarını izah etməyi;
- rasional ifadədə dəyişənin mümkün qiymətlərini müəyyən etməyi;
- rasional kəsrlər üzərində əməlləri yerinə yetirməyi və rasional ifadələri sadələşdirməyi;
- dəyişənlərin verilmiş qiymətində rasional ifadənin qiymətini tapmağı;
- rasional tənlikləri həll etməyi;
- rasional tənliklərin köməyi ilə müxtəlif məsələləri həll etməyi.

Cəhd edin!

Dolu su çəni müxtəlif diametrlə A , B və C boruları ilə boşaldılır. Çən tək A borusu ilə 4 saata, tək B borusu ilə 12 saata boşalır.

- A borusu ilə 1 saatda çənin hansı hissəsi boşalır?
- A və B borusu birlikdə dolu çən neçə saata boşaldar?
- Üç boru birlikdə çəni 2 saata boşaldırsa, dolu çən tək C borusu ilə neçə saata boşalır?



Rasional ifadələr, eləcə də rasional tənliklər elm və texnikanın müxtəlif sahələrində, o cümlədən sürət, zaman, məsafə, sıxlıq və digər kəmiyyətlərin hesablanması üçün geniş tətbiq edilir.

Rasional tənliklər real həyati problemləri modelləşdirməyə və bu problemləri həll etməyə imkan yaradır. Memarlıq və dizayn işlərində düzgün nisbətlərin tapılması üçün rasional ifadə və tənliklərdən istifadə olunur.

Kimya sənayesi və əczaçılıqda müxtəlif konsentrasiyalı məhlulların hazırlanması, tələb olunan tərkibli qarışıqları almaq üçün hesablamalar rasional ifadələr tərtib etməklə aparılır.



100 ml 5%-li spirt məhluluna x ml 20%-li spirt məhlulu əlavə etdikdə neçə faizli məhlul alındığını belə tapmaq olar:

$$\frac{100 \cdot 0,05 + x \cdot 0,2}{100 + x} \cdot 100\%$$

İlkin yoxlama

1 Boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

$$\frac{32}{48} = \frac{\square}{3} = \frac{14}{\square}$$

$$\frac{21}{28} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{32}$$

$$\frac{-15}{27} = \frac{\square}{-9} = \frac{-20}{\square}$$

$$\frac{-36}{60} = \frac{\square}{-5} = -\frac{15}{\square}$$

2 Hesablayın.

a) $1,8 \cdot \left(\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}\right)$

b) $2,4 : \left(-\frac{3}{5}\right) - 1\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$

c) $\frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{12}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}$

d) $\frac{4}{2 + \frac{3}{1 + \frac{1}{2}}}$

3 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) 2 saatın $\frac{2}{3}$ hissəsi \square dəqiqədir.

b) $\frac{2}{5}$ hissəsi 3 litr olan qabın tutumu \square litrdir.

4 Tənasübün əsas xassəsindən istifadə etməklə məchulu tapın.

a) $\frac{x}{5} = \frac{3}{10}$

b) $\frac{6}{5} = \frac{2}{y}$

c) $\frac{4}{3} = \frac{y+2}{9}$

d) $\frac{x}{4} = \frac{x+5}{8}$

5 Verilmiş bərabərliyə əsasən ifadənin qiymətini tapın.

a) $5a = 2b$ olarsa, $\frac{b}{a} = ?$

b) $4m = 9n$ olarsa, $\frac{m}{n} = ?$

c) $6c = 9d$ olarsa, $\frac{2c}{d} = ?$

6 Boş xanaya elə ədəd tapın ki, $3 - 6x + \square(2x - 1)$ ifadəsi eyniliklə 0-a bərabər olsun.

7 Vuruqlara ayırın.

a) $x^2 - 9$

b) $m^2 - 4n^2$

c) $a^2 - 4a + 3$

d) $c^2 + c - 2$

8 Tənliyi həll edin.

a) $x : 0,2 + 3,2 = 0,4$

b) $4x^2 - 25 = 0$

c) $x^2 - 4x - 5 = 0$

d) $2x^2 - x = 15$

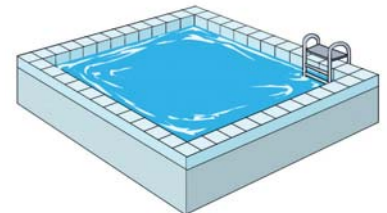
9 Motorlu qayığın durğun suda sürəti 12 km/saat, çayın axın sürəti isə 2 km/saat olarsa, suallara cavab verin.

- Qayıq axın istiqamətində 2 saata nə qədər məsafə qət edər?
- Qayıq axına qarşı 3 saata nə qədər məsafə qət edər?



10 10%-li 60 q duz məhlulu verilmişdir.

- Məhlulda neçə qram duz var?
- Məhlula 5 q duz, 35 q su əlavə edilsə, neçə faizli məhlul alınar?



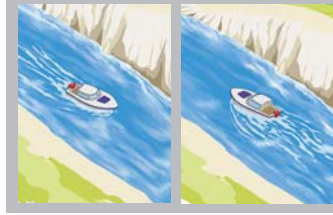
11 Hovuzun tutumu 600 m^3 -dir. A nasosu ilə boş hovuz 6 saata, B nasosu ilə 12 saata dolur. Bu nasoslar birlikdə qoşulsa, boş hovuz neçə saata dolar?

5.1. Rasional kəsrlər

Araşdırma-müzakirə

Motorlu qayıq durğun suda 30 km/saat sürətlə hərəkət edir.

- Çayın axın sürəti x km/saat olarsa, qayığın axın istiqamətində hərəkət sürəti axına qarşı hərəkət sürətindən neçə dəfə çoxdur?



Açar sözlər

- rasional kəsrlər
- dəyişənin mümkün qiymətləri (DMQ)

Öyrənmə Rasional kəsrlər

Bəzi məsələləri həll etmək üçün sürət və məxrəcində dəyişənli ifadələr olan kəsrlər yazmaq lazım gəlir. Məsələn, sahəsi $x^2 + 1$, eni $x + 1$ olan düzbucaqlının uzunluğu $(x^2 + 1) : (x + 1)$ ifadəsi ilə tapılır.

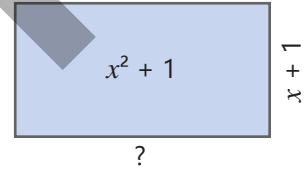
Bölmə əməli ilə kəsrin əlaqəsinə əsasən bu ifadəni $\frac{x^2 + 1}{x + 1}$ kimi kəsr şəklində yazmaq olar.

Sürət və məxrəci çoxhədli olan kəsre **rasional kəsr** deyilir.

Məsələn, $\frac{x + 2}{x - 1}$ və $\frac{7x - 2}{x^2 + 1}$ rasional kəsrlərdir, $\frac{\sqrt{x + 3}}{x - 4}$ isə rasional kəsr deyil.

- İstənilən çoxhədliyə məxrəci 1 olan rasional kəsr kimi baxmaq olar.

$$x^2 + 3x + 4 = \frac{x^2 + 3x + 4}{1}$$



Dəyişənin məxrəci sıfıra çevirən qiymətlərində rasional kəsrin mənası yoxdur. Məsələn, $\frac{x + 2}{x - 1}$ kəsrinin $x = 1$ olduqda mənası yoxdur, $x \neq 1$ qiymətlərində isə mənası var. Dəyişənin ifadəni mənalı edən qiymətlərinə **dəyişənin mümkün qiymətləri (DMQ)** deyilir.



Fikirləş!

$\frac{7x - 2}{x^2 + 1}$ ifadəsində dəyişənin istənilən qiymət ala bildiyini necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Uyğun rasional kəsr yazmaqla suallara cavab verin.
 - a) Düzbucaqlının sahəsi $(x^2 + 2)$ sm² və eni x sm olarsa, uzunluğu nə qədər olar?
 - b) İçərisində 5 qızılbalıq olan akvariuma n sayda neon balığı da buraxıldı. Neon balıqları akvariumdakı balıqların sayının hansı hissəsini təşkil edir?
 - c) Şirkət ustaya 8 saatlıq iş günü üçün 50 manat və əlavə hər saat üçün 7 manat ödəyir. Usta bir gündə t saat əlavə işləyərsə, hər iş saatına görə orta hesabla neçə manat əməkhaqqı alar?

- 2 Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini tapın.

a) $x = -3; 0; 3$

$$\frac{x - 3}{x + 6}$$

b) $y = -1; 0; 1$

$$\frac{y - 1}{y + 2}$$

c) $x = -2; 0; 3$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$$

d) $y = 1; 2; 0$

$$\frac{y^2 - 2y}{y + 1}$$

- 3 Dəyişənin hansı qiymətlərində verilmiş kəsrin mənası var?

NÜMUNƏ $\frac{x+2}{x-5}$

Həlli	Açıqlama
$x - 5 = 0$	Dəyişənin məxrəci sifıra çevirən qiymətini tapmaq üçün tənlik yazılır.
$x = 5$	$x = 5$ olduqda kəsrin mənası yoxdur.
$x \neq 5$	Dəyişənin 5-dən fərqli istənilən qiymətində kəsrin mənası var.

a) $\frac{x-5}{2x}$ c) $\frac{a-2}{a+1}$ e) $\frac{x+1}{x^2-x}$ g) $\frac{2c-3}{3c(c-3)}$ i) $\frac{3x+1}{x^2-2x-3}$

b) $\frac{x+2}{x-4}$ d) $\frac{x+8}{2x-5}$ f) $\frac{b+2}{b^2-9}$ h) $\frac{4x+1}{(x-2)(2x-7)}$ j) $\frac{x-6}{x^2-x+2}$

- 4 Məxrəci sıfırdan fərqli kəsr yalnız surəti sifıra bərabər olduqda sifıra bərabər qiymət alır. Dəyişənin mümkün qiymətlərini tapın. Dəyişənin hansı qiymətində kəsrin qiyməti sifıra bərabərdir?

a) $\frac{x-5}{x-4}$ b) $\frac{x+3}{3x-6}$ c) $\frac{x^2-9}{8}$ d) $\frac{x^2-2x}{x+1}$ e) $\frac{x^2-x-6}{x^2+1}$

Öyrənmə Eyniliklə bərabər rasional kəsrlər. Rasional kəsrin ixtisarı

Adi kəsrlərin əsas xassəsi rasional kəsrlər üçün də doğrudur.

Rasional kəsrin surət və məxrəcini eyniliklə sifıra bərabər olmayan çoxhədlilyə vurduqda və ya böldükdə alınan kəsr dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində verilən kəsre eyniliklə bərabər olur.

Məsələn, $\frac{x}{x-1}$ kəsrinin surət və məxrəcini $x+1$ ikihədlisinə vurmaqla alınan kəsri belə yazmaq olar:

$$\frac{x}{x-1} = \frac{x \cdot (x+1)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \frac{x^2+x}{x^2-1}, \text{ burada } x \neq 1 \text{ və } x \neq -1$$

Bu bərabərlik dəyişənin 1 və -1 qiymətlərindən başqa bütün qiymətlərində doğrudur.

• Adi kəsrlərdə olduğu kimi rasional kəsrləri də ixtisar etmək olar. Bunun üçün:

- 1) Kəsrin surət və məxrəci vuruqlara ayrılır.
- 2) Surət və məxrəcin ortaq vuruğu müəyyən edilir.
- 3) Kəsrin surət və məxrəci onların ortaq vuruğuna bölünür.

Məsələn, $\frac{x^2-4}{3x+6}$ kəsrini belə ixtisar etmək olar.

$$\frac{x^2-4}{3x+6} = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{3(x+2)} = \frac{x-2}{3}$$

- 5 Kəsrlərin eyniliklə bərabər olması üçün boş xanaya uyğun ədədi və ya ifadəni tapın.

a) $\frac{3}{5x} = \frac{\square}{15x}$ b) $\frac{2}{3a} = \frac{\square}{6a^2}$ c) $\frac{x+1}{2} = \frac{x^2+x}{\square}$ d) $\frac{b+1}{b-3} = \frac{\square}{b^2-3b}$

- 6 Verilmiş kəsri $12a^2b$ məxrəcinə gətirin.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\frac{3}{4a} = \frac{3 \cdot 3ab}{4a \cdot 3ab} = \frac{9ab}{12a^2b}$	$12a^2b$ birhədlisindən $4a$ vuruğu ayrılır: $12a^2b = 4a \cdot 3ab$. Məxrəcdə $12a^2b$ birhədliyi alınması üçün kəsrin surət və məxrəci $3ab$ tamamlayıcı vuruğuna vurulur.

- ▶ a) $\frac{3}{4a}$ b) $\frac{b}{3a}$ c) $\frac{b}{12}$ d) $\frac{7}{6ab}$ e) $\frac{5}{3b}$ f) $\frac{b}{6a^2}$

7 Verilmiş kəsri tələb edilən məxrəcə gətirin.

a) $\frac{a}{a+2}$ kəsirini $a^2 + 2a$ məxrəcəinə

b) $\frac{x}{x+1}$ kəsirini $x^2 - 1$ məxrəcəinə

8 Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{6x}{8x}$

c) $\frac{15xy}{25x^2}$

e) $\frac{28x^3}{35x^2}$

g) $\frac{3(x+3)}{x(x+3)}$

i) $\frac{2(x+2)}{4x+8}$

b) $\frac{14xy}{21x}$

d) $\frac{18xy}{12x^2}$

f) $\frac{24y^2}{12xy}$

h) $\frac{6a(a+b)}{8b(a+b)}$

j) $\frac{x^2 - 5x}{7(x-5)}$

9 Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{2x+6}{3x+9}$

c) $\frac{4x-8}{x^2-4}$

e) $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$

g) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$

b) $\frac{a+2b}{a^2+2ab}$

d) $\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$

f) $\frac{y^2-10y+25}{y^2-25}$

h) $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

10 Əvvəlcə kəsri ixtisar edin. Sonra dəyişənin verilmiş qiymətində kəsrin qiymətini tapın.

a) $\frac{3x+9}{x^2-9}$

$x = 3,1$ olduqda

b) $\frac{2a-4}{a^2-2a}$

$a = 0,5$ olduqda

c) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$

$x = 1,2$ olduqda

11 Kəsri ixtisar edin.

NÜMUNƏ $\frac{x^2+5x+6}{x^2-9}$

Həlli

Açıqlama

$x^2+5x+6 = (x+2) \cdot (x+3)$

Kəsrin surəti vuruqlara ayrılır.

$x^2-9 = x^2-3^2 = (x+3) \cdot (x-3)$

Kəsrin məxrəci vuruqlara ayrılır.

$\frac{x^2+5x+6}{x^2-9} = \frac{(x+2) \cdot (x+3)}{(x+3) \cdot (x-3)} = \frac{x+2}{x-3}$

Surət və məxrəc ortaq vuruğa bölünür.

a) $\frac{x^2+4x+3}{x^2+3x}$

b) $\frac{x^2-2x+1}{x^2+2x-3}$

c) $\frac{3x+cx+3y+cy}{3x+3y}$

d) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$

12 Sadələşdirin.

a) $\frac{(2x-8)^2}{x-4}$

b) $\frac{x+2}{(2x+4)^2}$

c) $\frac{(3y-6)^2}{2y-4}$

d) $\frac{(3x+6y)^2}{6x+12y}$

13 Verilən ifadəni rasional kəsir şəklində yazın və ixtisar edin.

a) $(x^2-1) : (x+1)$

b) $(x^2+x-2) : (2x+4)$

c) $(a^3+1) : (a^2+a)$



Diqqət!

- Kəsrin surətinin (və ya məxrəcinin) işarəsini və kəsrin qarşısındakı işarəni əksinə dəyişdikdə verilən kəsre bərabər kəsrlər alınır. Məsələn:

$$\frac{x}{x-1} = -\frac{x}{-(x-1)} = -\frac{x}{1-x}$$

- Surət və məxrəcin işarəsini əksinə dəyişdikdə verilən kəsre bərabər kəsrlər alınır.

$$\frac{7-x}{5-x} = -\frac{(7-x)}{-(5-x)} = \frac{x-7}{x-5}$$

- 14 Verilmiş kəsrlər arasından şərtə uyğun olanları müəyyən edin.

a) $\frac{a}{b}$ kəsrinə eyniliklə bərabər olan kəsrlər

b) $-\frac{a}{b}$ kəsrinə eyniliklə bərabər olan kəsrlər

$$\frac{-a}{b}$$

$$\frac{-a}{-b}$$

$$\frac{a}{-b}$$

$$-\frac{-a}{b}$$

$$-\frac{a}{-b}$$

$$-\frac{-a}{-b}$$

- 15 Sadələşdirin.

a) $\frac{a-2}{2-a}$

b) $\frac{x-y}{y-x}$

c) $\frac{b-a}{(a-b)^2}$

d) $\frac{x^2-1}{1-x}$

e) $\frac{-a-b}{a+b}$

f) $\frac{(a-b)^2}{-b+a}$



Səhvi düzəlt!

a) $\frac{x^2+3x-4}{x^2-x} = \frac{\cancel{x}(x+3)-4}{\cancel{x} \cdot (x-1)} = \frac{x+3-4}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1$

b) $\frac{2-x}{1-x} = -\frac{x-2}{x-1}$

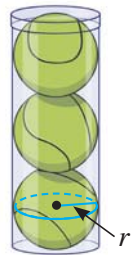
Məsələ həlli

- 16 Düzbucaqlının sahəsi $(x^2 + 7x + 12)$ sm², uzunluğu $(2x + 8)$ sm olarsa, enini x dəyişəni ilə ifadə edin.

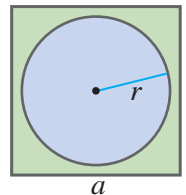
$$\frac{x^2 + 7x + 12}{2x + 8} = ?$$

- 17 Qutuda 6 ağ, n sayda qara kürə var. Qutuya $n + 6$ sayda qırmızı kürə əlavə edildi. Bu qutudan təsadüfən çıxarılan bir kürənin a) ağ rəngdə; b) qara rəngdə; c) qırmızı rəngdə olması hadisəsinin ehtimalını göstərən ifadə yazın. Mümkün olduqda bu ifadəni sadələşdirin.

- 18 Tennis topları üç-üç olmaqla silindr formasında polietilen qutularda satılır.
- Silindr formasında qutunun həcmi topun r radiusu ilə ifadə edin.
 - Tennis toplarının həcmi qutunun həcmi hansı hissəsini təşkil edir?



- 19 Kvadrat formasında güllük sahənin mərkəzində yerləşdirilmiş suçiləyici r metr radiuslu dairəvi ərazini suvarır. Kvadratın tərəfi bu dairənin radiusundan 4 metr böyükdür. Güllük sahənin hansı hissəsinə su çilənir?



5.2. Rasional kəsrlərin vurulması və bölünməsi

Araşdırma-müzakirə

Cədvəldə fermerin taxıl əkdüyü iki tarlanın sahəsi və bu sahələrdən yığıldığı məhsulun miqdarı haqqında məlumat verilmişdir.

- Fermer A və B sahələrinin hər hektarından nə qədər məhsul yığıdı?
- A sahəsinin 1 hektarından yığılan məhsulun B sahəsinin 1 hektarından yığılan məhsuldan neçə dəfə çox olduğunu göstərən ifadəni yazın. Bu ifadəni rasional kəsr şəklində necə göstərmək olar?

Taxıl tarlası	A	B
Sahəsi (ha)	n	$n - 2$
Məhsul (ton)	m	$m + 2$

Öyrənmə Rasional kəsrlərin vurulması və bölünməsi

Rasional kəsrlərin vurulması və bölünməsi qaydaları adi kəsrlərdə olduğu kimidir.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Burada A , B , C və D eyniliklə sıfıra bərabər olmayan çoxhədliyədir. Mümkün olduqda nəticədə alınan kəsr ixtisar edilir.

$$\frac{9a}{14b} \cdot \frac{7b^2}{6a} = \frac{9\cancel{a}^3 \cdot 7\cancel{b}^2}{14\cancel{b} \cdot 6\cancel{a}} = \frac{3b}{4}$$

$$\frac{15x}{8y^2} : \frac{3x^3}{4y} = \frac{15x}{8y^2} \cdot \frac{4y}{3x^3} = \frac{15\cancel{x}^5 \cdot 4\cancel{y}^1}{8y^2 \cdot 3\cancel{x}^3} = \frac{5}{2x^2y}$$

- Vuruqlardan biri çoxhədli (xüsusi halda, birhədli) olduqda bu çoxhədli məxrəci 1-ə bərabər olan kəsr şəklində yazılır və sonra vurma əməli yerinə yetirilir.

$$\frac{2a}{21b^2} \cdot 7ab = \frac{2a}{21b^2} \cdot \frac{7ab}{1} = \frac{2a \cdot 7\cancel{ab}}{21\cancel{b}^2} = \frac{2a^2}{3b}$$

- Bölən (və ya bölünən) çoxhədli olduqda bu çoxhədli məxrəci 1-ə bərabər olan kəsr şəklində yazılır və sonra bölmə əməli yerinə yetirilir.

$$\frac{x^2 - 2x}{3} : (x - 2) = \frac{x^2 - 2x}{3} : \frac{x - 2}{1} = \frac{x(x - 2)}{3} \cdot \frac{1}{x - 2} = \frac{x\cancel{(x - 2)}}{3\cancel{(x - 2)}} = \frac{x}{3}$$

Çalışma

- 1 Vurma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{4a}{5} \cdot \frac{3}{8a}$

b) $\frac{6x}{y} \cdot \frac{2y}{9x}$

c) $\frac{12a}{7b} \cdot \frac{b^2}{3a}$

d) $\frac{9x}{14y^3} \cdot \frac{2y}{3x}$

e) $\frac{13d^2}{18c^3} \cdot \frac{3c^2}{26d}$

- 2 Bölmə əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{2a}{21} : \frac{3a}{7}$

b) $\frac{5x}{12y} : \frac{3x}{4}$

c) $\frac{4c}{9d} : \frac{c^3}{6d}$

d) $\frac{8x}{15y^2} : \frac{4x}{5y}$

e) $\frac{d^4}{4c^3} : \frac{5d^2}{6c}$

3 Sadələşdirin.

a) $\frac{5a}{8b^2} \cdot 6ab$

b) $3x^2 : \frac{xy}{2}$

c) $\frac{2x}{3y^2} : \left(-\frac{4x}{y}\right)$

d) $\frac{4a}{7b} \cdot (-2ab)$

e) $-\frac{2xy}{3} : (-3x^2)$

4 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x}{2} \cdot \frac{8y^2}{9x^3} \cdot \frac{3x}{4y}$

b) $\frac{4a}{5b} \cdot \frac{b^3}{6a^3} : \frac{b}{9a}$

c) $\frac{5}{3c} : \frac{8d}{9c^3} \cdot \frac{3d}{10c}$

d) $\frac{4x}{7y} : \frac{8x^2}{3y^3} : \frac{y}{4x}$



DİQQƏT!

Rasional kəsri qüvvətə yüksəltmək üçün $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$ düsturundan istifadə olunur.

Məsələn: $\left(\frac{2a^2}{3b}\right)^3 = \frac{(2a^2)^3}{(3b)^3} = \frac{8a^6}{27b^3}$; $\left(\frac{a+2}{2a}\right)^2 = \frac{(a+2)^2}{(2a)^2} = \frac{a^2 + 4a + 4}{4a^2}$

5 Boş xanalara uyğun ədədi və ya ifadəni tapın.

a) $\left(\frac{3x}{2y^3}\right)^3 = \frac{\square x^3}{8y^{\square}}$

b) $\left(\frac{a+1}{4a^{\square}}\right)^2 = \frac{(a+1)^2}{\square a^4}$

c) $\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^3 = \frac{(x+2)^{\square}}{(\square)^3}$

6 Qüvvətə yüksəldin.

a) $\left(\frac{x}{2y}\right)^2$

b) $\left(\frac{2a}{b}\right)^3$

c) $\left(-\frac{3x}{y^3}\right)^2$

d) $\left(-\frac{3c^2}{4d}\right)^3$

e) $\left(\frac{2y^3}{3x^2}\right)^4$

7 Sadələşdirin.

a) $\left(\frac{3x}{4y}\right)^2 \cdot \frac{8y}{9x}$

b) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^3 : \frac{4a^2}{9b}$

c) $\left(-\frac{4x}{9y}\right)^2 \cdot \left(\frac{3y}{2x^2}\right)^3$

d) $\left(\frac{3a^3}{10b}\right)^2 : \left(\frac{3a^2}{5b}\right)^3$

8 İfadəni sadələşdirin.

NÜMUNƏ $\frac{2x+4}{(x-3)^2} \cdot \frac{x^2-9}{3x+6}$

Həlli
$$\frac{2x+4}{(x-3)^2} \cdot \frac{x^2-9}{3x+6} = \frac{(2x+4) \cdot (x^2-9)}{(x-3)^2 \cdot (3x+6)} =$$
$$= \frac{2(x+2) \cdot (x-3) \cdot (x+3)}{(x-3)^2 \cdot 3(x+2)} = \frac{2 \cdot (x+3)}{(x-3) \cdot 3} = \frac{2x+6}{3x-9}$$

Açıqlama
Kəsrlərin vurulması qaydası tətbiq edilir.
Surət və məxrəcdəki ifadələr vuruqlara ayrılır. İxtisarlar aparılır və sadələşdirilir.

a) $\frac{4a+2}{a^2} \cdot \frac{a}{2a+1}$

c) $\frac{x-4}{x^2-3x} : \frac{x-4}{x^2-9}$

e) $\frac{6x}{2x+2} : \frac{3}{x^2+x}$

g) $\frac{b^2-1}{b-2} \cdot \frac{2b-4}{b^2+b}$

b) $\frac{1}{b^2-2b} : \frac{2}{b^2-4}$

d) $\frac{c^3}{2c-8} : \frac{4c}{3c-12}$

f) $\frac{x^2-3x}{6y} \cdot \frac{2y^2}{3x}$

h) $\frac{(x-2)^2}{2x+6} \cdot \frac{x^2-9}{3x-6}$

9 Kəsir şəklində göstərin.

a) $(2x+6) \cdot \frac{2}{x^2+6x+9}$

b) $\frac{x^2-2x}{2x} : (4x-8)$

c) $(x^2-9y^2) : \frac{2x-6y}{x}$

10 Əməlləri yerinə yetirin.

$$a) \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 \cdot \frac{2x+4}{3x-3}$$

$$c) \frac{x^2+x}{x^2+x+1} \cdot \frac{x^3-1}{x^2-1}$$

$$e) \frac{2}{b} \cdot \frac{b+1}{b+2} \cdot \frac{b^2+2b}{b^2-1}$$

$$b) \frac{2x+6}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-4x+4}{3x+9}$$

$$d) \frac{a-4}{a+1} \cdot \frac{a^2-2a-8}{a+1}$$

$$f) \frac{x-3}{x^2+3x} \cdot \frac{9x^2}{2x-6} \cdot \frac{6x}{x+3}$$

11 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

$$a) \frac{3x-6}{2x} \cdot \frac{x^2}{x-2}$$

$x = \frac{2}{3}$ olduqda

$$b) \frac{2y+4}{y^2-1} \cdot \frac{y^2+2y+1}{y+2}$$

$y = 0,5$ olduqda

$$c) \frac{4t+12}{t-2} \cdot \frac{t^2+3t}{t^2-4}$$

$t = -0,5$ olduqda



Yadda saxla!

Dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində doğru olan bərabərliyə eynilik deyilir.

12 Eyniliyi isbat edin.

$$a) \frac{2a}{a-2} \cdot \frac{3a-6}{a} = 6$$

$$b) \frac{2a+6}{a^2-a} \cdot \frac{2}{a-1} = \frac{a+3}{a}$$

$$c) \frac{8b}{b-3} \cdot \frac{b}{4b+12} = \frac{2b^2}{b^2-9}$$



Səhvi düzəlt!

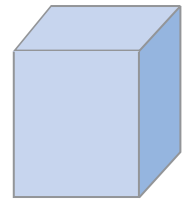
$$\frac{6}{x} \cdot \frac{x+2}{3} = \frac{6 \cdot x + 2}{x \cdot 3} = \frac{6x+2}{3x} = \frac{2+2}{1} = 4$$

$$\frac{9-x^2}{x} : (2x-6) = \frac{9-x^2}{x} \cdot \frac{2x-6}{1} = \frac{(3-x) \cdot (3+x)}{x} \cdot \frac{1}{2(x-3)} = \frac{(3-x) \cdot (3+x)}{x \cdot 2 \cdot (x-3)} = \frac{3+x}{2x}$$

Məsələ həlli

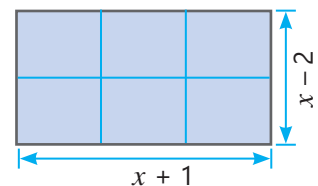
13 Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi $\frac{x^3+x^2-2x}{8}$ sm³, oturacağıın sahəsi $\frac{x^2+2x}{4}$ sm² olarsa, hündürlüyü neçə santimetrdir?

Uyğun ifadəni yazın və $x = 1,6$ olduqda qiymətini hesablayın.



14 Eni $x-2$, uzunluğu $x+1$ olan düzbucaqlı formasında əkin sahəsi müxtəlif növ bitkilərin becərilməsi üçün şəkildə göstərilədiyi kimi 6 kiçik konkruyent düzbucaqlıya bölünmüşdür.

- Kiçik düzbucaqlının enini və uzunluğunu x dəyişəni ilə ifadə edin.
- Kiçik düzbucaqlının sahəsinə uyğun ifadəni yazın.

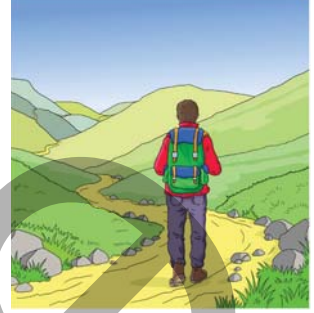


5.3. Rasional kəsrlərin toplanması və çıxılması

Araşdırma-müzakirə

Turist düşərgəsindən stansiya qədər yolun ilk 5 km-i yoxuş, sonrakı 2 km-i isə enişdir. Turist yoxuşda v km/saat sürətlə, enişdə isə bundan 2 dəfə çox sürətlə hərəkət edir.

- Turist yolun yoxuş və eniş hissələrinin hər birini neçə saata qət etdi? Uyğun ifadələri yazın və mümkün olarsa, sadələşdirin.
- Turistin bütün yola sərf etdiyi zaman müddətini tapmaq üçün hansı ifadəni yazmaq olar? Bu ifadəni rasional kəsir şəklində necə göstərmək olar?



Öyrənmə Məxrəcləri eyni olan rasional kəsrlərin toplanması və çıxılması

Məxrəcləri eyni olan rasional kəsrlərin toplanması və çıxılması qaydaları adı kəsrlərin toplanması və çıxılması qaydaları ilə eynidir.

$$\frac{A}{M} + \frac{B}{M} = \frac{A + B}{M}$$

$$\frac{A}{M} - \frac{B}{M} = \frac{A - B}{M}$$

Məsələn, $x \neq 0$ olduqda $\frac{x+2}{x}$ və $\frac{x-1}{x}$ kəsrlərinin cəmi və fərqi belə tapılır:

$$\frac{x+2}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{x+2+x-1}{x} = \frac{2x+1}{x}$$

$$\frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{x+2-(x-1)}{x} = \frac{3}{x}$$

- Toplama və ya çıxmanın nəticəsində alınan kəsir mümkün olduqda ixtisar edilir.

$$\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-5}{x-1} = \frac{x+3+x-5}{x-1} = \frac{2x-2}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$



Fikirləş!

$\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 1$ bərabərliyinin eynilik olduğunu necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Boş xanaya uyğun ədədi və ya ifadəni tapın.

a) $\frac{2x}{7} + \frac{3x}{7} = \frac{5x}{\square}$

b) $\frac{7y}{5} - \frac{3y}{5} = \frac{\square}{5}$

c) $\frac{b}{a} + \frac{3b}{a} = \frac{\square}{a}$

d) $\frac{7}{3a} - \frac{2}{3a} = \frac{5}{\square}$

- 2 Toplama əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{4y}{9x} + \frac{2y}{9x}$

b) $\frac{4b}{3a} + \frac{5b}{3a}$

c) $\frac{2+b}{b} + \frac{3-b}{b}$

d) $\frac{y+3}{y^2} + \frac{2y-3}{y^2}$

e) $\frac{1+3c^2}{8c} + \frac{c^2-1}{8c}$

- 3 Çıxma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{7y}{8x} - \frac{3y}{8x}$

b) $\frac{5b}{6a} - \frac{b}{6a}$

c) $\frac{4-x}{3x} - \frac{1-x}{3x}$

d) $\frac{3c-2}{2c^2} - \frac{c-2}{2c^2}$

e) $\frac{2+x^2}{4x} - \frac{2-x^2}{4x}$

4 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{3x}{x+3} + \frac{9}{x+3}$

c) $\frac{a+5}{4a+2} + \frac{a-5}{4a+2}$

e) $\frac{3y}{y^2-9} + \frac{9}{y^2-9}$

g) $\frac{16}{b+4} - \frac{b^2}{b+4}$

b) $\frac{2m}{m-2} - \frac{4}{m-2}$

d) $\frac{4x+7}{3x+2} - \frac{3-2x}{3x+2}$

f) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-4}$

h) $\frac{a^2+25}{a+5} + \frac{10a}{5+a}$

5 İfadəni sadələşdirin.

NÜMUNƏ $\frac{2a}{a-3} + \frac{6}{3-a}$

Həlli
 $\frac{2a}{a-3} + \frac{6}{3-a} = \frac{2a}{a-3} + \frac{-6}{-(3-a)} =$
 $= \frac{2a}{a-3} + \frac{-6}{a-3} = \frac{2a-6}{a-3} = \frac{2(a-3)}{a-3} = 2$

Açıqlama
 Məxrəclər əks ifadələr olduğu üçün ikinci kəsrin surət və məxrəcinin işarəsi əksinə dəyişdirilir. Məxrəcləri eyni olan kəsrlərin toplanması qaydası tətbiq edilir və alınan kəsr sadələşdirilir.

a) $\frac{4a}{a-b} + \frac{4b}{b-a}$

b) $\frac{m-3}{m-2} - \frac{m+3}{2-m}$

c) $\frac{b^2}{b-3} + \frac{9}{3-b}$

d) $\frac{8+y}{y^2-1} - \frac{y-6}{1-y^2}$

Öyrənmə Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlərin toplanması və çıxılması (məxrəclər birhədli olan hal)

Məxrəcləri müxtəlif olan $\frac{A}{C}$ və $\frac{B}{D}$ rəasional kəsrlərin cəmini (fərqi) adi kəsrlərin toplanması (çıxılması) qaydasına uyğun olaraq orta məxrəcə gətirməklə tapmaq olar.

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{D} = \frac{A \cdot D + B \cdot C}{C \cdot D}$$

$$\frac{A}{C} - \frac{B}{D} = \frac{A \cdot D - B \cdot C}{C \cdot D}$$

$$\frac{1}{2a} + \frac{2}{3b} = \frac{1 \cdot 3b}{2a \cdot 3b} + \frac{2 \cdot 2a}{3b \cdot 2a} = \frac{3b + 4a}{6ab}$$

• Kəsrləri topladıqda (çıxdıqda) çox vaxt məxrəclərin hasili əvəzinə daha sadə orta məxrəc tapmaq mümkündür. Məsələn: $\frac{3}{4ab} + \frac{5}{6a^2} = ?$

Burada məxrəclərin hasili $4ab \cdot 6a^2 = 24a^3b$ ifadəsidir. Lakin orta məxrəc olaraq həm $4ab$ -yə, həm də $6a^2$ -na bölünən, əmsalı və dərəcəsi mümkün qədər kiçik olan birhədli götürmək olar. $4ab = 2a \cdot 2b$ və $6a^2 = 2a \cdot 3a$ olduğuna görə $2a \cdot 2b \cdot 3a = 12a^2b$ birhədli verilmiş kəsrlər üçün ən sadə orta məxrəcdir.

$12a^2b = 4ab \cdot 3a$ və $12a^2b = 6a^2 \cdot 2b$ olduğuna əsasən hər bir kəsr üçün tamamlayıcı vuruq müəyyən edilir, kəsrlər orta məxrəcə gətirilir və toplanır:

$$\frac{3}{4ab} + \frac{5}{6a^2} = \frac{3 \cdot 3a}{4ab \cdot 3a} + \frac{5 \cdot 2b}{6a^2 \cdot 2b} = \frac{9a}{12a^2b} + \frac{10b}{12a^2b} = \frac{9a + 10b}{12a^2b}$$

Göründüyü kimi, məxrəcləri birhədli olan kəsrlərin ən sadə orta məxrəci də birhədli şəkildədir. Bu birhədlinin əmsalı məxrəclərdəki əmsalların ƏKOB-na, hərfi hissəsi isə məxrəclərin heç olmasa birinə daxil olan dəyişənlərin ən yüksək qüvvətləri hasilinə bərabərdir.

6 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4}$

b) $\frac{3y}{5} - \frac{y}{3}$

c) $\frac{3}{x} + \frac{4}{y}$

d) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b}$

e) $\frac{x-2}{2} + \frac{x+3}{3}$

7 İfadələrdən hansının verilmiş kəsrlər üçün daha sadə ortağ məxrəc olduğunu müəyyən edin. Sonra kəsrləri həmin məxrəcə gətirin. Alınan kəsrlərin cəmini və fərqini tapın.

a) $\frac{1}{2a}$ və $\frac{1}{6a}$

$12a^2$ $12a$ $6a$

b) $\frac{1}{6x}$ və $\frac{1}{8x^2}$

$48x^3$ $24x^3$ $24x^2$

c) $\frac{2}{3ab}$ və $\frac{1}{6a^2}$

$18a^3b$ $6a^3b$ $6a^2b$

8 Əvvəlcə kəsrləri ən sadə ortağ məxrəcə gətirin, sonra əməlləri yerinə yetirin.

NÜMUNƏ

$$\frac{1}{6x} - \frac{3}{8y}$$

Həlli

$$\begin{aligned} \frac{1}{6x} - \frac{3}{8y} &= \frac{1 \cdot 4y}{6x \cdot 4y} - \frac{3 \cdot 3x}{8y \cdot 3x} = \\ &= \frac{4y}{24xy} - \frac{9x}{24xy} = \frac{4y - 9x}{24xy} \end{aligned}$$

Açıqlama

Verilmiş kəsrlər üçün ən sadə ortağ məxrəc tapılır: $24xy$
 $24xy = 6x \cdot 4y$ və $24xy = 8y \cdot 3x$ olduğuna əsasən hər bir kəsr üçün tamamlayıcı vuruq müəyyən edilir.

Kəsrlər ortağ məxrəcə gətirilir və çıxılır:

a) $\frac{3a}{4} + \frac{a}{8}$

c) $\frac{2c}{9} + \frac{c}{6}$

e) $\frac{5}{3a} - \frac{7}{6a}$

g) $\frac{5b}{6a} - \frac{7b}{9a}$

i) $\frac{5}{6x^2} - \frac{1}{8xy}$

b) $\frac{2b}{3} - \frac{b}{9}$

d) $\frac{5b}{8} - \frac{7b}{12}$

f) $\frac{1}{4x} + \frac{5}{8x}$

h) $\frac{y}{6x} + \frac{3y}{4x}$

j) $\frac{2}{3c^2} + \frac{4}{9cd}$

9 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x-2}{2} + \frac{x+4}{4}$

b) $\frac{x-3}{9} - \frac{x-4}{12}$

c) $\frac{a+2}{4a} + \frac{a-3}{6a}$

d) $\frac{8a+3}{10a} - \frac{4a-1}{5a}$

Öyrənmə Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlərin toplanması və çıxılması (ümumi hal)

Məxrəclərdəki çoxhədliləri vuruqlara ayırmaq mümkün deyilsə, yaxud onların ortağ vuruğu yoxdursa, ortağ məxrəc olaraq bu çoxhədlilərin hasilı götürülür.

$$\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x} = \frac{2 \cdot x}{(x-1) \cdot x} - \frac{2 \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} = \frac{2x - 2 \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} = \frac{2x - 2x + 2}{x \cdot (x-1)} = \frac{2}{x^2 - x}$$

Mümkün olduqda isə məxrəclər vuruqlarına ayrılır və ən sadə ortağ məxrəc tapılır. Ən sadə ortağ məxrəc olaraq ədədi vuruqların ƏKOB-u və ortağ vuruğun ən böyük qüvvəti ilə müxtəlif vuruqların hasilı götürülür. ▶

- Məsələn, $\frac{a}{2a+4} - \frac{a-1}{3a+6}$ ifadəsini belə sadələşdirmək olar.

$$\begin{aligned} & \frac{a}{2a+4} - \frac{a-1}{3a+6} = \\ & = \frac{a}{2(a+2)} - \frac{a-1}{3(a+2)} = \\ & = \frac{3 \cdot a}{3 \cdot 2(a+2)} - \frac{2 \cdot (a-1)}{2 \cdot 3(a+2)} = \\ & = \frac{3a - 2(a-1)}{6(a+2)} = \frac{3a - 2a + 2}{6(a+2)} = \\ & = \frac{\cancel{a+2}}{6(\cancel{a+2})} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Verilmiş ifadə yazılır.

Məxrəclər vuruqlara ayrılır. Ortaq vuruq $(a+2)$ -dir.

ƏKOB $(2, 3) = 6$ olduğundan ən sadə orta q məxrəc $6 \cdot (a+2)$ ifadəsidir. Hər bir kəsir üçün tamamlayıcı vuruq müəyyən edilir, kəsrlər orta q məxrəcə gətirilir.

Məxrəcləri eyni olan kəsrlər çıxılır.

Sadələşdirilir.

- 10 Kəsir şəklində göstərin.

a) $\frac{x+2}{x} - \frac{x+3}{x+1}$

b) $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a-1}$

c) $\frac{y}{y-2} + \frac{y}{y+2}$

d) $\frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n}$

- 11 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{1}{2(a+1)} + \frac{a-1}{4(a+1)}$

c) $\frac{c}{2(c-2)} - \frac{2}{c(c-2)}$

e) $\frac{5}{5b-10} - \frac{2}{6b-12}$

b) $\frac{2}{5(b-1)} + \frac{1}{10(b-1)}$

d) $\frac{a}{b(a-b)} - \frac{b}{a(a-b)}$

f) $\frac{3x}{2x+2} - \frac{2x+7}{3x+3}$

- 12 Sadələşdirin.

NÜMUNƏ

$$\frac{x}{2x-4} - \frac{2}{x^2-2x}$$

Həlli

$$\begin{aligned} & \frac{x}{2x-4} - \frac{2}{x^2-2x} = \frac{x}{2(x-2)} - \frac{2}{x(x-2)} = \\ & = \frac{x \cdot x}{x \cdot 2(x-2)} - \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot x(x-2)} = \\ & = \frac{x^2-4}{2 \cdot x(x-2)} = \frac{(x-2)(x+2)}{2x(x-2)} = \frac{x+2}{2x} \end{aligned}$$

Açıqlama

Kəsrlərin məxrəcləri vuruqlara ayrılır.

Ortaq məxrəc $2x(x-2)$ ifadəsidir.

Məxrəcləri eyni olan kəsrlər çıxılır. Alınan kəsir ixtisar edilir.

a) $\frac{x-9}{3x-9} + \frac{x+3}{x^2-3x}$

b) $\frac{y+8}{y^2-4y} - \frac{10-y}{2y-8}$

c) $\frac{2}{y^2-4} - \frac{1}{y^2+2y}$

d) $\frac{c}{d^2+cd} - \frac{d}{c^2+cd}$

- 13 Əvvəlcə kəsrləri ixtisar edin. Sonra ifadəni sadələşdirin.

a) $\frac{a^2-4}{2a-4} - \frac{(a+2)^2}{2a+4}$

b) $\frac{(x+3)^2}{x^2+3x} + \frac{(x-3)^2}{x^2-3x}$

c) $\frac{x+1}{x^2-1} - \frac{x-1}{x^2-x}$

- 14 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{8+y}{y^2-9} + \frac{y-2}{y^2-9}$
 $y = 3,1$ olduqda

b) $\frac{y^2+4}{y^2-2y} - \frac{4}{y-2}$
 $y = 0,5$ olduqda

c) $\frac{2}{c^2-1} - \frac{1}{c^2-c}$
 $c = -2,5$ olduqda

- 15 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{2x^2}{1-x^2} - \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}$

b) $\frac{2a}{a^2-b^2} - \frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}$

c) $\frac{y-6}{y^2+3y} + \frac{y}{y+3} - \frac{y+3}{y}$



Diqqət!

Çoxhədli ilə rəşional kəsirin cəmini (fərğini) tapmaq üçün həmin çoxhədli məxrəci 1 olan kəsir şəklində yazılır və uyğun əməl yerinə yetirilir. Məsələn:

$$a+1 + \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{a+1}{1} + \frac{2-a^2}{a-1} = \frac{(a-1) \cdot (a+1) + (2-a^2)}{a-1} = \frac{a^2-1+2-a^2}{a-1} = \frac{1}{a-1}$$

- 16 Rəşional kəsir şəklində göstərin.

a) $2a + \frac{a}{4}$

b) $3y - \frac{y}{3}$

c) $2x - \frac{4x^2-1}{2x}$

d) $\frac{b+1}{b} - b - 1$

e) $a + b - \frac{a^2+b^2}{a+b}$



Səhvi düzəlt!

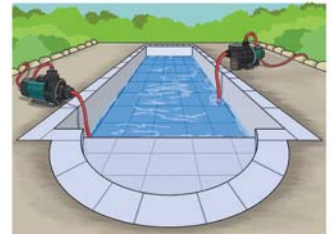
$$\frac{x+3}{x-1} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{x+3-x-2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{a^2}{a-1} - a - 1 = \frac{a^2}{a-1} - \frac{a-1}{1} = \frac{a^2 - (a-1)(a-1)}{a-1} = \frac{a^2 - a^2 + 2a - 1}{a-1} = \frac{2a-1}{a-1} = 2$$

Məsələ həlli

- 17 Durğun suda sürəti 15 km/saat olan motorlu qayıq çayın axını ilə 18 km gedib geri qayıtdı.
- Çayın axın sürəti x km/saat olarsa, qayıq bütün yola nə qədər vaxt sərf etdi? Uyğun ifadəni yazın və bu ifadəni rəşional kəsir şəklində göstərin.
 - $x = 3$ km/saat olarsa, qayıq bütün yola nə qədər vaxt sərf etdi?

- 18 Boş hovuz A nasosu ilə x saata, B nasosu ilə $2x$ saata dolur.
- Bu nasoslar birlikdə qoşulsa, 1 saatda hovuzun hansı hissəsi dolar? Uyğun ifadəni yazın və sadələşdirin.
 - $x = 3$ olduqda ifadənin qiymətini tapın.



5.4. Rasional ifadələr və onların çevrilməsi

Araşdırma-müzakirə

A və B məntəqələri arasındakı məsafə s km-dir. Velosipedçi A-dan B-yə 12 km/saat sürətlə getdi və 8 km/saat sürətlə geri qayıtdı.

- Velosipedçinin bütün yola sərf etdiyi vaxtı tapmaq üçün hansı ifadəni yazmaq olar?
- Onun orta sürətini tapmaq üçün ifadə yazın.



Öyrənmə Rasional ifadələrin çevrilməsi

Rasional kəsrlər üzərində toplama, çıxma, vurma, bölmə əməllərinin köməyi ilə tərtib olunmuş ifadəyə rasional ifadə deyilir. Məsələn, $\frac{x+2}{x} + \frac{1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1}$ və $\frac{ab}{a-b} \cdot \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$ ifadələri rasional ifadələrdir. Rasional kəsr özü də rasional ifadədir. Hər bir rasional ifadəni eyniliklə çevirmələr aparmaqla rasional kəsr şəklində göstərmək olar. Bunun üçün əməllər uyğun ardıcılıqla yerinə yetirilir. Rasional ifadələr üçün də əməllər ardıcılığı ədədi ifadələrdə olduğu kimidir. Məsələn:

$$\begin{aligned} & \frac{x+3}{x} - \frac{1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1} = \frac{x+3}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{4}{x} \\ & \frac{1}{x+1} : \frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot x} = \frac{x-1}{x} \\ & \frac{x+3}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{x+3-x+1}{x} = \frac{4}{x} \end{aligned}$$

Çalışma

- 1 Əməllər ardıcılığını müəyyən edin və əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{x+1} : \frac{3}{x+1}$

c) $\frac{c}{3} - \frac{2}{c+1} \cdot \frac{c^2-1}{6}$

e) $\frac{2}{a} \cdot \frac{a^2-a}{4} - \frac{a-1}{3}$

b) $\frac{3}{y} + \frac{2}{y+5} : \frac{y}{y+5}$

d) $\frac{3+b}{3} : \frac{b}{3} + \frac{2-b}{b}$

f) $\frac{5}{x^2} \cdot \frac{x^2-x}{5} - \frac{x-2}{x}$

- 2 Sadələşdirin.

NÜMUNƏ

$$\left(\frac{m}{n^2} - \frac{4}{m}\right) \cdot \frac{n}{m-2n}$$

Həlli

$$1 \quad \frac{m}{n^2} - \frac{4}{m} = \frac{m^2 - 4n^2}{n^2m}$$

$$2 \quad \frac{m^2 - 4n^2}{n^2m} \cdot \frac{n}{m-2n} = \frac{(m-2n)(m+2n) \cdot n}{n^2m \cdot (m-2n)} = \frac{m+2n}{nm}$$

Açıqlama

Mötərizənin daxilindəki ifadə sadələşdirilir.

Vurma əməli yerinə yetirilir və alınan rasional kəsr ixtisar edilir. ▶

▶ a) $\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) \cdot \frac{4}{x^2}$ c) $\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right) \cdot \frac{a}{a+2}$ e) $\frac{x^2y}{x^2 - y^2} \cdot \left(\frac{3}{y} - \frac{3}{x}\right)$ g) $\left(\frac{a}{b^2} - \frac{9}{a}\right) \cdot \frac{ab}{a+3b}$
b) $\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4}\right) : \frac{x}{8}$ d) $\left(\frac{b}{c} - \frac{c}{b}\right) : \frac{b-c}{bc}$ f) $\frac{ab}{a-b} \cdot \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)$ h) $\frac{2c-d}{cd} : \left(\frac{4c}{d^2} - \frac{1}{c}\right)$

3 Sadələşdirin və rasiyal kəsr şəklində yazın.

a) $\left(\frac{1}{x} + y\right) : \left(\frac{1}{y} + x\right)$ c) $\left(\frac{4a}{2-a} - a\right) : \frac{a+2}{a-2}$ e) $\left(1 - \frac{2}{b} + \frac{1}{b^2}\right) : \left(\frac{1}{b} - 1\right)$
b) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)$ d) $\left(x - \frac{x}{x-2}\right) \cdot \frac{x-2}{x-3}$ f) $\left(x + \frac{1}{x} - 2\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{x-1}\right)$

4 Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x+y}{y^2} \cdot \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right)$ b) $\left(\frac{b+3}{b-3} + \frac{b-3}{b+3}\right) : \frac{b^2+9}{b+3}$ c) $\left(\frac{m+1}{m-1} - \frac{m-1}{m+1}\right) \cdot \frac{1-m^2}{4m}$

5 Əməlləri yerinə yetirin.

NÜMUNƏ $\left(\frac{3}{3a-a^2} - \frac{a}{9-3a}\right) \cdot \frac{9}{3+a}$

Həlli	Açıqlama
$\begin{aligned} 1) \quad \frac{3}{3a-a^2} - \frac{a}{9-3a} &= \frac{3}{a(3-a)} - \frac{a}{3(3-a)} = \\ &= \frac{9-a^2}{3a(3-a)} = \frac{(3-a)(3+a)}{3a(3-a)} = \frac{3+a}{3a} \\ 2) \quad \frac{3+a}{3a} \cdot \frac{9}{3+a} &= \frac{(3+a) \cdot 9}{3a \cdot (3+a)} = \frac{3}{a} \end{aligned}$	<p>Mötərizə daxili ifadə sadələşdirilir.</p> <p>Vurma əməli yerinə yetirilir və alınan rasiyal kəsr ixtisar edilir.</p>

a) $\left(\frac{2}{a^2+2a} - \frac{a}{4+2a}\right) \cdot \frac{a^2}{2-a}$ b) $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x^2-x}\right) : \frac{x^2-1}{2x}$ c) $\left(\frac{8x}{4-x^2} - \frac{x-2}{x+2}\right) : \frac{x+2}{x}$

6 Sadələşdirin və rasiyal kəsr şəklində yazın.

a) $\left(\frac{2a}{b^2}\right)^2 \cdot \frac{b^3}{6a} - \frac{a}{2b}$ b) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - \frac{x-2}{x}$ c) $\left(\frac{c^2}{c-2}\right)^2 \cdot \frac{c-2}{c^3} - 1$

7 Sadələşdirin.

NÜMUNƏ b) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\begin{aligned} \left(\frac{x}{2} - \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right) &= \frac{x^2-4}{2x} : \frac{x-2}{2x} = \\ &= \frac{x^2-4}{2x} \cdot \frac{2x}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2) \cdot 2x}{2x \cdot (x-2)} = x+2 \end{aligned}$	<p>Kəsrin bölmə ilə əlaqəsindən istifadə olunur, əməllər ardıcılığına əsasən ifadə sadələşdirilir.</p>

a) $\frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x} - 1}$ b) $\frac{\frac{x}{2} - \frac{2}{x}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{x}}$ c) $\frac{\frac{a-b}{b} + 2}{\frac{a+b}{b} - 2}$ d) $\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$ e) $\frac{1 - \frac{2}{c} + \frac{1}{c^2}}{1 - \frac{1}{c^2}}$

- 8 Dəyişənin mümkün qiymətlərini göstərin. İsbat edin ki, dəyişənin mümkün qiymətlərində ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil.

$$a) \frac{3x-1}{x} - \frac{1}{x+1} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$b) \left(\frac{4a}{a^2-1} + \frac{a-1}{a+1}\right) \cdot \frac{a}{a+1} - \frac{1}{a-1}$$

- 9 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

$$a) \left(\frac{1}{1-x} - x\right) : \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$$

$x = \frac{2}{3}$ olduqda

$$b) \frac{a^2 + 2a}{3} \cdot \frac{6}{a^2 - 4} - \frac{2a - 1}{a - 2}$$

$a = 2,1$ olduqda

Səhvi düzəlt!

$$\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x-1}{2} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{x-1}{2} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{2}{x-1} = \frac{2}{x+1}$$

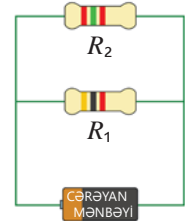
$$1) \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$2) \frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{2}{x-1} = \frac{(x-1) \cdot 2}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{2}{x+1}$$

Məsələ həlli

- 10 Paralel birləşdirilən elektrik dövrəsində ümumi müqavimətin tərs qiyməti ayrı-ayrı müqavimətlərin tərs qiymətlərinin cəminə bərabərdir: $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

- R_p ümumi müqavimətini R_1 və R_2 ilə ifadə edin.
- $R_1 = 3$ Om, $R_2 = 6$ Om olarsa, ümumi müqavimət nə qədərdir?



- 11 Traktorun qabaq təkərinin çevrəsinin uzunluğu x metrdir.
- 500 m məsafə qət etmək üçün traktorun qabaq təkəri neçə dövr edər?
 - Verilən məsafəni qət edərkən traktorun arxa təkəri qabaq təkərindən 150 dövr az etdi. Traktorun arxa təkərinin dövrlərinin sayını hansı ifadəni yazmaqla tapmaq olar?



- Traktorun arxa təkərinin çevrəsinin uzunluğu nə qədərdir? Uyğun ifadəni yazın və sadələşdirin. $x = 1,25$ olduqda ifadənin qiymətini hesablayın.

- 12 Elxanın dostu onlardan 5 km məsafədə yaşayır. Elxan kitabı dostuna qaytarmaq üçün skuterlə gedib geri qayıtdı. Gedərkən skuterin sürəti x km/saat, geri qayıdanda isə bundan 6 km/saat çox oldu.

- Elxan dostu ilə nə qədər vaxta çatar?
- O gedib-qayıtmağa ümumi nə qədər vaxt sərf edər?
- Bütün yolda orta hərəkət sürəti nə qədər oldu? Uyğun ifadəni yazın və sadələşdirin. $x = 15$ olduqda ifadənin qiymətini tapın.



MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

- 1 Sınıfdə qızların sayı n nəfərdir, oğlanların sayı bundan 3 nəfər çoxdur.
 • Qızların sayının oğlanların sayına nisbətində uyğun rasional kəsr yazın.
 • Oğlanların sayı bütün şagirdlərin sayının hansı hissəsini təşkil edir?

- 2 Dəyişənin mümkün qiymətlərini müəyyən edin.

$$a) \frac{x-4}{4}$$

$$b) \frac{5}{x-5}$$

$$c) \frac{x+2}{x^2-1}$$

$$d) \frac{x-2}{x^2+1}$$

$$e) \frac{3x+1}{(x-3)(x+1)}$$

$$f) \frac{x-6}{x^2-3x+2}$$

- 3 Kəsrlərin eyniliklə bərabər olması üçün boş xanaya uyğun ifadəni tapın.

$$a) \frac{b}{3a} = \frac{\square}{6a^2b}$$

$$b) \frac{a}{1-a} = \frac{\square}{a-1}$$

$$c) \frac{2}{x+1} = \frac{\square}{x^2+x}$$

$$d) \frac{1}{a-3} = \frac{\square}{a^2-9}$$

- 4 Kəsri ixtisar edin.

$$a) \frac{15x^2}{24xy}$$

$$c) \frac{3x-9}{4x^2-12x}$$

$$e) \frac{6-2x}{x^2-9}$$

$$g) \frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$$

$$b) \frac{6a^2b}{9ab^2}$$

$$d) \frac{2x+6}{x^2-9}$$

$$f) \frac{x^2-4}{4+2x}$$

$$h) \frac{y^2-4y+4}{y^2-4}$$

- 5 Sadələşdirin.

$$a) \frac{x-3}{(3x-9)^2}$$

$$b) \frac{(2-6y)^2}{3y-1}$$

$$c) \frac{x^2-2x}{x^2-x-2}$$

$$d) \frac{x^2-2x-3}{x^2-3x-4}$$

- 6 Əməlləri yerinə yetirin.

$$a) \frac{ab}{3} \cdot \frac{6a^2}{9b^3} \cdot \frac{3b}{4a}$$

$$b) \frac{2x}{3y} \cdot \frac{y^3}{4x^3} \cdot \frac{y}{6x}$$

$$c) \left(\frac{3c}{2d}\right)^3 \cdot \frac{9c^3}{4d}$$

$$d) \left(-\frac{2x}{9y}\right)^2 \cdot \left(\frac{3y}{4x^2}\right)^2$$

- 7 İfadəni sadələşdirin.

$$a) \frac{3x-1}{4x} \cdot \frac{2x^2}{6x-2}$$

$$c) \frac{x-1}{x+3} \cdot \frac{x^2+3x}{3x-3}$$

$$e) \frac{x^2-4}{4x} \cdot \frac{(x+2)^2}{2x}$$

$$g) (x^2-9) \cdot \frac{3x+9}{x}$$

$$b) \frac{3}{y^2-3y} \cdot \frac{6y}{y^2-9}$$

$$d) \frac{c^2-2c}{c^2-16} \cdot \frac{2c+8}{c-2}$$

$$f) \frac{x^2-6x+9}{x^2-6x} \cdot \frac{x^2-9}{3x-18}$$

$$h) (2a+4) \cdot \frac{4}{a^2-4}$$

- 8 Əməlləri yerinə yetirin.

$$a) \frac{3a}{a^2-9} - \frac{9}{a^2-9}$$

$$c) \frac{x+2}{x} - \frac{x+2}{x+2}$$

$$e) \frac{x-1}{x-2} + \frac{x-4}{x^2-2x}$$

$$g) \frac{y-5}{y^2-1} + \frac{2}{y^2-y}$$

$$b) \frac{2}{x-1} + \frac{1+x}{1-x}$$

$$d) x+2 - \frac{x^2+x}{x-1}$$

$$f) \frac{x-3}{x+2} - \frac{4-3x}{x^2+2x}$$

$$h) \frac{4}{a^2-4} - \frac{a}{2a+4}$$

- 9 İfadəni sadələşdirin.

$$a) \frac{x^2+6x+9}{x+1} \cdot \left(x - \frac{6}{x+1}\right)$$

$$c) \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \cdot \left(x - \frac{4}{x}\right)$$

$$b) \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) \cdot \frac{2ab}{a^2-b^2}$$

$$d) \left(\frac{a+3}{a-3} - \frac{a-3}{a+3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{a}\right)$$

10 Eyniliyi isbat edin.

$$a) \left(\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2 - 1}{a} = 2$$

$$b) \left(\frac{2c}{2-c} - c \right) \cdot \left(\frac{2}{c} - 1 \right) = c$$

11 Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

$$a) \left(1 - \frac{1}{x} \right) : \left(x - \frac{1}{x} \right)$$

$x = -0,9$ olduqda

$$b) \left(\frac{3}{5} + y \right) : \left(\frac{9}{25} - y^2 \right)$$

$y = 0,5$ olduqda

$$c) \left(\frac{a^2}{4} - \frac{1}{9} \right) \cdot \frac{36}{3a+2}$$

$a = 1\frac{1}{3}$ olduqda

12 Verilmiş bərabərliyə əsasən tələb olunan ifadənin qiymətini tapın.

$$a) a - 2b = 9$$

$$\frac{(3a - 6b)^2}{18} = ?$$

$$b) \frac{x+y}{y} = 3$$

$$\frac{x-2y}{y} = ?$$

$$c) x + \frac{2}{x} = 3$$

$$x^2 + \frac{4}{x^2} = ?$$

13 Rasional kəsr şəklində göstərin.

$$a) 1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{1-a}}$$

$$b) 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{1-a}}$$

14 Boş xanalara uyğun ədədi və ya ifadəni tapmaqla verilmiş rasional kəsri cəm və ya fərq şəklində göstərin.

$$a) \frac{5+3x}{15} = \frac{5}{15} + \frac{\square}{15} = \frac{1}{3} + \frac{x}{\square}$$

$$d) \frac{n^2-6}{2n} = \frac{n^2}{2n} - \frac{\square}{2n} = \frac{\square}{2} - \frac{3}{\square}$$

$$b) \frac{3-2x}{6x} = \frac{\square}{6x} - \frac{2x}{6x} = \frac{1}{\square} - \frac{\square}{3}$$

$$e) \frac{x-2}{x+1} = \frac{x+1-\square}{x+1} = 1 - \frac{\square}{x+1}$$

$$c) \frac{4m+7n}{mn} = \frac{4m}{mn} + \frac{\square}{mn} = \frac{\square}{n} + \frac{7}{\square}$$

$$f) \frac{2x}{x-1} = \frac{2(x-1)+\square}{x-1} = 2 + \frac{\square}{x-1}$$

15 k dəyişənin hansı natural qiymətlərində verilmiş ifadənin də qiyməti natural ədədə bərabər olar? Samirin fikrini müzakirə edin və tapşırığı digər ifadələr üçün yerinə yetirin.

$$\frac{4k-4}{k^2-k}$$

$$\frac{4k-4}{k^2-k} = \frac{4(k-1)}{k(k-1)} = \frac{4}{k} \quad (k \neq 0 \text{ və } k \neq 1)$$

$k = 2$ və ya $k = 4$

Əvvəlcə kəsri sadələşdirərəm. Verilən kəsre eyniliklə bərabər olan $\frac{4}{k}$ kəsri yalnız $k = 1; 2; 4$ olduqda natural qiymətlər alar. Lakin $k = 1$ olduqda verilmiş kəsrin mənası olmur. Deməli, yalnız $k = 2$ və ya $k = 4$ olduqda verilmiş kəsrin qiyməti natural ədədə bərabər olur.



$$a) \frac{7}{k}$$

$$b) \frac{k+2}{k}$$

$$c) \frac{6k+5}{k}$$

$$d) \frac{4k-8}{k^2-2k}$$

$$e) \frac{3k-9}{k^2-3k}$$

- 16 m -in hansı qiymətlərində verilmiş rasiyal kəsri ixtisar etmək olar? m -i tapın və kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{x - m}{2x - 6}$

b) $\frac{(x - 5)(x - 7)}{x - m}$

c) $\frac{x + m}{(x + 3)(x - 6)}$

d) $\frac{x^2 - 4x}{x - m}$

e) $\frac{x + m}{x^2 + 5x + 6}$

- 17 Suallara cavab verin.

a) a -nın hansı qiymətində $\frac{1}{x} - \frac{a}{x + 1}$ ifadəsi $\frac{1}{x^2 + x}$ kəsrinə eyniliklə bərabərdir?

b) a və b -nin hansı qiymətlərində $\frac{a}{x} + \frac{b}{x + 2}$ ifadəsi $\frac{3x + 4}{x^2 + 2x}$ kəsrinə eyniliklə bərabərdir?



Səhvi düzəlt!

$\frac{x^2 - 3x}{x - 3} - 1 = \frac{x \cdot (x - 3)}{(x - 3)} - 1 = x - 1$ olduğu üçün x -in 1-dən fərqli bütün natural qiymətlərində verilmiş kəsrin qiyməti də natural ədədə bərabər olur.

- 18 Şəkildə düzbucaqlı formasında güllüyün sahəsi kvadratmetrlə, uzunluğu metrə qeyd edilmişdir.

- Güllüyün perimetrini tapmaq üçün rasiyal ifadəni yazın və sadələşdirin.
- Güllüyün eni 5 m olarsa, sahəsi və perimetri nə qədərdir?

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{6}$$

$$\frac{x + 2}{2}$$

- 19 $\frac{1}{x}$ ədədi $\frac{1}{a}$ və $\frac{1}{b}$ ədədlərinin ədədi ortasına bərabər olduqda x -ə a və b -nin harmonik ortası deyilir.

- Harmonik ortanı hesablamaq üçün düstur yazın və rasiyal kəsir şəklində göstərin.
- Bu düsturdan istifadə etməklə 3 və 6 ədədlərinin harmonik ortasını tapın.

- 20 Kiçik təyyarənin küləksiz havada sürəti 300 km/saatdır.

- Küləyin sürəti x km/saat olarsa, təyyarə külək istiqamətində 640 km məsafəni nə qədər vaxta qət edər?
- Təyyarə küləyə qarşı uçarsa, həmin vaxt ərzində nə qədər məsafə qət edər? Uyğun ifadəni yazın və $x = 20$ olduqda qiymətini hesablayın.



- 21 Metro stansiyasında uzunluğu 24 m olan eskalatorda təmir işləri aparılır.

- Təmiri yerinə yetirən mühəndis hərəkətsiz eskalator üzərində x m/san sürətlə yeriməklə metroya enərsə, buna nə qədər vaxt sərf edər? Uyğun rasiyal kəsri yazın.
- Mühəndis hərəkətdə olan eskalator üzərində dayandıqda metroya enmək üçün sərf etdiyi vaxt hərəkətsiz eskalator üzərində yeriməklə sərf etdiyi vaxtdan 10 saniyə çoxdur. Eskalator hansı sürətlə hərəkət edir? Uyğun rasiyal ifadəni yazın və sadələşdirin. $x = 1,2$ olduqda ifadənin qiymətini tapın.



5.5. Rasional tənliklər



Açar sözlər

- rasional tənlik

Araşdırma-müzakirə

Şahmatçı keçirdiyi n sayda görüşdən ikisində məğlub oldu, bir görüş isə heç-heçə nəticələndi.

- Şahmatçının qalib gəldiyi oyunların sayı keçirdiyi görüşlərin sayının hansı hissəsini təşkil etdi?
- Şahmatçı oyunların $\frac{3}{4}$ -də qalib gəlmişdirsə, neçə oyun keçirmişdir? Bunu necə tapmaq olar?



Öyrənmə Rasional tənliklər və onların həlli

Tənliyin hər iki tərəfi rasional ifadələr olarsa, belə tənliyə **rasional tənlik** deyilir.

Məsələn, $\frac{7}{x+1} = 4$ $\frac{5x-1}{2} = \frac{x}{3}$ $\frac{x+1}{4} = \frac{5}{x}$ rasional tənliklərdir.

- Rasional tənliyin hər iki tərəfi kəsir şəklində olduqda onu tənəsübün əsas xassəsinə əsasən həll etmək olar. Bu həll üsulu kəsirlərin məxrəclərinin ortaq vuruğu olmadıqda daha əlverişlidir.

NÜMUNƏ 1. $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$ tənliyini həll edin.

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x} \quad \text{Verilən tənlik yazılır.}$$

$$2(x-1) = x \quad \text{Tənəsübün əsas xassəsi tətbiq edilir.}$$

$$x = 2 \quad \text{Alınan tənliyin kökü tapılır.}$$

$$\frac{1}{2-1} = \frac{2}{2} \quad \text{Tapılan ədəd verilmiş tənlikdə yazılır və yoxlanılır.}$$

$$1 = 1 \quad \checkmark$$

Cavab. 2

- Ümumi halda rasional tənliyi hər iki tərəfi ona daxil olan kəsirlərin ortaq məxrəcinə vurmaqla həll etmək olar.

NÜMUNƏ 2. $\frac{x}{6} + \frac{1}{2x} = \frac{2}{3}$ tənliyini həll edin.

$$\frac{x}{6} + \frac{1}{2x} = \frac{2}{3} \quad \text{Tənliyə daxil olan kəsirlərin ortaq məxrəci müəyyən edilir: } 6x$$

$$6x \cdot \left(\frac{x}{6} + \frac{1}{2x} \right) = \frac{2}{3} \cdot 6x \quad \text{Tənliyin hər iki tərəfi } 6x\text{-ə vurulur.}$$

$$x^2 + 3 = 4x \quad \text{Hər iki tərəf sadələşdirilir.}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \text{Bütün hədlər sol tərəfə keçirilir.}$$

$$x = 1 \quad x = 3 \quad \text{Alınan kvadrat tənliyin kökləri tapılır.}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{2}{3} \quad \frac{3}{6} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3} \quad \text{Tapılan ədədlər verilmiş tənlikdə yazılır və yoxlanılır.}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \checkmark \quad \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

Cavab. 1 və 3



Fikirləş!

Xətti və ya kvadrat tənliyin rasional tənlik olduğunu necə izah etmək olar?

Çalışma

1 Tənasübün əsas xassəsini tətbiq etməklə tənliyi həll edin. Cavabın doğruluğunu yoxlayın.

$$a) \frac{x-2}{x-3} = \frac{3}{5}$$

$$b) \frac{x}{2-x} = \frac{5}{7}$$

$$c) \frac{4}{x-2} = \frac{1}{x-1}$$

$$d) \frac{x-1}{2} = \frac{1}{x}$$

$$e) \frac{1}{x} = \frac{3}{x^2+2}$$

2 Verilmiş tənliyin hər iki tərəfini ona daxil olan kəsrlərin ən kiçik ortaq məxrəcinə vurmaqla alınan ekvivalent tənliyi yazın və həll edin.

$$a) \frac{2x-3}{12} = \frac{1}{3} - x$$

$$b) \frac{x+5}{3} = \frac{3}{4} + \frac{x}{2}$$

$$c) \frac{x+4}{2} - \frac{x-1}{3} = 4$$

$$d) \frac{x-1}{5} + x = \frac{x+8}{2}$$

3 Tənliyin hər iki tərəfini ona daxil olan kəsrlərin ortaq məxrəcinə vurun. Alınan tənliyi həll edin. Cavabın doğruluğunu yoxlayın.

$$a) \frac{x}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3x}$$

$$b) \frac{x}{12} - \frac{2}{3} = \frac{4}{x}$$

$$c) \frac{x}{3} + \frac{2}{3x} = \frac{x+1}{2x}$$

$$d) \frac{x-1}{3} + 1 = \frac{2}{x-3}$$



Diqqət!

Tənliyi həll edərkən onun hər iki tərəfini məchulu olan vuruğa vurduqda alınan tənlik verilənə ekvivalent olmaya da bilər. Məsələn, $\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$ tənliyinin hər iki tərəfini $(x-2)$ ifadəsinə vurduqda $x^2 = 4$ tənliyi alınır. Lakin alınan tənlik əvvəlki tənliklə ekvivalent deyil. Çünki $x^2 = 4$ tənliyinin kökləri 2 və -2 ədədləridir. 2 ədədi isə verilmiş tənlikdə dəyişənin mümkün qiymətlərinə aid olmadığı üçün onun kökü ola bilməz. Deməli, tənliyin hər iki tərəfini dəyişəni olan vuruğa vurduqda dəyişənin mümkün qiymətləri nəzərə alınmalıdır.

Məxrəcə dəyişən daxil olan rəasional tənlikləri həll etmək üçün:

- 1) Tənliyə daxil olan kəsrlərin ortaq məxrəci tapılır.
- 2) Tənliyin hər iki tərəfi ortaq məxrəcə vurulur.
- 3) Alınan tənlik həll edilir.
- 4) Ortaq məxrəci sıfıra çevirən köklər atılır.

4 Tənliyi həll edin.

NÜMUNƏ $\frac{1}{x^2-x} - \frac{2}{x} = \frac{x}{x-1}$

Həlli $\frac{1-2(x-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2}{x(x-1)}$

$$1-2(x-1) = x^2$$

$$x^2+2x-3=0$$

$$x_1=1, x_2=-3$$

Cavab. -3

Açıqlama

Kəsrlərin ortaq məxrəci $x(x-1)$ ifadəsidir. Hər iki tərəfdəki kəsrlər ortaq məxrəcə gətirilir.

Hər iki tərəf ortaq məxrəcə vurulur.

Alınan tənlik sadələşdirilir və həll edilir.

$x=1$ qiyməti ortaq məxrəci sıfıra çevirdiyi üçün verilmiş tənliyin kökü deyil.

▶ a) $\frac{x+5}{x-5} = 0$ c) $\frac{x^2-x}{x-6} = \frac{5x}{x-6}$ e) $\frac{2}{x} - \frac{5}{x+4} = 1$ g) $\frac{8}{y^2-4} + \frac{2}{y+2} = 1$
b) $\frac{x^2-6x+5}{x-1} = 0$ d) $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 3$ f) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$ h) $\frac{9}{x^2-3x} - \frac{2}{x} = \frac{x}{x-3}$

5 Tənliyin köklərini tapın.

a) $\frac{10}{2x-5} = x-2$ c) $\frac{x^2-5x}{x-4} - \frac{4}{4-x} = 0$ e) $\frac{x^2}{x-2} + 2 = \frac{4}{x-2}$ g) $\frac{7}{x^2+x} - \frac{3}{x} = \frac{x}{x+1}$
b) $\frac{12}{6-x} - 1 = x$ d) $\frac{x^2-2x}{2x-1} = \frac{5x-4}{1-2x}$ f) $\frac{x-5}{x^2-1} + \frac{2x}{x-1} = 1$ h) $\frac{4}{x-3} + \frac{1}{x} = \frac{5}{x-2}$



Səhvi düzəlti

$$\frac{x^2-4x}{x-1} = \frac{3}{1-x}$$

$$(x-1) \cdot \frac{x^2-4x}{x-1} = \left(\frac{-3}{x-1}\right) \cdot (x-1)$$

$$x^2-4x = -3$$

$$x^2-4x+3 = 0 \quad \text{Cavab. } 1 \text{ və } 3$$

6 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $\frac{x^2+x-2}{x+3}$ kəsrinin qiyməti -10 -a bərabərdir?
b) $\frac{2y-1}{y}$ və $\frac{y+4}{y+2}$ kəsrlərinin uyğun qiymətləri bərabərdir?

7 Suallara cavab verin.

a) Hansı ədədin özü ilə tərsinin cəmi $2\frac{1}{6}$ -ə bərabərdir?
b) Surəti məxrəcindən 2 vahid böyük olan kəsrin surətindən 3 çıxıb məxrəcinə 3 əlavə edildikdə alınan kəsrin qiyməti $\frac{1}{2}$ -ə bərabər olar. Bu hansı kərdir?



Riyaziyyat tarixindən

Qədim yunan riyaziyyatçısı İsgəndəriyyəli Diofant (III əsr) cəbr elminin formalaşmasında mühüm rol oynamışdır. Onun "Arifmetika" əsəri rasio-nal tənliklərin həlli üçün sistemli yanaşma təqdim edən ilk əsərlərdən sa-yılır. Diofant tənliklərin yazılışında xüsusi işarələrdən istifadə etmiş və bu, gələcək riyazi simvollarla zəmin yaratmışdır. Müasir riyaziyyatda "Diofant tənlikləri" adlanan tam əmsallı rasio-nal tənliklər də onun adı ilə bağlıdır.

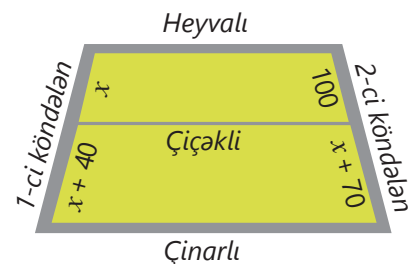


Diofantın məzarı üzərində yazılmış epitafiya bu günə qədər də gəlib çatmışdır. Orada deyilir: "Diofant ömrünün altıda birini uşaqlıqda, bundan iki dəfə az hissəsini gənclikdə keçirmişdir. Gənclik dövründən ömrünün yeddidə biri keçəndən sonra evlənmiş və 5 ildən sonra oğlu olmuşdur. Oğlu atasının ömrünün yarısı qədər yaşamış, oğlunun ölümündən 4 il sonra isə Diofant vəfat etmişdir".

Epitafiyaya əsasən Diofantın neçə il yaşadığını hesablayın.

Məsələ həlli

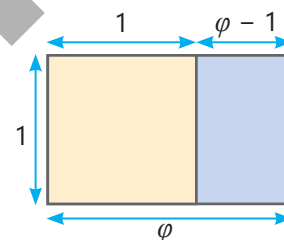
- 8 Planda trapesiya formasında parkın ölçüləri metrə qeyd olunub. "Çiçəkli" küçəsi "Heyvalı" və "Çinarlı" küçələrinə paraleldir. Şəklə əsasən 1-ci və 2-ci köndələn küçələrinin uzunluqları neçə metrdir?



- 9 Uzunluğu 40 sm olan çubuğu n sayda bərabər hissələrə böldülər.
- Hər hissənin uzunluğu nə qədər oldu?
 - Verilmiş çubuq $n + 3$ sayda bərabər hissələrə bölünsəydi, hər hissə əvvəlkindən 3 sm qısa olardı. Əvvəlcə çubuq neçə hissəyə bölünmüşdü?
- 10 Birlikdə nahar edən bir neçə dost hesabı bərabər ödəməyə razılaşırdılar. Hesab 35 manat oldu. İki nəfərin üzərində pulu olmadığı üçün qalan dostların hər biri 2 manat artıq ödəməli oldu.
- Dostların sayı n ilə işarə olunarsa, hər dost nə qədər pul ödəməli idi?
 - Hesabı neçə nəfər və hər biri nə qədər ödədi?
 - Naharda neçə dost var idi?



- 11 Tərəfləri $1 : \varphi$ nisbətində olan düzbucaqlı "qızıl düzbucaqlı" adlanır. Belə düzbucaqlıdan ən böyük kvadrat çıxarıldıqda qalan düzbucaqlı da "qızıl düzbucaqlı" olur. İlk verilmiş "qızıl düzbucaqlının" eni 1 olarsa, uzunluğu nə qədərdir?



Riyazi üfüqlər

Aynur $\frac{x^2 + 1}{5} + \frac{5}{x^2 + 1} = 2$ tənliyini həll etmək üçün x dəyişəninin daxil olduğu rasional kəsri yeni dəyişənlə əvəz etdi. Bu üsulu müzakirə edin və verilmiş tənlikləri *əvəz etmə üsulu* ilə həll edin.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 1}{5} + \frac{5}{x^2 + 1} &= 2 & \left(\frac{x^2 + 1}{5} = t \right) \\ t + \frac{1}{t} &= 2 \\ t^2 - 2t + 1 &= 0 \\ (t - 1)^2 &= 0 \\ t = 1 &\rightarrow \frac{x^2 + 1}{5} = 1 \\ & \quad x^2 = 4 \\ & \quad x = \pm 2 \end{aligned}$$

Tənliyin sol tərəfindəki I və II toplanan bir-birinə qarşılıqlı tərs olduqları üçün $\frac{x^2 + 1}{5} = t$ əvəzləməsi aparıb verilmiş tənliyi t dəyişəninə nəzərən tənliklə əvəz etdim. Yeni tənliyin hər iki tərəfini t -yə vurub alınan kvadrat tənliyi həll etdim. Sonra t -nin qiymətini yerinə yazıb x -i tapdım.



a) $\frac{x}{2x + 1} + \frac{2x + 1}{x} = 2$

b) $\frac{x^2 + 3}{2} - \frac{2}{x^2 + 3} = 1,5$

c) $\frac{x^2 + 2}{2} - \frac{12}{x^2 + 2} = 1$

5.6. Rasional tənliklərin köməyi ilə məsələ həlli

Araşdırma-müzakirə

Müxtəlif metalları əridərək müəyyən nisbətə qarışdırdıqda yeni xassəli qarışıqlar alınır. Məsələn, mis və sinkin 11 : 9 nisbətində qarışığından alınan latun daha sərt və davamlı materialdır.

• 27,5 kq misdən uyğun tərkibli latun almaq üçün nə qədər sink lazımdır? Sinkin kütləsi x ilə işarə olunarsa, onun kütləsini tənlik yazmaqla necə tapmaq olar?



Öyrənmə Rasional tənlik qurmaqla məsələ həlli

Bəzi məsələlər rasional tənlik qurmaqla həll edilir. Rasional tənliyi həll etməklə tələb olunan kəmiyyətin qiyməti və ya qiymətləri tapılır. Bəzən tənliyin kökü məsələnin məzmununa uyğun olmaya da bilər. Buna görə də tapılmış köklər arasında məsələnin məzmununa uyğun olanları müəyyən edilir, tənlikdə yerinə yazılır və cavabın doğruluğu yoxlanılır.

NÜMUNƏ 1. Bir su nasosu boş çəni o birindən 3 saat gec doldurur. Nasoslar eyni vaxtda qoşulduqda çəni birlikdə 2 saata doldurursa, hər nasos çəni təklikdə neçə saata doldurur?

1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: hər nasosun boş çəni təklikdə neçə saata doldurduğunu.

Nə məlumdur: bir nasos boş çəni o birindən 3 saat gec doldurur. Nasoslar birlikdə çəni 2 saata doldurur.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: birinci nasos boş çəni x saata doldurursa, ikinci nasos $(x + 3)$ saata doldurur.

Onda birinci nasos tək işlədikdə 1 saatda çənin $\frac{1}{x}$ hissəsini, ikinci nasos isə $\frac{1}{x + 3}$ hissəsini doldurur. Bu zaman belə cədvəl qurmaq olar. Nasoslar birlikdə qoşulsa, 1 saatda çənin $(\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 3})$ hissəsi dolar.

Nasos	Zaman (saat)	1 saatda çənin dolan hissəsi
I	x	$\frac{1}{x}$
II	$x + 3$	$\frac{1}{x + 3}$

3. HƏLL ET

Şərtə görə nasoslar birlikdə qoşulduqda çən 2 saata dolarsa, onda 1 saata çənin $\frac{1}{2}$ hissəsi dolar. Tənlik yazılır və həll edilir.

Köklərdən birinin işarəsi mənfə alınır. Məsələnin mənasına görə x müsbət ədəd olmalıdır. Ona görə $x = -2$ kökü məsələnin həlli ola bilməz.

$x = 3$ kökü isə məsələnin mənasına uyğundur. Deməli, nasoslardan biri çəni 3 saata, digəri isə $3 + 3 = 6$ saata doldurur.

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 3} &= \frac{1}{2} \\ 2(x + 3) + 2x &= x(x + 3) \\ x^2 - x - 6 &= 0 \\ x_1 &= -2 \quad x_2 = 3\end{aligned}$$

4. YOXLA

Birinci nasos 1 saata çənin $\frac{1}{3}$ hissəsini, ikinci nasos isə $\frac{1}{6}$ hissəni doldurur. Nasoslar birlikdə qoşulanda 1 saata çənin $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ hissəsi, 2 saata isə çən tam dolar.

Cavab. Nasoslardan biri çəni 3 saata, digəri isə 6 saata doldurur.

Məsələ həlli

- 1 Dolu su çəni müxtəlif diametrli iki boru birgə açıldıqda 2 saata, diametri böyük olan boru tək açıldıqda isə 3 saata boşalır.

 - İki boru birgə açıldıqda 1 saatda çənin hansı hissəsi boşalar?
 - Yalnız böyük diametrli boru açıldıqda 1 saatda çənin hansı hissəsi boşalar?
 - Kiçik diametrli boru çəni x saatda boşaldırsa, bu müddəti tapmaq üçün tənlik yazın. Bu çən yalnız kiçik diametrli boru açıldıqda neçə saata boşalar?
- 2 İki usta birlikdə işləyərək təmir işini 6 günə qurtardı. Bu işi təklikdə yerinə yetirmək üçün ustalardan birinə o birindən 5 gün çox vaxt lazım gələr.

 - Birinci usta işi təklikdə x günə görərsə, 1 gündə işin hansı hissəsini görər?
 - İkinci usta 1 gündə işin hansı hissəsini görər?
 - Hər usta bu işi təklikdə neçə günə yerinə yetirər?
- 3 Printerlərdən biri o birindən 2 dəfə sürətlidir. İki printer birlikdə bir kitabı 4 dəqiqəyə çap edir.

 - Birinci printer kitabı x dəqiqəyə çap edərsə, 1 dəqiqədə kitabın hansı hissəsini çap edər?
 - İki printer birlikdə çap etdikdə bir dəqiqədə kitabın hansı hissəsi çap edilir?
 - Hər printer eyni kitabı təklikdə neçə dəqiqəyə çap edər?



NÜMUNƏ 2. Rayon mərkəzindən yola düşən avtobus 240 km məsafədə yerləşən şəhərə müəyyən vaxtda çatmalı idi. Lakin texniki səbəblərə görə avtobus yola 1 saat gec çıxdı. Sürücü sürətini əvvəl nəzərdə tutulan sürətdən 20 km/saat artırdı və mənzilbaşına vaxtında çatdı. Avtobus əvvəl hansı sürətlə getməli idi?

1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: avtobusun əvvəl nəzərdə tutulan sürətini.

Nə məlumdur: sürücü 1 saat gecikməni aradan qaldırmaq üçün 240 km məsafədə avtobusun sürətini əvvəl nəzərdə tutulan sürətindən 20 km/saat artırdı.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: əvvəl nəzərdə tutulan sürət x km/saat ilə işarə edilərsə, mənzilbaşına vaxtında çatmaq üçün avtobus $(x + 20)$ km/saat sürətlə hərəkət etmişdir. Bu zaman belə cədvəl qurmaq olar.

	Məsafə (km)	Sürət (km/saat)	Vaxt (saat)
Nəzərdə tutulan	240	x	$\frac{240}{x}$
Faktiki	240	$x + 20$	$\frac{240}{x + 20}$

3. HƏLL ET

Şərtə görə avtobus yolu nəzərdə tutulduğundan 1 saat tez getmişdir. Tənlik yazılır və həll edilir. Avtobusun sürətinin ədədi qiyməti müsbət olduğu üçün $x = -80$ kökü məsələnin mənasına uyğun deyil, $x = 60$ kökü isə uyğundur. Deməli, avtobus əvvəl 60 km/saat sürətlə getməli idi.

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 1$$
$$240(x+20) - 240x = x(x+20)$$
$$x^2 + 20x - 4800 = 0$$
$$x_1 = -80 \quad x_2 = 60$$

4. YOXLA

Sürücü əvvəl 60 km/saat sürətlə 240 km məsafəni 4 saata qət etməli idi. O sürəti 20 km/saat artırıqda bu yolu 3 saata qət edər. Bununla da 1 saat gecikməni aradan qaldırmiş olar.

$$\frac{240}{60} - \frac{240}{60+20} = 1$$
$$1 = 1 \quad \checkmark$$

Cavab. Avtobus əvvəl 60 km/saat sürətlə getməli idi.

- 4 Eyni şəhərdən 120 km məsafədə yerləşən turist düşərgəsinə iki avtobus eyni anda yola düşdü. Avtobuslardan birinin sürəti o birindən 20 km/saat çox olduğu üçün düşərgəyə yarım saat tez çatdı. Hər avtobusun sürəti nə qədərdir? Cədvəli tamamlayaraq həll edin.

Avtobus	Məsafə (km)	Sürət (km/saat)	Vaxt (saat)
I		x	
II			$\frac{120}{x+20}$

- 5 A və B şəhərləri arasında məsafə 45 km-dir. Velosipedçi A şəhərindən B şəhərinə yola düşdükdən 2 saat sonra onun ardınca motosikletçi yola düşdü və B şəhərinə velosipedçi ilə eyni vaxtda çatdı. Motosikletçinin sürəti velosipedçinin sürətindən 30 km/saat çox olarsa, hər birinin sürəti nə qədərdir?



NÜMUNƏ 3. Motorlu qayıq əvvəlcə çay axını istiqamətində 15 km, sonra geri dönərək axına qarşı 9 km məsafə qət etdi. Qayıq bütün yola 2 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 3 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürəti nə qədərdir?



1. MƏSƏLƏNİ ANLA

Nəyi tapmaq lazımdır: qayığın durğun sudakı sürətini.

Nə məlumdur: qayıq çay axını istiqamətində 15 km və axına qarşı 9 km gedərək bütün yola 2 saat vaxt sərf etmişdir. Çayın axın sürəti saatda 3 km-dir.

2. PLAN QUR

Necə həll etmək olar: qayığın durğun sudakı sürətini x ilə işarə etsək, qayıq axın istiqamətində $(x + 3)$ km/saat sürətlə, axına qarşı isə $(x - 3)$ km/saat sürətlə hərəkət edər. Bunu cədvəldə təsvir etmək olar. Bütün yola sərf edilən vaxt $\left(\frac{15}{x + 3} + \frac{9}{x - 3}\right)$ saata bərabərdir.

İstiqamət	Məsafə (km)	Sürət (km/saat)	Vaxt (saat)
Axın istiqamətdə	15	$x + 3$	$\frac{15}{x + 3}$
Axına qarşı	9	$x - 3$	$\frac{9}{x - 3}$

3. HƏLL ET

Şərtə görə bütün yola sərf edilən vaxt 2 saatdır. Tənlik yazılır və həll edilir. Məsələnin mənasına görə qayığın axına qarşı hərəkət edə bilməsi üçün qayığın durğun sudakı sürəti çayın axın sürətindən böyük olmalıdır. Ona görə də $x = 0$ kökü məsələnin həlli ola bilməz. $x = 12$ kökü isə şərtə uyğundur.

$$\begin{aligned}\frac{15}{x + 3} + \frac{9}{x - 3} &= 2 \\ 15(x - 3) + 9(x + 3) &= 2(x + 3)(x - 3) \\ 2x^2 - 24x &= 0 \\ 2x(x - 12) &= 0 \\ x_1 = 0 \quad x_2 = 12\end{aligned}$$

4. YOXLA

Durğun suda sürəti 12 km/saat olduqda qayıq axın istiqamətində 15 km/saat, axına qarşı isə 9 km/saat sürətlə hərəkət edər. Onda qayıq axın istiqamətində 15 km məsafəni 1 saata, axına qarşı 9 km məsafəni də 1 saata qət etməklə ümumi yola 2 saat vaxt sərf edər.

$$\frac{15}{12 + 3} + \frac{9}{12 - 3} = 2 \\ 2 = 2 \quad \checkmark$$

Cavab. Qayığın durğun suda sürəti 12 km/saatdır.

- 6 Motorlu qayıq əvvəlcə çayın axını istiqamətində 24 km, sonra geri dönərək axına qarşı eyni məsafə qət etdi. Qayıq bütün yola 3,5 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürəti nə qədərdir?

İstiqamət	Məsafə (km)	Sürət (km/saat)	Vaxt (saat)
Axın istiqamətdə		$x + 2$	
Axına qarşı			$\frac{24}{x - 2}$

- 7 Motorlu qayıq çayın axın istiqamətində 32 km və axına qarşı 24 km gedərək bütün yola 4 saat vaxt sərf etdi. Qayığın durğun sudakı sürəti 14 km/saat olarsa, çayın axın sürəti nə qədərdir?

- 8 Qutuda 2 ağ, 8 qara kürəcik var. Qutuya bir neçə ağ kürəcik əlavə edildi. Bundan sonra qutudan təsadüfən seçilən kürəciyin ağ olması ehtimalı $\frac{1}{3}$ oldu. Qutuya neçə ağ kürəcik əlavə edildi?

- 9 Anar hər gün eyni sayda səhifə olmaqla 420 səhifəlik kitabı müəyyən vaxta oxuyub qurtardı. Aynur isə hər gün 9 səhifə artıq oxuyaraq kitabı Anardan 6 gün tez bitirdi.

- Anar bir gündə neçə səhifə oxudu?
- Hər uşaq kitabı neçə günə oxuyub qurtardı?



XÜLASƏ

Rasional kəsrlər

– Sürət və məxrəci çoxhədli olan kəsrlərdir.

$$\frac{x+4}{x-5}, \frac{x^2-7x-2}{x^2+1} - \text{rasional kəsrdir.}$$

$$\frac{\sqrt{x+3}}{x-4} - \text{rasional kəsir deyil.}$$

Rasional kəsrin məxrəcini 0-a çevirməyən qiymətlər dəyişənin mümkün qiymətləridir.

Eyniliklə bərabər kəsrlər

$$\frac{x^2-3x}{2x-6} = \frac{x \cdot \cancel{(x-3)}}{2 \cdot \cancel{(x-3)}} = \frac{x}{2} \quad (x \neq 3)$$

$$\frac{3}{x-1} = \frac{3 \cdot x}{(x-2) \cdot x} = \frac{3x}{x^2-x} \quad (x \neq 1, x \neq 0)$$

Rasional ifadələr

– Rasional kəsrlər və hesab əməllərinin köməyi ilə yazılan ifadələrdir.

$$\frac{x+3}{x} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x}{x^2-1}$$

• Rasional ifadələr çevirmələrlə rasional kəsir şəklində göstərilir.

$$\frac{x+3}{x} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x}{x^2-1} = \frac{x+3}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{4}{x}$$

Rasional ifadələr və tənliklər

Rasional tənliklərin həlli

$$\frac{x}{x+1} = \frac{x+2}{x^2+x}$$

Hər iki tərəf ortaq məxrəcə vurulur.

$$x(x+1) \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{x+2}{x(x+1)} \cdot x(x+1)$$

$$x^2 = x+2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -1$$

$x = -1$ qiyməti ortaq məxrəci sıfıra çevirdiyi üçün verilmiş tənliyin kökü deyil.

Cavab. 2

Rasional kəsrlərin vurulması və bölünməsi

$$\frac{9a}{14b} \cdot \frac{7b^2}{6a} = \frac{9a \cdot 7b^2}{14b \cdot 6a} = \frac{3b}{4}$$

$$\frac{15x}{8y^2} \cdot \frac{3x^3}{4y} = \frac{15x}{8y^2} \cdot \frac{4y}{3x^3} = \frac{15x \cdot 4y}{8y^2 \cdot 3x^3} = \frac{5}{2yx^2}$$

Rasional kəsrlərin toplanması və çıxılması

$$\frac{x+4}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{x+2-(x-1)}{x} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{3}{4ab} + \frac{5}{6a^2} = \frac{3 \cdot 3a}{4ab \cdot 3a} + \frac{5 \cdot 2b}{6a^2 \cdot 2b} = \frac{9a+10b}{12a^2b}$$

İlkin problemin həlli

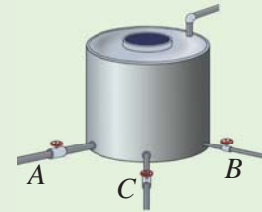
• Dolu çən tək A borusu ilə 4 saata boşalır. Deməli, A borusu ilə 1 saatda çənin $\frac{1}{4}$ hissəsi boşalır.

• Tək B borusu ilə çən 12 saata boşalır. Deməli, B borusu ilə 1 saatda çənin $\frac{1}{12}$ hissəsi boşalır. A və B borusu ilə 1 saatda çənin hansı hissəsinin boşaldığı tapılır: $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$

A və B borusu ilə 1 saatda çənin $\frac{1}{3}$ hissəsi boşaldığı üçün bu iki boru ilə dolu çən 3 saata boşalır.

• Dolu çən tək C borusu ilə x saata boşalarsa, bu üç boru ilə 1 saatda çənin hansı hissəsinin boşaldığını tapmaq üçün ifadə yazılır: $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}$. Şərtə görə üç boru ilə 1 saatda çənin $\frac{1}{2}$ hissəsi boşalır. Uyğun tənlik yazılır və həll edilir. $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 6$

Deməli, dolu çən tək C borusu ilə 6 saata boşalır.



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. Uyğun rasiyal kəsrlər yazmaq üçün suallara cavab verin.

- a) 60 q saf suya x q duz qarışdırıldı. Alınan qarışıqın hansı hissəsini duz təşkil etdi?
 b) Üzgüçü 100 m/dəq sürətlə 3 dəqiqə, 80 m/dəq sürətlə x dəqiqə üzdü. O, cəmi nə qədər məsafə üzdü? Üzgüçünün orta sürəti nə qədər oldu?

2. Dəyişənin mümkün qiymətlərini müəyyən edin.

a) $\frac{x^2 - 4}{5}$

b) $\frac{x}{x^2 + 1}$

c) $\frac{c - 2}{c + 2}$

d) $\frac{2}{x(x - 9)}$

e) $\frac{x - 6}{x^2 - x - 6}$

3. Verilmiş rasiyal kəsrləri ortaq məxrəcə gətirin.

a) $\frac{2}{3ab}$ və $\frac{b}{6a^2}$

b) $\frac{5}{6xy^2}$ və $\frac{3}{4x^2y}$

c) $\frac{2x}{x - 1}$ və $\frac{3}{x + 1}$

d) $\frac{2}{a^2 - 4}$ və $\frac{1}{a^2 + 2a}$

4. Rasiyal kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{32xy^3}{48x^2y}$

b) $\frac{6x + 12}{3x^2 - 12}$

c) $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$

d) $\frac{(3 - 6y)^2}{4y - 2}$

e) $\frac{x^2 + 4x}{x^2 + x - 12}$

5. Sadələşdirin.

a) $\frac{3a^3}{8b^2} \cdot \left(-\frac{2b}{3a^2}\right)^2$

c) $\frac{a - 4}{a^2 - 3a} \cdot \frac{a^2 - 9}{3a - 12}$

e) $\frac{3b + 6}{b^2 - 9} \cdot \frac{b + 2}{6 - 2b}$

b) $\left(\frac{2x}{5y^2}\right)^2 \cdot \frac{8x^3}{15y}$

d) $\frac{x^2 - x}{x + 2} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x}$

f) $(a^2 - a - 6) \cdot \frac{2}{a^2 + 2a}$

6. Rasiyal kəsrlər şəklində göstərin.

a) $\frac{x^2 + 1}{x - 1} + \frac{2}{1 - x}$

c) $\frac{x - 1}{2x} + \frac{2 - x}{4x}$

e) $\frac{2}{x} + \frac{6}{x^2 - 3x}$

g) $\frac{2a^2 - 1}{a} - 2a + 1$

b) $\frac{a^2}{a^2 - 4} + \frac{5a + 6}{a^2 - 4}$

d) $\frac{a + 2}{2a - 4} - \frac{a + 4}{3a - 6}$

f) $\frac{c^2 + 4}{c^2 - 2c} - \frac{4}{c - 2}$

h) $x - 2 - \frac{x^2 - 5}{x + 2}$

7. Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a + 2}{a^2 - 2a + 1} \cdot \frac{a^2 - 4}{3a - 3} - \frac{3}{a - 2}$

c) $\left(\frac{x + 3}{x - 3} - \frac{x}{x + 3}\right) \cdot \frac{x + 1}{x - 3}$

e) $\left(\frac{y^2}{xy - x^2} + \frac{x}{x - y}\right) \cdot \frac{y}{x + y}$

b) $(c^2 - 4) \cdot \left(\frac{3}{c + 2} - \frac{2}{c - 2}\right)$

d) $\frac{1 - a}{2a} \cdot \left(\frac{1 + a}{1 - a} - \frac{1 - a}{1 + a}\right)$

f) $\left(\frac{a + 3}{a^2 - 1} - \frac{1}{a^2 + a}\right) \cdot \frac{a + 1}{a - 1}$

8. Sadələşdirin.

a) $\frac{1 - \frac{3}{x}}{x - \frac{6x - 9}{x}}$

b) $\frac{a + \frac{4}{a} - 4}{a - \frac{4}{a}}$

c) $\frac{x + \frac{1}{x + 2}}{1 - \frac{1}{x + 2}}$

9. İsbat edin ki, ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil.

a) $\frac{a + 2}{a^2 + 3a} \cdot \frac{3}{a + 3} - \frac{2}{3a}$

b) $\left(\frac{1}{x - 7} - \frac{1}{x + 7}\right) \cdot \frac{x^2 - 49}{7}$

c) $\left(\frac{c}{c^2 - 1} - \frac{1}{2c - 2}\right) \cdot \frac{2}{c + 1}$

10. Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{1}{x} + \frac{5}{x^2 - 5x}$

$x = 5,1$ olduqda

b) $\left(\frac{a}{3} + 1\right) : \left(\frac{a^2}{9} - 1\right)$

$a = 3,5$ olduqda

c) $\frac{1 + 3c}{c - 3} - \frac{c^2 + 3c}{3} \cdot \frac{9}{c^2 - 9}$

$c = 2\frac{1}{3}$ olduqda

11. Suallara cavab verin.

a) m -in hansı natural qiymətlərində $\frac{2m^2 + m + 3}{m}$ ifadəsinin qiyməti natural ədəddir?

b) k -nın neçə tam qiymətində $\frac{6k + 12}{k^2 + 2k}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?

12. Verilmiş bərabərliyə əsasən tələb olunan ifadənin qiymətini tapın.

a) $x - \frac{3}{x} = 2$

$x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

b) $a^2 - 2a = 8$

$\frac{a^3 + 8}{2a + 4} = ?$

c) $b^2 + 2 = 3b$

$\frac{2}{b^2} - \frac{3}{b} = ?$

13. Tənliyi həll edin.

a) $\frac{x + 2}{x - 3} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{8}{6 - x} = x$

c) $\frac{x^2 + x}{x - 2} = \frac{2}{x - 2}$

d) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x + 1} = 2$

e) $\frac{4}{y^2 - 9} - \frac{y}{y + 3} = 0$

14. Tənliyin köklərini tapın.

a) $\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{x}{x + 2} = 1$

b) $\frac{4}{x^2 - 9} + \frac{x + 1}{x - 3} = 1$

c) $\frac{3}{x^2 - 6x + 9} - \frac{6}{x^2 - 9} = \frac{1}{x + 3}$

15. Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $\frac{x + 2}{x^2 + 1}$ kəsrinin qiyməti $\frac{1}{2}$ -ə bərabərdir?

b) $\frac{y^2 - 6y}{y - 5}$ və $\frac{5}{5 - y}$ kəsrlərinin uyğun qiymətləri bərabərdir?

16. Voleybol komandasına əvvəl 1 oğlan və 2 qız yazıldı. Daha sonra komandaya bir neçə oğlan da qoşuldu. Bütün oyunçular arasından təsadüfən seçilən kapitanın oğlan olması ehtimalı $\frac{2}{3}$ olarsa, komandaya neçə oğlan qoşuldu?

17. Yeraltı keçiddə uzunluğu 80 m olan üfüqi eskalator-travelator quraşdırılmışdır. Bir sərnəşin hərəkətdə olan lentin üzərində dayanaraq keçidi keçməyə başlayır. 60 saniyə sonra digər sərnəşin travelatorun lentinin üzərinə çıxaraq 1,2 m/san sürətlə yeriyir. Hər iki sərnəşin travelatorun sonuna eyni vaxtda çatarsa, travelatorun sürəti nə qədərdir?



18. Böyük düyü kisələrinin tutumu kiçik kisələrin tutumundan 3 kq çoxdur. 480 kq düyü hər birində eyni olmaqla n sayda böyük kisələrə qablaşdırıldı.

- Hər böyük kisədə nə qədər düyü oldu?
- Düyünü kiçik kisələrə qablaşdırsalar, alınan kisələrin sayı böyük kisələrin sayından 36 ədəd çox olar. Bunun üçün neçə kiçik kisə lazım gələr?





Riyazi kaleydoskop

1. İfadəni sadələşdirin.

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)}$$

2. Düzbucaqlı tərəflərinə paralel çəkilmiş xətlərlə dörd düzbucaqlıya bölünmüşdür. Şəkildə bu düzbucaqlılardan üçünün sahəsi göstərilmişdir. Sual işarəsi ilə qeyd olunan düzbucaqlının sahəsi nə qədərdir?

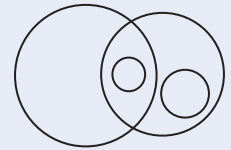
12 sm ²	18 sm ²
8 sm ²	?

3. İsbat edin ki, a^2 ədədi $(a-b)$ -yə bölünürsə, b^2 ədədi də $(a-b)$ -yə bölünür. **Göstəriş:** $b = a - (a-b)$ əvəz etməsindən istifadə edin.

4. Günəbaxan bitkisinin gövdəsi üzərində qarşı-qarşıya hərəkət edən ilbiz və tırtıl bir-birindən müəyyən məsafədədir. Bu məsafəni tırtıl 4 dəqiqəyə, ilbiz isə 12 dəqiqəyə qət edə bilər. Tırtıl və ilbiz eyni anda hərəkətə başlasalar, neçə dəqiqədən sonra rastlaşarlar?



5. Meşəbəyi meşədə müəyyən ərazidəki şam ağaclarını saymaq istədi. O, şəkildə göstərilən 4 çevrənin hər birinin daxilində 4 şam ağacı saydı. Bu mümkündürmü? Fikrinizi əsaslandırın.



STEAM

"DOPLER EFFEKTİ"

Səs mənbəyi müşahidəçiyə yaxınlaşdıqda və uzaqlaşdıqda onun eşidilən tezliyi dəyişir. Məsələn, "Formula-1" yarışlarında sürətlə keçən bolidlərin səsi əvvəlcə ucadan eşidilir, keçib getdikdən sonra isə zəifləyir. Bu hadisə *Dopler effekti* adlanır. Bu effekt yalnız səsde deyil, işıq və digər dalğalarda da müşahidə oluna bilər.

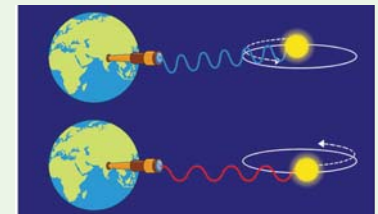
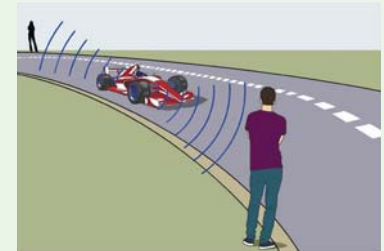
Dopler effektinə görə tezliyi v hers olan səs mənbəyi v sürəti ilə müşahidəçiyə yaxınlaşdıqda eşidilən səs tezliyi $v : \frac{v_s - v}{v_s}$ ifadəsi ilə,

səs mənbəyi müşahidəçidən uzaqlaşdıqda isə $v : \frac{v_s + v}{v_s}$ ifadəsi ilə təqribi hesablanır. Burada v_s – səs tezliyinin havada yayılma sürətidir.

1. $v : \frac{v_s - v}{v_s}$ və $v : \frac{v_s + v}{v_s}$ ifadələrini rasional kəsr şəklində göstərin.

2. $v = 300$ km/saat, $v_s = 1200$ km/saat, $v = 12000$ hers olduqda alınan rasional kəsrlərin qiymətini hesablayaraq yarış avtomobili müşahidəçiyə yaxınlaşdıqda və müşahidəçidən uzaqlaşdıqda eşidilən səs tezliyini tapın.

3. Astronomlar ulduzların və qalaktikaların Yerə yaxınlaşdığını, yaxud Yerdən uzaqlaşdığını Dopler effektinə əsasən onlardan gələn işıq dalğalarının tezliyinə görə müəyyən edirlər. İnternetdə qalaktikamızın genişlənməsi və bizim qalaktikadan uzaq qalaktikalara qədər məsafənin necə ölçülməsi haqqında araşdırma aparıb təqdimat hazırlayın.



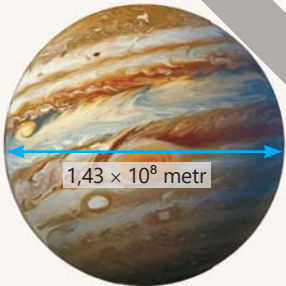
Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- ədədin tam üstlü qüvvətini tapmağı;
- tam üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq etməyi;
- ədədi standart şəkildə yazmağı;
- standart şəkildə verilmiş ədədlər üzərində əməlləri yerinə yetirməyi;
- $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafikini qurmağı.

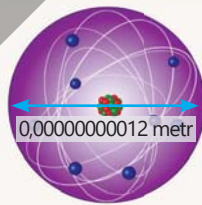
Cəhd edin!

Günəş sisteminin ən böyük planeti olan Yupiterin diametri təxminən $1,43 \cdot 10^8$ metr, oksigen atomunun diametri isə təxminən $0,00000000012$ metrdir.

- Yupiterin diametrinin rəqəmlərlə yazılışında neçə rəqəm var?
- Oksigen atomunun diametrini daha əlverişli şəkildə necə yazmaq olar?
- Yupiterin diametri oksigen atomunun diametrindən neçə dəfə böyükdür?



Yupiterin diametri:
 $1,43 \times 10^8$ metr



Oksigen atomunun diametri:
 $0,00000000012$ metr

Tam üstlü qüvvət

Müasir elmin inkişafı çox böyük və çox kiçik kəmiyyətlərlə işləmək imkanları verir. Məsələn, qalaktikalar arasındakı məsafələr milyardlarla kilometr və ya işıq ili ilə ölçülür. Atom və elementar hissəciklərin ölçüləri çox kiçik ədədlərlə ifadə olunur. Bu cür kəmiyyətləri daha əlverişli ifadə etmək üçün ədədlərin standart şəkildə yazılışından istifadə olunur. Bu yazılış forması çox böyük, eləcə də çox kiçik müsbət ədədlərlə aparılan hesablamaları asanlaşdırır, elmi məlumatların daha qısa və aydın təqdim olunmasına imkan yaradır.



Nanotexnologiya – çox kiçik ölçülü mexanizmlərin, robotların, kompüter çiplərinin, elektronika avadanlıqlarının, optik cihazların hazırlanması və tətbiqi ilə bağlı texnologiyadır.

$$1 \text{ nanometr} = \frac{1}{1\,000\,000\,000} \text{ metr} = 0,000000001 \text{ metr}$$

DNT molekulunun diametri təqribən 2,5 nanometr, əksər zülalların ölçüləri isə 10 nanometrdir.

İlkin yoxlama

1 Natural üstlü qüvvətin xassələrindən istifadə edərək ifadənin qiymətini tapın.

a) $2^3 \cdot 0,5^3$

b) $(-0,2)^6 : (-0,2)^4$

c) $(2^3)^5 : 4^3$

d) $(-1\frac{1}{2})^5 \cdot (\frac{2}{3})^5$

2 Qüvvət şəklində yazın ($a \neq 0$).

a) $a^{11} : a^2$

b) $a^3 \cdot a^4$

c) $a^8 : a^6 \cdot a$

d) $(a^3)^2 \cdot a : a^5$

e) $(a^2)^7 : a^9$

3 Qüvvətin əsası verilmiş ədədlərdən hansı ola bilər? Müəyyən edin və uyğun qüvvət üstünü tapın.

a) $\square^{\square} = 9$ $\square^{\square} = -27$ $\square^{\square} = 81$

b) $\square^{\square} = \frac{8}{125}$ $\square^{\square} = -\frac{8}{125}$ $\square^{\square} = \frac{16}{625}$

Qüvvətin əsası: 3 -3

Qüvvətin əsası: $\frac{2}{5}$ $-\frac{2}{5}$

4 İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $(-1\frac{1}{3})^2 \cdot \frac{9}{16}$

b) $(-7)^2 : (-1\frac{1}{6})^2$

c) $4 : (-\frac{2}{5})^2 : (-5)$

d) $-1,5 \cdot 2^3 + 25 : (-1\frac{2}{3})^2$

5 Tənliyi həll edin.

a) $x \cdot (-3)^5 = 3^6$

b) $7^{12} : x = 7^{10}$

c) $8^{24} : 8^{20} \cdot x = 2^{18}$

d) $(\frac{3}{4})^{13} \cdot x = (\frac{9}{16})^7$

6 Hesablayın.

a) $\frac{11^7 \cdot 3^7}{33^6}$

b) $\frac{5^{12} \cdot 10^{12}}{25^5 \cdot 10^{10}}$

c) $\frac{6^6 \cdot 9^2}{3^9 \cdot 8^2}$

d) $\frac{(-21)^5 \cdot 15^4}{3^7 \cdot 35^5}$

e) $\frac{(-3 \cdot 10^4)^2 \cdot 5}{15 \cdot 10^6}$

7 Tərs mütənasib asılılığın qrafiki A (8; 2) nöqtəsindən keçir. Verilmiş nöqtə bu qrafikə aid olarsa, boş xanaya uyğun koordinatı tapın.

B (\square ; 8)

C (5; \square)

D (4; \square)

E (\square ; 1)

F (1; \square)

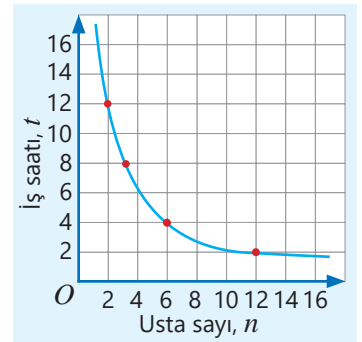
G (\square ; 4)

8 Mənzilin təmirinə sərf olunan iş saatları ustaların sayı ilə tərs mütənasibdir.

a) Qrafikə əsasən suallara cavab verin.

- 2 usta bu işi neçə saata yerinə yetirər?
- İş 2 saata bitirmək üçün neçə usta işləməlidir?

b) Qrafikə görə iş saatlarının ustaların sayından asılılığının düsturunu yazın.



9 Müəyyən sahəni 8 eyni traktor 12 saata şumlayır. Traktorların sayı 3 dəfə artarsa, həmin sahəni neçə saata şumlamaq olar?

10 Yer ilə Günəş arasındakı məsafə təxminən 150 milyon km-dir. Işığın sürəti saniyədə $3 \cdot 10^5$ km olarsa, Günəş şüası Yerə neçə saniyəyə çatar?



6.1. Tam üstlü qüvvət və onun xassələri

Araşdırma-müzakirə

Samir cədvəli tamamlamaq üçün müəyyən qanunauyğunluqdan istifadə etdi.

- Qüvvətin üstü və onun qiyməti hansı qanunauyğunluqla dəyişir?
- Bu qanunauyğunluğa əsasən 3^{-2} ifadəsinin qiymətini necə tapmaq olar?

Qüvvət	Qiyməti	
3^2	9	$3^2 = 3^3 : 3 = 9$
3^1	3	$3^1 = 3^2 : 3 = 3$
3^0	1	$3^0 = 3^1 : 3 = 1$
3^{-1}	$\frac{1}{3}$	$3^{-1} = 3^0 : 3 = \frac{1}{3}$
3^{-2}	?	$3^{-2} = ?$



Açar sözlər

- tam üstlü qüvvət



Öyrənmə Tam üstlü qüvvət

$a \neq 0$, n və m natural ədədləri üçün $n \geq m$ olduqda $a^n : a^m = a^{n-m}$ bərabərliyi doğrudur. Qüvvətin bu xassəsinin $n < m$ üçün də doğru olduğu qəbul edilərsə, $a^2 : a^5$ ifadəsini belə sadələşdirmək olar.

$$a^2 : a^5 = a^{2-5} = a^{-3}$$

Digər tərəfdən:

$$a^2 : a^5 = \frac{a^2}{a^5} = \frac{a^2}{a^2 \cdot a^3} = \frac{1}{a^3}$$

Buradan $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ olduğu alınır.

- İxtiyari $a \neq 0$ və n natural ədədi üçün a^{-n} belə təyin olunur:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$a \neq 0$ və n tam ədəd olduqda a^n ifadəsi **tam üstlü qüvvət** adlanır.

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} \quad (-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{-32} = -\frac{1}{32} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = 1 : \frac{4}{9} = \frac{9}{4}$$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$) olduğundan $a^n \cdot a^{-n} = 1$. Deməli, a^n və a^{-n} qarşılıqlı tərs ədədlərdir.

Məsələn, $n = 2$ olduqda:

$$a^2 \cdot a^{-2} = a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = 1$$



Fikirləş!

$a \neq 0$ və $b \neq 0$ olduqda $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ bərabərliyini necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Boş xanaya uyğun ədədi müəyyən edin.

a) $2^{\square} = \frac{1}{2^5}$

b) $4^{-2} = \frac{1}{4^{\square}}$

c) $3^{\square} = \frac{1}{3^3}$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\square} = 2$

e) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\square} = \frac{5}{3}$

f) $(-4)^{-9} = \frac{1}{\square^9}$

2 Kəsir şəklində yazın.

a) 3^{-7}

b) $(-2)^{-9}$

c) m^{-8}

d) 5^{-k}

e) $1,2^{-4}$

f) $\left(\frac{10}{23}\right)^{-1}$

3 Kəsri mənfi tam üstlü qüvvət şəklində yazın.

a) $\frac{1}{2^{10}}$

b) $\frac{1}{5^3}$

c) $\frac{1}{4^{12}}$

d) $\frac{1}{(-3)^9}$

e) $\frac{1}{c}$

f) $\frac{1}{a^7}$

g) $\frac{1}{b^{10}}$

4 Bərabərliyin doğru olub-olmadığını müəyyən edin. Fikrinizi əsaslandırın.

a) $4^{-1} = \frac{1}{4}$

c) $3^{-4} = \frac{1}{81}$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{8}{27}$

g) $0,3^{-2} = 3\frac{1}{3}$

b) $5^{-2} = -25$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \frac{9}{49}$

f) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{125}$

h) $(1,2)^{-1} = \frac{5}{6}$

5 Hesablayın.

a) 4^{-2}

b) $(-8)^{-2}$

c) -3^{-2}

d) $0,5^{-3}$

e) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

f) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$

g) $\frac{1}{7^{-2}}$

h) $\frac{1}{(-3)^{-2}}$

6 Verilmiş ədədləri tələb olunan qüvvət şəklində yazın.

a) 2-nin qüvvəti

8 2 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

b) 5-in qüvvəti

$\frac{1}{125}$ $\frac{1}{25}$ $\frac{1}{5}$ 1 25 125

c) 10-un qüvvəti

100 10 1 0,1 0,01 0,001

7 İfadənin qiymətini sıfırla müqayisə edin.

a) 3^{-2}

b) $(-2)^{-3}$

c) -4^{-1}

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

e) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$

f) -7^{-2}

g) $\left(-1\frac{1}{4}\right)^{-2}$

8 Müqayisə edin.

a) 2^3 və 2^{-3}

b) $(-3)^0$ və $(-2)^{-3}$

c) $(-5)^2$ və 5^{-1}

d) $(-1)^{100}$ və 1^{-100}

9 Hesablayın.

NÜMUNƏ $(2^{-2} + 12^{-1})^{-2}$

Həlli
 $2^{-2} + 12^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$

Açıqlama

Mötərizə daxilindəki mənfi tam üstlü qüvvətlər kəsir şəklində yazılır və alınan kəsrlərin cəmi tapılır.

Qüvvət hesablanır.

a) $3^{-1} + 3^{-2}$

c) $(7^0 + 5^{-1})^{-2}$

e) $6^{-1} \cdot 4^{-2}$

g) $4^2 \cdot 2^{-3}$

b) $4^{-1} - 2^{-3}$

d) $(3^{-1} + 9^{-1})^{-1}$

f) $3^{-4} : 9^{-2}$

h) $7^2 : \frac{1}{14^{-1}}$

- 10 Verilmiş ifadələri mənfəi üstlü qüvvət daxil olmayan ifadə şəklində yazın.

NÜMUNƏ a^2b^{-3}

Həlli	Açıqlama
$a^2b^{-3} = a^2 \cdot \frac{1}{b^3} = \frac{a^2}{b^3}$	Mənfəi tam üstlü qüvvət natural üstlü qüvvətə çevrilir və hasil kəsr şəklində yazılır.

- a) ab^{-1} b) $2a^{-1}$ c) $(2a)^{-1}$ d) $a^{-2}c^2$ e) $x^{-3}y^{-5}$ f) $-9yz^{-4}$ g) $m^{-6}n^5$

- 11 Dəyişənlərin verilmiş qiymətlərində x^m və x^{-m} ifadələrinin qiymətini hesablayın.

a) $x = 3, m = -3$

b) $x = -10, m = -2$

c) $x = \frac{1}{2}, m = -5$

Öyrənmə Tam üstlü qüvvətin xassələri

Natural üstlü qüvvətin xassələri əsası sıfırdan fərqli olan istənilən tam üstlü qüvvət üçün də doğrudur.

Xassə	Düstur	Nümunə
Qüvvətlərin hasili	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$4^{-2} \cdot 4^3 = 4^{-2+3} = 4$
Qüvvətlərin nisbəti	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(-2)^4 : (-2)^{-2} = (-2)^{4-(-2)} = (-2)^6 = 64$
Qüvvətin qüvvəti	$(a^m)^n = a^{mn}$	$(5^{-1})^2 = 5^{-2} = \frac{1}{25}$
Hasilin qüvvəti	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(-5 \cdot 3)^{-4} = (-5)^{-4} \cdot 3^{-4}$
Nisbətin qüvvəti	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}}{7^{-2}}$

Bəzən qüvvətin xassələrini ifadə edən düsturlarda sağ və sol tərəflərin yerini dəyişməklə alınan bərabərliklərdən istifadə etmək daha əlverişli olur. Məsələn:

$$2,5^{-2} \cdot 2^{-2} = (2,5 \cdot 2)^{-2} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$$



Fikirləş!

$a \neq 0, b \neq 0$ və n tam ədəd olduqda $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ bərabərliyini necə izah etmək olar?

- 12 Boş xanaya uyğun ədədi müəyyən edin.

a) $10^{-11} \cdot 10^8 = 10^{\square}$

b) $(2^{\square})^2 = 2^{-6}$

c) $3^{-5} : 3^{\square} = 3$

d) $0,7^{-1} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^{\square} = 0,7^{-5}$

- 13 İfadənin qiymətini tapın.

a) $2^{-7} \cdot 2^5$

c) $3^{-9} \cdot 3^{-3} : 3^{-13}$

e) $4^{-3} : 2^{-5}$

g) $\frac{100^{-5}}{10^{-8}}$

i) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^{-5}$

b) $14^{-2} : 14^{-3}$

d) $(6^4)^{-3} : (6^{-7})^2$

f) $9^{-4} \cdot 27^2$

h) $\frac{27^{-2}}{3^{-3} \cdot 9^{-3}}$

j) $\frac{21^{-4}}{7^{-4}} \cdot 3^5$

- 14 İfadəni sadələşdirin. Dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{a^2 a^3}{a^7}$
 $a = 10$ olduqda

b) $\frac{b^9}{b^{-3} b^{14}}$
 $b = \frac{1}{2}$ olduqda

c) $c^{-7} (c^{-2})^{-3}$
 $c = \frac{4}{5}$ olduqda

d) $\frac{1}{x^{-16}} \cdot \frac{1}{x^{14}}$
 $x = -1\frac{1}{2}$ olduqda

- 15 İfadəni mənfəi üstlü qüvvət daxil olmayan kəsr şəklində yazın.

a) $a^{-2} \cdot 3a^{-5}$

b) $\frac{m^{-4}}{2m^{-3}}$

c) $(2c^{-4})^3$

d) $\frac{ab^{-6}}{a^5 b^{-8}}$

e) $\left(\frac{2}{3} mn^{-2}\right)^{-3}$

Səhvi düzəlt!

$4^{-3} = -4^3 = -64$

$(-5)^{-2} = -\frac{1}{25}$

$2a^{-3} = \frac{1}{8a^3}$

$(-3x)^{-3} = \frac{27}{x^3}$

- 16 Qüvvətin xassələrindən istifadə edərək sadələşdirin.

a) $(2a^5)^{-2}$

b) $(a^3 b)^{-3}$

c) $(3m^{-2} n)^2$

d) $(6ab^2 c^{-5})^{-1}$

e) $(a^{-4} b^{-3} c^6)^2$

- 17 Rasional kəsr şəklində yazın.

a) $1 + a^{-1}$

b) $a^{-1} + b^{-1}$

c) $x - x^{-1}$

d) $b^{-2} + b$

e) $(x^{-1} + 1)(x^{-1} - 1)$

Riyaziyyat tarixindən

İlk dəfə sıfır və mənfəi tam üstlü qüvvətlərə XV əsrdə yaşamış fransız riyaziyyatçısı Nikola Şükenin əsərlərində rast gəlinir. Bu əsərlərdə $7x^{3m}$ yazılışı $7x^{-3}$ ifadəsi əvəzinə istifadə olunurdu və m hərfi "mənfəi" işarəsini bildirirdi.

XVII əsrə kimi mənfəi üstlü qüvvətlər geniş tətbiq olunmurdu. Mənfəi tam üstlü qüvvətin müasir yazılışına həmin dövrdə yaşamış ingilis alimi İsaak Nyutonun əsərlərində rast gəlinir.



İsaak Nyuton
(1643–1727)

Məsələ həlli

- 18 Su molekulunun diametri təqribən $3 \cdot 10^{-10}$ metrdir və 1 qram suda $3 \cdot 10^{22}$ molekul var. Bu molekullar bir düz xətt boyunca yanaşı düzülərsə, ümumi uzunluq neçə metr olar?

- 19 Bir qum dənəsinin kütləsi təxminən 10^{-3} qramdır. 100 kiloqramlıq qum topasında təxminən neçə qum dənəsi olar?



- 20 İlbiz uzunluğu 1 m olan budağın bir ucundan digər ucuna saniyədə 10^{-2} mm sürətlə hərəkət edir. İlbiz budağın sonuna neçə saniyəyə çatar?



- 21 Şəkil formatında olan faylın tutumu 16 MB-dır.
 • Bu faylın tutumu neçə bitdir ($1 \text{ MB} = 2^{20}$ bayt və $1 \text{ bayt} = 8 \text{ bit}$)?
 • 2^{26} bit/san sürəti olan internet şəbəkəsi ilə bu faylı neçə saniyəyə yükləmək olar?



6.2. Ədədin standart şəkli

Araşdırma-müzakirə

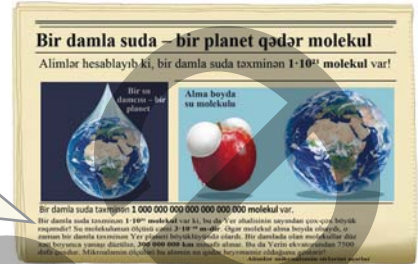
- Verilmiş qəzet materialında hansı ədəd müxtəlif şəkillərdə təqdim olunur?
- Bu yazılış şəkillərindən hansının əlverişli olduğunu müzakirə edin.

Bir damla suda təxminən **1 000 000 000 000 000 000 000 000** molekul var. Bir damla suda təxminən $1 \cdot 10^{21}$ sayda molekul var ki, bu da Yer əhalisinin sayından dəfələrlə çoxdur. Su molekulunun diametri $3 \cdot 10^{-10}$ m-dir. Əgər molekul alma boyda olsaydı, o zaman bir damla təxminən Yer planeti böyüklüyündə olardı. Mikroaləmin ölçüləri bu aləmin nə qədər heyratamiz olduğunu göstərir!



Açar sözlər

- ədədin standart şəkli
- ədədin tərtibi



Öyrənmə Ədədin standart şəkildə yazılışı

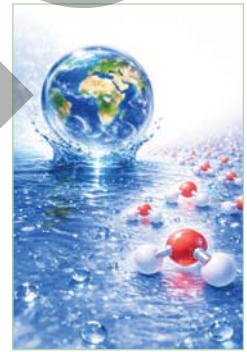
Hesablama və ölçmələrdə çox böyük və ya çox kiçik müsbət ədədlərə rast gəlmək olar. Məsələn, Yer səthinin sahəsi təqribən $510\,000\,000\text{ km}^2$, su molekulunun diametri təqribən $0,000000039\text{ sm}$ -dir.

Belə ədədlər üzərində hər hansı əməlləri yerinə yetirmək əlverişli deyil. Ona görə də belə ədədləri biri 10-un qüvvəti olan iki vuruğun hasilində yazırlar.

Ədədin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılışına onun **standart şəkildə yazılışı** deyilir. Burada $1 \leq a < 10$, n tam ədəddir və **ədədin tərtibi** adlanır. Məsələn, $1,5 \cdot 10^4$ və $7 \cdot 10^{-5}$

ədədləri standart şəkildə yazılıb, $15 \cdot 10^3$ və $0,7 \cdot 10^{-4}$ ədədləri isə standart şəkildə yazılmayıb.

Yer səthinin sahəsini və su molekulunun diametrini ifadə edən ədədlər standart şəkildə belə yazılır.



Vergüldən sağda qalan rəqəmlərin sayı 10-un qüvvətinə yazılır.

8

$5,10000000 = 5,1 \cdot 10^8$ Ədədin tərtibi: 8

Soldan birinci rəqəmdən sonra vergül qoyulur.

Yer səthinin sahəsi: $5,1 \cdot 10^8\text{ km}^2$

Vergülün ilkin və son mövqeləri arasındakı rəqəmlərin sayı 10-un qüvvətinə mənfi işarə ilə yazılır.

8

$0,00000003,9 = 3,9 \cdot 10^{-8}$ Ədədin tərtibi: -8

Vergül sıfırdan fərqli birinci rəqəmin sağına sürüşdürülür.

Su molekulunun diametri: $3,9 \cdot 10^{-8}\text{ sm}$

- Ədədin tərtibi bu ədədin nə qədər böyük və ya kiçik olması haqqında təsəvvür yaradır.

Çalışma

- 1 Ədədlərin verilən yazılışlarının standart şəkildə olub-olmadığını müəyyən edin.

$1,5 \cdot 10^2$

$90 \cdot 10^{-2}$

$9,9 \cdot 10^{13}$

$0,8 \cdot 10^{-4}$

$5,1 \cdot 10^{-23}$

$0,02 \cdot 10^5$

2 Standart şəkildə verilmiş ədədin tərtibini müəyyən edin.

a) $2,5 \cdot 10^6$

b) $4 \cdot 10^{-6}$

c) $9,3 \cdot 10^{23}$

d) $1,98 \cdot 10^{-4}$

e) $5,02 \cdot 10^{-13}$

3 Boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $530\ 000 = 5,3 \cdot 10^{\square}$

b) $0,000078 = \square \cdot 10^{-5}$

c) $172 = \square \cdot 10^2$

4 Ədədi standart şəkildə yazın.

a) 3 200 000

c) 0,00453

e) 638 000 000

g) 0,00000001

b) 0,000034

d) 849,2

f) 3 810 000

h) 0,0000058

5 Ədədi standart şəkildə yazın.

NÜMUNƏ $508 \cdot 10^{-7}$

Həlli
 $508 \cdot 10^{-7} = 5,08 \cdot 10^2 \cdot 10^{-7} =$
 $= 5,08 \cdot 10^{2+(-7)} = 5,08 \cdot 10^{-5}$

Açıqlama
508 ədədi standart şəkildə yazılır.
Qüvvətlərin hasilı sadələşdirilir.

a) $65 \cdot 10^2$

b) $111 \cdot 10^{-6}$

c) $0,53 \cdot 10^8$

d) $0,00091 \cdot 10^3$

e) $21 \cdot 10^{-2}$

6 Verilmiş kəmiyyətin qiymətlərini tələb olunan vahidlə ifadə edin və cavabları standart şəkildə yazın.

a) kiloqramla:

90 q

$4,3 \cdot 10^{-3}$ q

700 t

c) metrə:

5 sm

$4 \cdot 10^5$ km

1,2 mm

b) santimetrə:

1,3 mm

$3 \cdot 10^4$ m

600 km

d) qramla:

35 kq

$2 \cdot 10^3$ t

0,7 t



DİQQƏT!

Kalkulyatorada əməlləri yerinə yetirərkən bəzən alınan cavab çoxrəqəmli ədəd olduğu üçün kalkulyatorun monitoruna yerləşmir. Bu zaman nəticə ədədin standart şəkildə yazılışı kimi təqdim olunur. Məsələn: $3,8E+15$ və ya $7,1E-18$. Kalkulyatorada belə "E" hərfi "exponent" (qüvvət) sözünün ilk hərfini ifadə edir və 10-un qüvvətini göstərir.

$3,8 \cdot 10^{15}$

E+15 yazılışı 10^{15} ədədini bildirir.



$7,1 \cdot 10^{-18}$

E-18 yazılışı 10^{-18} ədədini bildirir.



7 Lalə və Anar kalkulyatorun ekranında hesablamaların nəticəsi kimi görünən standart şəkildə verilmiş ədədi rəqəmlərlə yazdılar. Yazılışlar doğrudurmu?



$2,8 \cdot 10^{14} = 28\ 000\ 000\ 000\ 000$



$1,2 \cdot 10^{-10} = 0,00000000012$



8 Standart şəkildə verilmiş ədədləri müqayisə edin.

NÜMUNƏ a) $3,8 \cdot 10^4$ və $5,1 \cdot 10^3$ b) $2,45 \cdot 10^{-4}$ və $7,8 \cdot 10^{-4}$

Həlli	Açıqlama
a) $3,8 \cdot 10^4 > 5,1 \cdot 10^3$ b) $2,45 \cdot 10^{-4} < 7,8 \cdot 10^{-4}$	Tərtibi böyük olan ədəd böyükdür. Tərtiblər eyni olduqda birinci vuruğu kiçik olan ədəd kiçikdir.
c) $2,3 \cdot 10^8$ və $6,5 \cdot 10^8$	e) $3 \cdot 10^{-2}$ və $2,18 \cdot 10^{-1}$
d) $4,9 \cdot 10^{-2}$ və $5,8 \cdot 10^{-2}$	f) $4,8 \cdot 10^{-7}$ və $1,1 \cdot 10^{-8}$
	g) $9 \cdot 10^5$ və $6,3 \cdot 10^4$
	h) $7 \cdot 10^{-25}$ və $8 \cdot 10^{-24}$

9 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin. Cavabı standart şəkildə yazın.

NÜMUNƏ $3,4 \cdot 10^3 + 8,5 \cdot 10^3$

Həlli	Açıqlama
$(3,4 + 8,5) \cdot 10^3 = 11,9 \cdot 10^3 = 1,19 \cdot 10^1 \cdot 10^3 = 1,19 \cdot 10^4$	10^3 vuruğu mötərizə xaricinə çıxarılır. Birinci vuruqların cəmi tapılır və hasil standart şəkildə yazılır.
a) $8,5 \cdot 10^4 + 7,25 \cdot 10^4$	c) $6,4 \cdot 10^2 + 1,2 \cdot 10^3$
b) $4,98 \cdot 10^5 - 2,88 \cdot 10^5$	d) $4,5 \cdot 10^{-3} + 6,55 \cdot 10^{-2}$
	e) $2,4 \cdot 10^{-1} - 4 \cdot 10^{-2}$
	f) $7 \cdot 10^{-4} - 3,3 \cdot 10^{-5}$

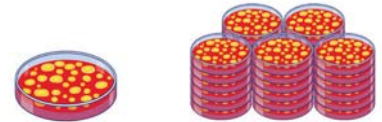
10 Standart şəkildə yazılmış ədədlər üzərində vurma və bölmə əməllərini yerinə yetirin. Cavabı standart şəkildə yazın.

NÜMUNƏ a) $(2 \cdot 10^2) \cdot (5,2 \cdot 10^{-6})$ b) $(5,1 \cdot 10^8) : (1,7 \cdot 10^{-5})$

Həlli	Açıqlama
a) $(2 \cdot 10^2) \cdot (5,2 \cdot 10^{-6}) = (2 \cdot 5,2) \cdot (10^2 \cdot 10^{-6}) = 10,4 \cdot 10^{-4} = 1,04 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 1,04 \cdot 10^{-3}$	Vurmanın və tam üstlü qüvvətin xassələri tətbiq olunur.
b) $(5,1 \cdot 10^8) : (1,7 \cdot 10^{-5}) = \frac{5,1 \cdot 10^8}{1,7 \cdot 10^{-5}} = 3 \cdot 10^{13}$	Bölmənin kəsrlə əlaqəsindən və tam üstlü qüvvətin xassələrindən istifadə olunur.
c) $(6 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^5)$	d) $(8 \cdot 10^8) : (2 \cdot 10^{-7})$
	e) $(5 \cdot 10^{-9}) \cdot (3,6 \cdot 10^5)$
	f) $(4 \cdot 10^{-7}) : (8 \cdot 10^{-3})$

Məsələ həlli

11 Laboratoriyada bir Petri qabında 52 000 bakteriya yetişdirilir. 30 Petri qabında ümumilikdə neçə bakteriya yetişdirilir? Cavabı standart şəkildə yazın.



12 Işığın 1 ildə qət etdiyi məsafə 1 işıq ili adlanır.
a) 1 il (365 gün) neçə saniyədir? Cavabı milyonluqlara qədər yuvarlaqlaşdırın və standart şəkildə yazın.
b) Işığın sürəti $3 \cdot 10^5$ km/san olarsa, 1 işıq ili neçə kilometrdir?
c) "Süd yolu" adlanan bizim qalaktikaya ən yaxın qalaktika Andromedadır. Yerdən Andromeda qalaktikasına qədər məsafə $2,5 \cdot 10^6$ işıq ili olarsa, bu məsafə neçə kilometrdir?



6.3. $y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Araşdırma-müzakirə



Açar sözlər

- Verilmiş düsturlar şəkillərdə təsvir edilən hansı fiziki hadisələrə aiddir?

$$v = \frac{s}{t}$$

v – sürət
 t – zaman
 s – gedilən yol

$$I = \frac{U}{R}$$

I – cərəyan şiddəti
 R – müqavimət
 U – gərginlik

$$p = \frac{F}{S}$$

p – təzyiq
 S – səthin sahəsi
 F – ağırlıq qüvvəsi



- hiperbola

- Bu düsturlardakı kəmiyyətlər arasında hansı asılılıqlar var?

Öyrənmə $y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

$y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiya tərs mütənəsiblik adlanır. Burada x – sərbəst dəyişən, k isə sıfırdan fərqli ədəddir. Bu funksiyanın təyin oblastı 0-dan fərqli bütün ədədlər çoxluğudur.

• $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafikini qurmaq üçün x -in bir neçə müsbət və onların əksi olan mənfi qiymətlərinə uyğun y -in qiymətləri tapılır. Koordinat sistemində (x, y) cütlərinə uyğun nöqtələr qeyd edilir və nümunədəki kimi birləşdirilir.

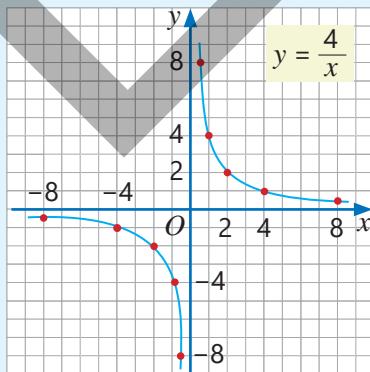
• $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki hiperbola adlanır. Bu funksiyanın qrafiki absis və ordinat oxları ilə kəsişmir.

NÜMUNƏ

$y = \frac{4}{x}$ funksiyasının qrafiki

x	0,5	1	2	4	8
y	8	4	2	1	0,5

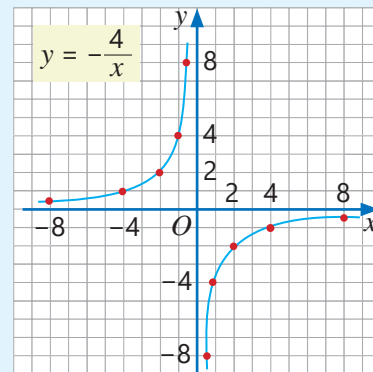
x	-8	-4	-2	-1	-0,5
y	-0,5	-1	-2	-4	-8



$y = -\frac{4}{x}$ funksiyasının qrafiki

x	0,5	1	2	4	8
y	-8	-4	-2	-1	-0,5

x	-8	-4	-2	-1	-0,5
y	0,5	1	2	4	8



Çalışma

1 Cədvəl ilə verilən $y = \frac{k}{x}$ funksiyası üçün mütənasiblik əmsalını tapın və cədvəli tamamlayın.

a)

x	1	2		-2	
y	2		0,25		-0,5

b)

x	1	2			-2	-3
y		-1,5	-1	3		

2 Funksiya $y = -\frac{18}{x}$ düsturu ilə verilmişdir.

a) $x = -3; -3,6; 0,5; 10$ olduqda funksiyanın qiymətlərini tapın.

b) Arqumentin hansı qiymətlərində $y = -1,8; 7,2; 10; 18$ olar?

3 $y = \frac{k}{x}$ funksiyanın qrafiki $M(10; 3)$ nöqtəsindən keçir. k -nı tapın və verilmiş nöqtələrdən hansılarının bu qrafikə aid olduğunu müəyyən edin.

A (-10; -3)

B (2; -15)

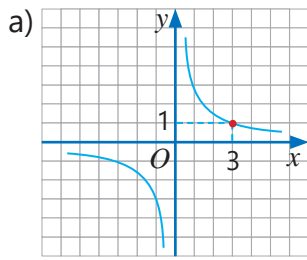
C (15; 3)

D (-1; -30)

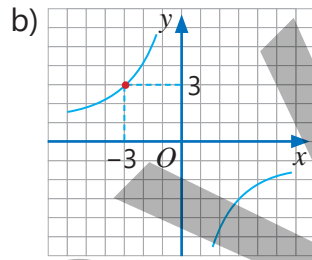
E (10; -3)

F ($1\frac{2}{3}; 18$)

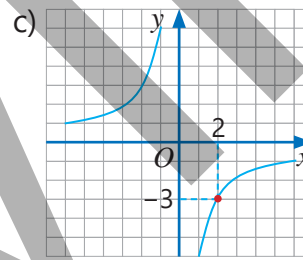
4 Qrafikin düsturla verilmiş funksiyalardan hansına aid olduğunu müəyyən edin.



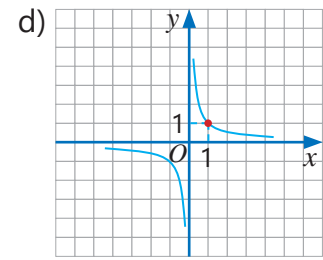
$$y = \frac{1}{x}$$



$$y = -\frac{6}{x}$$



$$y = \frac{3}{x}$$



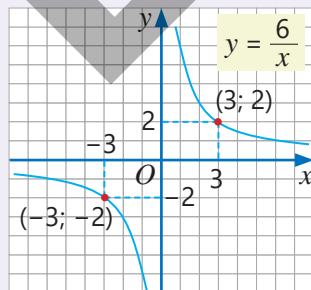
$$y = -\frac{9}{x}$$



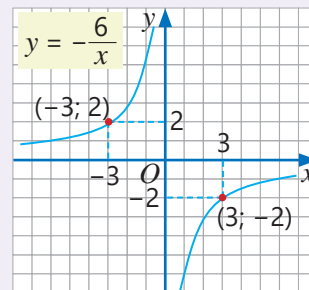
Yadda saxla!

$y = \frac{k}{x}$ funksiyanın qrafiki iki budaqdan ibarətdir və koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

• $k > 0$ olduqda dəyişənlər eyni işarəli olduğu üçün hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə yerləşir.



• $k < 0$ olduqda dəyişənlər müxtəlif işarəli olduğu üçün hiperbolanın budaqları II və IV rüblərdə yerləşir.



- 5) $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki $A(-4; -2)$ nöqtəsindən keçir.
- k əmsalını tapın və qrafikin hansı rüblərdə yerləşdiyini müəyyən edin.
 - A nöqtəsi ilə koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan B nöqtəsinin koordinatlarını tapın. B nöqtəsi də qrafikə aiddirmi?
 - Verilmiş nöqtələr qrafikə aid olarsa, boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

$$C(2; \square)$$

$$D(\square; -4)$$

$$E(-8; \square)$$

$$F(\square; 1)$$

$$G(\square; 8)$$

$$H(-1; \square)$$

d) Alınan nöqtələri koordinat sistemində qeyd edin və qrafiki qurun.

- 6) Funksiyanın qrafikini qurun.
- $y = \frac{12}{x}$
 - $y = -\frac{8}{x}$
 - $y = \frac{10}{x}$
 - $y = -\frac{10}{x}$

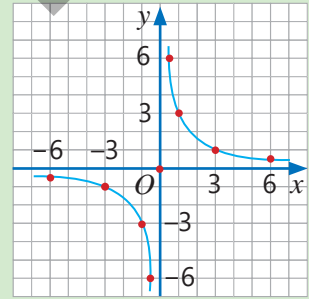
- 7) $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki $A(-2; 6)$ nöqtəsindən keçir. k -ni tapın və bu funksiyanın qrafikini qurun.



Səhvi düzəlt!

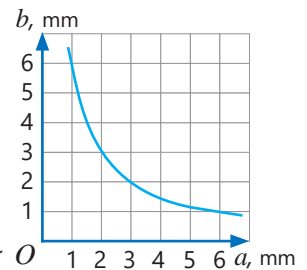
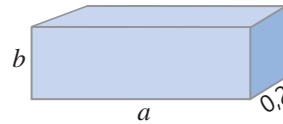
$y = -\frac{3}{x}$ funksiyasının qrafiki

x	-6	-3	-1	-0,5	0	0,5	1	3	6
y	-0,5	-1	-3	-6	0	6	3	1	0,5



Məsələ həlli

- 8) Şəkində düzbucaqlı paralelepiped formasında detallın ölçüləri millimetrlə qeyd edilmiş və həcm sabit qaldıqda b -nin a -dan asılılıq qrafiki verilmişdir.
- $a = 3$ mm olduqda b neçə millimetrdir?
 - $b = 1$ mm olduqda a neçə millimetrdir?
 - b -nin a -dan asılılıq düsturunu yazın.
 - $b = 2 \cdot 10^{-2}$ mm olduqda a neçə millimetr olar?
 - Detailın həcmi nə qədərdir?



- 9) Velosipedçi aralarında 48 km məsafə olan A məntəqəsindən B məntəqəsinə bərabər sürətlə hərəkət edir.
- Velosipedçinin bu məsafəni qət etməyə sərf etdiyi zamanın onun sürətindən asılılığını təsvir edən cədvəli tamamlayın.

v (km/saat)	8	16	24	40	48
t (saat)					

- Cədvələ əsasən bu asılılığın düsturunu yazın və qrafikini qurun.



XÜLASƏ

Tam üstlü qüvvət

$a \neq 0$ və n tam ədəd olduqda $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a \neq 0, b \neq 0$ və n tam ədəd olduqda

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$4^{-1} = \frac{1}{4} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{49}{9}$$

Tam üstlü qüvvətin xassələri

Xassə	Düstur
Qüvvətlərin hasili	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Qüvvətlərin nisbəti	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Qüvvətin qüvvəti	$(a^m)^n = a^{mn}$
Hasilin qüvvəti	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Nisbətin qüvvəti	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Tam üstlü qüvvət

Ədədin standart şəkildə yazılışı

$a \cdot 10^n$ ← Ədədin tərtibi
 $n \in \mathbb{Z}$
 $1 \leq a < 10$

Su molekulunun diametri: $3,9 \cdot 10^{-8}$ sm

$0,00000003,9 = 3,9 \cdot 10^{-8}$ Ədədin tərtibi: -8

Yer səthinin sahəsi: $5,1 \cdot 10^8$ kv.km.

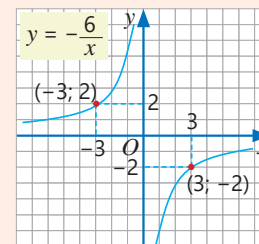
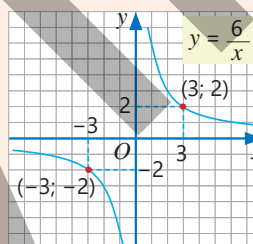
$5,10\ 000\ 000 = 5,1 \cdot 10^8$ Ədədin tərtibi: 8

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Hiperbola

• $k > 0$ olduqda hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə yerləşir.

• $k < 0$ olduqda hiperbolanın budaqları II və IV rüblərdə yerləşir.



İlkin problemin həlli

- Yupiterin diametri rəqəmlərlə yazılır:
 $1,43 \cdot 10^8 = 143\ 000\ 000$ (m)

Bu ədədin yazılışında 9 rəqəm var.

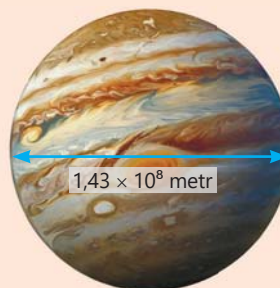
- Oksigen atomunun diametri standart şəkildə belə yazılır:

$$0,00000000012 = 1,2 \cdot 10^{-10}$$
 (m)

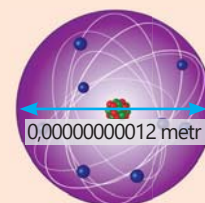
- Yupiterin diametrinin oksigen atomunun diametridən neçə dəfə böyük olduğu tapılır:

$$1,43 \cdot 10^8 : (1,2 \cdot 10^{-10}) \approx 1,19 \cdot 10^{18}$$

Yupiterin diametri oksigen atomunun diametridən təqribən $1,19 \cdot 10^{18}$ dəfə böyükdür.



Yupiterin diametri:
 $143\ 000\ 000$ m



Oksigen atomunun diametri:
 $1,2 \cdot 10^{-10}$ m

ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. İfadənin qiymətini tapın.

a) $2^{-4} \cdot 8^2$

c) $4^{-3} \cdot (0,5^{-1})^4$

e) $\frac{9^{-2}}{27^{-1} \cdot 3^{-1}}$

g) $\frac{(-5)^2 \cdot 25^{-3}}{125^{-1}}$

b) $27^{-2} : 3^{-3}$

d) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^3$

f) $\frac{2^{-5} \cdot 16^2}{8^{-1}}$

h) $\frac{6^{-2} \cdot 6^2}{216^{-1}}$

2. İfadəni kəsr şəklində yazın.

a) $x^{-1} - y^{-1}$

b) $(b^{-1} + d^{-1})(b + d)^{-1}$

c) $(p^{-1} - t^{-1})(p - t)^{-1}$

3. İfadəni sadələşdirin.

a) $(m^2n^{-2}) : (mn^{-1})$

b) $\frac{b^{-1} - c^{-1}}{b^{-1} + c^{-1}}$

c) $\frac{2a^{-1} + b^{-1}}{a^{-1} - b^{-1}} + \frac{a^{-1} + 2b^{-1}}{b^{-1} - a^{-1}}$

4. Əməlləri yerinə yetirin və cavabı standart şəkildə yazın.

a) $(2 \cdot 10^3) \cdot (4 \cdot 10^{-2})$

c) $\frac{5,4 \cdot 10^5}{1,8 \cdot 10^3}$

e) $(5 \cdot 10^{-7}) \cdot (2 \cdot 10^5)$

b) $(6 \cdot 10^{-5}) : (2 \cdot 10^{-3})$

d) $\frac{2,3 \cdot 10^{-6}}{9,2 \cdot 10^{-4}}$

f) $\frac{(4 \cdot 10^{-4}) \cdot (3 \cdot 10^{-2})}{6 \cdot 10^2}$

5. Ədədlərin cəmini və ya fərqi tapın. Cavabı standart şəkildə yazın.

a) $6,3 \cdot 10^{-5} + 5,7 \cdot 10^{-5}$

c) $4,1 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3$

e) $42 \cdot 10^{-4} + 7,5 \cdot 10^{-3}$

b) $6,2 \cdot 10^9 - 4,2 \cdot 10^9$

d) $5,4 \cdot 10^{-1} - 4 \cdot 10^{-2}$

f) $0,64 \cdot 10^5 - 24 \cdot 10^3$

6. Göstərin ki, ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil.

a) $\frac{2^{n+4} - 3 \cdot 2^{n+2}}{2^{n+1}}$

b) $\frac{5^{n+3} - 4 \cdot 5^{n+2} + 3 \cdot 5^{n+1}}{5^{n+1}}$

c) $\frac{18^n}{2^n \cdot 9^{n+1} + 2^{n+1} \cdot 9^n}$

7. x_1 və x_2 ədədləri $x^2 - 9x + c = 0$ tənliyinin kökləridir. $x_1^{-1} + x_2^{-1} = \frac{1}{2}$ olarsa, c ədədini tapın və tənliyi həll edin.

8. Cədvəldə bəzi göy cisimlərinin kütlələri verilmişdir.

a) Hansı planetin kütləsi Yer kütləsindən təqribən 10 dəfə azdır?

b) Yerin kütləsi Ayın kütləsindən neçə dəfə çoxdur? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

c) Göy cisimlərini kütlələrinə görə böyükdən kiçiyə olmaqla sıralayın.

Göy cisimləri	Kütləsi (kq)
Yer	$6 \cdot 10^{24}$
Mars	$6,4 \cdot 10^{23}$
Ay	$7,4 \cdot 10^{22}$
Yupiter	$1,9 \cdot 10^{27}$
Venera	$4,87 \cdot 10^{24}$

9. Qrafikini qurmadan $(-5; -2)$, $(-1; 5)$, $(5; -1)$, $(2; 5)$ nöqtələrindən hansılarının verilmiş funksiyanın qrafikinə aid olduğunu müəyyən edin.

a) $y = \frac{10}{x}$

b) $y = -\frac{5}{x}$

10. $y = \frac{x}{2}$ və $y = \frac{2}{x}$ funksiyaalarının qrafiklərini eyni koordinat sistemində qurun və kəsişmə nöqtələrini göstərin.

11. Şəkildə tərs mütənasibliyin qrafiki təsvir edilmişdir.

a) k əmsalını tapın.

b) Verilmiş nöqtələrdən hansılar bu funksiyanın qrafikinə aiddir? Bunu necə müəyyən etmək olar?

$A(-10; 0,4)$

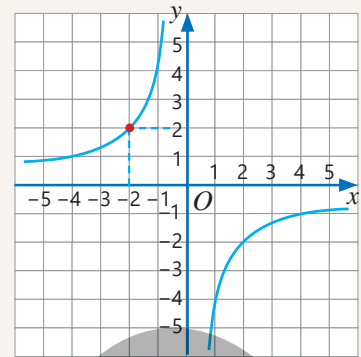
$B(-8; -0,5)$

$C(-0,5; 10)$

$D(0,2; -20)$

$E(-40; 0,1)$

$F(100; -0,4)$



12. Verilmiş funksiyanın qrafiki üzərində absisi ordinatına bərabər olan nöqtələr varmı? Varsa, həmin nöqtələrin koordinatlarını yazın.

a) $y = \frac{25}{x}$

b) $y = \frac{1}{x}$

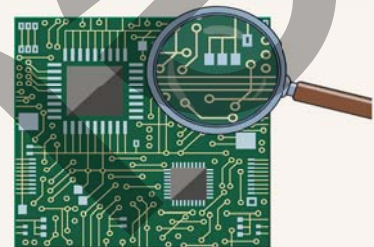
c) $y = -\frac{1}{x}$

d) $y = \frac{4}{x}$

13. Müasir elektron cihazların mikrosxemində çox kiçik ölçülərdə metal detallardan istifadə olunur. Düzbucaqlı paralelepiped formasında olan dəmir detalın ölçüləri 8 mm, 5 mm və 3 mm-dir.

a) Detailın ölçülərini metrə ifadə edin.

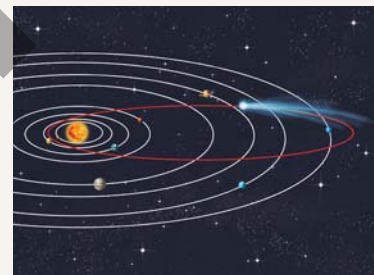
b) Dəmir detalın kütləsini hesablayın ($\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kq/m}^3$).



14. Günəş ətrafında oval trayektoriya üzrə hərəkət edən Halley kometi "quyruqlu ulduzdur". Bu komet bəzən Günəşə yaxınlaşır, bəzən isə ondan xeyli uzaqlaşır. Kometin Günəşə ən yaxın məsafəsi təqribən 88 000 000 km, ən uzaq məsafəsi isə 5 300 000 000 km-dir.

a) Bu ədədləri standart şəkildə yazın.

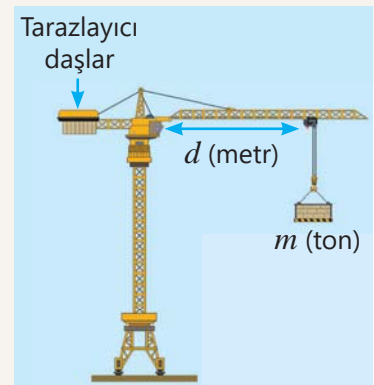
b) Halley kometinin Günəşdən ən yaxın və ən uzaq məsafələri arasındakı fərq neçə kilometrdir? Cavabı standart şəkildə yazın.



15. Qaldırıcı kran yükü qaldırarkən qolun əks tərəfindəki daşlar onu tarazlıqda saxlayır. Yük dayaqdan uzaqlaşdıqca kranın qaldıra biləcəyi yükün kütləsi də azalır. Bu, kranı tarazlıqda saxlamaq üçün vacibdir. Cədvəldə kranın tarazlıq vəziyyətində qalması üçün d məsafəsi ilə m yükünün kütləsinin bəzi uyğun qiymətləri verilmişdir.

d (metr)	4	6	8	10	12
m (ton)	15	10	7,5	6	5

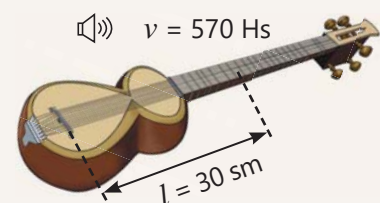
- Cədvələ əsasən m kütləsinin d məsafəsindən tərs mütənasib asılı olduğunu əsaslandırın.
- Bu asılılığın düsturunu yazın və qrafikini qurun.



16. Tardan çıxan səsin tezliyi (ν) böyük xərk (simlərin keçdiyi dayağ) ilə sıxılmış pərdə arasındakı məsafədən (l) tərs mütənasib asılıdır. $l = 30 \text{ sm}$ olduqda yaranan səsin tezliyi təxminən $\nu = 570 \text{ Hs}$ olur.

a) $l = 36 \text{ sm}$ olarsa, yaranan səsin tezliyi neçə hersdir?

b) ν ilə l arasında asılılığı ifadə edən düsturu yazın.





Riyazi kaleydoskop

1. İfadənin qiymətini tapın.

$$80 \cdot (81^9 + 81^8 + 81^7 + \dots + 81^2 + 81 + 1) - 81^{10}$$

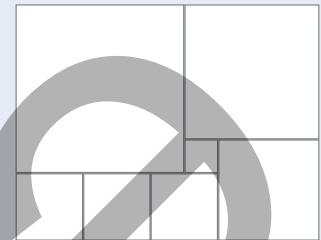
Göstəriş: 80 əvəzinə $81 - 1$ yazaraq mötərizələri açın və oxşar hədləri islah edin.

2. x -in hansı qiymətində $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ kəsri ən kiçik qiymət alar?

3. Düzbucaqlı şəkildəki kimi kvadratlara bölünmüşdür.

Kiçik kvadratın tərəfi 1 sm olarsa, düzbucaqlının sahəsini tapın.

Göstəriş: böyük kvadratın tərəfini x ilə işarə etməklə digər kvadratların tərəflərini bu dəyişənlə ifadə edib tənlik qurun.



4. Bucaqlarının dərəcə ölçüləri sadə ədədlərlə ifadə olunan üçbucaq varmı? Fikrinizi əsaslandırın.

5. II Dünya müharibəsi zamanı ABŞ və Britaniya hərbi hava qüvvələrinin komandanlığı riyaziyyatçı Abraham Valda xüsusi tapşırıq verir. O, təyyarələrin hansı hissələrinə əlavə zireh quraşdırılacağını müəyyən etməli idi. Zirehin həddindən artıq çox olması təyyarənin sürətini azalda bilərdi. Döyüşdən qayıdan təyyarələrdə güllə izləri, əsasən, qanad və gövdədə olur, digər hissələrdə isə az görünürdü. Lakin Vald zirehin məhz güllə izi az olan hissələrə qoyulmasını təklif edir. O bu qərara nə üçün gəlmişdir?



STEAM

"SU EHTİYATLARINDAN SƏMƏRƏLİ İSTİFADƏ"

2025-ci ildə Azərbaycanın əhalisi təqribən $1,04 \cdot 10^7$ nəfər olmuşdur. Ölkədə illik ümumi su sərfiyyatı təxminən $12 \cdot 10^9$ kubmetr təşkil edir. Bu göstəriciyə kənd təsərrüfatı, sənaye, enerji istehsalı və məişət sərfiyyatı da daxildir. Ümumi su sərfiyyatının təxminən 5%-i məişətdə istifadə olunur.

1. Ölkədə orta hesabla bir nəfərə düşən illik su sərfiyyatının (m^3) təqribi qiymətini hesablayın və buna əsasən bir nəfər üçün gündəlik orta su sərfiyyatını müəyyən edin.

2. Ümumdünya Səhiyyə Təşkilatının (ÜST) tövsiyələrinə görə, bir nəfərin məişətdə gündəlik su ehtiyacı norması 50 – 100 litr hesab olunur. Tapdığınız gündəlik orta su sərfiyyatına əsasən bir nəfərin gündəlik məişət sərfiyyatını hesablayın və bu norma ilə müqayisə edin. Suya qənaət baxımından qısa şərh verin.

3. Bir çox insan dişlərini fırçalayarkən kranı açıq saxlamaqla suyu israf edir. Əgər insanlar dişlərini fırçalayarkən kranı bağlayarsa, bir il ərzində ölkəmizdə təqribən nə qədər suya qənaət etmək olar?

4. Azərbaycanda suya qənaət tədbirləri, onların effektivliyi haqqında məlumat toplayın və təqdimat hazırlayın.



Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- üç tərəfinin uzunluğuna görə üçbucağın sahəsini hesablamağı;
- iki tərəf və onlar arasındakı bucağa görə üçbucağın sahəsini hesablamağı;
- iki tərəf və onlar arasındakı bucağa görə paraleloqramın sahəsini hesablamağı;
- trapesiyanın sahəsini hesablamağı;
- dairə seqmentinin sahəsini hesablamağı;
- konusun tam səthinin sahəsini hesablamağı;
- konusun həcmi hesablamağı.

Cəhd edin!

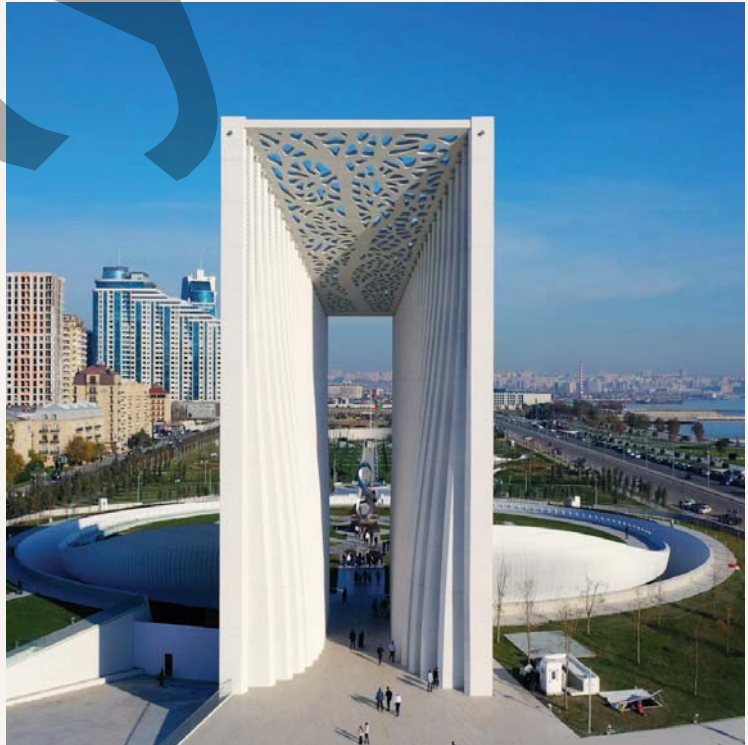
1609–1616-cı illərdə Sultan I Əhmədin əmri ilə İstanbulda altı minarəsi olan Sultan Əhməd məscidi tikilir. Rəvayətə görə, sultan minarələrin "altın" – yəni qızıldan olmasını istəmiş, lakin bu söz memar tərəfindən "alti" kimi başa düşülmüşdü. Hər minarənin yuxarı hissəsi (küləh) hündürlüyü təxminən 7 m və oturacağına radiusu 2,5 m olan konus formasındadır.

- Bir küləhin yan səthinin sahəsi nə qədərdir ($\pi \approx 3,14$)?
- Küləh qalınlığı 1 mm olan qızılla örtül-səydi, 6 minarəyə təxminən nə qədər qızıl işlənərdi ($\rho_{\text{qızıl}} = 19,3 \text{ q/sm}^3$)?
- 1 q qızılın qiyməti 290 manat olarsa, işlənmiş qızılın ümumi dəyərini tapın və alınan ədədi standart şəkildə yazın.



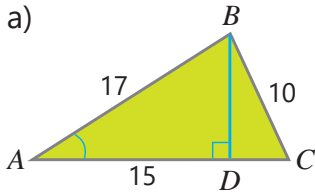
Həndəsi fiqurların sahəsi və həcmi

Həndəsi fiqurların sahə və həcmələrinin tapılması bir çox praktik məsələnin həllində mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Üçbucağın, paraleloqramın və trapesiyanın sahəsinin hesablanması tikinti işlərinin planlaşdırılmasında, memarlıq və mühəndis layihələrinin tərtib olunmasında geniş tətbiq edilir. Konus formalı cisimlərin tam səthinin sahəsi və həcmi müəyyən edilməsi su anbarlarının, yəni çənlərinin və müxtəlif texniki qurğuların layihələndirilməsi zamanı vacib hesablamaların aparılmasına imkan verir. Dairə seqmentinin sahəsinin hesablanması isə dairəvi konstruksiyaların, parkların, yol qovşaqlarının, tunellərin layihələndirilməsi prosesində mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

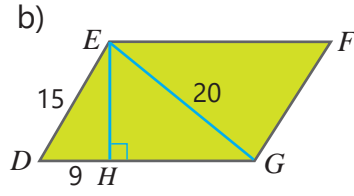


İlkin yoxlama

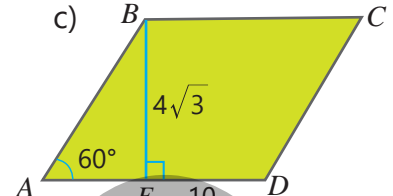
1 Üçbucağın, yaxud paraleloqramın tələb olunan ölçülərini və sahəsini tapın.



$BD = ?$ $CD = ?$



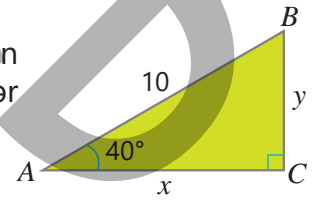
$EH = ?$ $HG = ?$



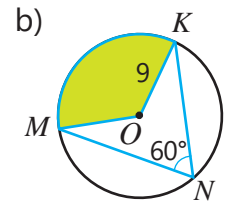
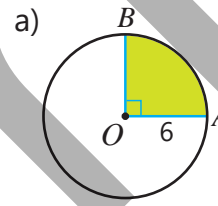
$AB = ?$ $AD = ?$



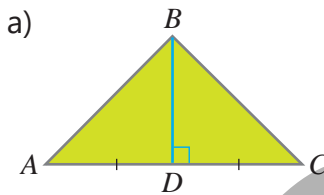
2 Uyğun triqonometrik nisbətdən istifadə etməklə məchul tərəflərin uzunluğunu və üçbucağın sahəsini tapın. Cavabları ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



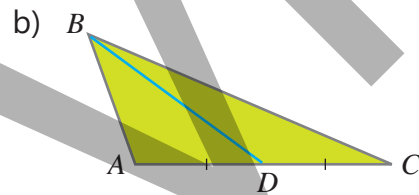
3 Dairənin rənglənmiş sektorunun sahəsini hesablayın.



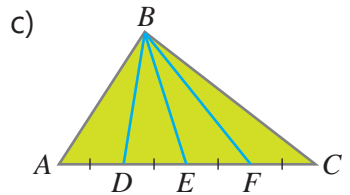
4 Şəkilə verilənlərə görə tələb olunan sahəni tapın.



$S_{ABD} = 16$ $S_{ABC} = ?$



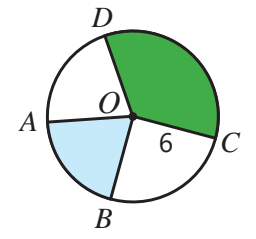
$S_{ABC} = 28$ $S_{BDC} = ?$



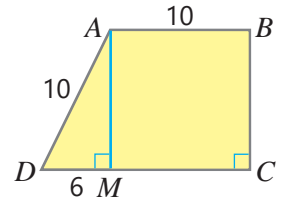
$S_{BDF} = 12$ $S_{ABC} = ?$

5 Şəkilə radiusu 6 sm olan daire verilmişdir. Dairənin mavi rəngli sektorunun sahəsi 6π sm²-dir.

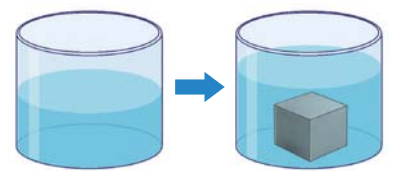
- Dairənin sahəsini və uyğun çevrənin uzunluğunu tapın.
- Mavi rəngli sektorun qövsünün uzunluğu neçə santimetrdir?
- Mavi və yaşıl rəngli sektorların qövsələrinin uzunluqları 2 : 5 nisbətində olarsa, yaşıl rəngli sektorun sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?



6 ABCD trapesiyasının verilən ölçülərinə əsasən hündürlüyünü və orta xəttini tapın. Trapesiyanın bölündüyü hissələrinin sahələrindən istifadə etməklə ümumi sahəsini hesablayın.



7 Diametri və hündürlüyü 18 sm olan silindr formasında qabın $\frac{1}{2}$ hissəsi su ilə doludur. Bu qaba tili 7 sm olan dəmir kub atdıqda suyun səviyyəsi neçə santimetr yüksəlir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



7.1. Üçbucağın sahəsi

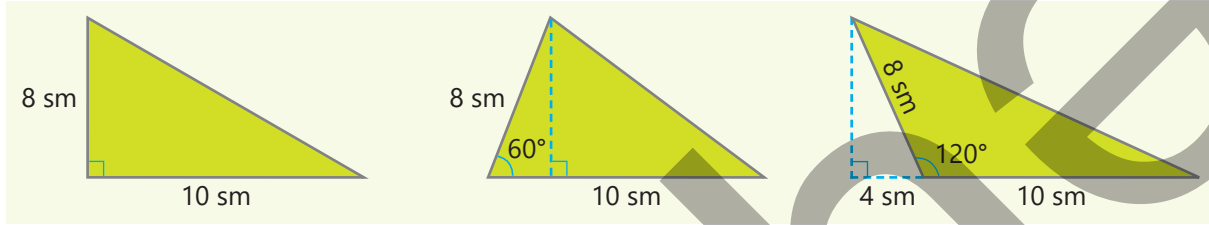
Araşdırma-müzakirə

Şəkildə tərəfləri 10 sm və 8 sm olan üçbucaqlar təsvir edilib.

- Düzbucaqlı üçbucağın sahəsini hesablayın.
- Digər üçbucaqların hündürlüyünü və sahəsini necə tapmaq olar?
- Hansı üçbucağın sahəsi böyükdür? Verilən itibucaqlı və korbucaqlı üçbucaqların sahələrinin bərabərliyini necə izah etmək olar?

Açar sözlər

- Heron düsturu
- yarımperimetr



Öyrənmə İki tərəfi və onlar arasındakı bucağa görə üçbucağın sahəsinin tapılması

Üçbucağın iki tərəfi və bu tərəflər arasındakı bucaq məlum olduqda onun sahəsini tapmaq olar. Tutaq ki, verilmiş ABC üçbucağının AB və AC tərəfləri iti bucaq əmələ gətirir. ABC üçbucağının CH hündürlüyü çəkilir. Üçbucağın sahə düsturuna görə:

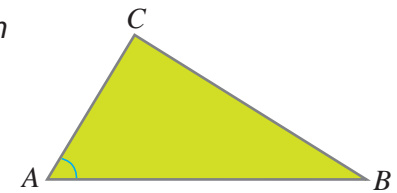
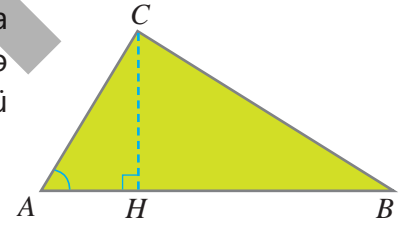
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH$$

ACH düzbucaqlı üçbucağında $CH = AC \cdot \sin A$ olduğu sahə düsturunda nəzərə alınır.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A$$

Üçbucağın sahəsi onun iki tərəfi ilə bu tərəflər arasında qalan bucağın sinusu hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A$$

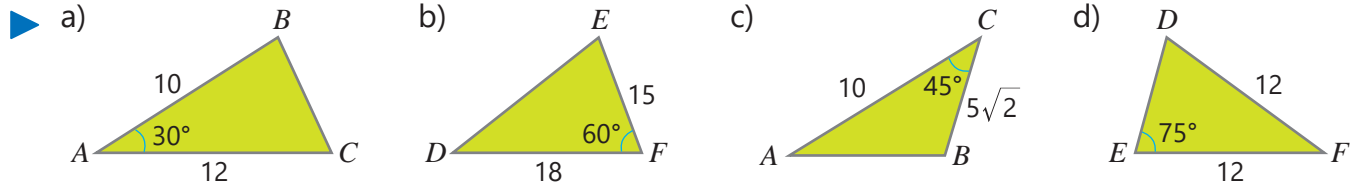


Çalışma

- 1 Üçbucağın sahəsini hesablayın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$AB = 10, AC = 12, \angle A = 30^\circ$ $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A =$ $= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 30$	Üçbucağın iki tərəfi və onlar arasındakı bucaq qeyd olunur. Üçbucağın sahə düsturunda verilənlər yerinə yazılır və $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ olduğu nəzərə alınmaqla sahə hesablanır.



2) MNK üçbucağının sahəsini hesablayın. Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $MN = 2,8$ sm, $NK = 1,5$ sm, $\angle N = 40^\circ$

c) $MN = 0,8$ sm, $NK = 1,2$ sm, $\angle N = 60^\circ$

b) $MN = MK = 3,2$ sm, $\angle M = 50^\circ$

d) $NK = 3$ sm, $MK = 4$ sm, $\angle K = 85^\circ$

3) Verilənlərə görə üçbucağın sahəsini hesablayın.

a) Üçbucağın 20 sm və 12 sm uzunluqda olan tərəfləri arasındakı bucağın sinusu $\frac{1}{4}$ -ə bərabərdir.

b) Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfləri 10 sm, onlar arasındakı bucaq isə 30° -dir.



4) Verilənlərə görə üçbucağın sahəsini hesablayın. Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) Tərəfləri 3 sm və 4 sm, onlar arasındakı bucağı 50° olan üçbucaq;

b) Tərəfləri 12 sm və 14 sm, onlar arasındakı bucağı 80° olan üçbucaq;

c) Yan tərəfləri 20 sm və oturacağa bitişik bucağı 40° olan bərabəryanlı üçbucaq.

5) Lövhədə iki tərəfi və onlar arasındakı kor bucağı məlum olan üçbucağın sahəsinin tapılması qeyd olunub. Bu üsulu müzakirə edin və oxşar qayda ilə verilmiş üçbucaqların sahəsini tapın.

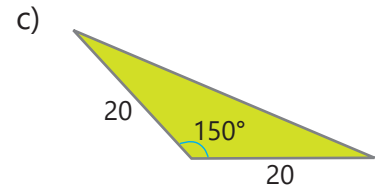
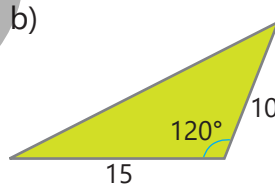
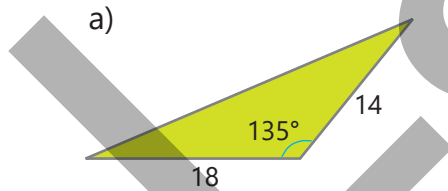
$AB = 8, AC = 9, \angle BAC = 120^\circ$

$S_{ABC} = ?$

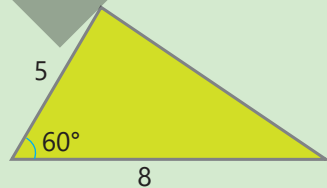
$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH$

$BH = AB \cdot \sin 60^\circ \rightarrow BH = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

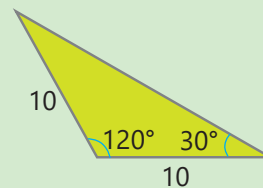
$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$



Səhvi düzəlt!



$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 10$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ = 25$$

Öyrənmə Üç tərəfinə görə üçbucağın sahəsinin tapılması

Üçbucağın üç tərəfi məlum olduqda onun sahəsinə hesablamaq olar.

NÜMUNƏ. Tərəfləri 10 sm, 21 sm və 17 sm olan üçbucağın sahəsinə tapın.

HƏLLİ. Tərəfləri verilmiş üçbucağın sahəsinə hesablamaq üçün onun hər hansı tərəfinə çəkilmiş hündürlüyü tapmaq kifayətdir. Üçbucağın böyük tərəfinə çəkilmiş BH hündürlüyünü tapmaq. AH parçasının uzunluğu x ilə işarə edilərsə, $HC = 21 - x$ olar.

Pifaqor teoreminə əsasən $BH^2 = AB^2 - AH^2$ və $BH^2 = BC^2 - HC^2$ olduğundan $AB^2 - AH^2 = BC^2 - HC^2$ alınır.

Uyğun tənlikdən məchul tapılır. $10^2 - x^2 = 17^2 - (21 - x)^2 \rightarrow x = 6$ (sm)

$AH = 6$ sm olduğu üçün $BH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (sm). Üçbucağın sahəsinə tapılır.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BH = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 8 = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

• Üç tərəfi verildikdə üçbucağın sahəsinə bu düsturla tapmaq olar:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Bu düstur **Heron düsturu** adlanır. Burada a , b və c üçbucağın tərəfləri,

p isə üçbucağın **yarımperimetri**dir: $p = \frac{a+b+c}{2}$

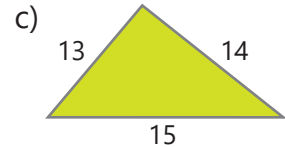
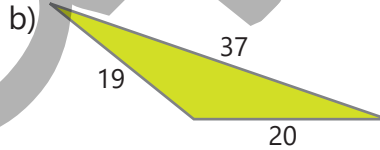
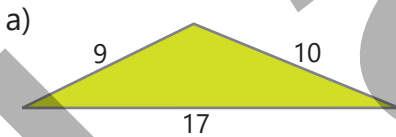
Nümunədə verilmiş üçbucağın sahəsinə Heron düsturu ilə də tapmaq olar. Bunun üçün əvvəlcə

yarımperimetr tapılır: $p = \frac{10+17+21}{2} = 24$ (sm)

Sonra Heron düsturuna görə üçbucağın sahəsinə hesablanır:

$$S_{ABC} = \sqrt{24 \cdot (24 - 10) \cdot (24 - 21) \cdot (24 - 17)} = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

6 Heron düsturundan istifadə etməklə üçbucağın sahəsinə hesablayın.



7 Üçbucağın sahəsinə hesablayın.

a) 5 m, 29 m, 30 m

b) 16 sm, 17 sm, 17 sm

c) 11 mm, 25 mm, 30 mm

d) 11 m, 13 m, 20 m



Riyaziyyat tarixindən

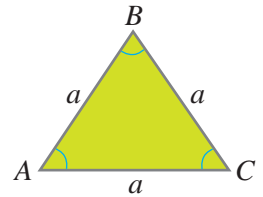
Heron Misirin İsgəndəriyyə şəhərində yaşamış yunan riyaziyyatçısı və ixtiraçısıdır. O, mühəndislik, həndəsə, optika və astronomiya sahələrində araşdırmalar aparmış, üçbucağın tərəfləri verildikdə onun sahəsinə tapmaq üçün düstur vermişdir. Bu düstur Heronun riyaziyyat və mühəndislik üzrə yazdığı "Metrika" kitabında yer almışdır.



HERON

e.ə. III–II əsrlər

- 8 İsbat edin ki, tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsi $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ düsturu ilə hesablanır.



- a) İki tərəf və onlar arasındakı bucağa görə üçbucağın sahə düsturundan istifadə etməklə;
b) Heron düsturundan istifadə etməklə.

- 9 Tərəfi verilmiş bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini hesablayın.

a) 2 sm

b) 8 dm

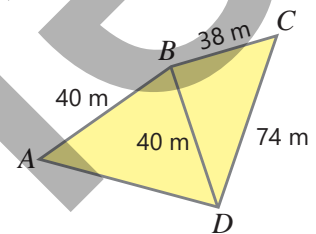
c) 6 m

d) $2\sqrt{2}$ mm

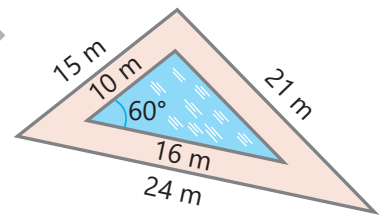
- 10 Üçbucağın tərəfləri 6 sm, 25 sm və 29 sm-dir. Bu üçbucağın sahəsini və hündürlüklerini tapın.

Məsələ həlli

- 11 Perimetri 200 m olan dördbucaqlı formasında əkin sahəsi şəkil-dəki kimi iki hissəyə bölündü. Əkin üçün nəzərdə tutulmuş yerin sahəsi neçə kvadratmetrdir?



- 12 Hovuz tərəfləri 10 m və 16 m, onlar arasındakı bucağı 60° olan üçbucaq formasındadır. Bu hovuzun kənarlarına perimetr boyunca metlax döşəndi. Metlax döşənmiş zolaq və hovuz birlikdə tərəfləri 15 m, 21 m, 24 m olan üçbucaq əmələ gətirdi. Metlax döşənən sahə neçə kvadratmetrdir? Cavabı ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Riyazi üfüqlər

Tərəfləri a , b və c olan üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün Heron düsturunun isbatını tamamlayın və çevrilmələri əsaslandırın.

$$h^2 = a^2 - x^2 \quad \text{Pifaqor teoreminə görə}$$

$$h^2 = b^2 - (c - x)^2 \quad \text{Pifaqor teoreminə görə}$$

$$a^2 - x^2 = b^2 - (c - x)^2 \rightarrow x = \frac{c^2 - b^2 + a^2}{2c}$$

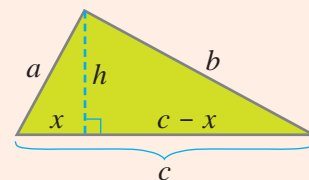
$$h^2 = a^2 - \left(\frac{c^2 - b^2 + a^2}{2c}\right)^2 = \left(a - \frac{c^2 - b^2 + a^2}{2c}\right) \cdot \left(a + \frac{c^2 - b^2 + a^2}{2c}\right) =$$

$$= \frac{(a + b + c)(a + b - c)(c + a - b)(c - a + b)}{4c^2} =$$

$$= \frac{4}{c^2} \cdot \frac{a + b + c}{2} \cdot \frac{a + b - c}{2} \cdot \frac{a + c - b}{2} \cdot \frac{c + b - a}{2}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} \rightarrow h = \frac{2}{c} \cdot \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

$$S = \frac{1}{2} ch = ?$$

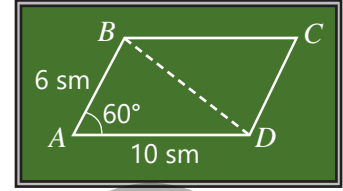


7.2. Paraleloqramın və trapesiyanın sahəsi

Araşdırma-müzakirə

Ölçüləri verilmiş $ABCD$ paraleloqramını və onun BD diaqonalını çəkin.

- ABD üçbucağının sahəsini tapın.
- Bu üçbucağın sahəsindən istifadə etməklə paraleloqramın sahəsini necə tapmaq olar?



Öyrənmə İki tərəfi və bu tərəflər arasındakı bucağa görə paraleloqramın sahəsinin tapılması

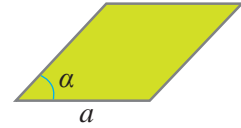
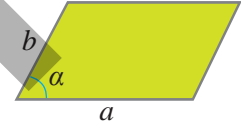
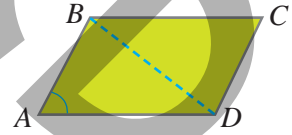
- Paraleloqramın diaqonalı onu iki konqruyent üçbucağa ayırır. İki tərəf və bu tərəflər arasındakı bucağa əsasən üçbucağın sahə düsturundan istifadə etməklə paraleloqramın sahəsini belə tapmaq olar.

$$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{ABD} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin A\right) = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

Paraleloqramın sahəsi onun iki qonşu tərəfi ilə bu tərəflər arasındakı bucağın sinusu hasilinə bərabərdir.

$$S = ab \cdot \sin \alpha$$

- Tərəfi a və iti bucağı α olan rombun sahəsi $S = a^2 \cdot \sin \alpha$ düsturu ilə hesablanır.



Fikirləş!

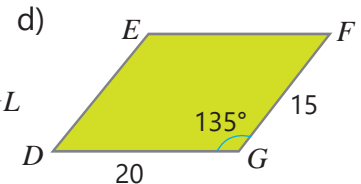
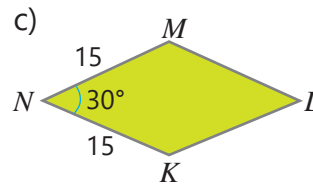
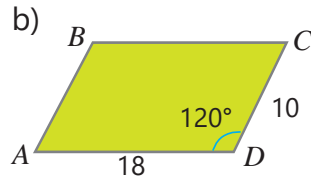
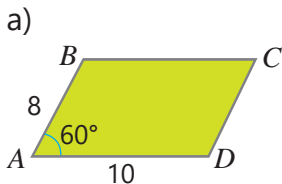
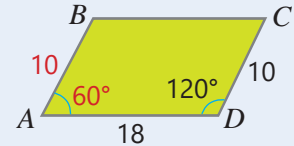
Paraleloqramın iki tərəfi və onlar arasındakı kor bucağı verilərsə, onun sahəsini necə tapmaq olar?

Çalışma

- 1 Paraleloqramın sahəsini hesablayın.

NÜMUNƏ b) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$\angle A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ $AB = CD = 10$ $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin A =$ $= 10 \cdot 18 \cdot \sin 60^\circ = 90\sqrt{3}$	Paraleloqramın bir tərəfə bitişik bucaqlarının cəmi 180° -dir. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir. Paraleloqramın sahəsi hesablanır.





- 2 Verilənlərə əsasən $ABCD$ paraleloqramının sahəsini hesablayın. Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

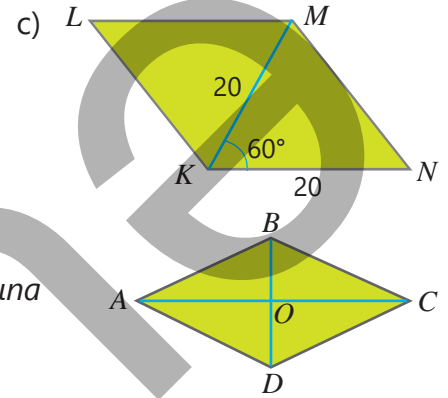
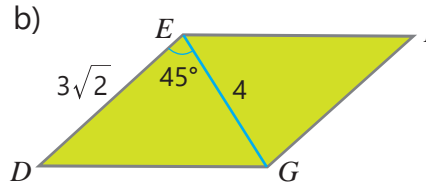
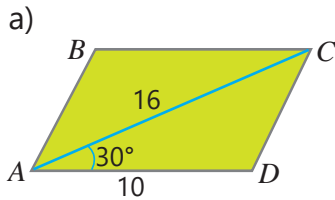
a) $AB = 1,8$ sm, $BC = 3$ sm, $\angle B = 50^\circ$

c) $AB = 0,8$ m, $AD = 1,2$ m, $\angle A = 100^\circ$

b) $AB = BC = 3,6$ mm, $\angle B = 40^\circ$

d) $AB = 3$ sm, $BC = 4$ sm, $\angle B = 75^\circ$

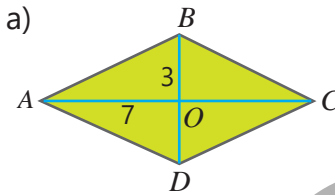
- 3 Verilənlərə əsasən paraleloqramın sahəsini hesablayın.



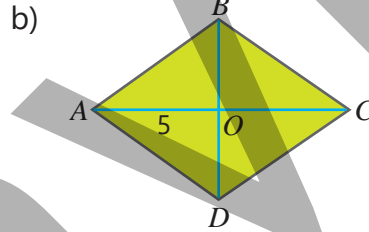
- 4 İsbat edin ki, rombun sahəsi onun diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir. $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$

Göstəriş: rombun diaqonalları onu konqruyent üçbucaqlara ayırır.

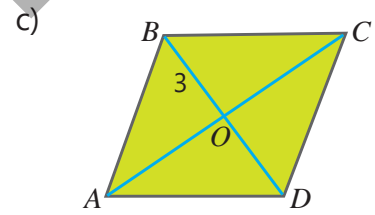
- 5 Şəkilə rombun verilmiş ölçülərinə görə tələb olunanları tapın.



$S_{ABCD} = ?$



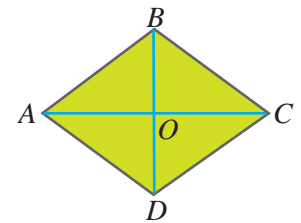
$S_{ABCD} = 40$ $OD = ?$



$S_{ABCD} = 21$ $AC = ?$

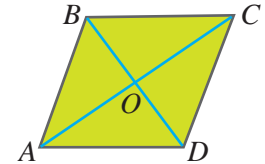
- 6 $ABCD$ rombunun sahəsi 24 sm^2 -ə, BD diaqonalı isə 8 sm -ə bərabərdir.

- Rombun BD diaqonalının uzunluğunu tapın.
- Rombun tərəfi neçə santimetrdir?



- 7 $ABCD$ rombunun diaqonalları 12 sm və 16 sm -dir.

- Rombun sahəsini və perimetrini tapın.
- Rombun hündürlüyü neçə santimetrdir?



- 8 Suallara cavab verin.

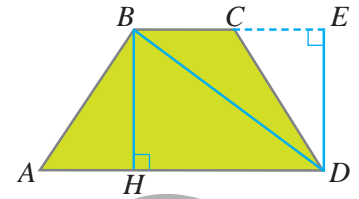
- Tərəfi 20 sm , diaqonallarından biri 24 sm olan rombun sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?
- Sahəsi $10\sqrt{3} \text{ sm}^2$ olan paraleloqramın iti bucağı 60° , tərəflərindən biri 10 sm olarsa, perimetri neçə santimetrdir?
- Sahəsi 480 sm^2 və diaqonalları $5 : 12$ nisbətində olan rombun tərəfi neçə santimetrdir?

Öyrənmə Trapesiyanın sahəsi

$ABCD$ trapesiyasında BD diaqonalı onu ABD və BCD üçbucaqlarına ayırdığı üçün trapesiyanın sahəsi bu üçbucaqların sahələri cəminə bərabərdir: $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$.
Bu üçbucaqların sahələrini belə tapmaq olar:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BH$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot ED$$

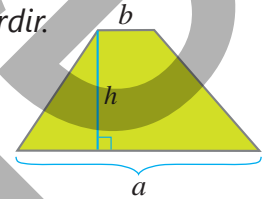


Trapeciyanın hündürlükləri olduğu üçün BH və ED parçaları bərabərdir.

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BH + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot ED = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot BH$$

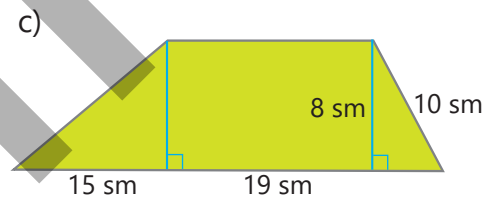
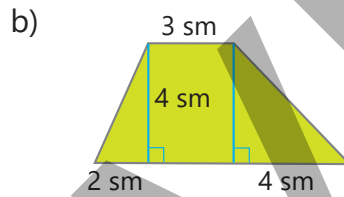
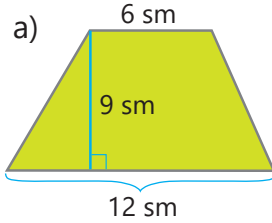
Trapeciyanın sahəsi oturacaqları cəminin yarısı ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

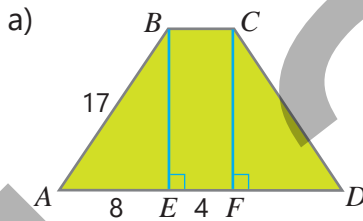


• Trapeciyanın sahəsi onun orta xətti ilə hündürlüyünün hasilinə bərabərdir.

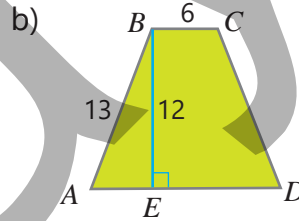
9 Trapeciyanın sahəsini hesablayın.



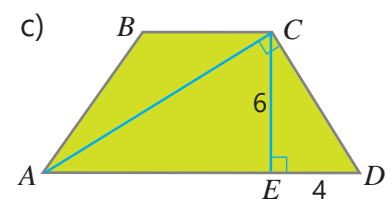
10 $ABCD$ bərabəryanlı trapesiyadır. Verilənlərə görə tələb olunanları tapın.



$$BE = ? \quad FD = ? \quad S_{ABCD} = ?$$



$$AE = ? \quad AD = ? \quad S_{ABCD} = ?$$



$$AE = ? \quad BC = ? \quad S_{ABCD} = ?$$

11 Trapeciyanın hündürlüyünü tapın və sahəsini hesablayın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli

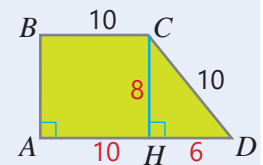
$$HD = AD - AH = 6$$

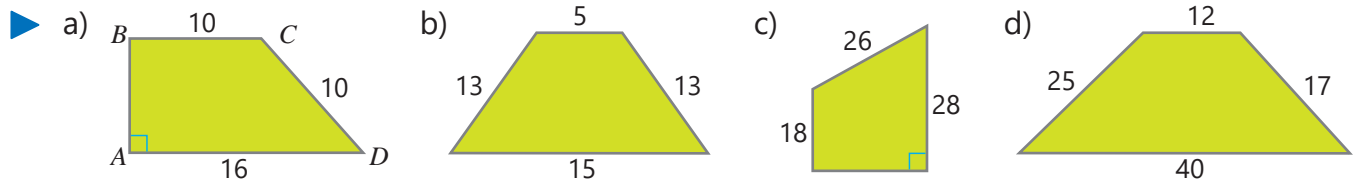
$$CH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$S = \frac{10 + 16}{2} \cdot 8 = 104$$

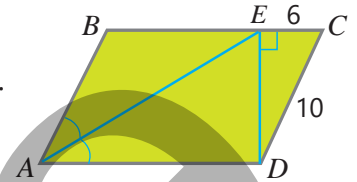
Açıqlama

CH hündürlüyü çəkilir və HD parçasının uzunluğu tapılır.
Pifaqor teoreminə əsasən CH hündürlüyü tapılır.
Trapeciyanın sahəsi hesablanır.



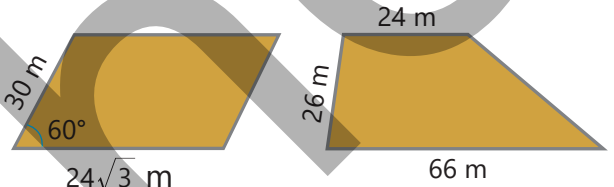


- 12) $ABCD$ paraleloqramında AE tən böləni çəkilmişdir. Şəkilə verilənlərə görə $ABED$ trapesiyasının sahəsini iki üsulla tapın.
- $ABCD$ paraleloqramı ilə CED üçbucağının sahələri fərqiyyə əsasən
 - Trapesiyanın sahə düsturuna əsasən

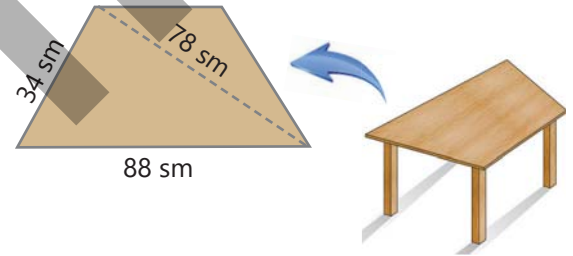


Məsələ həlli

- 13) Paraleloqram və trapesiya formasında iki ərazinin sahəsi bərabərdir. Hansı ərazini hasara almaq üçün daha çox material lazımdır?



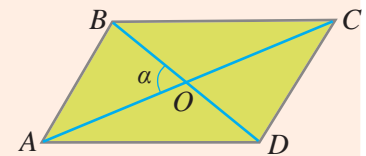
- 14) Dekorativ masanın səthi bərabəryanlı trapesiya formasındadır. Bu trapesiyanın böyük oturacağı 88 sm, yan tərəfləri 34 sm, diaqonalı isə 78 sm-ə bərabərdir. Masanın səthinin sahəsi neçə kvadratsentimetrdir?



Riyazi üfüqlər

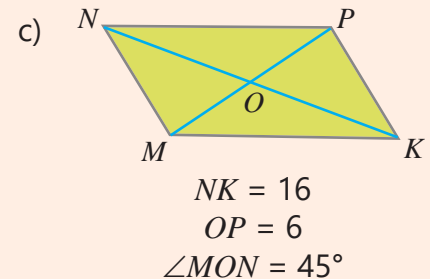
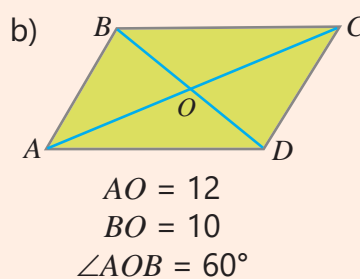
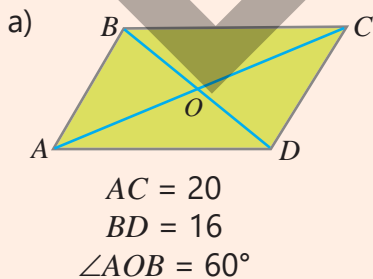
İsbat edin ki, paraleloqramın sahəsi onun diaqonalları ilə onlar arasındakı bucağın sinusu hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin \alpha$$



Göstəriş: paraleloqramın diaqonalları kəsişdikdə alınan AOB , BOC , COD və AOD üçbucaqlarının sahələrinin bərabər olduğunu əsaslandırın.

• Verilənlərə əsasən paraleloqramın sahəsini tapın.



MƏSƏLƏLƏR

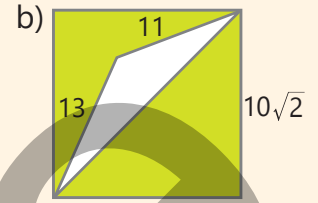
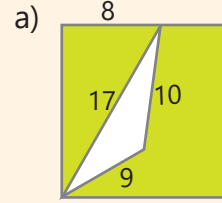
1 Tərəfləri verilmiş üçbucağın sahəsini hesablayın.

a) 13 m, 40 m, 51 m

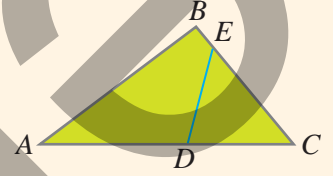
b) 25 mm, 17 mm, 12 mm

c) 16 sm, 25 sm, 39 sm

2 Verilənlərə görə kvadratın rəngli hissəsinin sahəsini tapın.

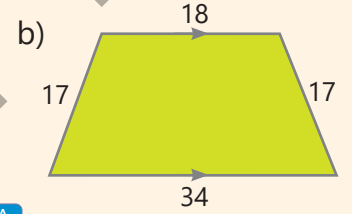
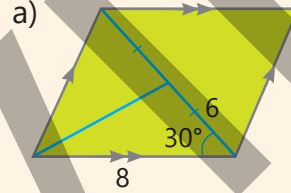


3 ABC üçbucağında AC tərəfi 18 sm, BC tərəfi isə 12 sm-dir. $EC = 10$ sm, $CD = 8$ sm, EDC üçbucağının sahəsi 30 sm^2 olarsa, ABC üçbucağının sahəsini tapın.



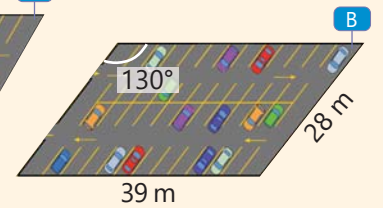
4 Üçbucağın tərəfləri 14 sm və $10\sqrt{2}$ sm, bu tərəflər arasındakı bucağı 45° -dir. Bu üçbucağın sahəsini və verilən tərəflərdən kiçiyinə çəkilmiş hündürlüyünü tapın.

5 Verilənlərə görə fiqurun sahəsini tapın.



6 Planda parking üçün nəzərdə tutulmuş paraleloqram formasında olan iki ərazinin bəzi ölçüləri verilmişdir.

- Bu ərazilərin sahələrini hesablayın. Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
- Hansı sahə böyükdür? Nə qədər?

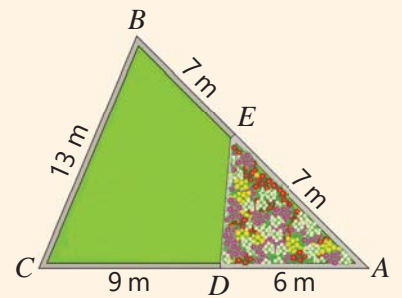


7 Üçbucaq formasında əraziyə şəkildəki kimi güllük salındı və qalan sahəyə qazon döşəndi.

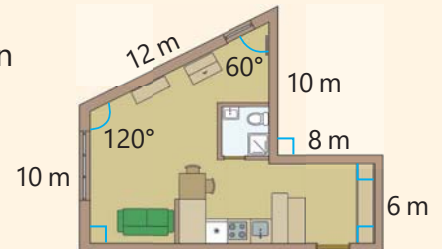
- a) ABC üçbucağının sahəsini tapın.
b) İki tərəf və onlar arasındakı bucağa görə üçbucağın sahə

düsturundan istifadə etməklə göstərin ki, $\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \frac{AE \cdot AD}{AB \cdot AC}$.

- c) Güllük sahə neçə kvadratmetrdir?
d) Qazon döşənən sahə neçə kvadratmetrdir?



8 Şəkildə mənzilin planı təsvir edilmişdir. Verilən ölçülərə əsasən mənzilin ümumi sahəsi və perimetri nə qədərdir? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

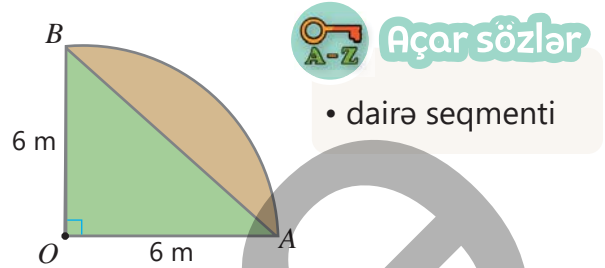


7.3. Dairə seqmenti və onun sahəsi

Araşdırma-müzakirə

Bağban bucağı 90° olan dairə sektoru formasında bostanı AB vətəri ilə iki hissəyə ayırdı. Üçbucaq formasında sahəyə pomidor şitili, qalan sahəyə isə kök əkməyi planlaşdırdı.

- Bostanın ümumi sahəsi nə qədərdir?
- Pomidor şitili əkilən sahə nə qədərdir?
- Kök əkmək üçün ayrılan sahəni necə tapmaq olar?

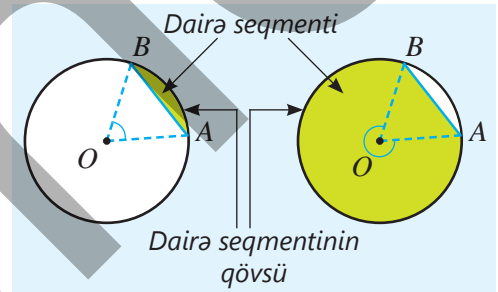


Öyrənmə Dairə seqmenti və onun sahəsi

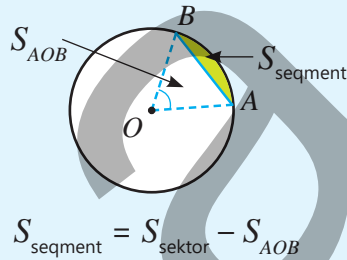
Vətər dairəni iki hissəyə bölür. Bu hissələrin hər biri **dairə seqmenti** adlanır. Vətərin gərdiyi qövsə uyğun **dairə seqmentinin qövsü deyilir**.

Vətər diametr olarsa, hər bir seqment yarım dairədir. Vətər diametrdən fərqli olduqda alınan seqmentlərin sahələri müxtəlif olur.

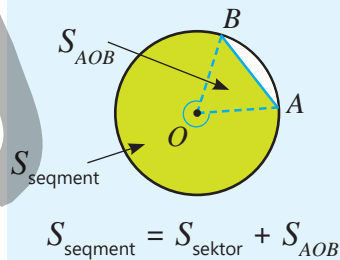
Seqmentlərin sahəsini belə tapmaq olar.



- Qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən kiçik olduqda



- Qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən böyük olduqda

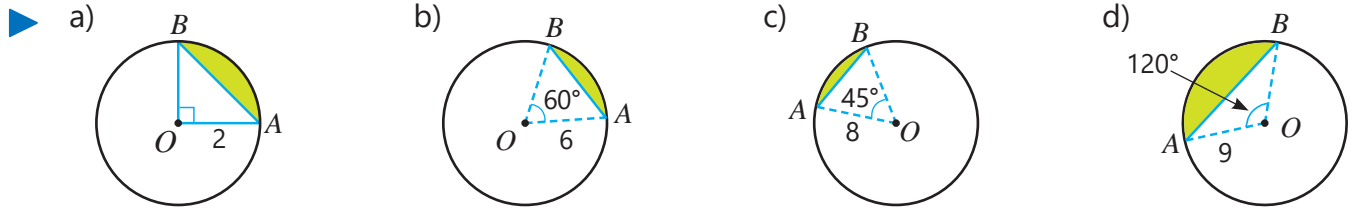


Çalışma

- 1 Dairənin rəngli seqmentinin sahəsini tapın.

NÜMUNƏ b) bəndinin həlli

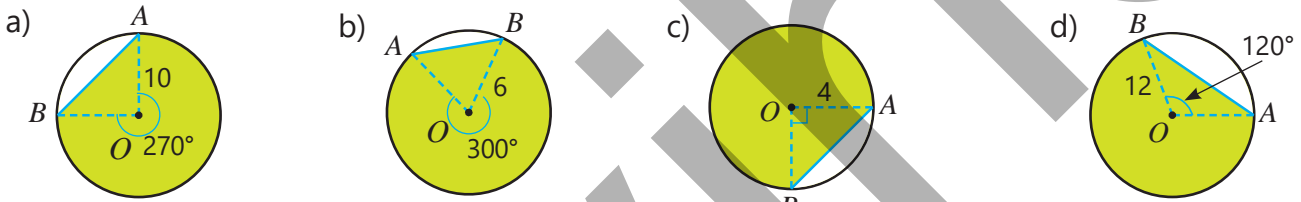
Həlli	Açıqlama
$S_{\text{sektor}} = \frac{60}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 = 6\pi$	Vətərin gərdiyi qövsün dərəcə ölçüsünün 60° olduğunu nəzərə alaraq AOB sektorunun sahəsi hesablanır. AOB üçbucağının sahəsi hesablanır. $S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} - S_{AOB}$ düsturuna əsasən dairə seqmentinin sahəsi tapılır.
$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}$	
$S_{\text{seqment}} = 6\pi - 9\sqrt{3}$	



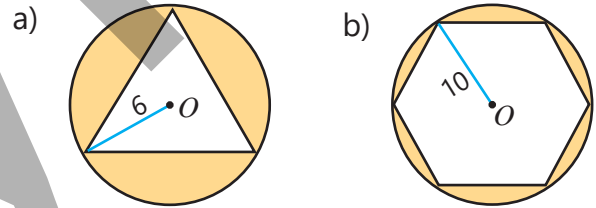
2 Dairənin rəngli seqmentinin sahəsini tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$S_{\text{sektor}} = \frac{270}{360} \cdot \pi \cdot 10^2 = 75\pi$	AOB sektorunun sahəsi hesablanır.
$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$	AOB üçbucağının sahəsi hesablanır.
$S_{\text{seqment}} = 75\pi + 50$	$S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} + S_{AOB}$ düsturuna əsasən dairə seqmentinin sahəsi tapılır.



3 Dairənin konqruyent vətərlərlə ayrılan seqmentləri şəkindəki kimi rənglənmişdir. Radiusu verilmiş dairənin uyğun seqmentlərinin sahələrindən istifadə etməklə rəngli hissənin sahəsini tapın.

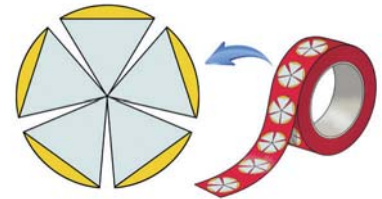


4 Suallara cavab verin.

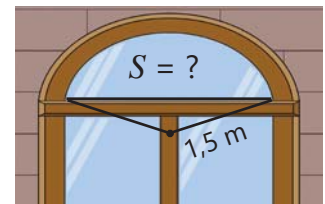
- Qövsü 60° olan dairə sektorunun sahəsi 6π olarsa, eyni qövsə uyğun dairə seqmentinin sahəsi nə qədərdir?
- Radiusu 6 sm olan dairə $6\sqrt{3}$ sm uzunluqda vətərlə iki seqmentə bölünmüşdür. Bu seqmentlərin hər birinin sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?

Məsələ həlli

- Bəzəkli lent üzərində tərəfi 2 sm olan beş bərabərtərəfli üçbucaq və uyğun dairə seqmentindən ibarət ornamentlər çəkilmişdir. Hər ornament üçün sarı rəngdə olan dairə seqmentlərinin sahəsi nə qədərdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- Pəncərənin tağ hissəsi qövsü 120° , radiusu 1,5 m olan seqment formasındadır. Pəncərənin tağ hissəsinə salınan şüşənin sahəsi neçə kvadratmetrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



7.4. Konusun tam səthinin sahəsi və həcmi

Araşdırma-müzakirə

Rəngli kağızdan radiusu 20 sm olan dairə kəsin və bu dairəni hər hansı iki sektora ayırın. Hər bir dairə sektorunu şəkildəki kimi büküb iki konus düzəldin.

- Hansı konus daha hündür alındı?
- Konusların oturacaqlarına uyğun dairələr kəsin ya-pışdırın. Hansı dairənin sahəsi daha böyük oldu?



Açar sözlər

- konusun doğurarı

Öyrənmə Konusun tam səthinin sahəsi

Oturacağı dairə olan konus *dairəvi konus* adlanır. Konusun təpə nöqtəsindən oturacağıın mərkəzinə çəkilən parça oturacağıın radiusuna perpendikulyar olarsa, belə konus *düz dairəvi konus*, həmin parça isə *konusun hündürlüyü* adlanır. Sonradan konus dedikdə düz dairəvi konus nəzərdə tutulacaq. Konusun təpə nöqtəsini onun oturacaq çevrəsinin hər hansı nöqtəsi ilə birləşdirən parça **konusun doğurarı** adlanır. Konusun yan səthinin açılışı radiusu doğurana bərabər olan dairə sektorudur.

Konus

Konusun açılışı

Tam səthin sahəsi

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{ot}} + S_{\text{yan}}$$

Konusun oturacağı radiusu r olan dairədir.

$$S_{\text{ot}} = \pi r^2$$

Konusun yan səthi radiusu l , qövsünün uzunluğu $2\pi r$ olan dairə sektorudur. Bu sektorun sahəsinin uyğun dairənin sahəsinə (πl^2) nisbəti qövsünün uzunluğunun ($2\pi r$) uyğun çevrənin uzunluğuna ($2\pi l$) nisbətində bərabərdir.

$$\frac{S_{\text{sektor}}}{\pi l^2} = \frac{2\pi r}{2\pi l} \Rightarrow S_{\text{sektor}} = \pi r l \Rightarrow S_{\text{yan}} = \pi r l$$

$S_{\text{tam}} = \pi r^2 + \pi r l$

Çalışma

- 1 Konusun tam səthinin sahəsini tapın.

NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli

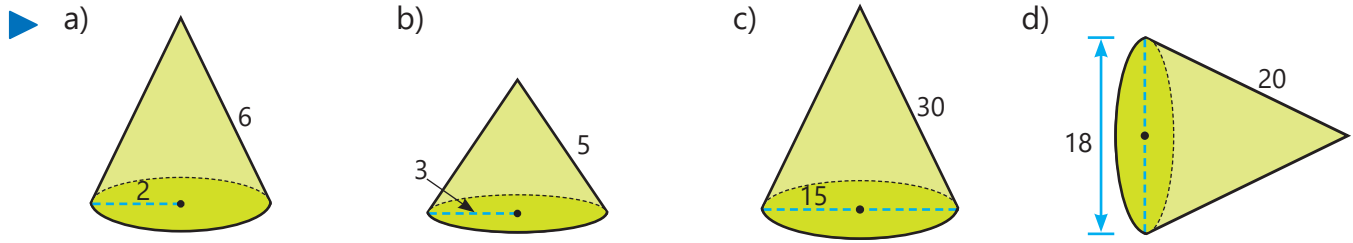
$$l = 6, r = 2$$

$$S_{\text{tam}} = \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 2 \cdot 6 = 16\pi$$

Açıqlama

Konusun doğurarı 6, oturacağıın radiusu isə 2-yə bərabərdir.

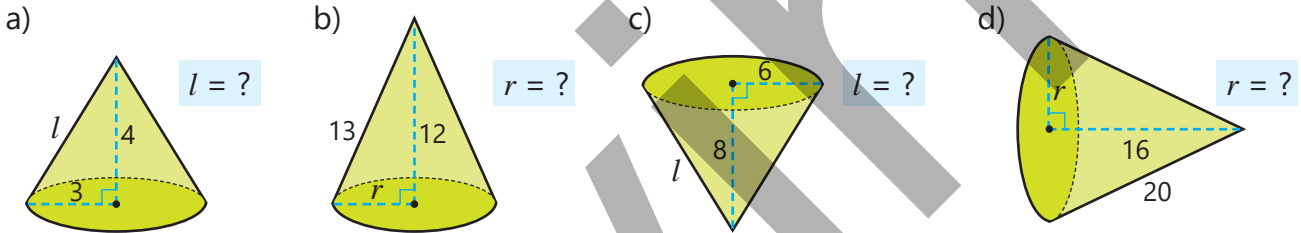
$S_{\text{tam}} = \pi r^2 + \pi r l$ düsturuna əsasən konusun tam səthinin sahəsi hesablanır.



2 Konusun tələb olunan ölçüsünü tapın. Konusun tam səthinin sahəsini hesablayın.

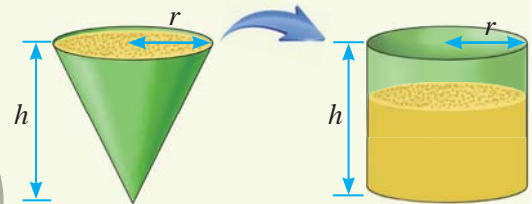
NÜMUNƏ a) bəndinin həlli

Həlli	Açıqlama
$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$	Pifaqor teoremindən istifadə etməklə konusun doğurunu tapılır.
$S_{\text{tam}} = \pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3 \cdot 5 = 24\pi$	$S_{\text{tam}} = \pi r^2 + \pi r l$ düsturuna əsasən konusun səthinin sahəsi hesablanır.



Praktik tapşırıq

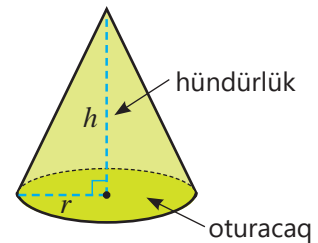
Kağızdan eyni hündürlükdə, oturacaqlarının radiusları bərabər olan konus və silindr düzəldin. Konus formasında qabı qumla doldurub silindr formasında qaba tökün. Silindri tam doldurmaq üçün neçə dolu konus qum lazım oldu?



Öyrənmə Konusun həcmi

Konusun həcmi onun oturacağının sahəsi ilə hündürlüyü hasilinin $\frac{1}{3}$ -nə bərabərdir.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{ot}} \cdot h \quad \rightarrow \quad V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

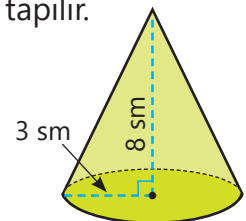


Məsələn, oturacağının radiusu 3 sm, hündürlüyü 8 sm olan konusun həcmi belə tapılır.

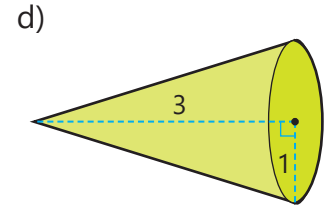
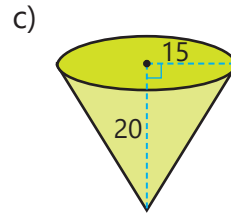
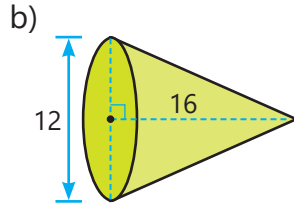
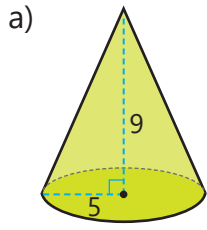
$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 24\pi \text{ (sm}^3\text{)}$$

$\pi \approx 3,14$ qəbul etməklə konusun həcmi təqribi hesablamaq olar:

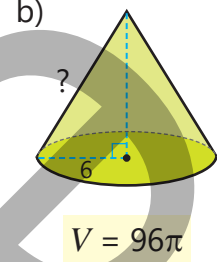
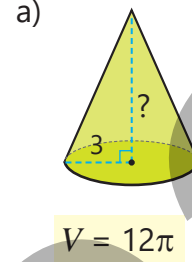
$$V \approx 24 \cdot 3,14 = 75,36 \text{ (sm}^3\text{)}$$



3 Verilənlərə əsasən konusun həcmi tapın.



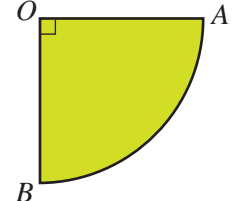
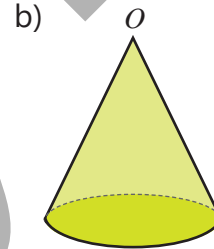
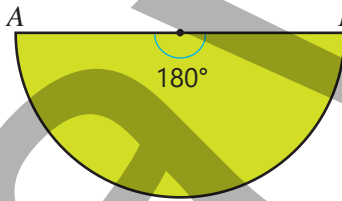
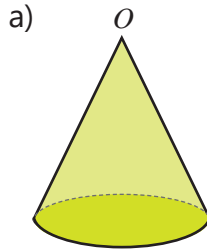
4 Həcmi verilmiş konusun tələb olunan ölçüsünü və yan səthinin sahəsini tapın.



5 Suallara cavab verin.

- Oturacağıın radiusu 9 sm, doğurani 15 sm olan konusun tam səthinin sahəsi və həcmi nə qədərdir?
- Hündürlüyü 12 sm, doğurani 13 sm olan konusun tam səthinin sahəsi və həcmi nə qədərdir?
- Yan səthinin sahəsi 60π sm², oturacağıın radiusu 6 sm olan konusun həcmi neçə kubsantimetrdir?

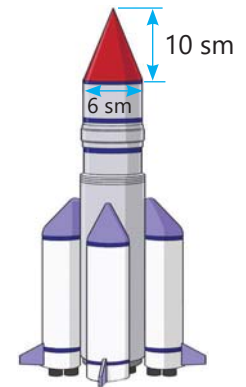
6 Konusun açılışı radiusu 10 sm olan dairə sektorudur. Konusun doğurani, oturacağıın radiusunu, yan səthinin sahəsini tapın.



Məsələ həlli

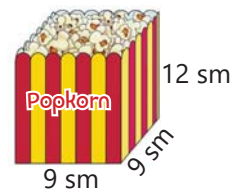
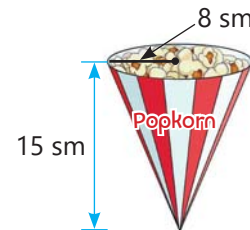


7 Plastik materialdan hazırlanmış raket modelinin başlığı içi dolu konus formasındadır. Bu konusun oturacağıın diametri 6 sm, hündürlüyü isə 10 sm-dir. Plastik maddənin sıxlığı 1,2 q/sm³ olarsa, başlığın kütləsi neçə qramdır?



8 Kinoteatrda popkorn ölçüləri şəkildəki kimi olan konus və kuboid formalı qablarda satılır ($\pi \approx 3$).

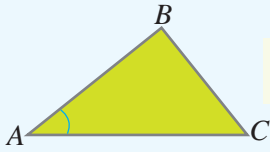
- Hansı popkorn qabını düzəltmək üçün daha çox kağız lazımdır?
- Hansı qab daha çox popkorn tutur? Nə qədər çox?



XÜLASƏ

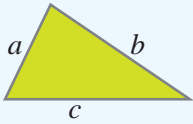
Üçbucağın sahəsi

İki tərəf və onlar arasındakı bucağa görə üçbucağın sahəsi



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin A$$

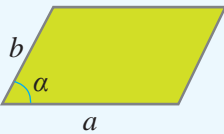
Üç tərəfinə görə üçbucağın sahəsi
Heron düsturu



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

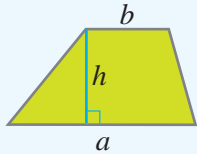
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Paraleloqramın sahəsi



$$S = ab \sin \alpha$$

Trapesiyanın sahəsi



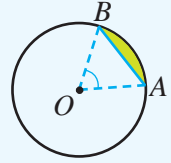
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

• Trapesiyanın sahəsi onun orta xətti ilə hündürlüyünün hasilinə bərabərdir.

Dairə seqmentinin sahəsi

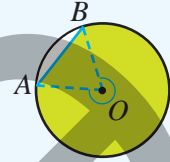
Qövsü 180°-dən kiçik olan
dairə seqmentinin sahəsi

$$S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} - S_{AOB}$$



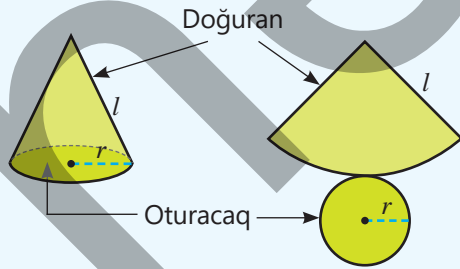
Qövsü 180°-dən böyük olan
dairə seqmentinin sahəsi

$$S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} + S_{AOB}$$



Həndəsi fiqurların sahəsi və həcmi

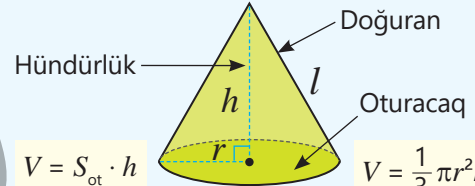
Konusun tam səthinin sahəsi



$$S_{\text{tam}} = S_{\text{ot}} + S_{\text{yan}}$$

$$S_{\text{tam}} = \pi r^2 + \pi r l$$

Konusun həcmi



$$V = S_{\text{ot}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

İlkin problemin həlli

• Bir külahın yan səthinin sahəsini hesablamaq üçün əvvəlcə doğuranın uzunluğu tapılır.

$$\sqrt{2,5^2 + 7^2} \approx 7,43 \text{ (m)}$$

$$S_{\text{yan}} = 3,14 \cdot 2,5 \cdot 7,43 = 58,33 \text{ (m}^2\text{)}$$

• Külahlar qalınlığı 1 mm olan qızılla örtülsəydi, 6 minarəyə işlənən qızılın həcmi belə hesablanır.

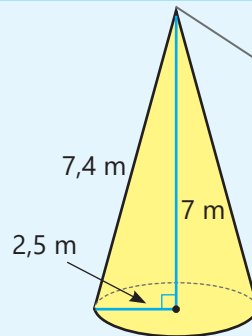
$$V = 6 \cdot 0,001 \cdot 58,33 \approx 0,35 \text{ (m}^3\text{)}$$

• İşlənən qızılın kütləsi hesablanır. $\rho_{\text{qızıl}} = 19,3 \text{ q/sm}^3 = 19300 \text{ kq/m}^3$; $m = 19300 \cdot 0,35 = 6755 \text{ (kq)}$

• 1 q qızılın qiyməti 290 manat olarsa, bu qızılın ümumi dəyəri tapılır.

$$6755 \text{ kq} = 6\,755\,000 \text{ q}; \quad V = 290 \cdot 6\,755\,000 = 1\,958\,950\,000 \text{ (man)}$$

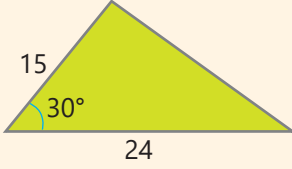
Alınan ədəd standart şəkildə yazılır. $1\,958\,950\,000 = 1,95895 \cdot 10^9 \text{ (man)}$.



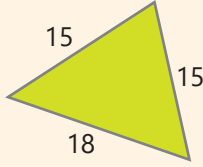
ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. Üçbucağın sahəsini hesablayın.

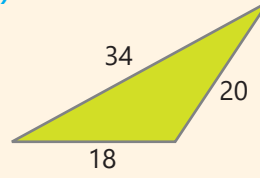
a)



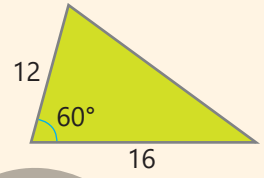
b)



c)

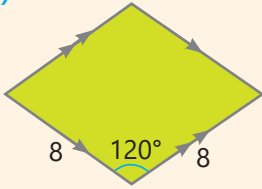


d)

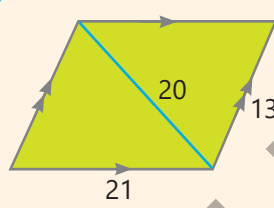


2. Fiqurun sahəsini tapın.

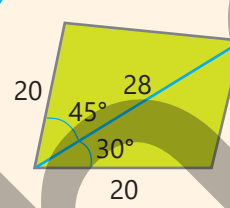
a)



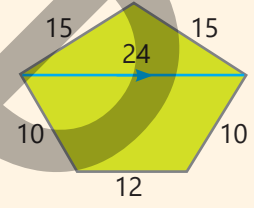
b)



c)

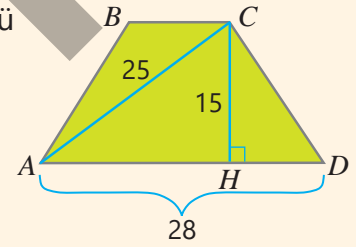


d)



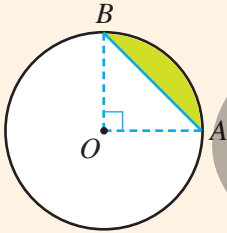
3. $ABCD$ bərabəryanlı trapesiyasının böyük oturacağı 28 sm, hündürlüyü 15 sm, diaqonalı isə 25 sm-dir.

- Trapesiyanın yan tərəflərinin uzunluğu neçə santimetrdir?
- Trapesiyanın kiçik oturacağıın uzunluğu neçə santimetrdir?
- Trapesiyanın perimetrini və sahəsini tapın.

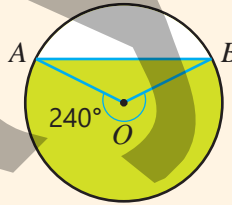


4. Mərkəzi O nöqtəsində yerləşən radiusu 6 vahid olan dairənin rəngli hissələrinin sahəsini tapın.

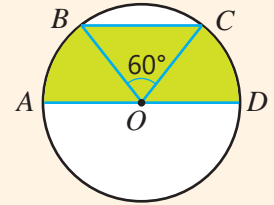
a)



b)



c)



5. Suallara cavab verin.

- a) Sahəsi 8 sm^2 , iti bucağı 30° olan rombun perimetri neçə santimetrdir?
- b) Yan tərəfləri kiçik oturacağına bərabər olan trapesiyanın oturacaqları 10 sm və 26 sm olarsa, sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?
- c) Paraleloqramın tərəflərindən biri 8 sm, perimetri 46 sm, iti bucağı 60° -dir. Paraleloqramın sahəsi neçə kvadratsantimetrdir?

6. Bənövşəyi konusun hündürlüyü 8-ə, oturacağıın sahəsi isə 36π -yə bərabərdir. Mavi konusun oturacağıın radiusu ilə hündürlüyü $2 : 9$ nisbətindədir.

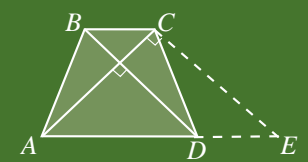
- Bənövşəyi konusun həcmi tapın.
- Konusların həcmi bərabər olarsa, mavi konusun radiusunu tapın.



7. Anar diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyar olan trapesiyanın sahəsini tapdı. Onun həll üsulunu müzakirə edin və növbəti tapşırığı oxşar üsulla yerinə yetirin.

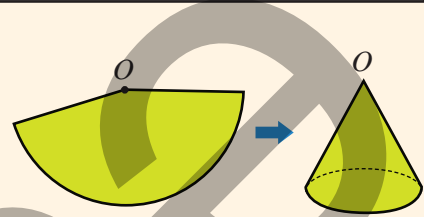
• Trapesiyanın uzunluğu 8 sm və 15 sm olan diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır. Trapesiyanın sahəsini tapın.

$AC = 4 \quad BD = 6 \quad S = ?$
 $CE \parallel BD$ çəkilir.
 $BC = DE, CE = BD, CE \perp AC.$
 $S_{ABC} = S_{CED}$ olduğuna əsasən
 $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = S_{CDE} + S_{ACD} = S_{ACE}$
 $S_{ACE} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \rightarrow S_{ABCD} = 12$



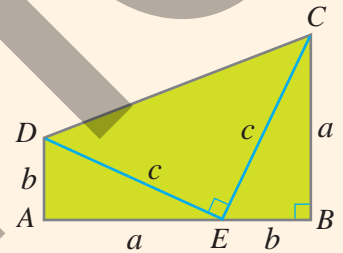
8. Konusun yan səthinin açılışı radiusu 5 sm, qövsünün uzunluğu 8π sm olan dairə sektorudur.

- Konusun oturacağıнын radiusu neçə santimetrdir?
- Konusun hündürlüyünü tapın.
- Konusun tam səthinin sahəsini və həcmi hesablayın.



9. Tapşırıqları yerinə yetirməklə Pifaqor teoremini isbat edin.

- Trapesiyanın sahəsini a və b dəyişənləri ilə ifadə edin.
- Üç düzbucaqlı üçbucağın sahələri cəmini tapın.
- Trapesiyanın sahəsi ilə üç üçbucağın sahələri cəminin bərabərliyindən $a^2 + b^2 = c^2$ olduğunu göstərin.

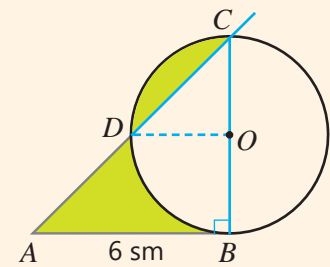


10. Hündürlüyü 0,3 sm və diametri 6 sm olan silindr formasında gümüş medallar düzəldilməsi planlaşdırılır. Hündürlüyü 18 sm, oturacağıнын diametri isə 12 sm olan konus formasında gümüşün erintisindən neçə belə medal hazırlamaq olar?



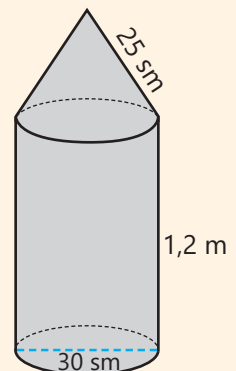
11. A nöqtəsindən çevrəyə AC kəsəni və 6 sm uzunluğunda AB toxunanı çəkilmişdir. AB toxunanının uzunluğu çevrənin diametrinə bərabərdir.

- ACB və DOB bucaqlarını tapın.
- DC vətərinin uzunluğunu tapın.
- DC qövsünə uyğun seqmentin sahəsini tapın.
- Rənglənmiş hissələrin ümumi sahəsi neçə kvadratsantimetrdir ($\pi \approx 3$)?



12. Şagirdlər kartondan raket hazırlamaq üçün konus və silindr formasında fiqurlar (oturacaqları daxil olmaqla) düzəldib konusun oturacağını silindrin oturacağına yapışdırdılar. Konusun doğurunu 25 sm, silindrin hündürlüyü isə 1,2 m-dir.

- Hər iki fiqurun oturacaqlarının diametri 30 sm olarsa, alınan fiqurun ümumi həcmi neçə kubsantimetrdir?
- Fiquru hazırlamaq üçün neçə kvadratsantimetr karton lazımdır? Cavabı təklidlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.





Riyazi kaleydoskop

1. İfadənin qiymətini hesablayın. $\sqrt{1 + 2026} \sqrt{1 + 2025} \sqrt{1 + 2024} \cdot 2022$

Göstəriş: $(a + 1)(a - 1) = a^2 - 1$ eyniliyindən istifadə edin.

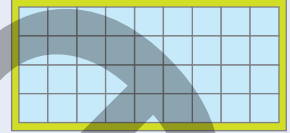
2. Verilən tənliyin natural həllərini tapın.

a) $(x - 5)y = 1$

b) $(x - y)(x + y) = 7$

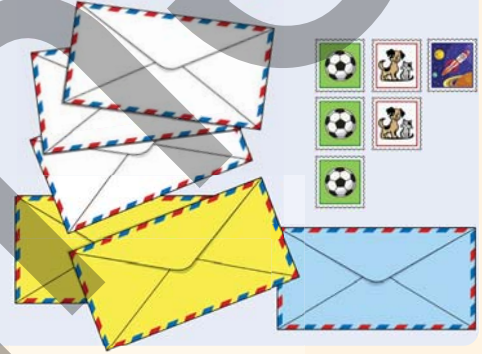
c) $x^2 - 4y^2 = 41$

3. Verilmiş fiquru xanaların tərəfləri üzrə kəsməklə elə iki hissəyə bölün ki, həmin hissələri birləşdirdikdə 6×6 ölçüdə kvadrat alınsın.



4. Qutuda 50 ağ və 50 qara kürəcik qarışdırıldı. Qutuya baxmadan ən azı neçə kürəcik çıxarmaq lazımdır ki, onlardan heç olmasa 31-i eyni rəngdə olsun.

5. Samir altı dostuna bayram təbriki yazılmış zərf göndərmək istədi. O, 3 ağ, 2 sarı və 1 mavi zərf aldı. Samir hər zərfin üzərinə 1 marka yapışdırmaq üçün idmana aid 3, heyvanlar aləminə aid 2, kosmosa aid isə 1 marka aldı. Məktubları qarışdırmamaq üçün eyni rəngli zərf üzərində eyni marka olmamalıdır. Samir mavi zərfin üzərinə hansı markanı yapışdırmalıdır?



STEAM

"QƏDİM YURTA VƏ MÜASİR TURİZM DÜŞƏRGƏLƏRİ"

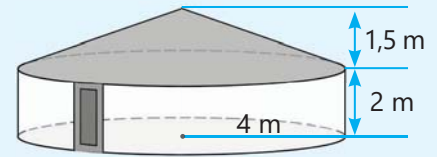
Qədim zamanlardan köçəri həyat təzi sürən insanlar yaşayış məkanı kimi alaçılardan istifadə etmişlər. Bəzi qədim tayfalarda yurta adlandırılan bu tikilinin oturacağı dairəvi, divarları isə silindr formasında qurulur və taxta karkas üzərinə keçə və ya parça çəkilir. Çox vaxt yurtanın yuxarı hissəsi konus formasında hazırlanır.

Bəzi turizm komplekslərində və "qlamping" düşərgələrində müasir texnologiyaları tətbiq etməklə yurtalardan ekoloji təmiz mühitdə dincəlmək məqsədilə istifadə olunur.

1. Qədim türk tayfalarının köçəri həyatında yurtanın rolu haqqında məlumat toplayın. Yurtaların hansı materiallardan hazırlandığını, niyə dairəvi və konusvari konstruksiyaya malik olduğunu araşdırın.

2. Bir yurtanın divarları hündürlüyü 2 m, oturacağının radiusu 4 m olan silindr, üst hissəsi isə hündürlüyü 1,5 m olan konus formasında olarsa, yurtanın yanlarını və üstünü örtmək üçün neçə kvadratmetr material lazımdır? Belə yurtanın həcmi nə qədərdir?

3. Turist düşərgəsində 8 yurta yerləşdirmək üçün layihə hazırlayın. Müasir yurtalarda istifadə olunan texnologiyalar (günəş panelləri, temperatur sensorları, enerji batareyaları və yağış suyunun toplanması sistemi) haqqında araşdırma aparın və düşərgənin planı, yurtaların texniki təchizatı ilə bağlı təqdimat hazırlayın. Düşərgənin ümumi ərazisinin forması, sahəsi və perimetrini qeyd edin.



Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- ədədi bərabərsizliklərin xassələrini və onları tətbiq etməyi;
- ədədi aralıqları və bərabərsizliyin həllini ədədi aralıq şəklində yazmağı;
- birdəyişənli xətti bərabərsizlikləri həll etməyi və onları məsələ həllinə tətbiq etməyi;
- birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemini və ikiqat bərabərsizlikləri həll etməyi;
- modullu bərabərsizlikləri həll etməyi.

Cəhd edin!

Bir qrup məktəbli yeni salınmış parkda müəyyən sayda ağacı düz xətt boyunca əkmək istədi. Ağacları hər 4 metrdən bir əkdikdə birinci və sonuncu ağaclar arasında məsafə 100 m-dən az, hər 3 metrdən bir əkdikdə isə 70 m-dən çox olar.

- Məktəblilər neçə ağac əkdilər?
- Əkmək üçün qiymətləri 5 manat və 8 manat olan ağaclar alınmışdır. Ödənilən məbləğ 170 manatdan çox olmazsa, ağacların ən azı neçəsi 5 manata alınmışdır?



Bərabərsizliklər

Bir çox proseslərdə kəmiyyətlər müəyyən sərhədlərlə məhdudlaşır. Bu sərhədlər "böyükdür", "kiçikdir", "böyük deyil", "kiçik deyil" kimi münasibətlərlə, yəni bərabərsizliklərlə ifadə olunur.

Gündəlik həyatda yaş məhdudiyyəti, sürət həddi, səs səviyyəsi, yükləmə həddi və s. kimi məhdudiyyətlər təhlükəsizliyi və ictimai qaydaları tənzimləyir. Eyni yanaşma sağlamlıq göstəricilərinin nəzarətdə saxlanılmasında, iqtisadiyyatda büdcə və xərclərin idarə olunmasında, mühəndislik işlərində tikililərin möhkəmlik həddinin müəyyən edilməsində geniş tətbiq edilir.

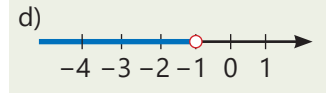
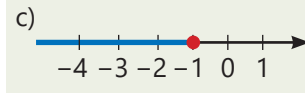
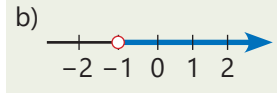
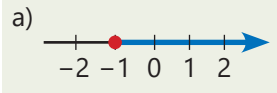


Saatda 25-40 km sürətlə hərəkət edən nəqliyyat vasitəsi buzun qırılmasına səbəb olan rezonans yaradır. Buna görə də Estoniya ilə Vormsi adasını birləşdirən 10 km-lik buz yolda avtomobillər ya 10-25 km/saat, ya da 40-70 km/saat aralığında sürətlə hərəkət edə bilər.

İlkin yoxlama

- 1 Bərabərsizliklərin hər birinə uyğun ədəd oxunu müəyyən edin.

$$x \leq -1 \quad x < -1 \quad x > -1 \quad x \geq -1$$



- 2 Bərabərsizliyin həllini ədəd oxunda təsvir edin. Tələb olunan ədədi tapın.

Ən böyük tam ədəd

a) $x < 4$ b) $x \leq -5$ c) $x \leq 2,9$ d) $x < -2\frac{2}{3}$

Ən kiçik tam ədəd

a) $x \geq 7$ b) $x > -3$ c) $x \geq -1,1$ d) $x > 2$

- 3 Boş xanaya elə ədəd yazın ki, eynigüclü bərabərsizlik alınsın.

a) $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > \square$

c) $y - 3 \geq 1 \Leftrightarrow y \geq \square$

e) $m + 4 < -3 \Leftrightarrow m < \square$

b) $n + 5 \leq 3 \Leftrightarrow n \leq \square$

d) $k - 1 \leq -6 \Leftrightarrow k \leq \square$

f) $x + 2,3 > -3,6 \Leftrightarrow x > \square$

- 4 Bərabərsizliyi həll edin və həlli ədəd oxunda təsvir edin.

a) $x + 3 > -2$

b) $y - 5 \geq 7$

c) $m + 1 < -3$

d) $n + 2 \leq 6$

e) $k - 4 \geq -4$

- 5 a ədədinin hansı qiymətində $x + a > -5$ bərabərsizliyi $x > -8$ bərabərsizliyi ilə eynigüclü olar?

- 6 Tənliyi həll edin.

a) $|2x| = 2$

b) $|1 - 4x| = 3$

c) $3 + |x + 1| = 5$

d) $3 - \left|\frac{x}{4} - 2\right| = 1$

e) $2 - \frac{|x-1|}{4} = \frac{1}{2}$

- 7 Tənliklər sistemini həll edin.

a) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 6x - y = -7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 0,5y = 3,5 \\ 1,5x + 2y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ x + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$

- 8 Boş səbətənin kütləsi 3 kq, pişiklə birlikdə səbətənin kütləsi isə 10 kq-dan azdır.
• Pişiyin kütləsi m kq ilə işarə edilərsə, şərtə uyğun bərabərsizliyi müəyyən edin.

$m + 3 \geq 10$

$m + 3 < 10$

$m + 3 > 10$

$m + 3 \leq 10$

- Pişiyin kütləsi tam ədədlə ifadə olunarsa, ən çoxu neçə kiloqram olar?



- 9 Anarın 15 manat pulu var. O, qiyməti 2,5 manat olan 4 rəsm albomu aldı. Anar əlavə olaraq bir akvarel boya da almaq istədi.

a) Akvarel boyanın qiymətini x ilə işarə etməklə Anarın xərcləyə biləcəyi pula uyğun bərabərsizliyi yazın və həllini ədəd oxunda təsvir edin.

b) Anar qiyməti 2 manat; 3,5 manat; 5 manat; 6 manat olan akvarel boyalardan hansını ala bilər?

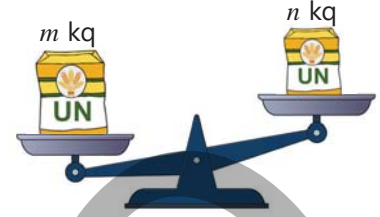


8.1. Ədədi bərabərsizliklər və onların xassələri

Araşdırma-müzakirə

Tərəzinin gözlərinə kütlələri m kq və n kq olan un paketləri qoyuldu. Tərəzinin vəziyyətinə uyğun olaraq bərabərsizlik yazın.

- Tərəzinin hər gözünə 2 kq-lıq paket əlavə edilərsə, tərəzinin vəziyyətinə uyğun hansı bərabərsizliyi yazmaq olar?
- Tərəzinin ağır gələn tərəfinə 5 kq-lıq, yüngül tərəfinə 3 kq-lıq bir paket əlavə edilərsə, hansı tərəf ağır gələr?
- Tərəzinin hər gözündəki yükü 2 dəfə artırıdıda və ya 2 dəfə azaltdıqda hansı tərəf yüngül gələr?

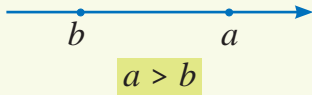


Öyrənmə Ədədi bərabərsizliklər

İxtiyari a və b həqiqi ədədləri üçün üç münasibətdən biri mümkündür.

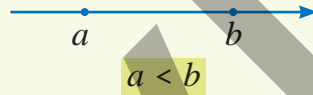
$a - b$ fərqi müsbət ədəd olarsa, a ədədi b ədədindən böyükdür.

$$a - b > 0$$



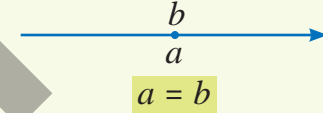
$a - b$ fərqi mənfəi ədəd olarsa, a ədədi b ədədindən kiçikdir.

$$a - b < 0$$



$a - b$ fərqi sıfıra bərabər olarsa, a və b ədədləri bərabərdir.

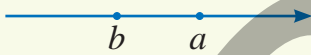
$$a - b = 0$$



Bərabərsizliklərin bəzi xassələrini göstərmək olar.

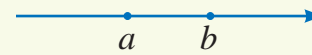
- $a > b$ olarsa, onda $b < a$.

$$a > b \rightarrow b < a$$



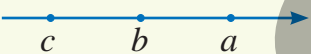
- $a < b$ olarsa, onda $b > a$.

$$a < b \rightarrow b > a$$



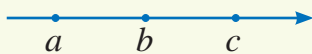
- $a > b$ və $b > c$ olarsa, onda $a > c$.

$$a > b \text{ və } b > c \rightarrow a > c$$



- $a < b$ və $b < c$ olarsa, onda $a < c$.

$$a < b \text{ və } b < c \rightarrow a < c$$



Eyni xassələr böyükdür və ya bərabərdir (\geq), eləcə də kiçikdir və ya bərabərdir (\leq) münasibətləri üçün də doğrudur.



Fikirləş!

$a > b$ olduqda ixtiyari c ədədi üçün $a + c > b + c$ olduğunu necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Boş xanaya uyğun müqayisə işarəsini müəyyən edin.

a) $4 > a$
 $a \square 4$

b) $-7 \leq b$
 $b \square -7$

c) $-3 \square n$
 $n > -3$

d) $-10 \geq c$
 $c \square -10$

e) $0 \square d$
 $d < 0$

2 Verilmiş şərtə görə ədəd oxundan istifadə edərək müqayisə edin.

a) $a \leq 0$ olarsa, a və 1

d) $2 < a$ və $a < b$ olarsa, 2 və b

b) $b > 0$ olarsa, -3 və b

e) $c > -5$ və $-5 > b$ olarsa, c və b

c) $a > 5$ olarsa, a və 4

f) $b \leq -3$ olarsa, b və $-2,5$

3 Şərtə əsasən boş xanaya uyğun müqayisə işarəsini müəyyən edin.

a) $a - b = 2$
 $a \square b$

b) $c - d = -3,5$
 $c \square d$

c) $a - b = 0$
 $a \square b$

d) $d - c = 1$
 $c \square d$

4 a, b, c, d və e həqiqi ədədləri üçün $a < b, c > b, c < d, a > e$ olarsa, bu ədədlərin ədəd oxunda necə yerləşdiyini təsvir edin.

5 $m < n$ olarsa, verilən ifadələri müqayisə edin.

a) $m - 5$ və $n - 5$

b) m və $n + 1$

c) $m - 3$ və n

d) $m + 1$ və $n + 3$



Yadda saxla!

Bərabərsizliyin daha bir neçə xassəsini göstərmək olar.

• Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni müsbət ədədə vurduqda və ya böldükdə bərabərsizlik işarəsi dəyişməz.

• Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni mənfi ədədə vurduqda və ya böldükdə bərabərsizlik işarəsi əksinə dəyişər.

$a > b$ və $c > 0 \rightarrow ac > bc$

$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

$a > b$ və $c < 0 \rightarrow ac < bc$

$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

NÜMUNƏ 1.

$6 > -4$

$6 \cdot 2 > -4 \cdot 2$

$12 > -8$

$6 > -4$

$\frac{6}{2} > \frac{-4}{2}$

$3 > -2$

NÜMUNƏ 2.

$9 > 3$

$9 \cdot (-3) < 3 \cdot (-3)$

$-27 < -9$

$9 > 3$

$\frac{9}{-3} < \frac{3}{-3}$

$-3 < -1$

Eyni xassələr böyükdür və ya bərabərdir (\geq), eləcə də kiçikdir və ya bərabərdir (\leq) münasibətləri üçün də doğrudur.

Bu xassələrdən belə nəticə alınır: eyni işarəli a və b ədədləri üçün $a < b$ olarsa, onda $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.

Əsaslandırması. Çalışma 11.

NÜMUNƏ. $2 < 5 \rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{5}$

$-5 < -2 \rightarrow \frac{1}{-5} > \frac{1}{-2} \rightarrow -\frac{1}{5} > -\frac{1}{2}$

6 Bərabərsizliyin hər iki tərəfini verilmiş ədədə vurmaqla alınan bərabərsizliyi yazın.

a) $8 > 3$ $\square 5$

b) $-7 < -2$ $\square 3$

c) $\frac{1}{5} < \frac{4}{5}$ $\square -5$

d) $\frac{2}{3} > -\frac{1}{2}$ $\square 6$

e) $-3 < 1\frac{1}{2}$ $\square -\frac{2}{3}$

7 Bərabərsizliyin hər iki tərəfini verilmiş ədədə bölməklə alınan bərabərsizliyi yazın.

a) $6 > 2$ $\square -2$

b) $-4 < 8$ $\square 4$

c) $\frac{1}{3} < \frac{4}{3}$ $\square 3$

d) $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ $\square -2$

e) $-2 < -3$ $\square -1$

8 $a > b$ olarsa, müqayisə edin.

a) $8,3a$ və $8,3b$

b) $-5,2a$ və $-5,2b$

c) $\frac{3}{4}a$ və $\frac{3}{4}b$

d) $\frac{a}{-4}$ və $\frac{b}{-4}$

9 $b - a = 1$ olarsa, boş xanaya uyğun müqayisə işarəsini müəyyən edin.

a) $a \square b$

b) $a - 10 \square b - 10$

c) $\frac{a}{5} \square \frac{b}{5}$

d) $-5a \square -5b$

10 $a > b$ olarsa, ədədləri artan sıra ilə yazın.

a) $a - 3$

$a + 1$

$b - 3$

b) $2a$

$2b$

$2a + 1$

c) $-b$

$-a$

$-b + 2$

11 Eyni işarəli a və b ədədləri üçün $a < b$ olduqda $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ olduğunu əsaslandırın və ədədləri müqayisə edin.

Göstəriş: $a < b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini ab hasilinə bölün.

a) $\frac{1}{9}$ və $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{12}$ və $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{-2}$ və $\frac{1}{-7}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ və $\frac{1}{\sqrt{3}}$

e) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ və $-\frac{1}{\sqrt{6}}$

Öyrənmə Bərabərsizliklərin tərəf-tərəfə toplanması və vurulması

• a, b, c və d həqiqi ədədləri üçün $a > b$ və $c > d$ olarsa, onda $a + c > b + d$.

NÜMUNƏ 1. $3 > -1$ və $-2 > -4$ $\rightarrow 3 + (-2) > -1 + (-4) \rightarrow 1 > -5$

$$\begin{array}{r} 3 > -1 \\ + \quad -2 > -4 \\ \hline 1 > -5 \end{array}$$

• a, b, c və d müsbət ədədləri üçün $a > b$ və $c > d$ olarsa, onda $ac > bd$.

NÜMUNƏ 2. $5 > 2$ və $4 > 3$ $\rightarrow 5 \cdot 4 > 2 \cdot 3 \rightarrow 20 > 6$

$$\begin{array}{r} 5 > 2 \\ \times \quad 4 > 3 \\ \hline 20 > 6 \end{array}$$



Fikirləş!

Müsbət a və b ədədləri üçün $a < b$ olduqda $a^2 < b^2$ bərabərsizliyinin doğru olduğunu necə əsaslandırmaq olar?

12 Bərabərsizlikləri tərəf-tərəfə toplayın və alınan bərabərsizliyi yazın.

a) $13 > 5$ və $4 > 3$

b) $5,3 > 3,2$ və $1,8 > -0,6$

c) $m > 3$ və $n > 2$

d) $p < -13$ və $q < 0$

13 Bərabərsizlikləri tərəf-tərəfə vurun və alınan bərabərsizliyi yazın.

a) $6 > 4$ və $5 > 3$

b) $2 > 1,5$ və $5 > 2$

c) $a > 4$ və $b > 5$

d) $c > 15$ və $d > 2$

14 Göstərin ki,

a) $a > 3$ olduqda $2a - 1 > 5$

b) $m \leq 6$ olduqda $-\frac{m}{2} \geq -3$

c) $a < 2$ və $b < 3$ olduqda $2a + b < 7$

15 $m > 5$ və $n > 2$ olduqda $3m + n$ ifadəsinin ən kiçik tam qiymətini tapın.

- 16 Kvadratın tərəfini a ilə işarə edərək uyğun bərabərsizliyi yazın və tapşırığı yerinə yetirin.
- a) Kvadratın tərəfi 8 vahiddən böyükdür. Kvadratın perimetrinin ən kiçik tam qiymətini tapın.
- b) Kvadratın perimetri 72 vahiddən kiçikdir. Kvadratın tərəfinin ən böyük tam qiymətini tapın.

- 17 Səbinə $a^2 + 1 \geq 2a$ bərabərsizliyinin dəyişənin istənilən qiymətində doğru olduğunu isbat etdi. Onun fikrini müzakirə edin. Oxşar qaydada verilmiş bərabərsizlikləri isbat edin.

$a^2 + 1 \geq 2a$ bərabərsizliyini isbat etmək üçün $a^2 + 1$ və $2a$ ifadələrinin fərqi 0 ilə müqayisə edərəm.
 $a^2 + 1 - 2a = a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2 \geq 0$
 Deməli, dəyişənin istənilən qiymətində $a^2 + 1 \geq 2a$ doğrudur.



a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$

b) $x(x - 2) < (x - 1)^2$

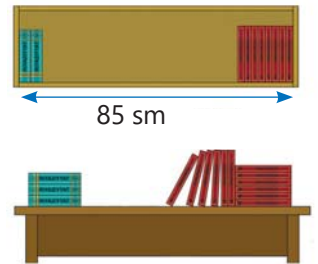
c) $(a + 1)(a - 1) < a^2$

Məsələ həlli

- 18 Xalça dükanında satılan düzbucaqlı formasında olan xalçaların eni 1,5 metrdən, uzunluğu isə 4 metrdən böyük deyil. Xalçanın uzunluğunu a , enini b ilə işarə edin.
- Xalçanın eninə və uzunluğuna uyğun bərabərsizlikləri yazın.
 - Xalçanın sahəsinə uyğun bərabərsizliyi yazın.
 - Ən böyük xalçanın sahəsi neçə kvadratmetr olar?



- 19 Samir 5 cildlik riyaziyyat və 20 cildlik uşaq ensiklopediyası kitablarını rəfə yığmaq istədi. Riyaziyyat kitabının bir cildinin qalınlığı 7,2 sm-dən, uşaq ensiklopediyasının isə 2,2 sm-dən kiçikdir.
- Riyaziyyat kitabının qalınlığını a , ensiklopediya kitabının qalınlığını b ilə işarə edin və hər kitabın qalınlığına uyğun bərabərsizlik yazın.
 - Bütün kitabların qalınlığına uyğun bərabərsizlik yazın.
 - Rəfin eni 85 sm olarsa, bütün kitabları rəfə yanaşı yığmaq mümkündürmü?



Riyazi üfüqlər

İsbat edin ki, *mənfi olmayan a və b adədlərinin ədədi ortası onların həndəsi ortasından kiçik deyil.*

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

Bu bərabərsizliyə *Koşi bərabərsizliyi* də deyilir.

Göstəriş: bərabərsizliyin hər iki tərəfini 2-yə vurun və fərqi kvadratı düsturundan istifadə edin.

Koşi bərabərsizliyindən istifadə etməklə tapşırıqları yerinə yetirin.

a) $a > 0$ və $ab = 9$ olarsa, $a + b$ cəminin ən kiçik qiymətini tapın.

b) $a > 0$ olduqda $a + \frac{1}{a}$ cəminin ən kiçik qiymətini tapın.

c) Cəmi 8-ə bərabər olan iki müsbət ədədin hasilinin ən böyük qiymətini tapın.

8.2. Birdəyişənli xətti bərabərsizlik

Araşdırma-müzakirə

Tərəzinin gözündəki düyü paketlərinin hər birinin kütləsi m kq-dır.

- Tərəzinin vəziyyətinə uyğun bərabərsizliyi yazın.
- Tərəzinin hər gözündən 1 kq-lıq çəki daşı götürülsə, hansı bərabərsizlik alınar?
- Düyü paketinin kütləsini hansı bərabərsizliklə ifadə etmək olar?



Açar sözlər

- ədədi aralıq
- interval
- ∞ – sonsuzluq işarəsi

$$m > 2$$

$$m < 2$$

Öyrənmə Ədədi aralıqlar

Dəyişənli olan bərabərsizliklərin həlli müxtəlif çoxluqlar ola bilər. Bu çoxluqlar **ədədi aralıqlarla** ifadə olunur. Məsələn, $-1 < x < 3$ ikiqat bərabərsizliyini ödəyən bütün nöqtələr çoxluğu -1 -dən 3 -ə qədər olan ədədi aralıq adlanır və $(-1; 3)$ kimi yazılır. Ədədi aralığın yazılışında "(" və ")" mötərizələri uc nöqtələrin aralığa daxil olmadığını bildirir. Uc nöqtələr aralığa daxil olduqda isə "[" və "]" kvadrat mötərizələrdən istifadə olunur. Məsələn, $x \geq 3$ bərabərsizliyinin həlli 3 də daxil olmaqla 3 -dən böyük bütün həqiqi ədədlərdir. Bu, " ∞ " sonsuzluq işarəsindən istifadə etməklə belə yazılır: $[3; +\infty)$.

Bərabərsizlik	Ədəd oxunda təsviri	Aralığın yazılışı
$-1 \leq x \leq 3$		$[-1; 3]$
$-1 < x < 3$		$(-1; 3)$
$-1 < x \leq 3$		$(-1; 3]$
$-1 \leq x < 3$		$[-1; 3)$
$x > -1$		$(-1; +\infty)$
$x \leq 3$		$(-\infty; 3]$

- Ədəd oxunda $a \leq x \leq b$ aralığı *parça*, $a < x < b$ aralığı isə *interval* adlanır. Məsələn, $[-1; 3]$ parça, $(-1; 3)$ isə intervaldır.

Çalışma

1 Ədəd oxunda təsvir edilmiş aralığı yazın.



2 Verilmiş aralığı ədəd oxunda təsvir edin.

a) $[1; 7]$

c) $(1; 4)$

e) $[6; +\infty)$

g) $(-2; +\infty)$

i) $(-\infty; 0]$

b) $[-7; -5)$

d) $(0; 5]$

f) $(-\infty; 5)$

h) $(-\infty; -3]$

j) $(0; +\infty)$

3 Verilmiş ədədlərdən hansılar göstərilən aralığa daxildir?

a) $[-1; 3]$

-2 -1 0 0,5 3

b) $(-2; 4,7)$

-3 -2 0 4 4,7

c) $[1; +\infty)$

-1 0 1 $\sqrt{2}$ 10^{20}

d) $(-2; 2]$

-2,5 -2 0 1,9 2

4 Bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu ədəd oxunda təsvir edin və uyğun aralığı yazın.

a) $1 \leq x \leq 5$

c) $-1 < x \leq 0$

e) $x > 5$

g) $x < 0$

b) $-2 < x < 10$

d) $-2 \leq x < 3$

f) $x \geq -4$

h) $x \leq 7$

Öyrənmə Birdəyişənli xətti bərabərsizlik

• $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$, yaxud $ax \leq b$ şəklində olan bərabərsizlik **birdəyişənli xətti bərabərsizlik** adlanır. Burada x – məchul, a və b verilmiş ədədlərdir. Məsələn, $2x > -1$, $\frac{3}{4}x \leq 6$ xətti bərabərsizliklərdir. $\frac{1}{x} > 2$, $x^2 \leq 9$ isə xətti bərabərsizlik deyil.

• Birdəyişənli bərabərsizliyin sağ və sol tərəfindəki ifadələr birdərəcəli çoxhədlilər olarsa, bərabərsizliklərin xassələrindən istifadə etməklə bu bərabərsizliyi onunla eynigüclü olan $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$, $ax \leq b$ şəklində yazıb həll etmək olar.

Bərabərsizliyi həll etmək onun bütün həllərini tapmaq, yaxud həllinin olmadığını müəyyən etmək deməkdir.

• $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$, $ax \leq b$ şəklində xətti bərabərsizlikləri həll etmək üçün ədədi bərabərsizliyin xassələrindən istifadə olunur: bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni müsbət ədədə vurduqda (və ya böldükdə) bərabərsizlik işarəsi dəyişmir, eyni mənfi ədədə vurduqda (və ya böldükdə) isə dəyişir. Məsələn, $2x > 6$ və $-3x \geq 6$ bərabərsizliklərini belə həll etmək olar.

$$2x > 6$$

$$\frac{2x}{2} > \frac{6}{2}$$

$$x > 3$$



$$(3; +\infty)$$

Hər iki tərəf 2-yə bölünür.

Sadələşdirilir.

Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir edilir və ədədi aralıq şəklində yazılır.

Cavab $x > 3$ və ya $(3; +\infty)$ şəklində yazılır.

$$-3x \geq 6$$

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{6}{-3}$$

$$x \leq -2$$



$$(-\infty; -2]$$

Hər iki tərəf -3-ə bölünür.

Sadələşdirilir.

Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir edilir və ədədi aralıq şəklində yazılır.

Cavab $x \leq -2$ və ya $(-\infty; -2]$ şəklində yazılır.

5 Bərabərsizliyi həll edin. Həlli ədəd oxunda təsvir edin və aralıq şəklində yazın.

a) $3x > 12$

c) $-2x > 7$

e) $-3x > 0$

g) $6x \leq 0$

i) $0,5x \geq -2$

b) $4x < 18$

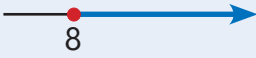
d) $-0,5x \leq 7$

f) $\frac{1}{3}x > 7$

h) $-x > 1$

j) $-\frac{3}{5}x < -6$

6 Bərabərsizliyi həll edin.

NÜMUNƏ $32 - 4x \leq 0$	
Həlli	Açıqlama
$32 - 4x - 32 \leq 0 - 32$ $-4x \leq -32$ $\frac{-4x}{-4} \geq \frac{-32}{-4}$ $x \geq 8$ 	<p>Bərabərsizliyin hər iki tərəfindən 32 çıxılır. Sadələşdirilir.</p> <p>Hər iki tərəf -4-ə bölünür və bərabərsizlik işarəsi dəyişilir.</p> <p>Bərabərsizliyin həlli 8 də daxil olmaqla 8-dən böyük bütün ədədlərdir.</p>
Cavab: $x \geq 8$ və ya $[8; +\infty)$	

a) $2x - 14 > 0$

c) $5x - 15 < 0$

e) $4x + 12 \geq 0$

g) $8x - 32 \leq 0$

b) $16 - 8x \geq 0$

d) $24 - 3x \leq 0$

f) $26 + 13x < 0$

h) $28 + 7x < 0$




Yadda saxla!

Bərabərsizliyin bir tərəfindəki hər hansı bir həddi digər tərəfə əks işarə ilə keçirdikdə əvvəlki ilə eynigüclü bərabərsizlik alınar.

$$4x \geq 10 - x \Leftrightarrow 4x + x \geq 10$$

7 Bərabərsizliyi həll edin, həlli ədəd oxunda təsvir edin və uyğun aralığı yazın.

NÜMUNƏ $2x + 2 > 4x + 12$	
Həlli	Açıqlama
$2x - 4x > 12 - 2$ $-2x > 10$ $\frac{-2x}{-2} < \frac{10}{-2}$ $x < -5$ 	<p>Məchullar sol tərəfə, ədədlər isə sağ tərəfə keçirilir. Sadələşdirilir.</p> <p>Hər tərəf -2-yə bölünür və bərabərsizlik işarəsi dəyişilir.</p> <p>Bərabərsizliyin həlli -5-dən kiçik bütün ədədlərdir.</p>
Cavab: $(-\infty; -5)$	

a) $3x - 11 > 2x + 5$

c) $8x + 20 \geq 5x - 13$

e) $0,2x - 6,4 \leq -0,8x + 1,6$

b) $6x + 4 < 5x - 2$

d) $15 - 4x < 25 - 9x$

f) $5,4x - 8,7 > 11,3 - 2,6x$

8 Bərabərsizliyi həll edin.

a) $3(x - 4) + x > 2x - 12$

c) $5(x + 2) - x < x - 11$

e) $(x - 1)^2 + 8 > 11 + (x + 2)^2$

b) $8x - 15 \geq 3(x - 1) + 2x$

d) $-2(5 - x) + 2x > 5x$

f) $(3 - x)^2 + 3x^2 \leq (2x - 1)^2 + 5x$

9 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $2a - 4$ ikihədlisinin qiyməti müsbətdir?

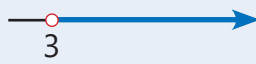
b) $4 - 2x$ ikihədlisinin qiyməti 100-dən kiçikdir?

c) $4 - 3c$ ikihədlisinin qiyməti $2c + 4$ ikihədlisinin uyğun qiymətindən böyükdür?

d) $2,5 + 5c$ ikihədlisinin qiyməti $4c - 8$ ikihədlisinin uyğun qiymətindən kiçik deyil?

- 10 Bərabərsizliyi həll edin.

NÜMUNƏ $x - \frac{x}{3} > 2$

Həlli	Açıqlama
$3 \cdot (x - \frac{x}{3}) > 3 \cdot 2$ $2x > 6$ $x > 3$  Cavab: (3; +∞)	Bərabərsizliyin hər iki tərəfi 3-ə vurulur. Sadələşdirilir. Bərabərsizliyin həlli 3-dən böyük bütün ədədlərdir.

a) $\frac{3x}{7} > 2$

b) $\frac{11y-2}{3} < 5y$

c) $\frac{3y}{4} - \frac{y}{3} \geq 4$

d) $\frac{x}{6} - \frac{x}{8} < 1$

e) $\frac{7+3x}{2} \leq \frac{x}{3}$

Diqqət!

Bəzən bərabərsizliyi həll edərkən $0 \cdot x \leq b$, $0 \cdot x < b$, $0 \cdot x \geq b$ və ya $0 \cdot x > b$ şəklində bərabərsizliklər alın bilər. Bu halda $0 \cdot x = 0$ olduğundan verilmiş bərabərsizliyin ya həlli yoxdur, ya da istənilən ədəd onun həlidir. Məsələn,

$2x > 2x + 2$
 $0 \cdot x > 2$ → Həlli yoxdur.

$4x - 1 < 2 + 4x$
 $0 \cdot x < 3$ → Sonsuz həlli var.

- 11 Bərabərsizliyi həll edin.

a) $x + 5 < x - 2$

b) $x + 3 > x + 2$

c) $3(2x + 1) - 4x \geq 2x$

d) $\frac{3x-1}{6} \leq \frac{x}{2}$

Məsələ həlli

- 12 Düzbucaqlının eni 8 metr, uzunluğu isə $(3x - 5)$ metrdir. Düzbucaqlının sahəsi 104 m^2 -dən kiçik olarsa, x hansı tam qiymətləri ala bilər?

- 13 Fermer alma yeşiklərini yük maşınına yüklədi. Bir yeşiyin kütləsi 15 kq, boş yük maşınının kütləsi 4 tondur. Körpü ən çoxu 6,5 ton yükə davam gətirir. Körpüdən təhlükəsiz keçməsi üçün yük maşınına ən çoxu neçə yeşik yüklənə bilər?



- 14 Bir ədəd qızılgül 4 manata, zanbaq isə 3 manata satılır. Alıcı 11 güldən bağlanmış buket almaq istədi. Buketdə ən çoxu neçə qızılgül olarsa, onun ümumi qiyməti 40 manatdan az olar?

- 15 Alpinist dağın ətəyindəki düşərgədən yoxuşa qalxıb geri dönməyə ən çoxu 2 saat vaxt sərf etməyi nəzərdə tutdu. O, yoxuşu 2 km/saat sürətlə qalxıb, 3 km/saat sürətlə geri dönərsə, düşərgədən ən çoxu hansı məsafəyə qədər uzaqlaş bilər?



MƏSƏLƏ VƏ MİSALLAR

1 Bərabərsizliyi həll edin.

a) $3y + 2 > 32$

c) $2y - 1 > 2(y + 1)$

e) $\frac{x}{5} - 2(x - 3) < 4$

g) $\frac{x+4}{2} - \frac{x-7}{3} > 2$

b) $4 - 5x \leq 14$

d) $x + 2 < 3 + x$

f) $\frac{5-x}{4} \leq \frac{1-2x}{6}$

h) $\frac{x+3}{2} - \frac{x-5}{3} + \frac{2x-3}{6} > 1$

2 Bərabərsizliyin həllini ədəd oxunda təsvir edin və aralıq şəklində yazın.

a) $(x + 2)^2 + 4 \geq 10 + 2x + x^2$

b) $3(y - 2) + 4 > 5y - 1$

c) $3(x - 3) - 4 \leq 4(x + 3) + 2$

3 Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $12 - 3x$ ifadəsinin qiyməti mənfidir?

b) $3y - 7$ ifadəsinin qiyməti $y + 5$ ifadəsinin uyğun qiymətindən kiçikdir?

c) $\frac{m-4}{3}$ kəsrinin qiyməti $\frac{m+5}{2}$ kəsrinin uyğun qiymətindən böyük deyil?

4 Verilmiş şərtə görə uyğun ifadənin tələb olunan qiymətini tapın.

Ən böyük tam qiymət

$a \leq 6$ olduqda $5a - 3$

$b < 4$ olduqda $2b + 3$

Ən kiçik tam ədəd

$a \geq 5$ olduqda $6a + 1$

$b > 2$ olduqda $9b - 4$

5 $2 < a < 5$ və $1 < b < 6$ olarsa, boş xanaya uyğun ədədi tapın.

a) $3 < a + 1 < \square$

c) $\square < a + b < \square$

e) $-6 < -b < \square$

g) $\square < \frac{1}{a} < \frac{1}{2}$

b) $\square < b - 2 < \square$

d) $\square < ab < 30$

f) $\square < -a < \square$

h) $\square < \frac{1}{b} < \square$

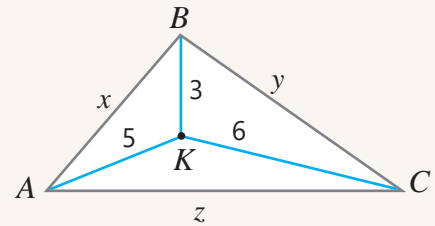
6 ABC üçbucağının daxilindəki nöqtədən onun təpələrinə qədər məsafələr 3, 5 və 6 vahiddir.

• Üçbucaq bərabərsizliyinə görə boş xanalara uyğun ədədləri tapın.

$x < \square$

$y < \square$

$z < \square$



• ABC üçbucağının perimetrinə uyğun bərabərsizlik yazın.

• ABC üçbucağının perimetrinin ən böyük tam qiyməti hansı ədəd ola bilər?

7 Qələm 1,5 manat, dəftər isə 0,8 manatdır. Samirin 6 manat pulu var. O, dəftər və qələm almaq istəyir. Samirin aldığı malların sayı 5 olarsa, o ən çoxu neçə qələm ala bilər?

8 Avtobus bir şəhərdən digərinə 72 km/saat sürətlə gedib 90 km/saat sürətlə geri qayıtdı.

Avtobusun gedib-qayıtması ən azı 2 saat vaxt çəkdi.

• Şəhərlər arasındakı məsafəni x ilə işarə etməklə bütün yola sərf olunan zamana uyğun bərabərsizlik yazın.

• İki şəhər arasındakı məsafə ən azı neçə kilometrdir?



8.3. Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

Araşdırma-müzakirə

Anar eyni dəftərdən 2 ədəd, Səbinə isə 6 ədəd aldı. Anar 5 manatdan az, Səbinə isə 9 manatdan çox pul ödədi.

- Anarın ödədiyi məbləğ üçün hansı bərabərsizliyi yazmaq olar?
- Səbinənin ödədiyi məbləğ üçün hansı bərabərsizliyi yazmaq olar?
- 1 dəftərin qiyməti nə qədər ola bilər? Bunu hər iki bərabərsizliyin həllini eyni ədəd oxunda təsvir etməklə necə tapmaq olar?



Öyrənmə Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

Bəzi məsələləri həll etmək üçün bir neçə bərabərsizliyin ortaq həllini, yəni dəyişənin verilən bərabərsizliklərin hər birini ödəyən qiymətlərini tapmaq lazım gəlir. Ortaq həlli axtarılan iki və ya daha çox xətti bərabərsizlik **xətti bərabərsizliklər sistemini** əmələ gətirir. Bərabərsizliklər sistemi fiqurlu mötərizənin köməyi ilə yazılır. Məsələn:

$$\begin{cases} x > 1 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 1 \leq 9 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$$

Dəyişənin sistemin hər bir bərabərsizliyini doğru ədədi bərabərsizliyə çevirən qiymətinə *bərabərsizliklər sisteminin həlli* deyilir.

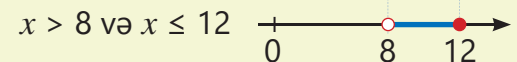
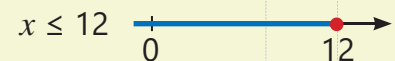
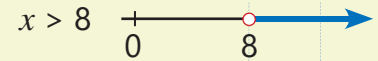
- Bərabərsizliklər sistemini həll etmək onun bütün həllərini tapmaq, yaxud həllinin olmadığını göstərmək deməkdir. Bərabərsizliklər sistemini həll etmək üçün bu sistemə daxil olan hər bir bərabərsizlik həll edilir və bu həllər çoxluğunun kəsişməsi, yəni ortaq həllər tapılır.

NÜMUNƏ.

$$\begin{cases} x > 8 \\ x \leq 12 \end{cases}$$

$x > 8$ və $x \leq 12$ bərabərsizliklərinin hər birinin həllər çoxluğu ədəd oxunda təsvir edilir və bu çoxluqların kəsişməsi tapılır.

Verilmiş sistemin həlli $(8; 12]$ aralığıdır.



Çalışma

- 1 Verilən ədədlərin bərabərsizliklər sisteminin həllər çoxluğuna aid olub-olmadığını yoxlayın.

a) $\begin{cases} x + 1 < 7 \\ x > 4 \end{cases}$

2 3 5 8

b) $\begin{cases} 4x + 1 < 21 \\ x > 1 \end{cases}$

2 -3 4 5

c) $\begin{cases} x < 5 \\ 5x - 3 > 7 \end{cases}$

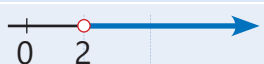


0 1 3 7

d) $\begin{cases} 3x - 2 < 10 \\ 4x + 1 > -7 \end{cases}$

3 4 -1 0

2 Bərabərsizliklər sistemini ədəd oxundan istifadə etməklə həll edin.

NÜMUNƏ $\begin{cases} x > 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$

Həlli	Açıqlama
$x > 2$  $x \geq 4$  $x > 2$ və $x \geq 4$ 	<p>Hər iki bərabərsizliyin həlli təsvir edilir.</p> <p>Bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi, yəni ortaq həllər tapılır. $x > 2$ və $x \geq 4$ bərabərsizliklərinin ortaq həlləri $[4; +\infty)$ aralığıdır.</p>
<i>Cavab:</i> $[4; +\infty)$	

a) $\begin{cases} x < 20 \\ x > -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \leq 12 \\ x > 7 \end{cases}$


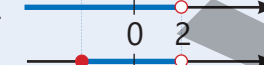

c) $\begin{cases} x < -5 \\ x < -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq 14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$

3 Bərabərsizliklər sistemini həll edin.

NÜMUNƏ $\begin{cases} 2x + 4 \geq 0 \\ -x + 1 > 2x - 5 \end{cases}$

Həlli	Açıqlama
$2x \geq -4$ və $-3x > -6$ $x \geq -2$ $x < 2$ $x \geq -2$  $x < 2$  $x \geq -2$ və $x < 2$ 	<p>Bərabərsizliklər həll edilir.</p> <p>Hər iki bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir olunur. Bərabərsizliklərin həllər çoxluğunun kəsişməsi, yəni ortaq həllər tapılır.</p> <p>$x \geq -2$ və $x < 2$ bərabərsizliklərinin ortaq həlləri $[-2; 2)$ aralığıdır.</p>
<i>Cavab:</i> $[-2; 2)$	

a) $\begin{cases} 3x + 4 \leq 25 \\ 2x - 4 > 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 1 \leq 3 \\ 6x + 2 > -4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - 5 < x + 7 \\ 7x + 2 \geq 4x + 5 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x + 11 \geq 16 - 2x \\ 20 - x \leq 3x - 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 11 \leq 24 \\ 4x + 3 > 19 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 1 \\ 3x - 2 \leq x + 8 \end{cases}$

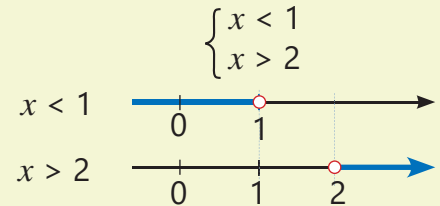
f) $\begin{cases} 4x + 3 \geq x + 15 \\ 3x + 3 \leq 2x + 8 \end{cases}$

h) $\begin{cases} -3x - 2 \leq 4x + 12 \\ 6x + 5 \leq 3x + 23 \end{cases}$



Yadda saxla!

Sistemə daxil olan bərabərsizliklərin həllər çoxluğu kəsişmədikdə bu sistemin həllər çoxluğu boş çoxluqdur. Yəni bərabərsizliklər sisteminin həlli yoxdur.



4 Ədəd oxundan istifadə etməklə bərabərsizliklər sisteminin həllinin olub-olmadığını müəyyən edin. Həlli varsa, ədədi aralıq şəklində yazın.

a) $\begin{cases} x < -2 \\ x > 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2 > 4 \\ x - 1 < 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x < 8 \\ x + 2 > 7 \end{cases}$

5 Bərabərsizliklər sistemini həll edin.

$$a) \begin{cases} 3x + 2 < 2x + 7 \\ 4x - 1 > x + 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x + 1 \geq 2x + 9 \\ 3x - 5 < 2x - 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{3}{2}x + 1 \geq -5 \\ -\frac{1}{2}x + 4 \geq 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 7 \geq \frac{2}{5}x + 8 \\ 3x + 4 < x + \frac{1}{3} \end{cases}$$

Öyrənmə İkiqat bərabərsizliklər

Bəzi bərabərsizliklər sistemini *ikiqat bərabərsizlik* şəklində yazmaq mümkündür. Məsələn:

$$\begin{cases} 3x - 2 \geq 4 \\ 3x - 2 < 10 \end{cases} \rightarrow 4 \leq 3x - 2 < 10$$

İkiqat bərabərsizliyi həll etmək üçün bərabərsizliyin uyğun xassələrindən istifadə etmək olar.

NÜMUNƏ.

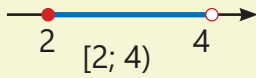
$$4 \leq 3x - 2 < 10$$

$$4 + 2 \leq 3x - 2 + 2 < 10 + 2$$

$$6 \leq 3x < 12$$

$$\frac{6}{3} \leq \frac{3x}{3} < \frac{12}{3}$$

$$2 \leq x < 4$$



Cavab $2 \leq x < 4$ və ya $[2; 4)$ şəklində yazılır.

Hər tərəfə 2 əlavə olunur.
Sadələşdirilir.

Hər tərəf 3-ə bölünür.

Sadələşdirilir.

Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir edilir və ədədi aralıq şəklində yazılır.



Fikirləş!

$-2 < 2x - 1 \leq 3$ ikiqat bərabərsizliyinin həllini hansı bərabərsizliklər sistemini həll etməklə tapmaq olar?

6 İkiqat bərabərsizliyi həll edin.

$$a) -4 \leq 2x < 8$$

$$b) -8 < 3x + 4 < 13$$

$$c) -11 < 5x - 1 < 14$$

$$d) -18 < 4x + 2 < 34$$

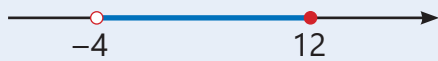
7 İkiqat bərabərsizliyi həll edin.

NÜMUNƏ $-3 \leq -\frac{x}{4} < 1$

Həlli

$$-3 \cdot (-4) \geq -\frac{x}{4} \cdot (-4) > 1 \cdot (-4)$$

$$12 \geq x > -4 \rightarrow -4 < x \leq 12$$



Cavab: $(-4; 12]$

Açıqlama

Bərabərsizliyin tərəfləri -4 -ə vurulur və bərabərsizlik işarələri dəyişilir.

Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir edilir və ədədi aralıq şəklində yazılır.

$$a) -1 < \frac{2x - 5}{3} \leq 3$$

$$b) 1,4 \leq \frac{7 - 3x}{5} < 2$$

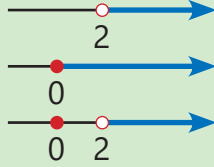
$$c) -4 < 1 + \frac{x}{3} < -3$$

$$d) -6 \leq 2 - \frac{x}{4} < 1$$



Səhvi düzəlt!

$$a) \begin{cases} x > 2 \\ x > 0 \end{cases}$$



Cavab: $(0; +\infty)$

$$b) \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 0 \end{cases}$$



Cavab: həlli yoxdur.

- 8 Verilmiş təklifə uyğun ikiqat bərabərsizlik yazın və həllini tapın.
 a) $2x + 1$ ifadəsinin qiyməti -3 -dən kiçik deyil, 9 -dan isə kiçikdir;
 b) $2 - m$ ifadəsinin qiyməti 0 -dan böyük və 4 -dən kiçikdir;
 c) k ədədinin 2 misli -2 -dən kiçik deyil və 3 -dən kiçikdir.

Məsələ həlli

- 9 Bakıdan geri döən turistin şəxsi əşyalarının kütləsi çamadanla birlikdə 15 kq oldu. O, bir neçə eyni kütləli paxlava qutusunu da çamadana yerləşdirmək istədi. Aviaşirkətin qaydalarına əsasən ən çoxu 20 kq pulsuz baqaj aparmağa icazə verilir. Turist çamadana 5 qutu paxlava qoyduqda ümumi kütlə 20 kq-dan çox, 4 qutu qoyduqda isə 20 kq-dan az olur. Bir paxlava qutusunun kütləsi hansı aralıqdadır?

- 10 Üçbucağın iki tərəfinin uzunluğu 8 və 10 vahiddir.
 a) Üçüncü tərəfin uzunluğu x ilə işarə edilərsə, verilən bərabərsizliklərdən hansı doğrudur?

$$8 > 10 + x$$

$$10 < 8 + x$$

$$10 > 8 + x$$

- b) $10 - 8 < x$ olduğunu necə əsaslandırmaq olar?
 c) x -in hansı aralıqda qiymət ala bildiyini yazın.

- 11 İdmançı hər səhər ən azı 8 km, ən çoxu isə 10 km məsafə qaçmalıdır. O, səhər qaçışa başlayıb 5 km qaçdıqdan sonra sürətini yüksəltdi və 10 km/saat sürətlə qaçmağa davam etdi. İdmançı nəzərdə tutduğu məsafə aralığını qaçması üçün bu sürətlə ən azı və ən çoxu neçə saat qaçmalıdır?

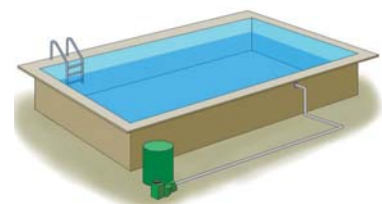


- 12 Avtobus A şəhərindən 180 km məsafədə olan B şəhərinə getməlidir. Sürücü əvvəlcədən müəyyən sabit sürətlə hərəkət edəcəyini planlaşdırdı. Avtobus nəzərdə tutulandan 15 km/saat artıq sürətlə hərəkət edərsə, 2 saat müddətində 160 km-dən çox məsafə qət edərdi. Avtobus nəzərdə tutulandan 10 km/saat az sürətlə gedərsə, B şəhərinə 3 saata gedib çatmaz. Sürücünün əvvəlcədən planlaşdırdığı sürət hansı aralıqdadır?



A 180 km B

- 13 Su nasosu hər saatda sabit həcmdə su vurur. Nasos qoşulduqdan sonra 3 saatda həcmi 60 m³ olan hovuzun yarından çoxu dolur, 5 saatda isə hovuz dolmur. Nasos saatda neçə kubmetr su vura bilər?



8.4. Modullu bərabərsizliklər

Araşdırma-müzakirə

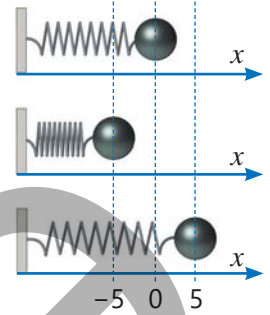
Yaylı rəqqas tarazlıq vəziyyətindən, yəni 0 nöqtəsindən sağa və sola 5 sm məsafəyə qədər hərəkət edir.

• Rəqqasın koordinatı x dəyişəni ilə işarə edilərsə, verilmiş hansı bərabərsizlik rəqqasın koordinatına uyğundur?

$$x \leq -5$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

$$x \geq 5$$



• Rəqqasın 0 nöqtəsindən məsafəsini hansı bərabərsizliklə ifadə etmək olar?

Öyrənmə $|x| < a$ ($a > 0$) bərabərsizliyinin həlli

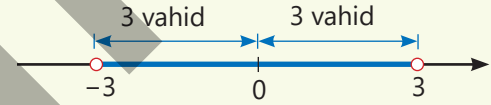
Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan bərabərsizliklər **modullu bərabərsizliklər** adlanır. Məsələn, $|x| < 3$, $|x| > 5$, $|x + 3| \geq 1$, $|x - 1| \leq 0$ modullu bərabərsizliklərdir.

Həndəsi mənasına görə ədədin modulu ədəd oxunda 0-dan həmin ədədə qədər məsafəni bildirir. Bundan istifadə etməklə modullu bərabərsizliyi həll etmək olar. Məsələn, $|x| < 3$ bərabərsizliyinin həlli ədəd oxunda 0-dan məsafəsi 3 vahiddən kiçik olan bütün ədədlərdir.

$|x| < 3$ bərabərsizliyini onunla eynigüclü olan ikiqat bərabərsizlik şəklində yazmaq olar.

$$|x| < 3 \Leftrightarrow -3 < x < 3$$

$|x| < 3$ bərabərsizliyinin həlli $(-3; 3)$ aralığıdır.



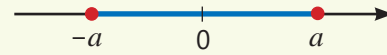
Beləliklə, $a > 0$ olduqda:

$$\bullet |x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$$



Həllər çoxluğu: $(-a; a)$

$$\bullet |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$



Həllər çoxluğu: $[-a; a]$



Fikirləş!

$|x| \leq -3$ bərabərsizliyinin həllinin olmadığını necə izah etmək olar?

Çalışma

1 Verilən ədədlərin bərabərsizliyin həllər çoxluğuna aid olub-olmadığını yoxlayın.

a) $|x| < 6$

4 -5 7 -6

b) $|x| \leq 4$

4 5 -3 -7

c) $|x| \leq 0$

1 -2 0 3

d) $|x| + 1 \leq 4$

-5 -3 0 4

2 Verilmiş bərabərsizliklə eynigüclü ikiqat bərabərsizliyi yazın. Həlli ədəd oxunda təsvir edin və aralıq şəklində göstərin.

a) $|x| < 5$

b) $|x| < 2$

c) $|x| \leq 1$

d) $|x| \leq 7$



Diqqət!

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan ifadə ola bilər. Məsələn, $|2x + 1| < 5$.
Bu bərabərsizliyi onunla eynigüclü olan ikiqat bərabərsizlik şəklində yazmaq olar.

$$|2x + 1| < 5 \Leftrightarrow -5 < 2x + 1 < 5$$

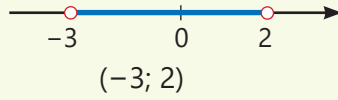
İkiqat bərabərsizliyi həll etməklə verilmiş bərabərsizliyin həllər çoxluğu tapılır.

$$-5 < 2x + 1 < 5$$

$$-5 - 1 < 2x < 5 - 1$$

$$-6 < 2x < 4$$

$$-3 < x < 2$$



Bərabərsizliyin həlli ədəd oxunda təsvir edilir və ədədi aralıq şəklində yazılır.

3 Bərabərsizliyi həll edin. Həlli ədəd oxunda təsvir edin və aralıq şəklində yazın.

a) $|x - 4| < 1$

b) $|2x + 4| \leq 8$

c) $|3x - 9| \leq 6$

d) $|5x - 1| < 9$

e) $|7x + 21| < 7$

4 Bərabərsizliyi ödəyən ədəd varmı? Varsa, bu ədədi tapın.

a) $|x - 4| < 0$

b) $|x + 1| \leq 0$

c) $|x - 7| \leq -1$

d) $|6x - 12| < 0$

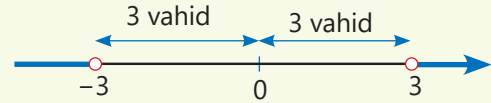
Öyrənmə $|x| > a$ ($a > 0$) bərabərsizliyinin həlli

$|x| > 3$ bərabərsizliyinin həlli ədəd oxunda 0-dan məsafəsi 3 vahiddən böyük olan ədədlərdir.

$|x| > 3$ bərabərsizliyinin həlli $x < -3$ və ya $x > 3$ bərabərsizliyini ödəyən bütün ədədlərdir.

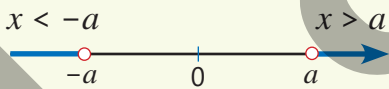
$$|x| > 3 \Leftrightarrow x < -3 \text{ və ya } x > 3$$

$|x| > 3$ bərabərsizliyinin həlli $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ çoxluğudur.



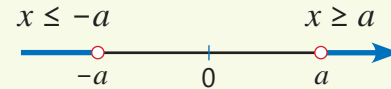
Beləliklə, $a > 0$ olduqda:

• $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ və ya $x > a$



Həllər çoxluğu: $(-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$

• $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$ və ya $x \geq a$



Həllər çoxluğu: $(-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$



Fikirləş!

$|x| \geq -3$ bərabərsizliyinin dəyişənin istənilən qiymətində ödəndiyini necə izah etmək olar?

5 Verilən ədədlərin bərabərsizliyin həllər çoxluğuna aid olub-olmadığını yoxlayın.

a) $|x| > 6$

6 -7 8 -4

b) $|x| \geq 3$

-5 -3 0 5

c) $|x| > 0$

-2 1 0 -6

d) $|1 - x| \geq 2$

-3 -1 0 2

6 Bərabərsizliyi həll edin. Həlli ədəd oxunda təsvir edin və həllər çoxluğunu yazın.

- a) $|x| \geq 7$ b) $|x| > 3$ c) $|x| > 4,2$ d) $|x| \geq 8$ e) $|x| \geq 5$ f) $|x| \geq 0,5$

7 Aynur $|x - 1| > 2$ bərabərsizliyini həll etdi. Həll üsulunu müzakirə edin və oxşar qayda ilə verilmiş bərabərsizlikləri həll edin.

$$|x - 1| > 2$$

$$x - 1 < -2 \quad \text{və ya} \quad x - 1 > 2$$

$$x < -1 \quad \quad \quad x > 3$$

Cavab: $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

$|x - 1| > 2$ bərabərsizliyinin ödənilməsi üçün $(x - 1)$ fərqi -2 -dən kiçik və ya 2 -dən böyük olmalıdır.



- a) $|x + 4| \geq 6$ b) $|1 - 2x| > 5$ c) $|4x - 2| > 14$ d) $|5 - 2x| \geq 1$ e) $|4 - 3x| \geq 4$



Səhvi düzəlt!

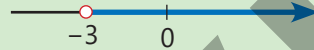
$$|x + 5| \leq 0$$

Cavab: həlli yoxdur.

$$|x + 1| > -2$$

$$x + 1 > -2$$

$$x > -3$$

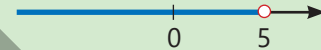


Cavab: $(-3; +\infty)$

$$|x - 2| \leq 3$$

$$x - 2 \leq 3$$

$$x \leq 5$$



Cavab: $(-\infty; 5]$

8 Bərabərsizliyi həll edin.

- a) $|2x - 5| > 1$ b) $|3x - 2| \leq 1$ c) $|\frac{2}{3}x - 1| < 3$ d) $|0,2 - 4x| \geq -2$ e) $|4,2 + 8x| > 0,2$

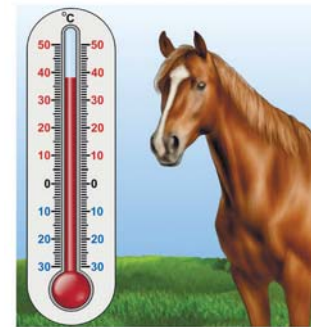
Məsələ həlli

9 Atın bədən temperaturu 38°C -dir və gün ərzində ən çoxu 2°C dəyişir.

• Atın bədən temperaturu T ilə işarə edilərsə, uyğun bərabərsizliyi müəyyən edin.

$$|T + 38| \leq 2 \quad |T - 38| \geq 2 \quad |T - 38| \leq 2$$

• Gün ərzində atın temperaturu ən azı və ən çoxu neçə dərəcə ($^\circ\text{C}$) ola bilər?



10 Fabrik uzunluğu 100 sm olan metal lövhələr istehsal edir. Texnoloji şərtlərə görə lövhənin uzunluğu bundan ən çoxu 0,2 sm fərqlənə bilər. Bu şərti ödəməyən lövhə yararsız hesab olunur.

• Lövhənin uzunluğunu x ilə işarə edin. Yararlı lövhənin uzunluğuna uyğun modullu bərabərsizlik yazın və həll edin.

• Yararlı lövhənin uzunluğu ən azı və ən çoxu neçə santimetr ola bilər?



XÜLASƏ

Ədədi bərabərsizliklərin xassələri

$$\begin{aligned}
 a > b &\rightarrow b < a \\
 a > b \text{ və } b > c &\rightarrow a > c \\
 a > b &\rightarrow a + c > b + c \\
 a > b \text{ və } c > 0 &\rightarrow ac > bc \quad \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \\
 a > b \text{ və } c < 0 &\rightarrow ac < bc \quad \frac{a}{c} < \frac{b}{c}
 \end{aligned}$$

Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması

$$\begin{aligned}
 a > b \text{ və } c > d &\rightarrow a + c > b + d \\
 \begin{array}{r} 3 > -1 \\ + -2 > -4 \\ \hline 1 > -5 \end{array} \\
 a, b, c \text{ və } d \text{ müsbət ədədləri üçün} \\
 a > b \text{ və } c > d &\rightarrow ac > bd \\
 \begin{array}{r} 5 > 2 \\ \times 4 > 3 \\ \hline 20 > 6 \end{array}
 \end{aligned}$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər

$$\begin{aligned}
 ax > b &\quad ax \geq b \\
 ax < b &\quad ax \leq b \\
 a \text{ və } b \text{ hər hansı ədədlər, } x \text{ dəyişəndir.}
 \end{aligned}$$

Ədədi aralıqlar və ikiqat bərabərsizliklər

Bərabərsizlik	Ədəd oxunda təsviri	Aralığın yazılışı
$-1 \leq x \leq 3$		$[-1; 3]$
$-1 < x < 3$		$(-1; 3)$
$-1 < x \leq 3$		$(-1; 3]$
$-1 \leq x < 3$		$[-1; 3)$
$x > 3$		$(3; +\infty)$
$x \leq 3$		$(-\infty; 3]$

Bərabərsizliklər

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

$$\begin{cases} 5x \leq 60 \\ 3x > 24 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 12 \\ x > 8 \end{cases}$$

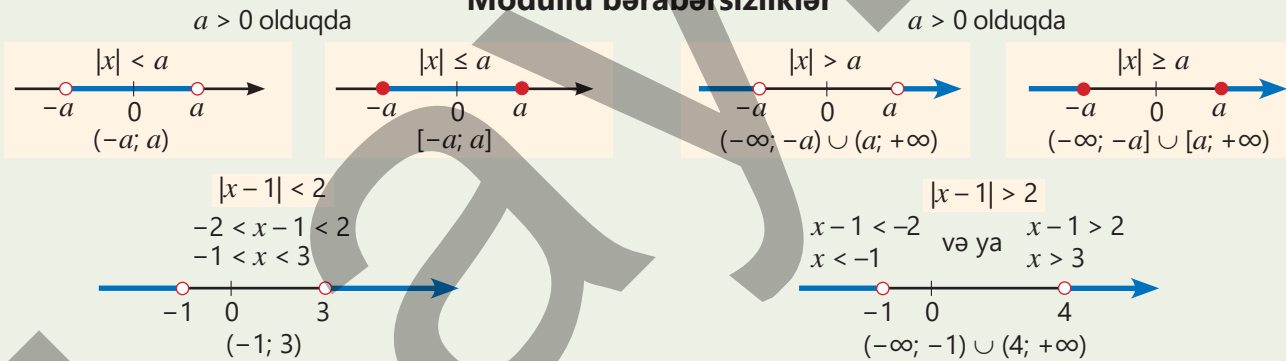
$x \leq 12$

$x > 8$

$8 < x \leq 12$

(8; 12]

Modullu bərabərsizliklər



İlkin problemin həlli

• x sayda ağac hər 4 metrdən bir əkilərsə, birinci və sonuncu ağaclar arasındakı məsafəyə uyğun bərabərsizlik yazılır və həll edilir:

$$4(x-1) < 100 \rightarrow x < 26$$

• x sayda ağac hər 3 metrdən bir əkilərsə, birinci və sonuncu ağaclar arasındakı məsafəyə uyğun bərabərsizlik yazılır və həll edilir:

$$3(x-1) > 70 \rightarrow x > 24\frac{1}{3} \quad \text{Beləliklə, } 24\frac{1}{3} < x < 26 \text{ olduğundan } 25 \text{ ağac əkilir.}$$

• Qiyməti 5 manat olan ağacların sayı y olarsa, qiyməti 8 manat olan ağacların sayı $(25-y)$ -ə bərabərdir. Ağacları xərclənən məbləğ üçün bərabərsizlik yazılır və həll edilir:

$$5y + 8(25-y) \leq 170 \rightarrow 3y \geq 30 \rightarrow y \geq 10. \text{ Deməli, qiyməti 5 manat olan ən azı } 10 \text{ ağac alınmışdır.}$$



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. $a < b$ olarsa, verilmiş ifadələri müqayisə edin.

a) $\sqrt{2}a$ və $\sqrt{2}b$

c) $-(a + 2)$ və $-(b + 2)$

e) $-2a$ və $-2b$

b) $a - 10^6$ və $b - 10^6$

d) $2(a + 5)$ və $2(b + 5)$

f) $-3b + 5$ və $-3a + 5$

2. x dəyişəninin verilmiş aralığa aid olan qiymətləri üçün ikiqat bərabərsizlik yazın və ədəd oxunda təsvir edin

a) $(-3; 4)$

b) $[2; 8]$

c) $(1; 9]$

d) $[-5; 6)$

e) $(-3; 7)$

f) $[2; 10]$

g) $[-1; 6)$

3. İkiqat bərabərsizliyin həllini ədəd oxunda təsvir edin. Dəyişənin ala bildiyi ən böyük və ən kiçik tam qiymətlərin cəmini tapın.

a) $-3 \leq x + 1 \leq 7$

c) $-5 < 2x - 1 \leq 11$

e) $-1 \leq \frac{x+3}{2} \leq 3$

g) $1 \leq \frac{2x-7}{5} \leq 3$

b) $6 \leq 3x < 15$

d) $1 < \frac{1}{2}x < 9$

f) $-4 \leq \frac{x-5}{3} < 2$

h) $5 < \frac{3x-4}{7} \leq 8$

4. Bərabərsizliyi həll edin.

a) $5(3 - x) \geq 10 - 2(x + 5)$

c) $11(8 - x) + 5x > 16 - 3x$

e) $\frac{2x-1}{4} + x \leq \frac{3x+2}{3}$

b) $2(x - 4) + x \leq 4(x + 6)$

d) $\frac{x+5}{3} \leq \frac{x-2}{2}$

f) $\frac{3x+5}{5} + x \leq \frac{5x-1}{2} - x$

5. Bərabərsizliyi həll edin.

a) $b(b - 5) - b^2 < 24 + 3b$

b) $-x(x - 2) + x^2 < 35 - 3x$

c) $5y^2 - 5y(y + 4) \geq 100$

6. Bərabərsizliklər sistemini həll edin.

a) $\begin{cases} 5(x + 1) > 3x + 2 \\ 4(x + 1) \leq 2(x + 3) - x \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{2x+5}{3} - \frac{x-1}{2} \geq 1 \\ \frac{3x-1}{2} < \frac{x+3}{4} + 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x + 8) \geq 4(7 - x) \\ (x + 2)(x - 5) > (x + 3)(x - 4) \end{cases}$

7. Ədəd oxunda təsvir etməklə a -nın hansı ən böyük tam qiymətində bərabərsizliklər sisteminin həlli olduğunu müəyyən edin.

a) $\begin{cases} x < 4 \\ x > a \end{cases}$

b) $\begin{cases} x < 5 \\ x \geq a \end{cases}$

c) $\begin{cases} x < 0 \\ x \geq a \end{cases}$

d) $\begin{cases} x \geq a \\ x < -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq a \end{cases}$

8. Modullu bərabərsizliyi həll edin.

a) $|2x| \leq 4$

c) $|6x + 5| < 4$

e) $2|x + 1| < 6$

g) $|x| + 2 > 1$

b) $|-x| < 3$

d) $|x - 7| + 9 \geq 11$

f) $|1 - 4x| > 11$

h) $|x| + 1 \leq 1$

9. Bərabərsizliyi həll edin və həlli ədəd oxunda təsvir edin. Bərabərsizliyi ödəyən ən böyük tam ədədlə ən kiçik tam ədədin cəmini tapın.

a) $|5x - 1| < 19$

b) $|2x + 7| \leq 17$

c) $|3x + 6| < 9$

d) $|7x - 1| \leq 20$

10. Verilmiş bərabərsizliyə əsasən a -nın işarəsini müəyyən edin.

a) $a^3|a| < 0$

b) $a|a|^2 > 0$

c) $\frac{a^3}{|a|} > 0$

d) $\frac{|a|}{a} \leq 0$

11. İxtiyari mənfi olmayan a və b ədədləri üçün bərabərsizliyi isbat edin.

a) $a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$

b) $\frac{a}{a^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$

c) $a(a - b) \geq b(a - b)$

12. Üçbucağın tərəfləri a , b və c olarsa, ifadələrin qiymətini 0 ilə müqayisə edin.

a) $a + b - c$

b) $a - b - c$

c) $a + c - b$

d) $c - a - b$

13. Avtobus bir şəhərdən digərinə hər reysdə oturaçaqların sayı qədər sərnişin aparır. Avtobus 8 reysdə 300-dən çox, 20 reysdə isə 780-dən az sərnişin daşıdı. Avtobus hər reysdə neçə sərnişin daşıyır?



14. Torna sexində eyni məhsuldarlığı olan 12 avtomat dəzgah işləyir. Sexdə 5 saat ərzində 300-dən az, 10 saat ərzində isə 400-dən çox detal hazırlandı. Hər dəzgah 1 saatda neçə detal hazırladı?



15. Yükdəşimə xidməti 1 tondan az yükü daşıyır. Sifarişçi şirkət yük məşinına 200 kq yük vurduqdan sonra birinin kütləsi 250 kq olan bir neçə konteyneri də yükləmək istədi. Sifarişçinin yükdəşimə xidmətindən istifadə etməsi üçün ən azı neçə konteyner yüklənməlidir? Uyğun bərabərsizlik yazmaqla həll edin.



16. Şirkət ilin əvvəlində bütün il üçün dəftərxana xərclərinə 2000 manat büdcə ayırmışdı. Hər ay eyni məbləğ xərcləməklə ilin sonuna qalan pul 200 manatdan az oldu. Xərclənən məbləğ üçün ikiqat bərabərsizlik yazın.

- Hər ay ən azı neçə manat xərclənə bilər?
- Hər ay ən çoxu neçə manat xərclənə bilər?

17. Anar tamaşanı izləyən tamaşaçıların sayını gözəyari onluqlara qədər yuvarlaqlaşdırdı və 200 nəfərdən az olduğunu müəyyən etdi. Tamaşaçı sayı ən çoxu və ən azı neçə nəfər ola bilər? Cavabı ikiqat bərabərsizliklə yazın.



18. Koordinat müstəvisində $A(x, y)$ nöqtəsi verilmişdir. A nöqtəsinin koordinatları $3x + 8 < -4$ və $7 - 2y > 13$ şərtlərini ödəyir.

- A nöqtəsi hansı rübdə yerləşir?
- Nöqtənin absisinin ən böyük tam qiyməti neçədir?

19. Müəyyən dərman otunu dəmləmək üçün istifadə olunan suyun temperaturu 93°C və 99°C arasında olmalıdır. Çaydandakı suyun temperaturu 21°C -dir. Qızdırılan zaman suyun temperaturu bir saniyədə 2°C artır.

• Suyun temperaturunun verilən aralıqda olması üçün keçən zaman müddətinə uyğun bərabərsizlik yazın.

• Çay dəmləmək üçün suyun temperaturunun tələb olunan aralıqda olması üçün ən azı və ən çoxu neçə saniyə keçməlidir?



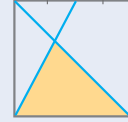


Riyazi kaleydoskop

1. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ cəmini tapın.

Göstəriş: kəsrlərin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin.

2. Şəkildə rəngli hissə bütöv kvadratın hansı hissəsini təşkil edir?



3. Sehrli kvadratın bütün sətirləri, sütunları və diaqonalları boyunca ədədlərin cəmi bərabərdir.

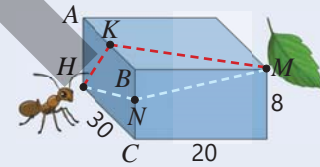
- Sehrli kvadratı tamamlayın.
- $x + y + z$ cəmi neçəyə bərabərdir?

x	6	7
4	8	y
z		

4. Süd ilə dolu olan 8 litrlik vedrədən 3 litrlik və 5 litrlik qabların köməyi ilə 4 litr südü necə almaq olar?



5. Qarışqa və yarpaq kuboidin müxtəlif təpə nöqtələrindədir. Qarışqa HKM və ya HNM yollarından biri ilə yarpağa doğru hərəkət edə bilər. $AK = KB$ və $BN = NC$ olarsa, hansı yol qısa?



STEAM

"LOGİSTİKA VƏ YÜKDAŞIMALARIN OPTİMALLAŞDIRILMASI"

Optimallaşdırma verilmiş şərtlər daxilində ən yaxşı nəticəni (məsələn, maksimum mənfəət, minimum zaman və ya xərc və s.) tapmaq üçün istifadə olunan riyazi üsuldur. Bu məsələlər çox vaxt xətti bərabərsizliklərlə modelləşdirilir.

1. Nəqliyyat şirkətlərindən biri Abşeron Logistika Mərkəzindən Bakı Beynəlxalq Dəniz Ticarət Limanına (BDTL) gedən yük maşınları üçün optimal yük kütləsini (m , ton) müəyyən etmək istədi. Bunun üçün üç əsas şərt müəyyən olundu. Hər bir şərt üçün uyğun xətti bərabərsizliklər yazıldı.

$$\begin{cases} 3m - 6 \geq 24 & \text{-- Daha çox gəlir əldə etmək üçün} \\ 4m + 5 \leq 65 & \text{-- Körpüdən təhlükəsiz keçmək üçün} \\ 5m + 10 \leq 70 & \text{-- Şəhər qaydalarına görə yük maşınlarına qoyulan məhdudiyyət.} \end{cases}$$

Bu şərtləri ödəyən yük maşınının daşıya biləcəyi yükün optimal kütləsini müəyyən edin.

2. <https://transit.gov.az/az> saytıdan, digər internet resurslarından və rəqəmsal xəritələrdən istifadə edərək BDTL haqqında qısa məlumat toplayın. Ölkəmizdəki logistika mərkəzlərindən birini seçin və oradan limana qədər olan məsafəni və təxmini çatma müddətini müəyyən edin. Marşrut üzərində körpü, tunel və sürət məhdudiyyəti olan hissələri qeyd edin.



3. Yükdaşımaların düzgün planlaşdırılmasının yanacaq sərfiyyatına və havaya buraxılan zərərli tullantıların azalmasına necə kömək etdiyini araşdırın.

4. Azərbaycanın regionda və dünyada tranzit ölkə kimi perspektivləri barədə təqdimat hazırlayın.

Bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- verilən ədədi məlumatda ən böyük fərqi, kvartilləri və kvartillərərsası fərqi tapmağı, mənalarını izah etməyi;
- nöqtə və qutu diaqramlarını qurmağı;
- kənarçıxmanın mediana və ədədi ortaya təsirini müəyyən etməyi;
- hadisələrin kəsişməsinin və birləşməsinin ehtimalını tapmağı;
- asılı olmayan hadisələrin kəsişməsinin və birləşməsinin ehtimalını tapmağı.

Cəhd edin!

Binanın giriş qapısındaki elektron kilidin təhlükəsizlik kodu bir hərf və bir rəqəmdən ibarətdir.

- Kilidin kodu üçün neçə mümkün hal var?
- Anar kodun *B* hərfi ilə başladığını xatırlasa da, rəqəmi unutmuşdu. Onun qapını ilk cəhddən açma ehtimalı neçədir?
- Kodu bilməyən qonağın qapını ilk cəhddən açma ehtimalı neçədir?



Statistika və ehtimal

Məlumatların təhlili və nəticələrin düzgün proqnozlaşdırılması üçün yalnız moda, median, ədədi orta deyil, həmçinin ən böyük fərq, kvartillər, kvartillərərsası fərq kimi statistik göstəricilərdən də geniş istifadə olunur.

İqtisadiyyat, tibb və idarəetmə kimi müxtəlif sahələrdə verilənlərin nöqtə və qutu diaqramı ilə vizuallaşdırılması kənarçıxmaların aşkar edilməsinə imkan yaradır, düzgün qərar verməyə yardım edir.

Hadisələrin ehtimalının hesablanması qərar qəbul edilən zaman mümkün risklərin aradan qaldırılması üçün mühüm riyazi vasitədir.



İlkin yoxlama

1 Verilənlərin moda, median və ədədi ortasını tapın.

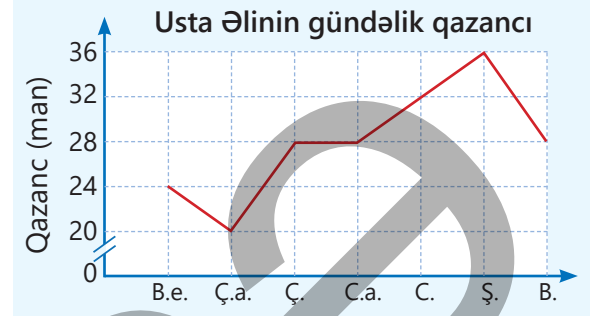
a) 14 16 8 16 15

b) 9 7 7 11 15 12

c) 6 2 9 5 4 6 3

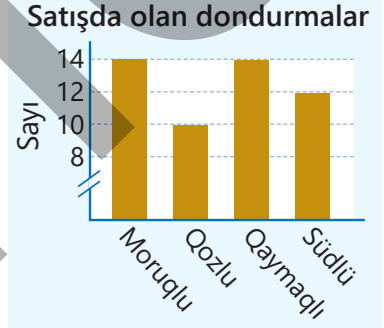
2 Xətti diaqramda usta Əlinin bir həftə ərzində gündəlik qazancı haqqında məlumat verilmişdir.

- Usta həftə ərzində neçə manat qazandı?
- Usta bir gündə orta hesabla neçə manat qazandı?
- Həftənin hansı günü ustanın qazancı əvvəlki günlə müqayisədə ən çox artmışdır?



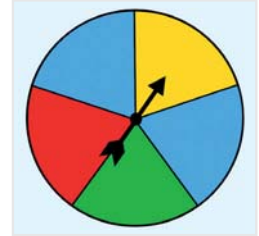
3 Diaqramda satışda olan dondurma növlərinin sayı haqqında məlumat verilib.

- Dondurmaların neçə faizi qaymaqlıdır?
- Südlü dondurmaların sayı qozlu dondurmaların sayından neçə faiz çoxdur?
- Təsadüfən seçilmiş bir dondurmanın südlü olması ehtimalı neçədir?



4 Konqruyent sektorlara bölünmüş spinnerin əqrəbi bir dəfə fırladılır və əqrəb bu sektorlardan biri üzərində dayanır. Baş verən hadisənin ehtimalını tapın:

- Əqrəbin yaşıl rəngli sektorda dayanması hadisəsi.
- Əqrəbin mavi rəngli sektorlardan birində dayanması hadisəsi.
- Əqrəbin sarı rəngdə olmayan sektorda dayanması hadisəsi.



5 Oyun zəri bir dəfə atılır. S – düşən xalın sadə ədəd olması hadisəsi, M – düşən xalın mürəkkəb ədəd olması hadisəsi, T – düşən xalın tək ədəd olması hadisəsi, C – düşən xalın cüt ədəd olması hadisəsidir.

a) Uyuşmayan hadisələri müəyyən edin.

S və M

S və T

S və C

T və M

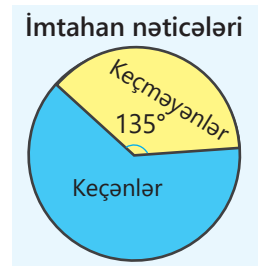
C və M

b) Düşən xalın sadə və ya mürəkkəb ədəd olması hadisəsinin ehtimalını tapın.

c) Düşən xalın sadə ədəd olmaması hadisəsinin ehtimalını tapın.

6 Dairəvi diaqramda işə qəbul imtahanının nəticələri haqqında məlumat verilmişdir.

- İmtahandan keçməyənlərin sayı 12 nəfədirsə, neçə nəfər uğur qazanmışdır?
- İmtahan verənlərin arasından təsadüfən seçilmiş bir nəfərin imtahandan keçməsi ehtimalı neçədir?



9.1. Verilənlərin bəzi statistik xarakteristikaları

Araşdırma-müzakirə

Məktəbin 8A sinfində şagirdlərin orta boyu 1,64 m, 8B sinfində isə 1,7 m-dir. Bu göstəriciyə görə həmin şagirdlər arasında ən hündürboylu şagirdin hansı sinfdə olduğunu müəyyən etmək mümkündürmü? Hansı müxtəlif hallar ola bilər? İzah edin.



Açar sözlər

- ən böyük fərq
- aşağı kvartil
- yuxarı kvartil
- kvartillərəarası fərq
- kənar çıxma

Öyrənmə Ən böyük fərq

Verilənlərin statistik xarakteristikalarından biri ən böyük və ən kiçik qiymətlərin fərqi. Ədədi məlumatda ən böyük və ən kiçik qiymətlərin fərqinə ən böyük fərq deyilir.

$$\text{Ən böyük fərq} = \text{ən böyük qiymət} - \text{ən kiçik qiymət}$$

Məsələn, bir neçə şagirdin boyu santimetrlə belədir:

155 165 160 170 157 162 168 159

Verilən ədədlər artan sıra ilə yazılır, ən böyük və ən kiçik qiymətlər müəyyən olunur. Sonra da bu qiymətlərə görə ən böyük fərq tapılır.

Ən kiçik qiymət

155 157 159 160 162 165 168 170

Ən böyük qiymət

$$\text{Ən böyük fərq} = \text{ən böyük qiymət} - \text{ən kiçik qiymət} = 170 - 155 = 15 \text{ (sm)}$$

Deməli, şagirdlərin boyları arasındakı fərq ən çox 15 santimetrdir.

• Ən böyük fərqi eyni olan iki verilənlər çoxluğunun moda, median və ədədi orta kimi göstəriciləri fərqli ola bilər.

Çalışma

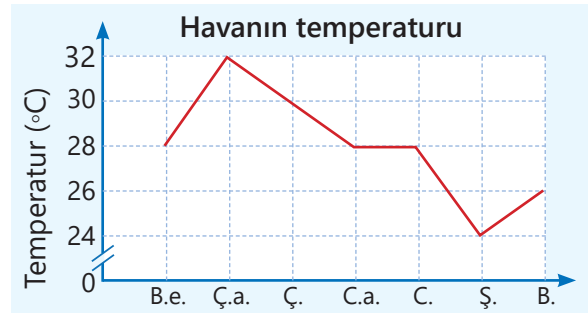
1 Verilənlər üçün ən böyük fərqi tapın.

a) 2 6 7 8 8 11

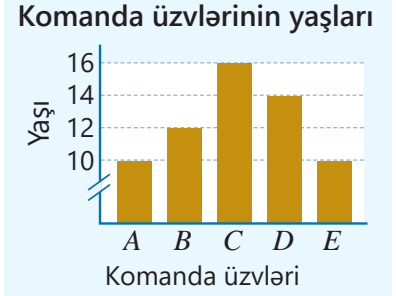
b) 12 5 4 9 8 10 15

c) 7 3 7 6 5 8 18

- 2 Xətti diaqramda bir həftə ərzində hər gün eyni saatda ölçülən temperatur haqqında məlumat verilib.
- Ən yüksək və ən aşağı temperatur həftənin hansı günləri oldu?
 - Temperatur fərqi ən çoxu neçə dərəcədir?
 - Diaqrama əsasən temperatur göstəricilərinin ədədi ortasını tapın.



- 3 Diaqramda şahmat yarışlarında məktəbi təmsil edən komandanın üzvlərinin yaşları haqqında məlumat verilmişdir. Ədədi məlumat üçün ən böyük fərq, moda, median, ədədi ortanı tapın və mənasını izah edin.



- 4 A və B verilənlərinin hər biri üçün ən böyük fərq, moda, median və ədədi ortanı tapın. Nəticələri müqayisə edin.

a) A: 4 6 6 8 9 15

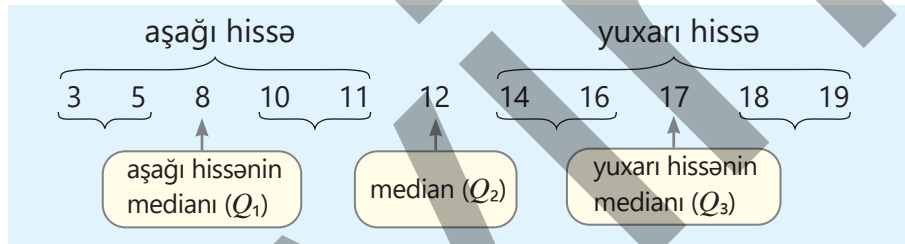
B: 6 7 8 11 11 17

b) A: 7 3 7 17 10 11 8

B: 9 5 7 18 11 4

Öyrənmə Kvartillər. Kvartillərərsə fərq

Median verilənləri iki bərabər hissəyə – **aşağı və yuxarı hissələrə** bölür. Bu hissələrin hər birinin medianını tapmaqla verilənlər dörd hissəyə bölünər. Aşağı hissənin medianı Q_1 , verilənlərin medianı Q_2 , yuxarı hissənin medianı Q_3 ilə işarə olunur.



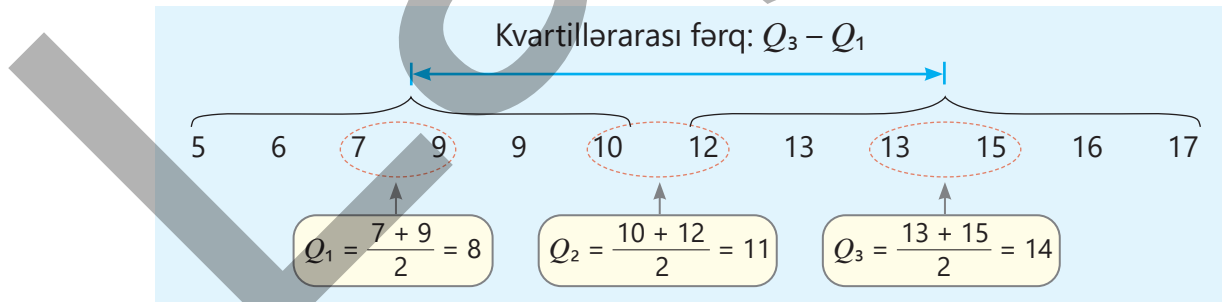
Q_1 **aşağı kvartil**, Q_3 **yuxarı kvartil**, $Q_3 - Q_1$ fərqi isə **kvartillərərsə fərq** adlanır.

Tutaq ki, on iki gün ərzində qaynar xəttə daxil olan gündəlik zənglərin sayı belədir:

9 10 13 12 13 5 7 6 9 15 16 17

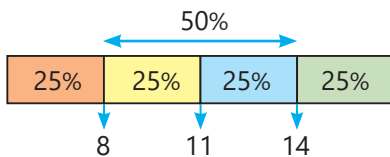
Bu verilənlər üçün kvartillər və kvartillərərsə fərq belə tapılır.

Verilənlər artan sıra ilə yazılır. Əvvəlcə median, sonra isə aşağı və yuxarı kvartil tapılır, kvartillərərsə fərq hesablanır.



Kvartillərərsə fərq: $Q_3 - Q_1 = 14 - 8 = 6$

Burada aşağı kvartil, median və yuxarı kvartil verilənləri dörd bərabər hissəyə bölür.



Günlərin ümumi sayının:

25%-də zəng sayı 8-dən azdır;

50%-də zəng sayı 8-dən çox, 14-dən isə azdır;

25%-də zəng sayı 14-dən çoxdur.

5 Verilənlər üçün medianı, aşağı kvartili və yuxarı kvartili tapmaqla boş xanalara uyğun ədədləri müəyyən edin.

a) 2 5 5 8 8 11 11 14

$Q_1 = \square$ $Q_2 = \square$ $Q_3 = \square$

b) 1 2 2 4 5 6 6 7 7 8 9 9

$Q_1 = \square$ $Q_2 = \square$ $Q_3 = \square$

6 Verilənlər üçün kvartilləri və kvartillərəarası fərqi tapın.

a) 11 2 9 4 14 16

b) 12 14 5 16 9 11 2 3 6

7 Kəmiyyətin aldığı qiymətlərə görə ədədi ortanı, medianı, aşağı və yuxarı kvartilləri tapın.

a) İdman meydançasında oynayan uşaqların yaşları 6 9 7 12 6 9 5 8 4 10 9 8

b) Şagirdlərin qiymətləndirmə nəticələri 80 65 54 85 62 66 58 77 92 82 64 75 62

8 Qrupdakı 12 şagirdin kütlələri (kiloqramla) haqqında məlumat verilmişdir.

47 70 44 42 44 48 50 62 54 60 50 54

a) Kvartilləri, kvartillərəarası fərqi, ən böyük fərqi tapın və mənasını izah edin.

b) Boş xanalara uyğun ədədləri müəyyən edin.

• Şagirdlərin 25%-nin kütləsi \square kq-dan azdır. • Şagirdlərin 25%-nin kütləsi \square kq-dan çoxdur.

Öyrənmə Kənaraxıxmalar

Verilənlər arasında digər qiymətlərdən kəskin fərqlənən çox böyük və ya çox kiçik qiymətlər **kənaraxıxmalar** adlanır. Məsələn, bir ticarət köşkündə 6 gün ərzində satılan şokoladlı dondurmaların sayı haqqında məlumat verilib:

8 9 9 11 12 53

Bu verilənlər arasında 53 ədədi digərlərindən kəskin fərqlənir və kənaraxıxmadır. Kənaraxıxmanın ədədi orta, median və ən böyük fərqə təsirini müəyyən etmək üçün əvvəlcə kənaraxıxma nəzərə alınmaqla, sonra isə nəzərə alınmadan uyğun göstəriciləri tapıb müqayisə etmək olar.

Kənaraxıxma nəzərə alındıqda

8 9 9 11 12 53
 Median: $\frac{9 + 11}{2} = 10$
 Ədədi orta: $\frac{8 + 9 + 9 + 11 + 12 + 53}{6} = 17$
 Ən böyük fərqi: $53 - 8 = 45$

Kənaraxıxma nəzərə alınmadıqda

8 9 9 11 12
 Median: 9
 Ədədi orta: $\frac{8 + 9 + 9 + 11 + 12}{5} = 9,8$
 Ən böyük fərqi: $12 - 8 = 4$

Kənaraxıxmalar medianı daha az təsir edir. Ona görə də verilənlər arasında kənaraxıxmalar olarsa, statistik xarakteristika kimi mediandan istifadə etmək daha əlverişlidir.

• Kənaraxıxmalar ölçmə xətası və ya ölçməni aparan şəxsin səhvi nəticəsində yaranarsa, nəzərə alınmır. Məsələn, xəstələrin gün ərzində temperatur göstəriciləri cədvəlində 383°C qeydi olarsa, bu göstərici həqiqətə uyğun olmadığı üçün nəzərə alınmalı deyil.

- 9 Anar və Lalə məktəbin dəhlizində onlara rast gələn ilk 10 nəfərin yaşını soruşub qeyd etməklə araşdırma apardılar.

12 11 9 9 11 12 44 10 10 12

- Kənarçıxmanı müəyyən edin.
- Kənarçıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı, medianı, ən böyük fərqi tapın. Uyğun nəticələri müqayisə edin.

- 10 Cədvəldə müxtəlif markalı avtomobillərin 1 litr yanacaq sərfi ilə neçə kilometr məsafə qət etdiyi haqqında məlumat verilmişdir.

Avtomobil	A	B	C	D	E
Məsafə (km)	8	7	6	9	20

- Məlumatı artan sıra ilə yazın. Kənarçıxmanı qeyd edin.
- Kənarçıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı, medianı, ən böyük fərqi tapın. Uyğun nəticələri müqayisə edin.

Məsələ həlli

- 11 Cədvəldə uzunluğa tullanmaq üzrə məşq zamanı Anar və Lalənin ilk 5 cəhddə göstərdikləri nəticələr (santimetrlə) haqqında məlumat verilmişdir.

Cəhd	1-ci	2-ci	3-cü	4-cü	5-ci
Anar	180	200	215	195	185
Lalə	190	190	200	205	195



- Ən yüksək və ən aşağı nəticələr kimə məxsusdur?
- Uşaqların hər birinin nəticələri üçün ən böyük fərqi tapın.
- Kimin nəticələri nisbətən stabildir? Bunu ən böyük fərqlə əsasən necə müəyyən etmək olar?

- 12 Verilən ədədlər 20 kibrit qutusunda çöplərin sayını göstərir.

42 38 43 40 41 42 40 40 37 40 45 41 35 44 39 42 40 36 38 42

- Kvartilləri, kvartillərəarası fərqi və ən böyük fərqi tapın.
- Qutuların 50%-də çöplərin sayı neçədən azdır?
- Qutuların 25%-də çöplərin sayı neçədən çoxdur?

- 13 Basketbolçunun son doqquz oyunda topladığı ballar belədir:

21 24 16 12 20 26 18 15 53

- Verilənlər hansı aralıqda yerləşir?
- Verilənlərdə kənarçıxmanı müəyyən edin.
- Kənarçıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı, medianı, ən böyük fərqi tapın. Uyğun nəticələri müqayisə edin.



9.2. Məlumatların təsviri. Nöqtə və qutu diaqramları

Araşdırma-müzakirə

Mağazada gün ərzində satılan ayaqqabıların ölçüləri qeyd olunub:

38 39 38 40 42 41 43 41 40 40

- Bu məlumatı fərqli formalarda necə təsvir etmək olar?
- Bu təsvirlərdən birinin digərindən hansı üstün cəhəti var?



Açar sözlər

- nöqtə diaqramı
- qutu diaqramı

Öyrənmə Nöqtə diaqramı

Nöqtə diaqramı verilənlərin paylanmasını, yəni qiymətlərin necə yerləşdiyini təsvir edən üsullardan biridir. Bu üsulda ədədi verilənlər ədəd oxunda uyğun bölgünün üstündə nöqtələrlə göstərilir. Eyni qiymətə neçə dəfə rast gəlinirsə, uyğun bölgünün üstündə həmin sayda nöqtələr qoyulur. Məsələn, may ayının ilk on günündə havanın temperaturu (°C) haqqında məlumat verilmişdir.

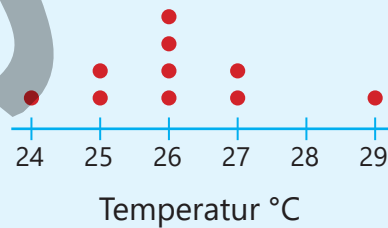
24 25 26 26 25 27 29 27 26 26

Bu məlumatı nöqtə diaqramı ilə belə təsvir etmək olar.

1 Düz xətt üzərində verilən ən kiçik qiymətdən başlayaraq ən böyük qiymətə qədər bir-birindən bərabər məsafədə olmaqla bölgü nöqtələri qeyd edilir.



2 Uyğun qiymət üzərində bu qiymətin rast gəldiyi sayda nöqtə qoyulur.



Diaqramdan görünür ki, 25 ədədinin üzərində iki nöqtə qoyulub. Deməli, iki gündə temperatur 25°C olmuşdur. 28 ədədinin üzərində nöqtənin yoxluğu isə o deməkdir ki, may ayının ilk on günü ərzində temperaturun 28°C olduğu müşahidə edilməyib. Nöqtə diaqramına əsasən verilənlərin modası asanlıqla müəyyən edilir: dörd gündə temperatur 26°C olmuşdur.

- Nöqtə diaqramından verilənlərin sayı çox olmadıqda istifadə etmək daha əlverişlidir.



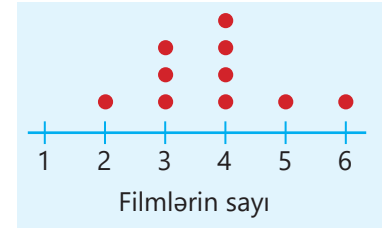
Fikirləş!

Qurulmuş nöqtə diaqramına əsasən verilənlərin ən böyük fərqi neçəyə bərabərdir və nəyi ifadə edir? İzah edin.

Çalışma

1 Lalə yoldaşları arasında "Tətillərində neçə filmə tamaşa etmişən?" sualı ilə sorğu keçirdi. Nöqtə diaqramında bu sorğunun nəticələri təsvir olunmuşdur.

- Sorğu neçə şagird arasında aparıldı?
- Sorğuda iştirak edənlərin neçə faizi üç və ya dörd filmə baxmışdır?



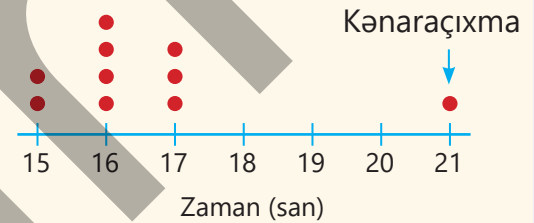
2 Oyun zəri 16 dəfə atıldı və hər dəfə düşən xal qeyd edildi. Nəticələr cədvəldə göstərilmişdir. Bu məlumatı nöqtə diaqramı ilə təqdim edin.

Xal	1	2	3	4	5	6
Düşmə sayı	2	3	5	1	4	1



Yadda saxla!

Kənaraxıxmalar nöqtə diaqramında daha vizual və aydın görünür. Məsələn, 100 m məsafəyə qaçışda şagirdlərin nəticələrinin təsvir edildiyi nöqtə diaqramına əsasən aydın olur ki, uşaqların əksəriyyəti 100 m məsafəni 15-17 saniyəyə qaçır. Burada 21 saniyə kənaraxıxmadır.



3 Təmir briqadasında çalışan ustaların ayın sonunda aldıkları əməkhaqları (manatla) belədir:

1200 1400 1500 1400 1300 2500 1400 1300 1400 1500

- Məlumatı nöqtə diaqramı ilə təsvir edin.
- Ustaların əksəriyyətinin əməkhaqları hansı aralıqdadır?
- Kənaraxıxmanı göstərin və mənasını izah edin.



Diqqət!

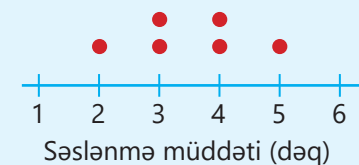
Nöqtə diaqramı ilə təsvir olunan verilənlərin ədədi ortasını taparkən hər bir qiymətin neçə dəfə qeyd olunduğunu nəzərə almaq lazımdır.

Məsələn, verilmiş nöqtə diaqramı mahnı albomundakı mahnıların səslənmə müddətini təsvir edir. Diaqrama əsasən albomda 2 dəqiqəlik 1 mahnı, 3 dəqiqəlik 2 mahnı, 4 dəqiqəlik 2 mahnı, 5 dəqiqəlik isə 1 mahnı var.

Ədədi ortanı tapmaq üçün mahnıların səslənmə müddətlərinin cəmini onların sayına bölmək lazımdır.

$$\frac{2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5}{6} = 3,5 \text{ (dəq)} \quad \text{və ya} \quad \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{6} = 3,5 \text{ (dəq)}$$

Deməli, albomdakı mahnıların orta səslənmə müddəti 3,5 dəqiqədir.



- 4 Nöqtə diaqramında şagirdlərin keçən həftə parkda neçə dəfə olmaları haqqında məlumat verilmişdir.
- Keçən həftə neçə şagird parkda heç olmayıb, neçəsi isə cəmi bir dəfə olub?
 - Diaqramda kənaraxıxma nəyi ifadə edir?
 - Kənaraxıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı hesablayın. Nəticələri müqayisə edin.



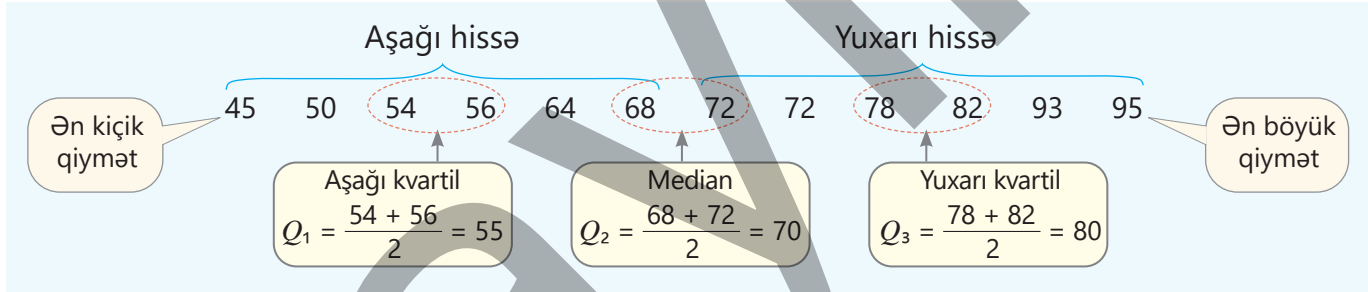
Öyrənmə Qutu diaqramı

Verilənlərin dəyişkənliyini, yəni qiymətlərin bir-birindən nə qədər fərqləndiyini təsvir etmək üçün qutu diaqramından istifadə etmək olar. Qutu diaqramında verilənlər ən kiçik qiymət, ən böyük qiymət, aşağı kvartil, median və yuxarı kvartildən istifadə etməklə ədəd oxu üzərində təsvir edilir. Məsələn, 12 şagirdin imtahan nəticələri belədir.

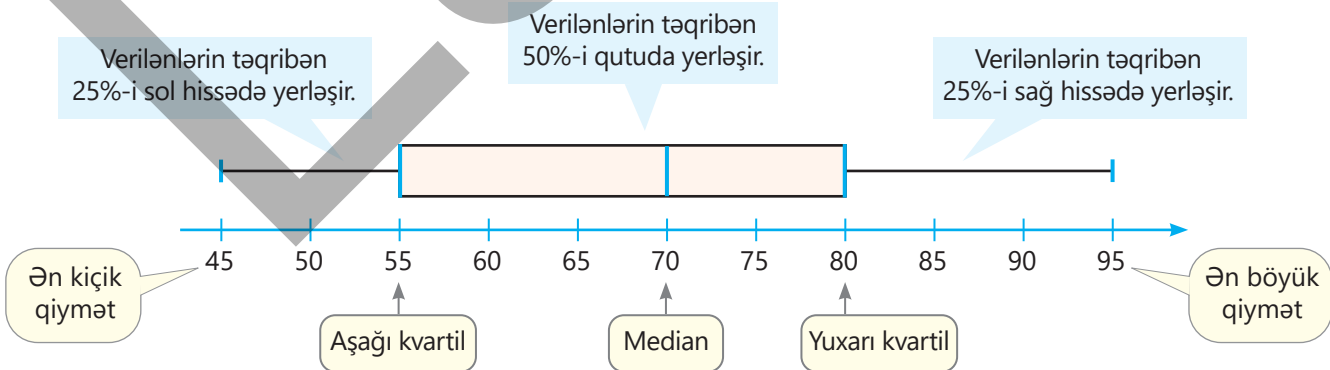
45 72 68 95 82 50 78 54 64 72 93 56

Bu məlumat qutu diaqramında belə təsvir edilir.

1-ci addım. Verilənlər artan sıra ilə düzülür, ən kiçik qiymət, ən böyük qiymət, median, aşağı və yuxarı kvartillər tapılır.

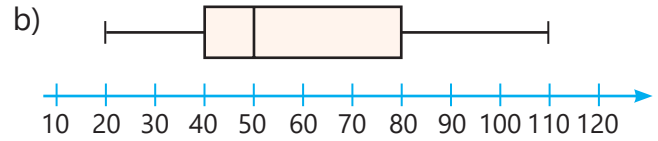
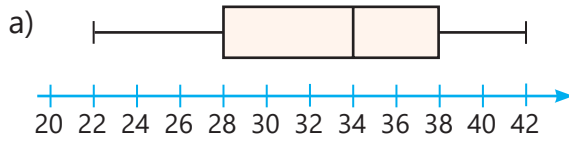


2-ci addım. Ədəd oxunda ən kiçik qiymətə, aşağı kvartilə, medianə, yuxarı kvartilə, ən böyük qiymətə uyğun bölgünün üzərində şaquli xətlər qeyd edilir. Uzunluğu kvartillərarası fərqə bərabər olan düzbucaqlı çəkilir. Bu düzbucaqlı medianla iki hissəyə bölünür. Birinci və üçüncü kvartillərə uyğun xətlər ən kiçik və ən böyük qiymətlərə uyğun xətlərlə nümunədəki kimi birləşdirilir.



Diaqramdan aydın olur ki, 12 nəfərin təxminən yarısı, yəni 50%-i 55 ilə 80 arası, 25%-i 55-dən az, 25%-i isə 80-dən çox bal toplamışdır.

- 5) Qutu diaqramına əsasən verilənlərin ən kiçik və ən böyük qiymətlərini, medianı, aşağı və yuxarı kvartilləri, həmçinin kvartillərəarası fərqi tapın.



- 6) Verilənləri qutu diaqramı ilə təsvir edin.

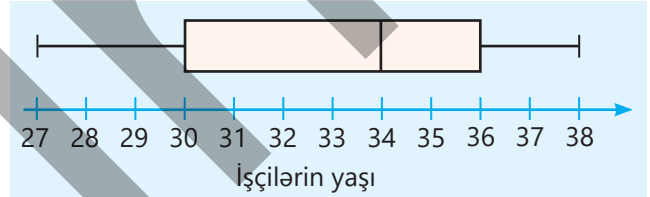
a) 40 41 42 42 45 46 48 50 51 55 56 58 58 59 60

b) 10 11 11 12 14 16 17 18 18 19 20 20 20 21 22 23 24 25

Məsələ həlli

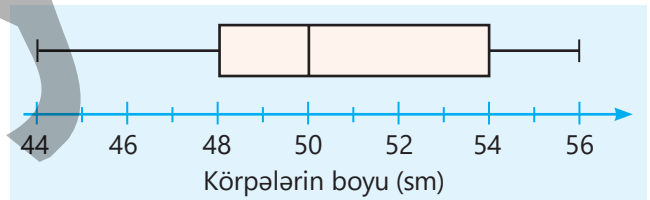
- 7) Qutu diaqramında şirkətin işçilərinin yaşları haqqında məlumat təsvir edilmişdir.

- a) İşçilərin neçə faizinin yaşı 30-dan azdır?
 b) Ən yaşlı ilə ən gənc işçilərin yaşları fərqi nə qədərdir?
 c) İşçilərin neçə faizinin yaşı 30-36 arasındadır?
 d) Qutu diaqramında 34 nəyi bildirir? İzah edin.
 e) Şirkətin 150 işçisi varsa, onlardan neçəsinin yaşı 34-dən azdır?



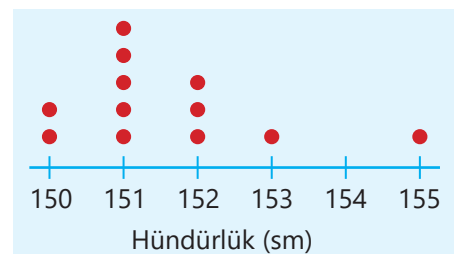
- 8) Diaqramda son həftə ərzində yeni doğulmuş körpələrin boyu (santimetrlə) haqqında məlumat verilmişdir.

- a) Körpələrin boyu ən az və ən çox neçə santimetr oldu?
 b) Verilənlərin medianını göstərin və mənasını izah edin.
 c) Kvartillərəarası fərqi tapın.
 d) Körpələrin neçə faizinin boyu 50 sm-dən çoxdur?
 e) Körpələrin neçə faizinin boyu 48 sm-dən kiçikdir?
 f) Son həftə yeni doğulan körpələrin sayı 80 olarsa, onlardan neçəsinin boyu 48 sm ilə 54 sm arasındadır?



- 9) Nöqtə diaqramında hündürlüyə tullanmaq üzrə yarışda şagirdlərin göstərdiyi nəticələr haqqında məlumat verilmişdir.

- a) Yarışda neçə nəfər iştirak etdi?
 b) Neçə nəfərin nəticəsi 152 sm oldu?
 c) Neçə nəfər 150 sm-dən daha hündürə tullandı?
 d) Ən böyük fərq neçəyə bərabərdir və nəyi ifadə edir?



9.3. Hadisələrin birləşməsi və kəsişməsi

Araşdırma-müzakirə

Eyler-Venn diaqramında müəyyən şagirdlər çoxluğundan (Q) şahmatla məşğul olanlar çoxluğu \mathcal{S} ilə, üzgüçülüklə məşğul olanlar çoxluğu \mathcal{U} ilə işarə olunub.

- Şagirdlərin neçəsi şahmat, neçəsi üzgüçülüklə məşğul olur?
- Təsadüfən seçilmiş bir şagirdin bu dərnləklərdən heç olmasa birində məşğul olması ehtimalını necə tapmaq olar?

Öyrənmə Mümkün halların sayı

Nisbətən mürəkkəb sınaqlarda elementar hadisələri və onların sayını tapmaq üçün müxtəlif kombinasiyaları saymaq lazım gəlir. Bunu müxtəlif üsullarla etmək olar.

- *Siyahı tərtib etməklə.* İki metal pul birlikdə atıldıqda hər birinin şəkil (\mathcal{S}) və ya xəritə (\mathcal{X}) üzü düşə bilər. Elementar hadisələr çoxluğunu belə yazmaq olar: $\{\mathcal{S}\mathcal{S}, \mathcal{S}\mathcal{X}, \mathcal{X}\mathcal{S}, \mathcal{X}\mathcal{X}\}$

Bütün elementar hadisələrin sayı: 4

- *Ağac diaqramı ilə.* Sınaqda bütün elementar hadisələri ağac diaqramı ilə göstərmək olar. Məsələn, iki metal pulun birlikdə atılması sınağında nəticələri **ağac diaqramının** köməyiylə təsvir etmək daha əlverişli olur.

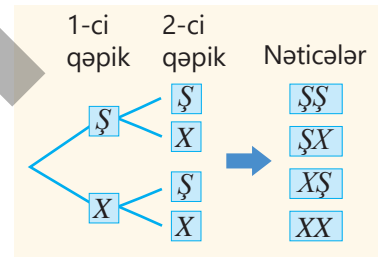
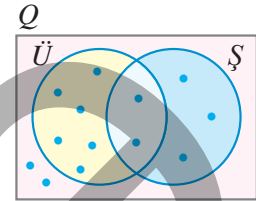
Bütün elementar hadisələrin sayı: 4

- *Cədvəl qurmaqla.* İki zər atıldıqda elementar hadisələr çoxluğunun elementlərini cədvəllə göstərmək əlverişlidir. Cədvəldə hər sətir birinci zərdə düşən xala, hər sütun isə ikinci zərdə düşən xala uyğundur.

Bütün elementar hadisələrin sayı: 36

Açar sözlər

- ağac diaqramı



I zər \ II zər	1	2	3	4	5	6
1	1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2	2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3	3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4	4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5	5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6	6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Çalışma

- İki oyun zəri birlikdə atılır. Tələb olunan hadisə üçün əlverişli hallar sayını tapın və ehtimalını hesablayın.

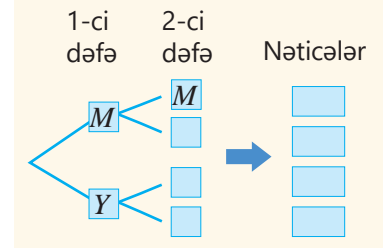


NÜMUNƏ Düşən xallar cəminin 11-ə bərabər olması

Həlli	Açıqlama
$(5; 6), (6; 5)$ $P = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$	Xallar cəmi 11-ə bərabər olan iki hal var. I zərdə 5, II zərdə 6 və ya I zərdə 6, II zərdə 5. Əlverişli halların sayı (2) mümkün halların sayına (36-ya) bölünür.

- a) Düşən xallar cəminin 6-ya bərabər olması; b) Düşən xallar cəminin 7-yə bərabər olması.

- 2 Qutuda 1 mavi, 1 yaşıl kürəcik var. Qutudan təsadüfi qaydada bir kürəcik çıxarılır, rəngi qeyd edilir və qutuya qaytarılır. Sonra eyni qayda ilə daha bir kürəcik çıxarılır və onun da rəngi qeyd edilir.
- a) Boş xanalar kürəciyin rənginin baş hərfini (M və ya Y) müəyyən etməklə diaqramı tamamlayın.
- b) Çıxarılan kürəciklərin hər ikisinin mavi rəngdə olması hadisəsinin ehtimalını tapın.



Öyrənmə Hadisələrin kəsişməsi və birləşməsi

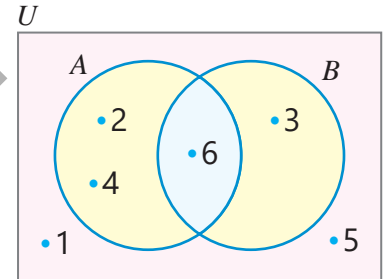
- A və B hadisələrindən hər ikisinin baş verməsi hadisəsinə onların kəsişməsi deyildir və $A \cap B$ kimi yazılır.
- A və B hadisələrindən heç olmasa birinin baş verməsi hadisəsinə onların birləşməsi (və ya cəmi) deyildir və $A \cup B$ kimi yazılır.

Məsələn, bir zərin atılmasında A – düşən xalın cüt ədəd olması, B – düşən xalın 3-ə bölünən ədəd olması hadisələrinin kəsişməsini və birləşməsini belə tapmaq olar: A və B hadisələrinin kəsişməsi düşən xalın həm cüt, həm də 3-ə bölünən ədəd olması hadisəsidir. Bu hadisə yalnız 6 xal düşdükdə baş verir.

$$A = \{2, 4, 6\} \quad B = \{3, 6\} \quad \rightarrow \quad A \cap B = \{6\}$$

A ilə B hadisələrinin birləşməsi düşən xalın cüt və ya 3-ə bölünən ədəd olması hadisəsidir. Bu hadisə ya 2, ya 3, ya 4, ya da 6 xal düşdükdə baş verir.

$$A = \{2, 4, 6\} \quad B = \{3, 6\} \quad \rightarrow \quad A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$$



Sınaqda baş verən istənilən A və B hadisələrinin birləşməsinin ehtimalını tapmaq üçün bu hadisələrin ehtimalları cəmindən onların kəsişməsinin ehtimalı çıxılır.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Bu düsturun doğruluğunu baxılan nümunəyə əsasən yoxlamaq olar. Bunun üçün $A \cup B$ hadisəsinin ehtimalı əvvəlcə düstura əsasən hesablanır.

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \\ P(B) &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ P(A \cap B) &= \frac{1}{6} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Digər tərəfdən, $A \cup B$ hadisəsinin baş verməsi üçün 4 əlverişli hal var və ehtimalın tərifinə görə də eyni nəticə alınır: $P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

• Bəzən hadisələrin birləşməsini "və ya" bağlayıcısı ilə, kəsişməsini isə "və" bağlayıcısı ilə ifadə edirlər. Məsələn, " A və ya B ", " A və B ".



Fikirləş!

Verilmiş düstura əsasən A və B uyuşmayan hadisələr olduqda $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ bərabərliyinin doğru olduğunu necə izah etmək olar?

- 3 Oyun zəri bir dəfə atılır. A – düşən xalın tək ədəd olması, B – düşən xalın sadə ədəd olması hadisələridir.

a) $A \cap B$ və $A \cup B$ yazılışlarının hər birinə uyğun hadisəni müəyyən edin.

Düşən xal tək və sadə ədəddir.

Düşən xal tək və ya sadə ədəddir.

b) $A \cap B$ hadisəsinin baş verməsi üçün əlverişli halları müəyyən edin və bu hadisənin ehtimalını tapın.

c) $A \cup B$ hadisəsinin baş verməsi üçün əlverişli halları müəyyən edin və bu hadisənin ehtimalını tapın.

d) A hadisəsinin, B hadisəsinin ehtimallarını tapın və $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ düsturunun doğruluğunu yoxlayın.

- 4 Verilənlərə görə tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.

a) $P(A) = 0,8$
 $P(B) = 0,5$
 $P(A \cap B) = 0,4$
 $P(A \cup B) = ?$

b) $P(A) = 0,6$
 $P(B) = 0,7$
 $P(A \cap B) = 0,42$
 $P(A \cup B) = ?$

c) $P(A) = 0,9$
 $P(B) = 0,4$
 $P(A \cup B) = 0,94$
 $P(A \cap B) = ?$

- 5 İki zər birlikdə atılır. A – birinci zərdə 6 xalın düşməsi, B – ikinci zərdə 6 xalın düşməsi hadisələridir.
• Hər iki zərdə 6 xal düşməsi hadisəsinə uyğun yazılışı müəyyən edin.

$A \cup B$

$A \cap B$

a) Zərlərdən heç olmasa birində 6 xal düşməsi hadisəsinin ehtimalını tapın.

b) A hadisəsinin; B hadisəsinin; A və B hadisəsinin ehtimalını tapın.

c) $P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ və } B)$ bərabərliyinin doğruluğunu yoxlayın.

Məsələ həlli

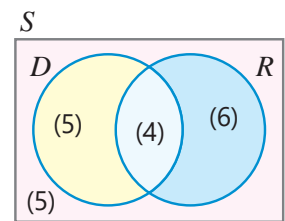
- 6 Diaqramda sinifdəki şagirdlər çoxluğu S ilə, dram dərnəyinə gedən şagirdlər çoxluğu D ilə, rəsm dərnəyinə gedən şagirdlər çoxluğu isə R ilə işarələnib. Bu sinifdən təsadüfən bir şagird seçilir. Tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.

a) Şagird həm dram, həm də rəsm dərnəyinə gedir.

b) Şagird yalnız dram dərnəyinə gedir.

c) Şagird yalnız rəsm dərnəyinə gedir.

d) Şagird dram və rəsm dərnəklərindən heç olmasa birinə gedir.



- 7 Lalə dənizkənarı parkda gəzintiyə çıxdı. Onun Səbinə ilə rastlaşma ehtimalı 0,4, Aynurla rastlaşma ehtimalı 0,5-dir. Lalənin həm Səbinə, həm də Aynurla rastlaşma ehtimalı 0,2-yə bərabərdir. Lalənin qızlardan heç olmasa biri ilə rastlaşması hadisəsinin ehtimalını hesablayın.



9.4. Asılı olmayan hadisələr

Araşdırma-müzakirə

Qutuda 2 ağ, 2 qara kürəcik var. Qutudan təsadüfi qaydada bir kürəcik çıxarılır, rəngi qeyd olunur və qutuya qaytarılır. Sonra daha bir kürəcik çıxarılır.

- 1-ci kürəcik qara rəngdə olarsa, 2-cinin ağ rəngdə olması ehtimalı neçəyə bərabərdir?
- 1-ci kürəcik ağ rəngdə olarsa, 2-cinin ağ rəngdə olması ehtimalı neçəyə bərabərdir?
- 1-ci çıxarılan kürəciyin ağ və ya qara rəngdə olmasının 2-ci çıxarılan kürəciyin hansı rəngdə olmasına təsiri varmı? İzah edin.



Açar sözlər

- asılı olmayan hadisələr

Öyrənmə Asılı olmayan hadisələr

Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsinə təsir etmirsə, belə hadisələrə **asılı olmayan hadisələr** deyilir. Asılı olmayan hadisələr, adətən, bir-birindən asılı olmayan təcrübələrlə əlaqəli sınaqda baş verir. Məsələn, eyni vaxtda həm spinnerin əqrəbi fırladılır, həm də zər atılır. Bu sınaqda spinnerin əqrəbinin hansı sektorda dayanması hadisəsi ilə zəri atarkən hansı xalın düşməsi hadisələri asılı olmayan hadisələrdir.

A – əqrəbin yaşıl sektorda dayanması hadisəsi, B – zəri atarkən düşən xalın cüt ədəd olması hadisəsi olarsa, $P(A) = \frac{1}{3}$ və $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ olar.

Spinnerin əqrəbinin fırladılması və zərin atılması sınağında elementar hadisələr çoxluğunu cədvəllə belə müəyyən etmək olar:

Spinner	Zər	Zərdə düşən xal					
		1	2	3	4	5	6
Sektorun rəngi	Qırmızı	$Q, 1$	$Q, 2$	$Q, 3$	$Q, 4$	$Q, 5$	$Q, 6$
	Mavi	$M, 1$	$M, 2$	$M, 3$	$M, 4$	$M, 5$	$M, 6$
	Yaşıl	$Y, 1$	$Y, 2$	$Y, 3$	$Y, 4$	$Y, 5$	$Y, 6$

Burada 18 mümkün hal var. A və B hadisəsinin baş verməsi üçün əlverişli halların sayı isə 3-ə bərabərdir: $(Y, 2)$ $(Y, 4)$ $(Y, 6)$. Ona görə də əqrəbin yaşıl rəngli sektorda dayanması və zərdə cüt xal düşməsi hadisəsinin ehtimalı belə tapılır.

$$P(A \text{ və } B) = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

Digər tərəfdən: $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Göründüyü kimi, asılı olmayan A və B hadisələri üçün belə düstur doğrudur:

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$$

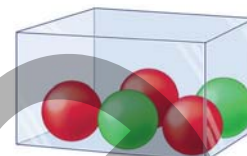


Fikirləş!

Qutudan ardıcıl olaraq kürəcik çıxarılması sınağında hər dəfə çıxarılan kürəcik qutuya qaytarılırsa, baş verən hadisələrin asılı olmadığını necə izah etmək olar?

Çalışma

- 1 Ağ və qırmızı almalar olan səbətdən ardıcıl olaraq iki alma götürülür. A – əvvəl götürülən almanın ağ, B – sonra götürülən almanın qırmızı olma hadisəsidir. A və B hadisələrinin asılı olub-olmadığını müəyyən edin.
 - a) Əvvəl götürülən alma səbətə qaytarıldıqda;
 - b) Əvvəl götürülən alma səbətə qaytarılmadıqda.
- 2 Qutuda 3 qırmızı, 2 yaşıl kürəcik var. Qutudan təsadüfi qaydada bir kürəcik çıxarılır, rəngi qeyd olunur və qutuya qaytarılır. Sonra daha bir kürəcik çıxarılır. Tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.



NÜMUNƏ Əvvəl qırmızı, sonra yaşıl kürəciyin çıxması

Həlli	Açıqlama
$P(Q) = \frac{3}{5}$	Qırmızı kürəciyin çıxması ehtimalı tapılır.
$P(Y) = \frac{2}{5}$	Yaşıl kürəciyin çıxması ehtimalı tapılır.
$P(Q \text{ və } Y) = P(Q) \cdot P(Y) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$	Asılı olmayan hadisələrin ehtimalı hesablanır.

- a) Əvvəl yaşıl, sonra qırmızı kürəciyin çıxması;
- b) Çıxarılan hər iki kürəciyin qırmızı rəngdə olması;
- c) Çıxarılan hər iki kürəciyin yaşıl rəngdə olması.

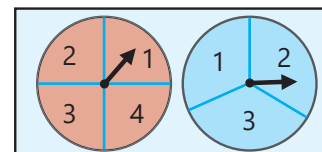


Səhvi düzəlt!

Zərdə 5 xalın düşməsi hadisəsinin ehtimalı $\frac{1}{6}$ -ə bərabərdir. Ona görə də iki zərin atılması sınağında hər iki zərdə 5 xalın düşməsi hadisəsinin ehtimalı belə tapılır: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$



- 3 Eyni zamanda hər iki spinnerin əqrəbi fırladıldı. Uyğun hadisənin ehtimalını tapın.
 - a) Hər iki spinnerdə əqrəbin tək ədəd yazılan sektorda dayanması;
 - b) Hər iki spinnerdə əqrəbin cüt ədəd yazılan sektorda dayanması;
 - c) Əqrəbin birinci spinnerdə cüt ədəd yazılan sektorda, ikinci spinnerdə isə tək ədəd yazılan sektorda dayanması.

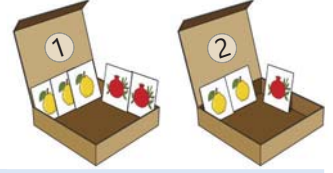


Yadda saxla!

- Asılı olmayan hadisələr uyuşmayan hadisələr deyil. Uyuşmayan hadisələr eyni zamanda baş verə bilməz. Asılı olmayan hadisələr isə eyni zamanda baş verə bilər.
- A və B asılı olmayan hadisələri üçün $P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$ olduğundan onlardan heç olmasa birinin, yəni hadisələrin birləşməsinin başvermə ehtimalı bu düsturla tapılır:

$$P(A \text{ və } B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

- 4 Bir qutuda üzərində heyva şəkli olan 3, nar şəkli olan 2 kart, o biri qutuda isə heyva şəkli olan 2, nar şəkli olan 1 kart var. Qutuların hərəsindən təsadüfi qaydada bir kart götürülür. Tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.



NÜMUNƏ a) Götürülən kartların hər ikisində heyva şəklinin olması;
b) Götürülən kartların heç olmasa birində heyva şəklinin olması.

Həlli	Açıqlama
$P(A) = \frac{3}{5}$ $P(B) = \frac{2}{3}$	<p>A: 1-ci qutudan götürülən kartda heyva şəkli olması. B: 2-ci qutudan götürülən kartda heyva şəkli olması. A hadisəsinin və B hadisəsinin ehtimalı tapılır. $P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$ düsturu tətbiq edilir.</p>
<p>a) $P(A \text{ və } B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$</p> <p>b) $P(A \text{ və ya } B) = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{13}{15}$</p>	<p>$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$ düsturu tətbiq edilir.</p>

- c) Götürülən kartların hər ikisində nar şəklinin olması;
d) Götürülən kartların heç olmasa birində nar şəklinin olması.

- 5 Bir sinifdə 20 şagirdin 8-i, o biri sinifdə 25 şagirdin 10-u əlaçdır. Bu siniflərin hərəsindən təsadüfi qaydada bir şagird seçilir.
- Seçilən şagirdlərin hər ikisinin əlaçı olması ehtimalı neçəyə bərabərdir?
 - Seçilən şagirdlərdən heç olmasa birinin əlaçı olması ehtimalı neçəyə bərabərdir?

Məsələ həlli

- 6 Qutuda qırmızı və yaşıl rəngli kürəciklər var. Yaşıl kürəciklər qırmızı kürəciklərdən 3 ədəd çoxdur.
- Təsadüfi qaydada çıxarılan kürəciyin qırmızı rəngdə olması ehtimalı $\frac{1}{3}$ -ə bərabər olarsa, qutuda cəmi neçə kürəcik var?
 - Qutudan təsadüfi qaydada bir kürəcik çıxarılır, rəngi qeyd olunur və qutuya qaytarılır. Sonra daha bir kürəcik çıxarılır. Çıxarılan hər iki kürəciyin yaşıl rəngdə olması hadisəsinin ehtimalı neçəyə bərabərdir?

- 7 Satışda iki növ dondurma var: şokoladlı və karamelli. Dondurmalarda üzərinə moruq və ya çiyələk əlavə etməklə, ya da əlavəsiz alına bilər. Bütün hallar eyni imkanlı olarsa, təsadüfi qaydada seçilmiş bir müştərinin: a) karamelli-çiyələkli dondurma; b) şokoladlı-əlavəsiz dondurma alan olması ehtimalı neçədir?



- 8 Səbinə və Samir tirdə eyni zamanda eyni hədəfə atəş açırlar. Səbinənin hədəfi vurma ehtimalı 0,6, Samirin hədəfi vurma ehtimalı isə 0,5-dir.
- a) Hədəfin hər iki atıcı tərəfindən vurulması ehtimalı neçədir?
b) Hədəfin heç olmasa bir atıcı tərəfindən vurulması ehtimalı neçədir?

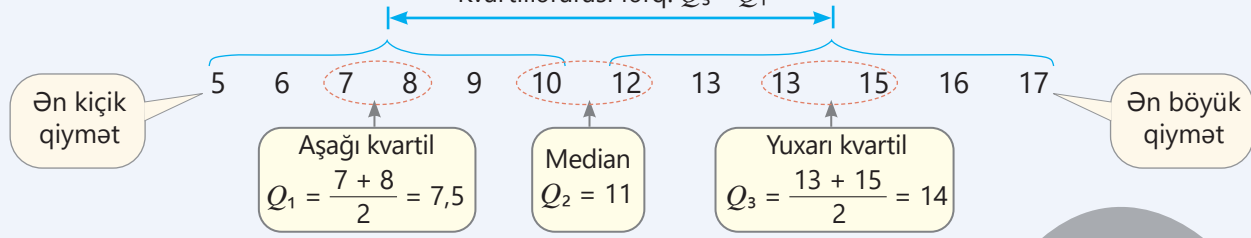


XÜLASƏ

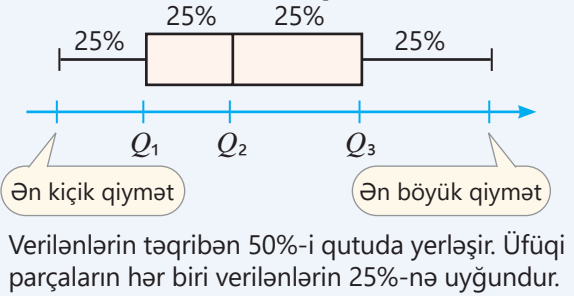
Statistik xarakteristikalar

Ən böyük fərq = ən böyük qiymət – ən kiçik qiymət

Kvartillərəarası fərq: $Q_3 - Q_1$



Qutu diaqramı

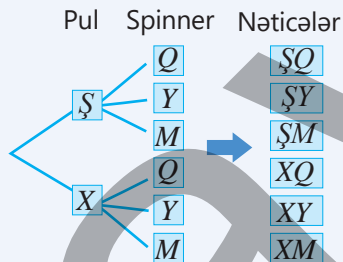


Nöqtə diaqramı



Statistika və ehtimal

Asılı olmayan hadisələrin kəsişməsi və birləşməsi



Sınaqda baş verən istənilən A və B hadisələri üçün:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Asılı olmayan A və B hadisələri üçün:

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

İlkin problemin həlli

- Kilid kodu üçün mümkün hallar cədvəldə yazıla bilər. Cəmi 12 mümkün hal var.
- Anarın ilk cəhddən qapını açma bilməsi hadisəsinin ehtimalı tapılır. Burada altı mümkün rəqəmdən yalnız biri əlverişlidir: $P(R) = \frac{1}{6}$
- Kodu bilməyən qonaq ilk cəhddən qapını açma bilmək üçün həm hərfi, həm də rəqəmi düzgün yığmalıdır. H – hərfin düzgün yığılması, R – rəqəmin düzgün yığılması hadisələri asılı olmayan hadisələrdir. Hərflər və rəqəmin düzgün yığılması hadisəsinin ehtimalı tapılır:

$$P(H \text{ və } R) = P(H) \cdot P(R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

	1	2	3	4	5	6
A	$A, 1$	$A, 2$	$A, 3$	$A, 4$	$A, 5$	$A, 6$
B	$B, 1$	$B, 2$	$B, 3$	$B, 4$	$B, 5$	$B, 6$



ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

1. Verilən ədədi məlumat üçün ən böyük fərq, moda, median və ədədi ortanı tapın.

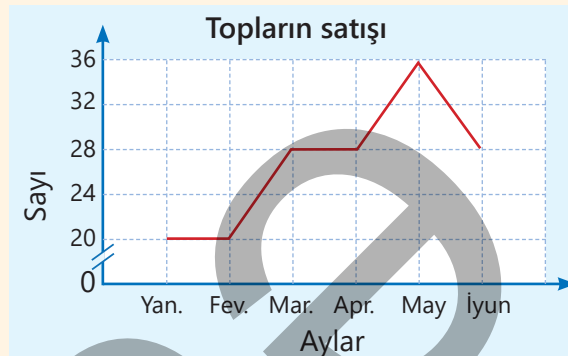
a) 9 8 4 10 13 10

b) 7 3 6 10 6 8 2

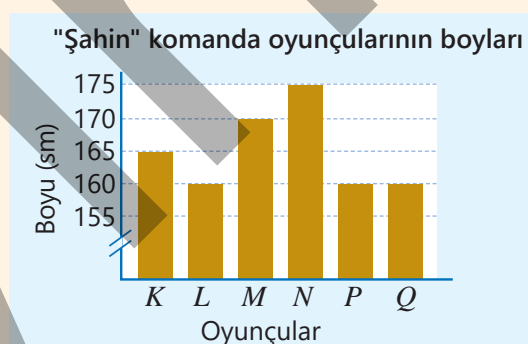
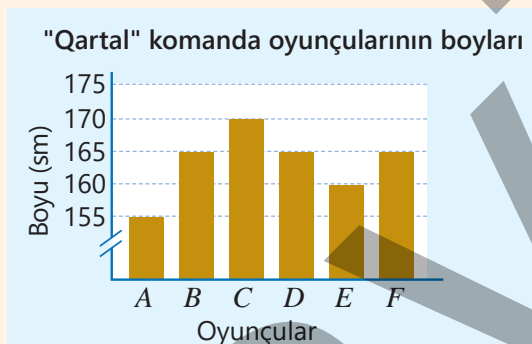
c) 9 7 12 10 11 6 11 8

2. Diaqramda ilin ilk 6 ayı ərzində idman mağazasında satılan topların sayı haqqında məlumat verilib.

- Satılan topların sayı üçün ən böyük fərqi tapın və mənasını izah edin.
- Verilənlərin moda, median, ədədi ortasını tapın və mənasını izah edin.



3. Diaqramlarda "Qartal" və "Şahin" voleybol komandalarının oyunçularının boyları haqqında məlumat verilmişdir. Hər bir voleybol komandasına aid verilən ədədi məlumat üçün ən böyük fərq, moda, median, ədədi ortanı tapın və müqayisə edin.



4. Şirkət işçilərinin maaşları (manatla) haqqında məlumatda kənarçıxmanı müəyyən edin.

1200 1500 1800 1200 5000 2400 2100 2000

- Kənarçıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı, medianı, ən böyük fərqi, aşağı və yuxarı kvartilləri tapın. Nəticələri müqayisə edin.

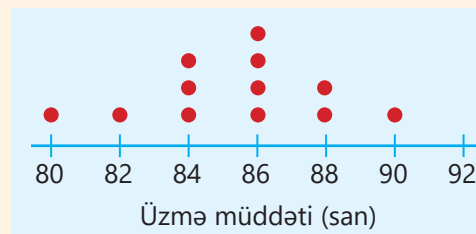
5. Kəmiyyətin aldığı qiymətlərə görə medianı, aşağı və yuxarı kvartilləri, ədədi ortanı tapın.

a) 400 m məsafəyə qaçışda idmançıların nəticələri (saniyə ilə): 46 45 44 45 42 48 50 45 42

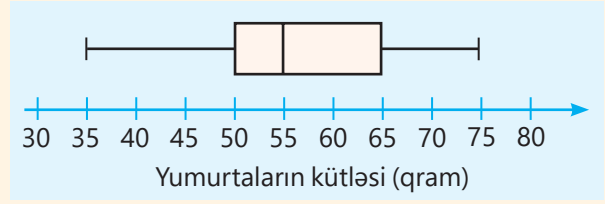
b) Mətbəə işçilərinin yaşları: 26 39 37 42 36 29 45 38 34 40 39 28

6. Nöqtə diaqramında 100 m məsafəyə üzən idmançıların nəticələri haqqında məlumat verilmişdir.

- Yarışda neçə üzgüçü iştirak etmişdir?
- Neçə üzgüçü məsafəni 84 saniyəyə üzmüşdür?
- Verilənlərin moda, median, ədədi ortasını tapın.
- Fənişə sonuncu və birinci çatan üzgüçülərin nəticələri arasında neçə saniyə fərq var? Bu qiymət hansı statistik xarakteristikanı ifadə edir?



7. Qutu diaqramında kiçik quşçuluq təsərrüfatında bir həftədə tədarük edilən toyuq yumurtalarının kütlələri (qramla) haqqında məlumat təqdim olunmuşdur.



a) Ən kiçik qiyməti, ən böyük qiyməti, medianı, aşağı kvartili, yuxarı kvartili, kvartillərəarası fərqi tapın və mənasını izah edin.

b) Kütləsi 55 – 65 qram arası yumurtalar 1-ci kateqoriya sayılır. Təsərrüfatda bir həftədə 60 000 yumurta tədarük edilmişdirsə, onlardan neçəsi 1-ci kateqoriyaya aiddir?

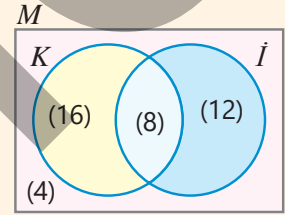
8. Meteoroloji stansiyada ardıcıl günlər üzrə havanın maksimal temperatur göstəriciləri (°C ilə) qeyd edildi. Bu məlumatdan istifadə etməklə qutu diaqramını qurun.

20 21 22 21 22 24 25 26 27 28 28 29 30 30 32 31 32 33 34 35

a) Temperatur göstəricilərinin medianı neçədir?

b) Aşağı və yuxarı kvartilləri tapın.

9. Diaqramda yaşayış binasındakı mənzillər çoxluğu M ilə, kabel televiziyasına qoşulan mənzillər çoxluğu K ilə, internet xəttinə qoşulan mənzillər çoxluğu isə I ilə işarələnmişdir. Bu binadan təsadüfi qaydada bir mənzil seçilir. Tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.



a) Mənzilin həm kabel TV-yə, həm də internetə qoşulması;

c) Mənzilin kabel TV-yə qoşulması;

b) Mənzilin kabel TV-yə və ya internetə qoşulması.

d) Mənzilin internetə qoşulması;

10. Metal pul və oyun zəri eyni vaxtda atılır.

a) Bütün elementar hadisələr çoxluğunu ağac diaqramı ilə təsvir edin.

b) Metal pulun şəkil üzünün, zərdə isə cüt xal düşməsi hadisəsinin ehtimalını tapın.



11. İki oyun zəri birlikdə atılır. Tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.

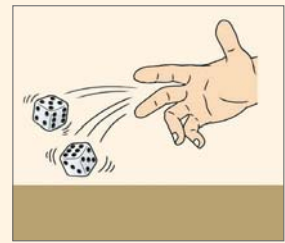
a) Qoşa xalın düşməsi hadisəsi;

b) Düşən xalların cəminin 8-ə bərabər olması hadisəsi;

c) Düşən xalların cəminin 8-dən fərqli olması hadisəsi;

d) Düşən xalların cəminin 3-dən böyük olması hadisəsi;

e) Düşən xalların cəminin 10-dan böyük olması hadisəsi.



12. Bir qutuda 4 qırmızı, 1 yaşıl, o biri qutuda isə 1 qırmızı, 4 yaşıl kürəcik var. Qutuların hərəsindən təsadüfi qaydada bir kürəcik götürülür. Bütün elementar hadisələr çoxluğunu ağac diaqramı ilə təsvir edin və tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.

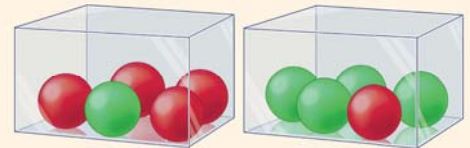
a) Kürəciklərin hər ikisinin qırmızı olması;

b) Kürəciklərin hər ikisinin yaşıl olması;

c) Kürəciklərin müxtəlif rəngli olması;

d) Kürəciklərdən ən azı birinin qırmızı olması;

e) Kürəciklərdən ən azı birinin yaşıl olması.

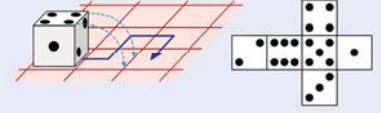




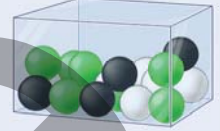
Riyazi kaleydoskop

1. İki rəqəmli ədədin təklik rəqəmi onluq rəqəmindən 1 vahid böyükdür. Ədədin öz rəqəmləri cəminə hasili 115-ə bərabədirsə, həmin ədədi tapın.

2. Oyun zəri yan üzünü üstə şəkildə göstərilən ardıcılıqla aşırılsa, son vəziyyətində yuxarı üzündə hansı xal olar?

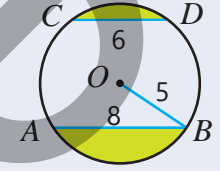


3. Qutuda cəmi 20 ağ, qara və yaşıl kürəcik var. Qutudan çıxarılan ixtiyari 12 kürəcikdən ən azı biri yaşıl, ixtiyari 15 kürəcikdən ən azı biri isə qaradır. Qutuda hər kürəcikdən neçə dənədir?

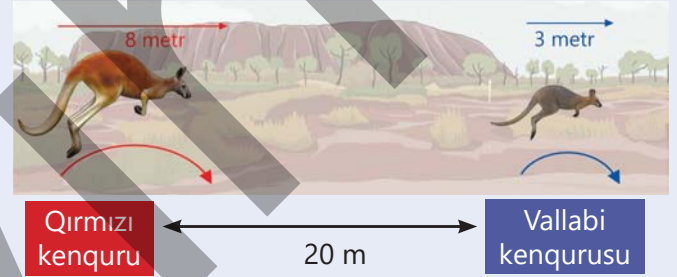


4. Şəkildə mərkəzi O nöqtəsində yerləşən dairədə verilənlərə görə rəngli seqmentlərin sahələri cəmi nə qədərdir?

Göstəriş: CD vətərinin ayırdığı seqmentin O nöqtəsi ətrafında elə dönməsinə baxın ki, C nöqtəsi A ilə üst-üstə düşsün.



5. Qırmızı və vallabi kenquruları arasındakı məsafə 20 metrdir. Kenqurular eyni istiqamətdə qaçırlar. Qırmızı kenquru hər dəfə 8 metr, vallabi kenqurusu isə 3 metr uzağa tullanır. Qırmızı kenquru 2 dəfə tullandıqda vallabi kenqurusu 5 dəfə tullanır. Qırmızı kenquru vallabi kenqurusuna çatana qədər neçə metr məsafə qət edər?



STEAM

"DEMOQRAFİK VƏZİYYƏT VƏ PROQNOZLAR"

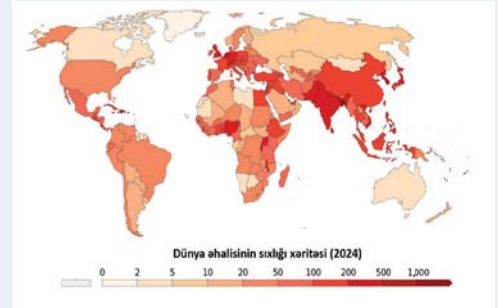
Demoqrafiya əhali sayının, tərkibinin müəyyən məkən və zaman daxilində dəyişməsinə, bu dəyişikliklərin səbəblərini öyrənən elmdir. Bu elm həm də gələcəkdə sosial problemlərin həllində hansı texnoloji yeniliklərə və infraqurura ehtiyacın olacağını proqnozlaşdırır.

Qutu diaqramında 2024-cü ildə dünya əhalisinin yaş paylanması haqqında məlumat verilmişdir.

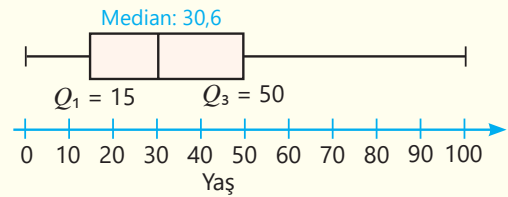
1. Verilmiş qutu diaqramına əsasən dünya əhalisinin yaş göstəriciləri üçün ən böyük fərqi, həmçinin kvartillərəarası fərqi hesablayın. Bu qiymətlərə əsasən dünya əhalisinin demoqrafik vəziyyəti haqqında hansı nəticələrə gəlmək olar? Dünya əhalisi arasından təsadüfi qaydada seçilmiş bir şəxsin yaşının 15-dən az olması ehtimalını tapın.

2. VIII sinif "Coğrafiya" dərslininin "Azərbaycan əhalisi" mövzusunda verilmiş Azərbaycan əhalisinin yaş tərkibi diaqramına əsasən uyğun qutu diaqramını qurun və təhlil edin.

3. Ölkəmizdə əhalinin yaş diaqramına əsasən 20 ildən sonra yaranacaq demoqrafik vəziyyətə dair proqnoz, statistik göstəricilər və təkliflərə dair infoqrafika hazırlayın və təqdim edin.



2024-cü ildə dünya əhalisinin yaş paylanması



8-ci SİNİF ÜZRƏ ÜMUMİLƏŞDİRİCİ TAPŞIRIQLAR

Çətinlik dərəcəsi nisbətən yüksək olan məsələlər "***" işarəsi ilə qeyd edilmişdir.

1 Sadələşdirin.

a) $(\sqrt{28} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{7})$

b) $(\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 4) + \sqrt{54}$

c) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{40}$

2 İfadənin qiymətini tapın.

a) $|\sqrt{6} + 4| + |\sqrt{6} - 4|$

b) $|\sqrt{18} - 3| + \sqrt{(\sqrt{18} - 7)^2}$

c) $\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}$

d) $\sqrt{(9 + 4\sqrt{5})^2} + \sqrt{(9 - 4\sqrt{5})^2}$

e) $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

3 Kvadrat tənliyin köklərini Viyet teoremindən istifadə etməklə tapın.

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$ c) $x^2 - 12x + 32 = 0$

b) $x^2 - 15x + 56 = 0$ d) $x^2 - 11x + 18 = 0$

4 Tapşırığı yerinə yetirin.

a) $(2k + 3)x^2 - 6kx - 10k = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi 2 olarsa, köklərin hasilini tapın.

b) $ax^2 - 15x + 12 = 0$ kvadrat tənliyinin köklərindən biri 0,5 olarsa, köklərin cəmini və hasilini tapın.

5 c -nin hansı qiymətlərində $x^2 + 3x + c = 0$ tənliyinin iki müxtəlif kökü var?

6 a -nın hansı qiymətlərində $ax^2 + 6x + 3 = 0$ tənliyinin kökü yoxdur?

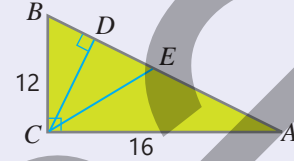
7 Düzbucaqlı üçbucağın α iti bucağının verilmiş triqonometrik nisbətində əsasən digər triqonometrik nisbətləri tapın.

a) $\sin \alpha = 0,6$
 $\cos \alpha = ?$ $\tan \alpha = ?$

b) $\tan \alpha = 0,5$
 $\sin \alpha = ?$ $\cos \alpha = ?$

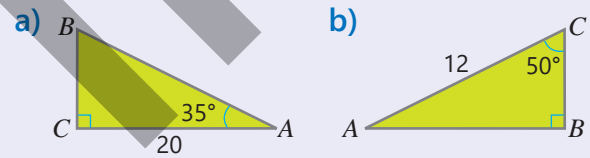
8 Bucaqlarından biri 60° olan iki düzbucaqlı üçbucaqdan birinin hipotenuzu digərinin kiçik katetinə bərabərdir. Bu üçbucaqların oxşarlıq əmsalını tapın.

9 Katetləri 12 sm və 16 sm olan ABC düzbucaqlı üçbucağında CE medianı çəkilmişdir.



Tələb olunan parçaların uzunluğunu tapın:
 $CE = ?$ $CD = ?$ $DE = ?$ $BD = ?$

10 Verilənlərə görə üçbucağın perimetrini tapın. Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



11 Dəyişənin mümkün qiymətlərini tapın.

a) $\frac{x-2}{x}$

e) $\frac{a+4}{a^2-16}$

b) $\frac{x-3}{x+1}$

f) $\frac{-2x}{(x+4)(3x-6)}$

c) $\frac{y^2-4}{2y}$

g) $\frac{(x-2)(x+1)}{x(x-3)}$

d) $\frac{n+3}{5}$

h) $\frac{n+3}{n^2-5n+6}$

12 İfadəni sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətlərində ifadənin qiymətini tapın.

a) $a = 0,2$ və $b = 0,6$ olduqda

$$\frac{a^2 - ab + b^2 - (a - b)^2}{a - b}$$

b) $x = \frac{2}{3}$ və $y = -\frac{3}{4}$ olduqda

$$\frac{(x + y)^2 - 4xy}{x - y}$$

- 13 Üzgüçü çayın axınının əksi istiqamətində t dəqiqədə S metr məsafə üzdü.



- Suyun axın sürəti v olarsa, üzgüçünün durğun sudakı sürətini tapmaq üçün ifadə yazın.
- $S = 800$ m, $t = 20$ dəq, $v = 18$ m/dəq olarsa, üzgüçünün sürətini tapın.

- 14* Sadələşdirin.

a) $\frac{2}{7x - x^2} + \frac{4}{x^2 - 49}$

b) $\frac{m^2}{(m-2)^2} - \frac{m}{m-2}$

c) $\frac{1}{m+n} - \frac{2}{n-m} - \frac{2m}{m^2 - n^2}$

d) $\frac{a}{9 - a^2} + \frac{3 + a}{2a - 6} + \frac{3 - a}{6 + 2a}$

- 15 İfadəni sadələşdirin.

a) $\frac{a^2 - 16}{a^2 - 3a} \cdot \frac{a^2 - 9}{a^2 - 4a}$

b) $\frac{x^2 + xz}{x^2 - xy} : \frac{z^2 + xz}{xy}$

c) $\frac{mn^2 - n^3}{(m-n)^2} \cdot \frac{n^2 - m^2}{n^2}$

d) $\frac{c^3 + d^3}{c^4 - d^4} : \frac{c^2 - cd + d^2}{c^2 + d^2}$

e) $\frac{mn}{m-n} \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$

f) $\left(x - \frac{2x-1}{x+4} \right) \cdot \frac{x+4}{x^4 + x}$

g) $\left(\frac{a+b}{a} - \frac{a+b}{b} \right) : \frac{a+b}{a^2 b^2}$

h) $\frac{25 - x^2}{x} : \frac{(x-5)^2}{x} + \frac{5}{5-x}$

- 16 Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{xy^2 - x^3}{x^2 - xy}$

c) $\frac{bc^2 + b^2c}{b^3c - bc^3}$

b) $\frac{7a^2 + 14a}{4a^2 - 16}$

d) $\frac{(m+n)^2(m-n)^2}{m^4 - n^4}$

- 17 Tənliyi həll edin.

a) $\frac{x^2 - x}{x + 3} = \frac{12}{x + 3}$

b) $\frac{12}{y^2 - 9} + \frac{2}{y + 3} = 1$

c) $\frac{1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{2}{x + 2} + \frac{x + 2}{x + 1}$

- 18 Aynur evdən çıxıb 50 m/dəq sürətlə məktəbə doğru getdi. Bundan 4 dəqiqə sonra isə qardaşı onun ardınca çıxıb 60 m/dəq sürətlə hərəkətə başladı. Uşaqlar məktəbə eyni vaxtda çatarlarsa, evdən məktəbə qədər məsafə neçə metrdir?



- 19 Dəyişənin hansı qiymətində

a) $\frac{3x}{2}$ və $\frac{8-4x}{7}$ kəsrlərinin cəmi 3-ə bərabərdir?

b) $2x$ birhədlisi ilə $\frac{1-4x}{9}$ kəsrinin fərqi -5-ə bərabərdir?

c) $\frac{3x}{2}$ kəsrinin qiyməti $\frac{2x-1}{4}$ kəsrinin qiymətindən 1 vahid böyükdür?

- 20 İki usta bir işi birlikdə 15 günə yerinə yetirir. Birinci usta tək işlədikdə bu işi ikincidən 16 gün gec yerinə yetirirsə, hər usta təklikdə bu işi neçə günə yerinə yetirər?

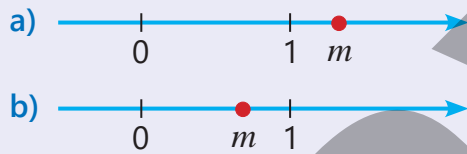
- 21 Kater çayın axını istiqamətində 32 km və axına qarşı 12 km məsafəni 3 saata qət edir. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, katerin durğun sudakı sürətini tapın.

22* Samir avarlı qayıqla çayın axın istiqamətində yola düşdü. O, hərəkətə başlayan anda qayıqdakı xilasetmə kəmərinin suya düşdüyünü görmədi. Samir 400 m məsafə qət etdikdən sonra bundan xəbər tutdu, dərhal geri dönərək 240 m getdi və axının gətirdiyi kəmərlə rastlaşdı. Qayığın durğun sudakı sürəti 80 m/dəq olarsa, çayda axın sürəti dəqiqədə neçə metrdir?

23 Bir skuter sürən 40 km məsafəni ikincidən yarım saat gec qət edir. Onlardan birinin sürəti digərindən 4 km/saat çox olarsa, hər skuter sürənlərin sürəti nə qədərdir?



24* Ədəd oxu üzərində qeyd edilmiş m ədədi üçün m və m^{-1} ədədlərini müqayisə edin.



25 Velosiped icarəsi ilə məşğul olan şirkət iki təklif verir:

A – hər saat üçün 0,8 manat;
B – başlanğıc 1 manat, hər saat üçün əlavə 0,4 manat.

Velosipedi hansı müddətə icarəyə götürdükdə A təklifi B təklifindən sərfəli olar?

26* Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{3^{n+1} \cdot 7^{n-1}}{21^n}$ c) $\frac{18^n}{2^{n+1} \cdot 3^{2n-1}}$
b) $\frac{4^n + 4^{n+1}}{20 \cdot 4^n}$ d) $\frac{12^{2n} + 12^{2n+2}}{144^n}$

27 Turist avarlı qayıqla əvvəl çay axını istiqamətində 20 km, sonra isə durğun suda 12 km üzdü. O bütün yola 3 saat vaxt sərf etdi. Qayığın durğun sudakı sürəti 8 km/saat olarsa, çayın axın sürətini tapın.

28 2025-ci ildə dünya əhalisi təxminən 8 milyard nəfər olmuşdur. Cədvəldə əhalinin qitələr üzrə paylanması göstərilmişdir.

Qitə	Asiya	Avropa	Afrika	Cənubi Amerika	Şimali Amerika
Əhalisi	59%	9%	19%	8%	5%

- Hər qitədə təxminən nə qədər əhali yaşayır? Cavabları standart şəkildə yazın.
- Dünyada ən çox əhalisi olan ölkələr bunlardır: Hindistan (təxminən 1,46 milyard), Çin (təxminən 1,41 milyard) və ABŞ (təxminən 347 000 000). Bu ədədləri standart şəkildə yazın.
- Hindistan əhalisi dünya əhalisinin təxminən neçə faizini təşkil edir?

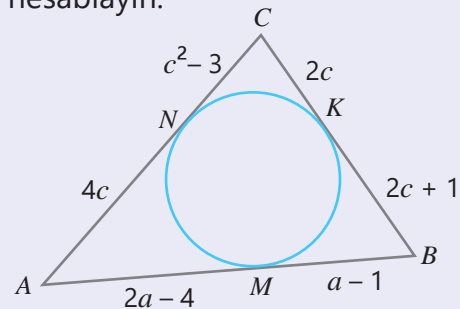
29* Sadələşdirin.

a) $\frac{a^{-3} + a^{-2} + a^{-1}}{a + a^2 + a^3}$ b) $\frac{1 + b^3 + b^4}{b^{-6} + b^{-3} + b^{-2}}$

30* Bir su nasosu boş hovuzu ikincidən 3 saat tez doldurur. Əvvəlcə ancaq birinci nasos 1 saat, sonra ancaq ikinci nasos 4 saat qoşulsa, hovuz dolar. Hər iki nasos birlikdə qoşulsa, hovuz neçə saata dolar?

31 Birinci qutuda 2 ağ, 5 qara kürəcik var. İkinci qutuda isə 3 ağ, 2 qara kürəcik var. Birinci qutuya bir neçə ağ kürəcik əlavə etdikdən sonra hər iki qutudan eyni anda təsadüfi qaydada bir kürəcik çıxarılır. Hər iki qutudan çıxarılan kürəciyin qara rəngdə olması ehtimalı 0,25 olarsa, birinci qutuya neçə ağ kürəcik əlavə edilmişdir?

32 ABC üçbucağının tərəfləri çevrəyə toxunur. Verilənlərə görə üçbucağın perimetrini hesablayın.



33 Əməlləri yerinə yetirin.

- a) $7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 3,6 \cdot 10^8$
 b) $9,6 \cdot 10^7 + 6,7 \cdot 10^8$
 c) $5,8 \cdot 10^{-10} : (2,9 \cdot 10^{-12})$
 d) $2,4 \cdot 10^{-2} - 5,5 \cdot 10^{-3}$

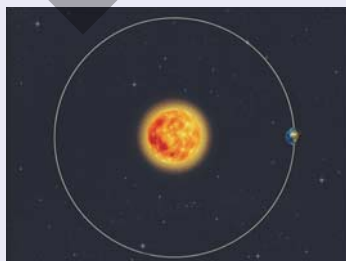
34 Cədvəldə Günəş sistemindəki bəzi planetlərlə onların peykləri arasındakı məsafələr qeyd edilmişdir.

- a) Ədədləri standart şəkildə yazın.
 b) Marsın hansı peyki ona daha yaxındır? Neçə kilometr?
 c) Saturnun hansı peyki ondan daha uzaqda yerləşir?

Planet	Peyk	Məsafə (km)
Yer	Ay	$384,4 \cdot 10^3$
Mars	Fobos	$0,9376 \cdot 10^4$
Mars	Deymos	$23,458 \cdot 10^3$
Saturn	Enselad	$238,037 \cdot 10^3$
Saturn	Titan	1221870

35 Alüminium ionunun diametri $5 \cdot 10^{-10}$ m, Günəşin diametri isə $1,4 \cdot 10^9$ m-dir. Günəşin diametri alüminium ionunun diametridən neçə dəfə böyükdür?

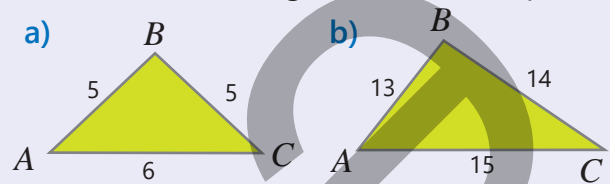
36 Yerin Günəş ətrafında orta hərəkət sürəti təxminən 108 000 km/saattır. Yer sutka ərzində neçə metr məsafə qət edər? Cavabı standart şəkildə yazın.



37 Verilənlərə əsasən ABC üçbucağının sahəsini hesablayın. Cavabı təkliklərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- a) $AB = 3,2$ sm, $AC = 4,7$ sm, $\angle A = 35^\circ$
 b) $AB = 7,8$ sm, $BC = 5,6$ sm, $\angle B = 123^\circ$

38 Şəkilə verilənlərə görə ABC üçbucağının sahəsini və A bucağının sinusunu tapın.

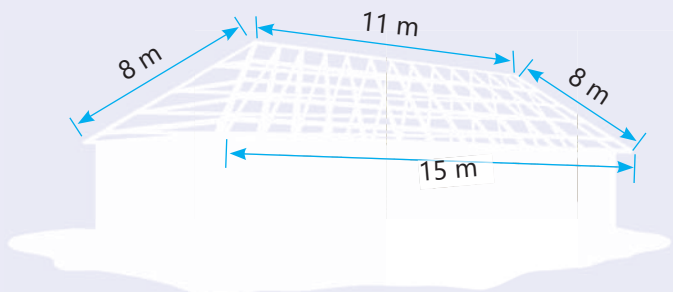


39* Bağban tərəfləri 20 m, 34 m və 42 m olan üçbucaq şəklində bağçaya qızılgül və nərgiz gülləri əkdı. O, bağçanı ən böyük tərəfinə çəkilən hündürlük boyunca iki hissəyə böldü. Qızılgül və nərgiz əkilən sahənin perimetrini və sahəsini tapın. Hansı sahə nə qədər çox oldu?



40 Evin damının ön və arxa tərəfi bərabərtərəfli üçbucaq, yan tərəfləri isə bərabəryanlı trapesiya formasındadır.

- Damın sahəsi neçə kvadratmetrdir?
- Damı ölçüləri 3×4 metr olan düzbucaqlı formasındakı şiferlə örtmək istədilər. Material itkisi 3% təşkil edərsə, ən azı neçə şifer lazım gələr?



41 Verilmiş funksiyanın qrafikini qurun.

a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = -\frac{5}{x}$ c) $y = \frac{2}{x}$

42 Bir evin təmirini 4 usta 12 günə yerinə yetirir.

• x – ustaların sayı, y – işin icra müddəti olarsa, onlar arasındakı asılılığı təsvir edən cədvəli tamamlayın.

x (nəfər)	1	3	4	6
y (gün)	24			6

• Cədvələ əsasən bu asılılığın düsturunu yazın.

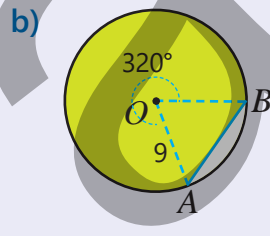
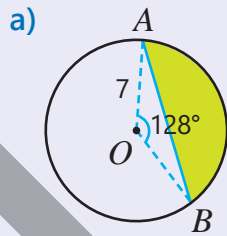
43 Kvadratın perimetri 100 sm-dən böyük deyil. Kvadratın tərəfinin ala biləcəyi ən böyük qiymətini tapın və bu kvadratın sahəsini hesablayın.

44 Suallara cavab verin.

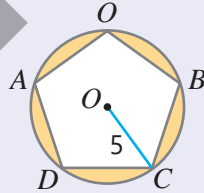
a) Sahəsi $20\sqrt{3}$ dm² olan paraleloqramın kor bucağı 135°, tərəflərindən biri 20 dm olarsa, digər tərəf neçə desimetrdir?

b) Diaqonalları 10 : 15 nisbətində olan rombun sahəsi 1200 sm² olarsa, rombun diaqonalları neçə santimetrdir?

45 Dairə seqmentinin sahəsini tapın.



46 Dairənin konqruent vətərlərlə ayrılan seqmentləri şəkildəki kimi rənglənmişdir. Rəngli hissənin sahəsini tapın.



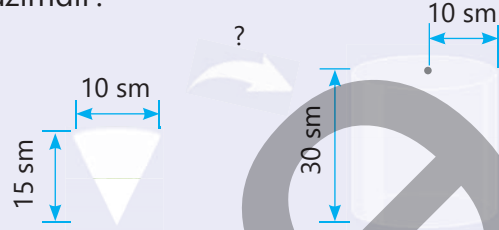
47 Verilənlərə görə konusun tam səthinin sahəsini və həcmi tapın ($\pi \approx 3$).

a) Oturacağının radiusu 12 sm, doğurunu 20 sm;

b) Hündürlüyü 40 sm, doğurunu 50 sm.

48 Yan səthinin sahəsi 255π dm², oturacağının radiusu 15 dm olan konusun həcmi tapın.

49 Şəkildə təsvir olunan boş silindri tam doldurmaq üçün neçə dolu konus qum lazımdır?



50 Dondurma hündürlüyü 12 sm, oturacağının diametri isə 10 sm olan konus formasında qablarda satılır.

• Qabın tutumu neçə kubsantimetrdir ($\pi \approx 3$)?

• Konusun yan səthi yapışqanlı kağızla tam örtülsə, ən azı neçə kvadratsantimetr kağız lazımdır?

51 $m > n$ olarsa, verilən ifadələri müqayisə edin.

a) $m + (-3)$ və $n - 3$ c) $-m$ və $-n + 2$

b) $-2m$ və $-2n$ d) $-3m$ və $-3n - 7$

52 Eni 6 sm olan düzbucaqlının perimetri 50 sm-dən böyük deyil. Bu düzbucaqlının uzunluğunun ala biləcəyi ən böyük tam qiymətini tapın. Bu düzbucaqlının sahəsini hesablayın.

53 Lift ən çox 450 kq yük götürə bilər. Kütləsi 70 kq olan fəhlə liftə özü ilə birlikdə kütləsi 15 kq olan neçə yeşik qoya bilər?

54 Dəyişənin hansı qiymətlərində bərabərlik doğrudur?

a) $|a| = a$ c) $|x + 6| = x + 6$

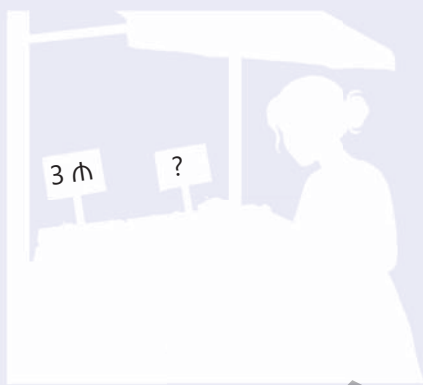
b) $|c| = -c$ d) $|y - 1| = 1 - y$

55* Suallara cavab verin.

a) a -nin hansı qiymətlərində $|x + 5| < a - 2$ bərabərsizliyinin həlli var?

b) b -nin hansı qiymətlərində $|x - 3| \leq b + 1$ bərabərsizliyinin həlli yoxdur?

- 56 Sahibkar ay ərzində hesaba daxil olan məbləğdən dövlət rüsumları üçün 116 AZN ödədikdən sonra qalan məbləğin 5%-i qəddər vergi ödəyir. O, ayda ən azı nə qədər qazanmalıdır ki, xalis gəliri 1900 AZN-dən az olmasın?
- 57 Qırmızı almanın bir kiloqramı 3 manatdır. Alıcı 4 kq qırmızı alma və 5 kq ağ alma alıb 22 manatdan çox pul ödədi. Başqa bir alıcı isə 6 kq qırmızı və 2 kq ağ alma üçün 25 manatdan az pul ödədi. Ağ almanın 1 kiloqramının qiyməti manatla tam ədəd olarsa, onun qiymətini tapın.



- 58 Elxan fikrində tutduğu ədədə 8 əlavə edərsə, alınan ədəd fikirdə tutulan ədədin 3 mislindən kiçik olar. Əgər fikrində tutduğu ədədə 10 əlavə edərsə, alınan ədəd fikirdə tutulan ədədin 2 mislindən böyük olar. Elxanın fikrində tutduğu ən böyük və ən kiçik tam ədəd neçə ola bilər?

- 59 Bərabərsizliyi həll edin.
- a) $25 + 2x > -5(3 + x) + 4x$
b) $7x - (6x + 11) \leq 12 - 2(1 + 3x)$
c) $1,5x + 3(x - 1,2) \geq 8x - 2(2,5 + x)$
d) $-2(x + 4,3) + 1,5x < 3x - (2x - 7)$

- 60 Bərabərsizliklər sistemini həll edin.
- a) $\begin{cases} 2x - 5 < 13 \\ 11 - 3x > 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 7x - 9 \geq x + 13 \\ 15 - 3x < 7 + x \end{cases}$
b) $\begin{cases} x + \frac{3}{4} > 1\frac{1}{4} \\ 8x + 4 \geq -2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{5x - 4}{3} \leq -2x + 6 \\ \frac{11 - x}{4} < 8 + x \end{cases}$

- 61 İkiqat bərabərsizliyi həll edin.
- a) $3 < 2 - x \leq 5$ b) $-2 < \frac{x + 2}{2} < -1$

- 62 Bərabərsizliyi həll edin.
- a) $|2x - 9| < 10$ e) $|3x - 12| \leq 0$
b) $|2x + 4| \geq 19$ f) $|-4x + 6,5| > 2,7$
c) $|-x - 2| \leq 1$ g) $|1 - \frac{1}{3}x| < -9$
d) $|3x + 7| > 4$ h) $|5,4 - 0,5x| \geq 3,6$

- 63 Marketdə avokadolar kiçik səbətlərdə satılır. Onların yanında isə cədvəl asılıb.

1 ədədin kütləsi	1 səbətdə avokado sayı	1 kq avokadonun qiyməti
200 q – 300 q	5 – 8	16 AZN

1 avokadonun kütləsini m ilə, 1 səbətdəki avokadoların sayını n ilə işarə edin, ikiqat bərabərsizlik yazmaqla sualları cavablandırın.

- 1 avokadonun kütləsi hansı aralıqdadır?
- 1 səbətdəki avokadoların sayı hansı aralıqda dəyişir?
- 1 səbətdəki avokadoların kütləsi hansı aralıqda dəyişir?
- 1 səbətdəki avokadoların qiyməti hansı aralıqda olar?

- 64 A və B verilənlərinin hər biri üçün ən böyük fərqi, modanı, median və ədədi ortanı tapın. Nəticələri müqayisə edin.

A: 3 5 2 20 13 5

B: 15 9 4 21 4 7

- 65 Oyun zəri 20 dəfə atıldı və hər dəfə düşən xal cədvəldə qeyd edildi. Bu məlumatı nöqtə diaqramı ilə təsvir edin və uyğun nəticələri izah edin.

Xal	1	2	3	4	5	6
Düşmə sayı	4	1	6	5	2	2

- 66 İdman kompleksində 3 idman zalı fəaliyyət göstərir. Bir alətdə eyni anda yalnız bir idmançı məşğul ola bilər. Saat 10:00-da zalardakı idmançıların sayı haqqında belə məlumat verilmişdir:



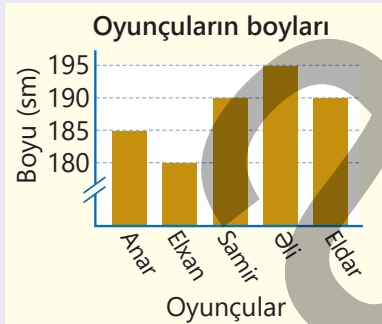
1-ci zalda 5-dən az idmançı var.

2-ci zaldakı idmançıların sayı 1-ci zaldakı idmançıların sayının 2 mislindən azdır.

3-cü zalda 1-ci və 2-ci zaldakı idmançıların cəmindən az idmançı var.

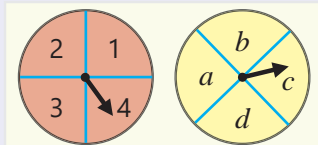
Zallarda ən çoxu neçə idmançı ola bilər?

- 67 Diaqramda basketbol komandasının oyunçularının boyları haqqında məlumat verilmişdir. Verilənlər üçün ən böyük fərq, moda, median, ədədi ortanı tapın və mənasını izah edin.



- 68 Bərabər sektorlara bölünmüş iki spinnerin əqrəbi bir dəfə fırladıldı. Əqrəbin sektorlardan birində dayanması üçün elementar hadisələr çoxluğunu ağac diaqramı ilə təsvir edin.

• Əqrəblərin tək ədəd və sait hərf yazılmış sektorlarda dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın.



- 69 Bağdakı armud ağaclarından yığılan meyvələrin kiloqramla kütlələri verilmişdir.

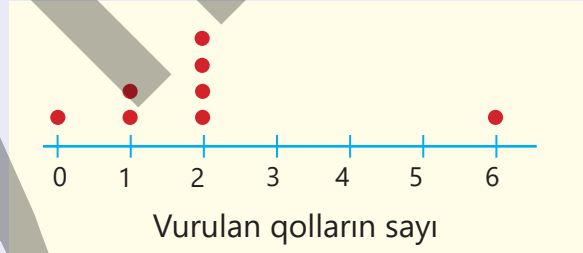
12 11 9 9 11 12 44 10 10 18

- Verilənlər üçün kvartilləri və kvartillər-arası fərqi tapın. Hər birinin mənasını izah edin.
- Məlumatı qutu diaqramı ilə təsvir edin.

- 70 Cədvəldə bir sinfin iki ingilis dili qrupunda keçirilən qiymətləndirmənin nəticələri qeyd edilmişdir. Hər qrupda alınan nəticələrin ədədi ortasını, medianını, ən böyük fərqi və kvartillərarası fərqi tapın. Uyğun nəticələri müqayisə aparmaqla təhlil edin.

I qrup	86	67	73	100	92	88	80	65	45	50
II qrup	56	65	72	98	87	69	85	66	100	90

- 71 Nöqtə diaqramında ötən həftə keçirilən futbol oyunlarında vurulan qolların sayı haqqında məlumat verilmişdir.



- Ötən həftə cəmi neçə oyun keçirildi?
- 1 qol vurulan neçə oyun oldu?
- Neçə oyunda qol vurulmadı?
- Məlumatda kənarçıxma nəyi ifadə edir?
- Kənarçıxmanı nəzərə aldıqda və nəzərə almadıqda ədədi ortanı hesablayın. Nəticələri müqayisə edin.

- 72 Bir qrupda 25 tələbədən 10-u, o biri qrupda isə 26 tələbədən 13-ü imtahanda yüksək nəticə əldə etdi. Bu qrupların hərəsinədən təsadüfi qaydada bir tələbə seçilir.

• Tələbələrədən hər ikisinin yüksək nəticə göstərməsi hadisəsinin ehtimalı neçəyə bərabərdir?

• Ya birinci, ya da ikinci tələbənin yüksək nəticə göstərməsi hadisəsinin ehtimalı neçəyə bərabərdir?

- 73 İki zər birlikdə atılır. A – birinci zərdə düşən xalın cüt ədəd olması, B – ikinci zərdə 6 xalın düşməsi hadisələri olarsa, tələb olunan ehtimalları tapın.

$$P(A) = ? \quad P(B) = ? \quad P(A \cap B) = ? \quad P(A \cup B) = ?$$

- 74 Şagirdlər arasında aparılan sorğuda "Həftə ərzində neçə səhifə kitab oxumusunuz?" sualına aşağıdakı kimi cavab verildi:

20 30 15 30 150 10 50 10 20 25
20 20 35 80 120 60 100 90 35 120

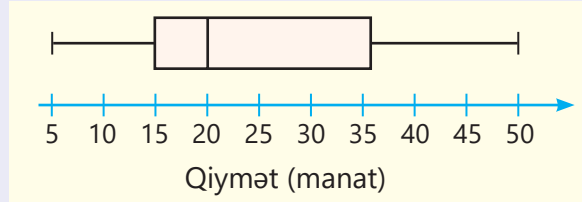
- a) Verilənlərə görə nöqtə diaqramı qurun.
b) Ən böyük fərqi tapın və izah edin.
c) Şagirdlərin neçə faizi həftə ərzində 30 səhifədən çox oxudu?
d) Şagirdlərin neçə faizi həftə ərzində 20 səhifədən az oxudu?

- 75 Turist dəstəsində 25 nəfər var. Onlardan 2 nəfər həm alman, həm ingilis dilini bilir, 15 nəfər bu dillərin heç birini bilmir. Alman dilini bilənlərin sayı ingilis dilini bilənlərin sayından 2 nəfər çoxdur. Bu dəstədən təsadüfən bir turist seçilir. Eyer-Venn diaqramında təsvir etməklə tələb olunan hadisənin ehtimalını tapın.

- a) Turistin həm alman, həm də ingilis dilini bilməsi;
b) Turistin alman dilini bilməsi;
c) Turistin ingilis dilini bilməsi;
d) Turistin alman və ya ingilis dillərindən heç olmasa birini bilməsi.

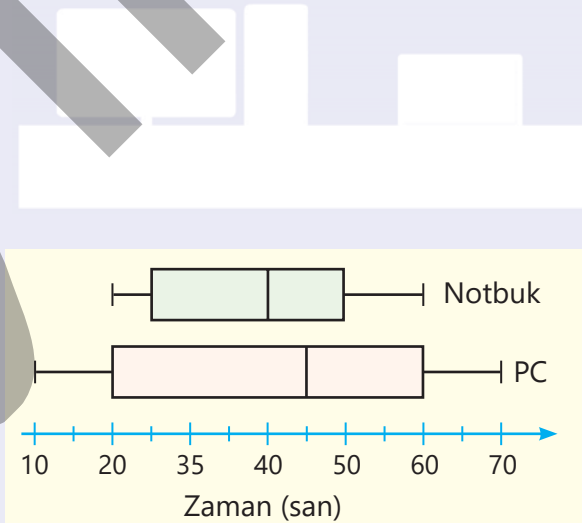


- 76 Verilmiş qutu diaqramında mağazada satılan qabların qiymətləri təsvir edilir.



- a) Ən ucuz və ən bahalı qabın qiymətini müəyyən edin.
b) Ən böyük fərqi, medianı, kvartillərarası fərqi tapın.
c) Mağazada 1000 qab varsa, onlardan neçəsinin qiyməti 15 manatdan azdır?

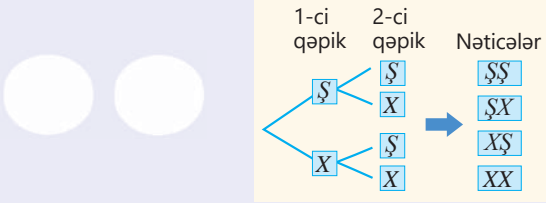
- 77 Notbuk və PC kompüterlərini şəbəkəyə qoşarkən iş rejiminə hazırlama müddətləri qutu diaqramları ilə verilmişdir.



- a) Hansı növ kompüterin yüklənmə müddətinin medianı daha kiçikdir?
b) Notbukların neçə faizi 1 dəqiqədən az müddətə yüklənir?
c) PC kompüterlərinin neçə faizinin yüklənməsi 45 saniyədən çox çəkir?
d) PC kompüterlərinin yüklənmə müddətlərinin ən böyük fərqi tapın və izah edin.
e) PC kompüterlərinin yüklənmə müddətlərinin kvartillərarası fərqi tapın və izah edin.

SÖZLÜK

Ağac diaqramı – sınaqda bütün elementar hadisələrin göstərilməsi üsullarından biri. Bu diaqramda hər bir nəticə uyğun budaqların uclarında qeyd olunur.



Asılı olmayan hadisələr – birinin nəticəsinin digərinin nəticəsinə təsir etməyən hadisələr. Asılı olmayan A və B hadisələri üçün:

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$$

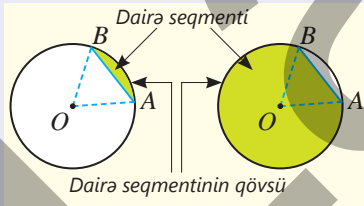
$$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

Birdəyişənli xətti bərabərsizlik – $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$, yaxud $ax \leq b$ şəklində bərabərsizlik. Burada x – məchul, a və b isə verilmiş ədədlərdir.

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi – ortaq həlli axtarılan iki və ya daha çox xətti bərabərsizlik. Bərabərsizliklər sistemi fiqurlu mötərizənin köməyi ilə yazılır. Məsələn:

$$\begin{cases} 2x + 1 \leq 9 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$$

Dairə seqmenti və onun sahəsi – vətər dairəni iki hissəyə ayırır. Bu hissələrin hər biri dairə seqmenti adlanır.



Seqmentin sahəsi belə tapılır.

• Qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən kiçik olduqda

$$S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} - S_{AOB}$$

• Qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən böyük olduqda

$$S_{\text{seqment}} = S_{\text{sektor}} - S_{AOB}$$

Dəyişənin mümkün qiymətləri (DMQ) – dəyişənin verilmiş ifadəni mənalı edən qiymətləri. Məsələn, $\frac{x+2}{x-1}$ kəsrinin $x = 1$ olduqda mənası yoxdur, $x \neq 1$ olduqda isə mənası var.

Eynilik – dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində doğru olan bərabərlik. Məsələn:

$$\frac{2}{a-2} \cdot \frac{a^2-4}{6} = \frac{a+2}{3} \quad (a \neq 2)$$

Eyniliklə bərabər rəasional kəsrlər – dəyişənin bütün mümkün qiymətlərində uyğun qiymətləri bərabər olan rəasional kəsrlər. Məsələn, $x \neq -2$ olduqda $\frac{x^2-4}{3x+6}$ və $\frac{x-2}{3}$ eyniliklə bərabər kəsrlərdir.

Ədədi aralıqlar – ədəd oxu üzərində müəyyən bərabərsizliyi ödəyən nöqtələr çoxluğu.

Bərabərsizlik	Ədəd oxunda təsviri	Aralığın yazılışı
$-1 \leq x \leq 3$		$[-1; 3]$
$-1 < x < 3$		$(-1; 3)$
$-1 < x \leq 3$		$(-1; 3]$
$-1 \leq x < 3$		$[-1; 3)$
$x > 3$		$(3; +\infty)$
$x \leq 3$		$(-\infty; 3]$

Ədəd oxunda $a \leq x \leq b$ aralığı parça, $a < x < b$ aralığı interval adlanır.

Ədədin standart şəkildə yazılışı – ədədin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılışı. Burada: $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$. n ədədin tərtibi adlanır. Məsələn:

$$1400000 = 1,4 \cdot 10^6 \quad 0,00063 = 6,3 \cdot 10^{-4}$$

Ən böyük fərq – ədədi verilənlərdə ən böyük və ən kiçik qiymətlər arasındakı fərq.

$$\text{ən böyük fərq} = \text{ən böyük qiymət} - \text{ən kiçik qiymət}$$

Hadisələrin birləşməsinin ehtimalı – sınaqda baş verən istənilən A və B hadisələri üçün:

$$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ və } B)$$

Heron düsturu – tərəfləri a , b və c olan üçbucağın sahəsi üçün düstur.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

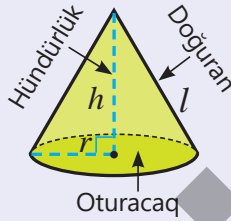
$$p = \frac{a+b+c}{2} \text{ – üçbucağın yarımperimetridir.}$$

İkiqat bərabərsizlik – bəzi bərabərsizliklər sistemini ikiqat bərabərsizlik şəklində yazmaq mümkündür. Məsələn:

$$\begin{cases} 3x - 2 \geq 4 \\ 3x - 2 < 10 \end{cases} \rightarrow 4 \leq 3x - 2 < 10$$

Kənaraxıxma – verilənlər arasında digər qiymətlərdən kəskin fərqlənən çox böyük və ya çox kiçik qiymət.

Konusun tam səthi və həcmi – təpə nöqtəsini oturacağın mərkəzi ilə birləşdirən parçaya **konusun hündürlüyü**, təpə nöqtəsini oturacaq çevrəsinin ixtiyari nöqtəsi ilə birləşdirən parçaya isə **konusun doğurunu** deyilir.



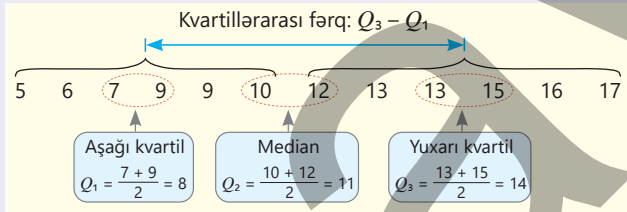
$$r^2 + h^2 = l^2$$

Konusun yan səthinin sahəsi: $S_{yan} = \pi r l$

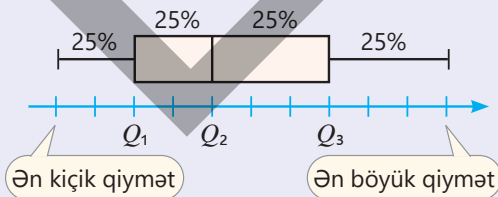
Konusun tam səthinin sahəsi: $S_{tam} = \pi r l + \pi r^2$

Konusun həcmi: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Kvartillər – verilənləri dörd bərabər hissəyə bölür.



Qutu diaqramı – verilənlərin ən kiçik qiymət, ən böyük qiymət, aşağı kvartil, median və yuxarı kvartildən istifadə etməklə ədəd oxu üzərində təsvir edildiyi diaqram.

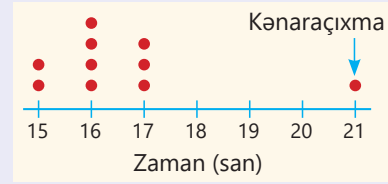


Modullu bərabərsizlik – modul işarəsi daxilində dəyişəni olan bərabərsizlik. Məsələn:

$$|2x - 1| \leq 4$$

$$|x + 1| > 2$$

Nöqtə diaqramı – verilən ədədi qiymətlərin ədəd oxunda uyğun bölgünün üstündə nöqtə ilə göstərilməsi üsulu.



Rasional kəsr – surət və məxrəci çoxhədli olan kəsr. Məsələn: $\frac{2x + 72}{x^2 + 1}$

İstənilən çoxhədli məxrəci 1 olan kəsr kimi yazmaq olar: $x^2 - 2x + 3 = \frac{x^2 - 2x + 3}{1}$

Rasional tənlik – hər iki tərəfi rasional ifadə olan tənlik. Məsələn:

$$\frac{4}{x} - 1 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x^2}{x-2} = \frac{4}{x-2}$$

Tam üstlü qüvvət – $a \neq 0$ və n tam ədəd olduqda a^n ifadəsi.

İxtiyari $a \neq 0$ və $n \in \mathbb{N}$ üçün $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki – $y = \frac{k}{x}$ düsturü ilə verilən funksiya tərs mütənəsiblik adlanır.

Burada x – sərbəst dəyişən, k isə sıfırdan fərqli ədəddir.

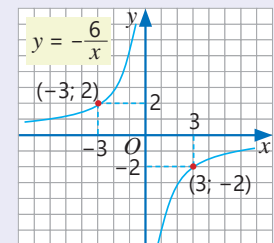
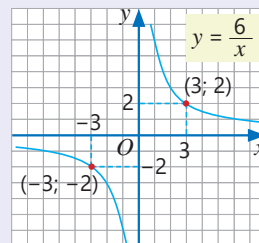
Bu funksiyanın təyin oblastı 0-dan fərqli bütün ədədlər çoxluğudur.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki **hiperbola** adlanır.

Hiperbolanın budaqları koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

$k > 0$ olduqda hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə yerləşir.

$k < 0$ olduqda hiperbolanın budaqları II və IV rüblərdə yerləşir.



CAVABLAR

5-ci bölmə

- s.6 4. b) $1\frac{2}{3}$ c) 10 d) 5
 5. a) 2,5 b) $2\frac{1}{4}$ c) 3
 7. c) $(a-1)(a-3)$
 9. 28 km, 30 km
 10. 6 qram, 11%-li
 11. 4 saat
- s.7 1. b) $\frac{n}{n+5}$ c) $\frac{50+7t}{8+t}$
- s.8 3. d) $x \neq 2,5$ i) $x \neq -1, x \neq 3$,
- s.9 7. a) $\frac{a^2}{a^2+2a}$ b) $\frac{x^2-x}{x^2-1}$
 8. e) $\frac{4x}{5}$ f) $\frac{2y}{x}$ j) $\frac{x}{7}$
 9. c) $\frac{4}{x+2}$ g) $\frac{x-3}{x+3}$ h) $\frac{x-1}{x+1}$
 10. a) 30
 b) 4 c) 11
11. b) $\frac{x-1}{x+3}$ c) $\frac{3+c}{3}$ d) $\frac{x-3}{x-1}$
 12. b) $\frac{1}{4x+8}$ c) $\frac{9y-18}{2}$
- s.10 15. c) $\frac{1}{b-a}$ e) -1 f) $a-b$
 16. $\frac{x+3}{2}$
 17. a) $\frac{3}{n+6}$ b) $\frac{n}{2n+12}$ c) $\frac{1}{2}$
 18. $6\pi r^3$; $\frac{2}{3}$ 19. $\frac{\pi r^2}{(r+4)^2}$
- s.11 2. c) $\frac{8}{3c^2}$ d) $\frac{2}{3y}$ e) $\frac{3d^2}{10c^2}$
- s.12 3. a) $\frac{15a^2}{4b}$ d) $-\frac{8a^2}{7}$ e) $\frac{2y}{9x}$
 4. b) $\frac{6b}{5a}$ c) $\frac{9c}{16}$ d) $\frac{6y}{7}$
 7. b) $\frac{2a}{3b^2}$ c) $\frac{2y}{3x^4}$ d) $\frac{5b}{12}$
 8. b) $\frac{b+2}{2b}$ c) $\frac{x+3}{x}$ d) $\frac{3c^2}{8}$
 f) $\frac{xy-3y}{9}$ h) $\frac{x^2-5x+6}{6}$
 9. a) $\frac{4}{x+3}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{x^2+3xy}{2}$
- s.13 10. b) $\frac{2x-4}{3x+6}$ d) $\frac{1}{a+2}$
 e) $\frac{2}{b-1}$
 11. a) 1 b) -6 c) -12
 13. $\frac{x-1}{2}$; 0,3
 14. $\frac{x-2}{2}$; $\frac{x+1}{3}$; $\frac{x^2-x-2}{6}$

- s.15 4. c) $\frac{a}{2a+1}$ e) $\frac{3}{y-3}$ f) $\frac{2}{x+2}$
 5. b) $\frac{2m}{m-2}$ c) $b+3$ d) $\frac{2}{y-1}$
- s.16 6. c) $\frac{3y+4x}{xy}$ d) $\frac{b-2a}{ab}$ e) $\frac{5x}{6}$
 9. a) $\frac{3x}{4}$ b) $\frac{x}{36}$ d) $\frac{1}{2a}$
- s.17 10. c) $\frac{2y^2}{y^2-4}$ d) $\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}$
 11. c) $\frac{c+2}{2c}$ d) $\frac{a+b}{ab}$
 f) $\frac{5x-14}{6x+6}$
 12. a) $\frac{x-3}{3x}$ b) $\frac{y-4}{2y}$ d) $\frac{c-d}{cd}$
 13. a) 0 b) 2 d) $\frac{1}{x^2-x}$
- s.18 14. a) 20 b) -3 c) $\frac{4}{15}$
 15. a) $\frac{2}{x^2-1}$ b) $\frac{2}{a+b}$ c) $-\frac{5}{y}$
 16. c) $\frac{1}{2x}$ d) $\frac{1-b^2}{b}$ e) $\frac{2ab}{a+b}$
 17. $\frac{540}{225-x^2}$; 2,5 saat
 18. $\frac{3}{2x}$; 0,5
- s.19 1. b) $\frac{5}{y}$ c) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{a-1}{6}$ f) $\frac{1}{x}$
- s.20 2. e) $\frac{3x}{x+y}$ g) $\frac{a-3b}{b}$
 h) $\frac{d}{2c+d}$
 3. c) -a e) $\frac{1-b}{b}$ f) $x-1$
 4. a) $\frac{2}{xy-y^2}$ b) $\frac{2}{b-3}$ c) -1
 5. a) $\frac{a}{2}$ b) $\frac{2}{x-1}$ c) $\frac{x}{2-x}$
 6. a) $\frac{a}{6b}$ b) $\frac{1}{x^2}$ c) $\frac{2}{c-2}$
 7. b) $x+2$ c) $\frac{a+b}{a-b}$ e) $\frac{c-1}{c+1}$
- s.21 9. a) $\frac{1}{3}$ b) 10
 10. $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; 2 Om
 11. $\frac{500}{x}$; $\frac{500-150x}{x}$
 $\frac{10x}{10-3x}$; 2
 12. $\frac{5}{x}$; $\frac{10x+30}{x^2+6x}$;

- $\frac{x^2+6x}{x+3}$; 17,5
- s.22 2. c) $x \neq \pm 1$ f) $x \neq 1, x \neq 2$
 5. b) $12y-4$ c) $\frac{x}{x+1}$ d) $\frac{x-3}{x-4}$
 7. b) $\frac{y+3}{2y^2}$ g) $\frac{x^2-3x}{3}$
 h) $\frac{8}{a-2}$
 8. d) $\frac{2}{1-x}$ f) $\frac{x-2}{x}$ h) $\frac{4-a}{2a-4}$
 9. a) $\frac{x+3}{x-2}$ b) 2 d) $\frac{4}{a-3}$
- s.23 11. a) 10 b) 10 c) 2
 12. a) 40,5 b) 0 c) 5
 13. a) $\frac{2}{a+1}$ b) $\frac{a}{2a-1}$
 15. d) $k=1, k=4$ e) $k=1$
- s.24 16. c) $m=3, m=-6$
 17. a) $a=1$ b) $a=2, b=1$
 18. $\frac{5x+12}{3}$; $S=35$; $P=24$
 19. $x = \frac{2ab}{a+b}$; 4
 20. $\frac{640}{300+x}$; $\frac{640(300-x)}{300+x}$;
 560 km
 21. $\frac{24}{x}$; $\frac{12x}{12+5x}$; 0,8m/san
- s.26 2. b) 5,5 c) 10 d) 6
 3. b) 12; -4 d) 4; -3
- s.27 4. b) 5 d) -4 h) -5
 5. c) 1 e) -4 h) -3
 6. a) -4; -7 b) -1; 2
 7. a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{7}{5}$
- s.28 8. 200 m, 250 m
 9. $\frac{40}{n}$; 5
 10. $\frac{35}{n}$; $n-2$; $\frac{35}{n-2}$; 7h
 11. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
 Riyazi üfüqlər
 a) -1 b) ± 1 c) ± 2
- s.30 1. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; 6 saata
 2. $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{x+5}$; 10 gün, 15 gün

3. $\frac{1}{x}, \frac{3}{2x}$; 6 dəq. və 12 dəq.

- s.31 4. 60 km/saat, 80 km/saat
5. 15 km/saat, 45 km/saat

- s.32 6. 14 km/saat
7. 2 km/saat 8. 2
9. 21 səh, 20 gün, 14 gün

- s.34 1. b) $300 + 80x$; $\frac{300 + 80x}{3 + x}$
2. c) $c \neq -2$ e) $x \neq -2, x \neq 3$,
5. d) $\frac{x^2}{x+1}$ f) $\frac{2a-6}{a}$
6. e) $\frac{2}{x-3}$ f) $\frac{c-2}{c}$ h) $\frac{1}{x+2}$
7. c) $\frac{9}{x+3}$ d) $\frac{2}{1+a}$ e) $\frac{y}{x}$
8. a) $\frac{1}{x-3}$ b) $\frac{a-2}{a+2}$ c) $x+1$

- s.34 11. b) $\pm 1; \pm 3; \pm 6; 2$
12. a) 10 b) 6 c) -1
13. c) 1; -2 d) 3; $-0,5$
14. a) 2,5 b) -4 c) 6
15. a) $-1; 3$ b) 1 16. 3
17. 0,8 m/san 18. 8 kq; 96

Riyazi kaleydoskop

1. $\frac{5}{x^2 + 5x}$ 2. 12

4. 3 dəq 5. Xeyr

6-cı bölmə

- s.38 5. a) -3 b) 49 c) $\frac{64}{9}$
6. a) 33 c) 3 d) $-\frac{9}{5}$
8. b) $t = \frac{24}{n}$ 9. 4 saat
10. 500 san

- s.40 8. b) $(-3)^0 > (-2)^{-3}$
9. d) $\frac{9}{4}$ g) 2 h) 3,5

- s.41 10. b) $\frac{2}{a}$ d) $\frac{c^2}{a^2}$ f) $-\frac{9y}{c^4}$
13. c) 3 d) 36 h) 27 j) 3

- s.42 14. a) $\frac{1}{100}$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{9}{4}$
17. b) $\frac{a+b}{ab}$ d) $\frac{1+b^3}{b^2}$
e) $\frac{1-x^2}{x^2}$

18. $9 \cdot 10^{12}$ m 19. 10^8
20. 10^5 san 21. 2^{27} bit; 2 san

- s.44 4. c) $4,53 \cdot 10^{-3}$
6. b) $1,3 \cdot 10^{-1}$ sm;
 $3 \cdot 10^6$ sm; $6 \cdot 10^7$ sm

- s.45 9. c) $1,84 \cdot 10^3$
d) $7 \cdot 10^{-2}$

10. e) $1,8 \cdot 10^{-3}$
11. $1,56 \cdot 10^6$

12. a) $3,2 \cdot 10^7$ san
b) $9,6 \cdot 10^{12}$ km

- s.48 5. a) $k = 8$; I və III rüb
b) $B(4; 2)$, bəli

7. $k = -12$
8. a) 2 mm b) 6 mm
c) $b = \frac{6}{a}$ e) $1,2 \text{ mm}^3$

- s.50 1. c) 4 d) 1 e) 1 f) 64
2. a) $\frac{y-x}{xy}$ b) $\frac{1}{bd}$ c) $-\frac{1}{pt}$

3. a) $\frac{m}{n}$ b) $\frac{c-b}{c+b}$ c) 1

4. b) $3 \cdot 10^{-2}$ d) $2,5 \cdot 10^{-3}$
7. $c = 18$; $x_1 = 3, x_2 = 6$

8. a) Mars b) 81 dəfə

- s.51 11. a) $k = -4$
13. b) $9,36 \cdot 10^{-4}$ kq
16. a) 450 Hs b) $v = \frac{17100}{l}$

Riyazi kaleydoskop

1. -1
2. $x = 0$ olduqda
3. 63 4. Bəli

7-ci bölmə

- s.54 1. a) 8; 6 b) 12; 16
2. 6,4; 7,7; 24,6
3. a) 9π b) 54π
4. a) 32 b) 14 c) 48
5. a) 36π ; 12π b) 2π c) 15π
6. 104
7. 1,3 sm

- s.56 1. c) 25 d) 36
2. b) 3,3 c) 0,4 d) 6
3. a) 30 sm^2 b) 25 sm^2
4. a) $4,6 \text{ sm}^2$ c) 197 sm^2
5. a) $63\sqrt{2}$ c) 100

- s.57 6. a) 36 b) 114 c) 84
7. a) 72 m^2 b) 120 sm^2
c) 132 mm^2 d) 66 m^2

- s.58 9. a) $\sqrt{3} \text{ sm}^2$ c) $9\sqrt{3} \text{ m}^2$
10. 60 sm^2 ; 20 sm;

$4,8 \text{ sm}; 4 \frac{4}{29} \text{ sm}$

11. 1224 m^2 12. $86,6 \text{ m}^2$

- s.59 1. a) $40\sqrt{3}$ d) $150\sqrt{2}$

- s.60 2. a) $4,1 \text{ sm}^2$ b) $8,3 \text{ mm}^2$

3. a) 80 b) 12 c) $200\sqrt{3}$

5. a) 42 b) 4 c) 7

6. a) 6 sm b) 5 sm

7. 96 sm^2 və 40 sm; 9,6 sm

8. a) 384 sm^2 b) 24 sm
c) 26 sm

- s.61 9. a) 81 sm^2 b) 24 sm^2
c) 226 sm^2

10. a) 15; 8; 180 b) 5; 16;
132 c) 9; 5; 54

- s.62 11. b) 120 c) 552 d) 390

12. 104 13. $P_{\text{par}} < P_{\text{trapes}}$
14. 2160 sm^2

Riyazi üfüqlər

a) $80\sqrt{3}$ b) $120\sqrt{3}$
c) $48\sqrt{2}$

- s.63 1. a) 156 m^2 b) 90 mm^2
2. a) 189 b) 134

3. 81 sm^2

4. 70 sm^2 ; 10 sm

5. a) 48 b) 390

6. $S_A = 880 \text{ m}^2$ $SB = 837 \text{ m}^2$
A parkinqi; 43 m^2

7. c) $16,8 \text{ m}^2$ d) $67,2 \text{ m}^2$

8. 183 m^2 ; 64 m

- s.65 1. a) $\pi - 2$ c) $8\pi - 16\sqrt{2}$

2. b) $30\pi + 9\sqrt{3}$ c) $12\pi + 8$

3. a) $36\pi - 27\sqrt{3}$

b) $100\pi - 150\sqrt{3}$

4. a) $6\pi - 9\sqrt{3}$

b) $12\pi - 9\sqrt{3}$; $24\pi + 9\sqrt{3}$

5. $1,8 \text{ sm}^2$ 6. $1,4 \text{ m}^2$

- s.67 1. b) 24π c) 675π

2. b) 85π c) 96π

- s.68 3. a) 75π b) 192π

4. a) 15π b) 60π

5. b) $216\pi \text{ sm}^2$; $324\pi \text{ sm}^3$

c) $96\pi \text{ sm}^3$

6. a) 10 sm; 5 sm; $50\pi \text{ sm}^2$

b) 10 sm; 2,5 sm; $25\pi \text{ sm}^2$

7. 113 q

8. a) $S_{\text{konus}} = 408 \text{ sm}^2$

$S_{\text{kuboid}} = 513 \text{ sm}^2$

b) $V_{\text{konus}} = 960 \text{ sm}^3$

$V_{\text{kuboid}} = 972 \text{ sm}^3$

- s.70 1. a) 90 b) 108 c) 144

2. a) $32\sqrt{3}$ d) 252

3. 17 sm; 12 sm;
74 sm; 300 sm²
4. a) $9\pi - 18$; c) $12\pi + 9\sqrt{3}$
5. a) 16 sm b) 108 sm²
c) $60\sqrt{3}$ sm² 6. 96π ; 4
- s.71 7. 60 sm²
8. a) 4 sm b) 3 sm
c) 36π sm²; 16π sm³
10. 80
11. 45° ; 90° ; $3\sqrt{2}$ sm;
 $\frac{9}{4}(\pi - 2)$ sm²; $6,75$ sm²
12. a) 89535 sm³
b) 14608 sm²
- Riyazi kaleydoskop**
1. 2025
2. a) $x = 6$, $y = 1$ b) $x = 4$,
 $y = 3$ c) $x = 21$, $y = 10$
- 8-ci bölmə**
- s.74 5. $a = 3$
6. b) 1; $-0,5$ e) 7; -5
7. a) (2; 1) b) $(-1; 1)$
8. $m+3 < 10$; 6 kq
- s.76 2. b) $-3 < b$ e) $c > b$
- s.77 10. a) $b - 3$; $a - 3$; $a + 1$
15. 18
- s.78 16. a) $a > 8$; $P > 32$
ən kiçik tam qiyməti 33
18. $b \leq 1,5$; $a \leq 4$;
 $ab \leq 6$; $6 m^2$
- Riyazi üfüqlər**
- 6; 2; 16
- s.79 1. a) [2; 10]
b) $(-1,2; -0,5)$
d) $(-\infty; 1]$
- s.80 4. a) [1; 5] c) $(-1; 0]$
5. a) (4; $+\infty$) h) $(-\infty; -1)$
- s.81 6. c) $(-\infty; 3)$ d) [8; $+\infty$)
7. a) (16; $+\infty$) b) $(-\infty; -6)$
8. b) [4; $+\infty$) d) $(-\infty; -10)$
9. a) $a > 2$ olduqda
b) $x > -48$ olduqda
c) $c < 0$ olduqda
- s.82 10. b) $(-0,5; +\infty)$ d) $(-\infty; 24)$
11. a) həlli yoxdur
b) istənilən ədəd
12. b) 5; 4; 3; 2
13. 166 14. 6 15. 2,4 km

- s.83 1. b) $[-2; +\infty)$ f) $(-\infty; -13]$
2. a) [1; $+\infty)$ b) $(-\infty; -0,5)$
3. a) $x > 4$ olduqda
b) $y < 6$ olduqda
c) $m \geq -23$ olduqda
6. $x < 8$; $y < 9$; $z < 11$;
 $x + y + z < 28$; 27
7. 2
8. $\frac{x}{72} + \frac{x}{90} \leq 2$; 80 km
- s.85 2. a) $(-1; 20)$ b) (7; 12]
3. e) [1; 12) h) $[-2; 6]$
4. b) [0; 3] c) həlli yoxdur
- s.86 5. a) (1; 5) c) $[-4; 6]$
6. a) $[-2; 4)$ c) $(-2; 3)$
7. a) (1; 7] c) $(-15; -12)$
- s.87 8. b) $(-2; 2)$ c) $[-1; 1,5)$
9. 1 kq-dan çox,
1,25 kq-dan az
10. a) $10 < 8 + x$ c) (2; 18)
11. Ən az 0,3 saat,
ən çox 0,5 saat
12. 65 – 70 km/saat arası
13. 10 m³-dan çox,
12 m³-dan az
- s.89 3. a) (3; 5) b) $[-6; 2]$
4. b) $x = -1$ c) həlli yoxdur
- s.90 6. b) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
7. b) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
9. $|T - 38| \leq 2$; 36°C ; 40°C
10. $|x - 100| \leq 0,2$;
99,8 sm; 100,2 sm
- s.92 3. b) 6 c) 5
4. a) $(-\infty; 5]$ d) [16; $+\infty)$
6. b) $[-7; 5]$ c) $[\frac{4}{7}; 1)$
7. a) $a = 3$ c) $a = -1$ e) $a = 7$
8. d) $(-\infty; 5] \cup [9; +\infty)$
- s.93 13. 38 14. 4 15. 4
- Riyazi kaleydoskop**
1. 9 2. $\frac{1}{3}$
- 9-cu bölmə**
- s.96 3. 28%; 20%; $\frac{6}{25}$
4. $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{5}$
5. b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{2}$ 6. 20; $\frac{5}{8}$
- s.98 3. 6; 10; 12; 12,4
- s.99 6. a) $Q_1 = 4$; $Q_3 = 14$;
kvartillərərası fərq 10

- s.102 1. 10; 70%
- s.104 7. a) 25% b) 11 c) 50%
d) median e) 75
8. a) 44 sm; 56 sm c) 6
d) 50% e) 25% f) 40
9. a) 12 b) 3 c) 10
- s.105 1. a) $\frac{5}{36}$ b) $\frac{1}{6}$
- s.107 4. a) 0,9 b) 0,88 c) 0,36
6. a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) 0,3 d) $\frac{3}{4}$
7. 0,7
- s.109 2. a) $\frac{6}{25}$ b) $\frac{9}{25}$ c) $\frac{4}{25}$
3. a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$
- s.110 4. c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{3}{5}$
5. $\frac{4}{25}$; $\frac{16}{25}$ 6. 9; $\frac{4}{9}$
7. a) $\frac{1}{6}$ 8. a) 0,3 b) 0,8
- s.112 6. 12; 3; 86; 86; $85\frac{1}{3}$; 10
- s.113 7. a) 35; 75; 55; 50; 65; 15
b) 15000
9. a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{9}{10}$ 10. b) $\frac{1}{4}$
11. a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{36}$ d) $\frac{11}{12}$
12. a) $\frac{4}{25}$ c) $\frac{17}{25}$ d) $\frac{21}{25}$
- Riyazi kaleydoskop**
1. 23 2. 5
4. $25\pi - 24$ 5. 320 m
- Ümumiləşdirici tapşırıqlar**
- s.115 1. b) 2 c) 7 2. e) 4
4. b) $-\frac{5}{6}$; $-\frac{2}{3}$ 6. $a > 3$
- s.116 20. 24 gün, 40 gün
21. 14 km/saat
- s.117 22. 20 m/dəq
25. 2,5 saatdan az müddətə
30. 3 saat, 6 saat
31. 1 32. 50
- s.118 38. b) 84; $\frac{6}{13}$
- s.119 49. 24
- s.120 57. 3 r
- s.121 72. $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{10}$
- s.122 76. a) 5 r, 50r b) 45; 20; 20
c) 250

BURAXILIŞ MƏLUMATI

Ümumi təhsil müəssisələrinin 8-ci sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə

Dərslük
(2-ci hissə)

Tərtibçi heyət:
Müəlliflər

Zaur İsayev
Məhəmməd Kərimov
Günay Hüseynzadə
Aqşin Abdullayev
Sevda İsmayılova

Redaktor
İxtisas redaktoru
Dil redaktoru
Bədii redaktor
Texniki redaktor
Dizayner
Səhifələyici
Üz qabığı
Rəssamlar
Korrektor

Ayhan Kürşat Erbaş
İsmayıl Sadıqov
Əsgər Quliyev
Eldəniz Xocayev
Zeynal İsayev
Eldəniz Xocayev
Səbinə İbrahimli
Taleh Məlikov
Fərid Quliyev, Elmir Məmmədov
Aqşin Məsimov

© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri
və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq,
elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

ISBN 978-9952-550-13-9

Hesab-nəşriyyat həcmi: 14,3. Fiziki çap vərəqi: 16.
Səhifə sayı: 128. Kəsimdən sonra: 220 × 275. Kağız formatı: 57 × 90 1/8.
Şriftin adı və ölçüsü: Segoe UI, 12 pt. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Sifariş ____. Tiraj: 1 700. Pulsuz. Bakı – 2025.

Pilot siniflərdə istifadə üçün nəzərdə tutulur.

Əlyazmanın yığıma verildiyi və çapa imzalandığı tarix: 20.12.2025

Çap məhsulunu hazırlayan:
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu (Bakı ş. A.Cəlilov küç., 86).

Çap məhsulunu istehsal edən:
“CN Poliqraf” MMC
(Bakı şəhəri, Abşeron rayonu, Novxanı qəsəbəsi, İlqar Mirzəyev küçəsi).

Pulsuz



Əziz məktəbli !

Bu dərslik sizə Azərbaycan dövləti tərəfindən bir dərs ilində istifadə üçün verilir. O, dərs ili müddətində nəzərdə tutulmuş bilikləri qazanmaq üçün sizə etibarlı dost və yardımçı olacaq.

İnanırıq ki, siz də bu dərsliyə məhəbbətlə yanaşacaq, onu zədələnmələrdən qoruyacaq, təmiz və səliqəli saxlayacaqsınız ki, növbəti dərs ilində digər məktəbli yoldaşınız ondan sizin kimi rahat istifadə edə bilsin.

Sizə təhsildə uğurlar arzulayırıq!

