

Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

RİYAZİYYAT 9

Ümumtəhsil məktəblərinin 9-cu sinfi üçün
«Riyaziyyat» fənni üzrə
DƏRSLİK

*Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin
03.06.2016-cı il tarixli 369 №-li
əmrilə təsdiq edilmişdir.*

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi – 2016

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

«Radius» nəşriyyatı

Dərsliklə bağlı rəy, irad və təkliflərin radius_n@hotmail.com və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlara göndərilməsi xahiş olunur.
Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

**Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin,*
sözləri *Əhməd Cavadındır.***

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadیرiz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu,
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hər bə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



HEYDƏR ƏLİYEV
AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

Çap için değil

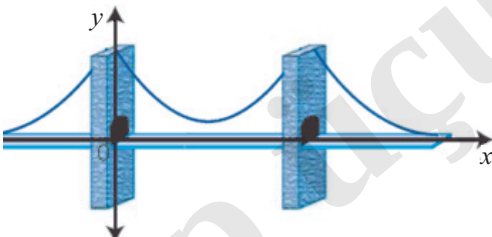
Mündəricat

I bölmə

Həqiqi ədədlər.....	8
Ədədin kub kökü.....	12
n -ci dərəcədən kök və onun xassələri.....	16
Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri.....	22
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	27
Çevrə. Mərkəzi bucaq. Qövs.....	28
Çevrə.Vətər.....	31
Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq.....	35
Çevrəyə toxunan.....	37
Kəsən və toxunanların əmələ gətirdiyi bucaqlar.....	40
Çevrəni kəsən parçalar.....	43
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	45

II bölmə

Kvadratik funksiyanın qrafiki.....	48
Kvadratik funksiyanın sıfırları.....	56
Kvadratik funksiyanın ümumi şəkli.....	58
Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli.....	62
$y = x $ funksiyası və onun qrafiki.....	66
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	68
İki nöqtə arasındakı məsafə.....	70
Çevrənin tənliyi.....	74
Sektor və seqment.....	82
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	84

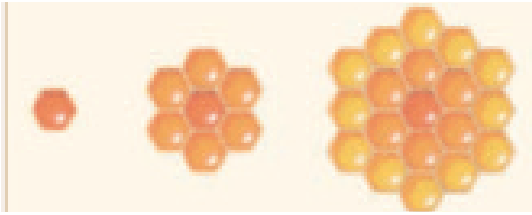


III bölmə

Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli.....	86
Rasional tənliklər və məsələ həlli.....	89
Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər.....	91
Tənliklər sistemi.....	95
Tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli.....	102
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	104
Çoxbucaqlılar.....	106
Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqları.....	107
Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar.....	110
Düzgün çoxbucaqlının sahəsi.....	118
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	123

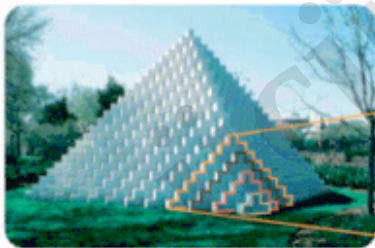
IV bölmə

Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti.....	125
Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan bərabərsizliklər.....	128
İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər.....	130
İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi.....	133
Kvadrat bərabərsizliklər.....	137
Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli.....	145
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	149
Vektorlar.....	151
Koordinat müstəvisində vektorlar.....	153
Vektorun istiqaməti.....	156
Vektorların toplanması və çıxılması.....	158
Vektorun komponentləri və triqonometrik nisbətlər.....	165
Vektorların tətbiqi ilə məsələ həlli.....	167
Vektorun ədədə vurulması.....	168
Ümumiləşdirici tapşırıqlar.....	171



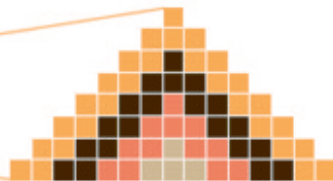
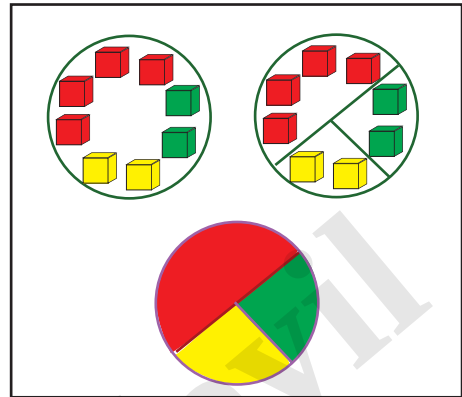
V bölmə

Ədədi ardıcılıqlar	173
Ədədi silsilə	176
Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu	177
Ədədi silsilənin hədlərinin xassələri	181
Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu	183
Həndəsi silsilə	187
Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu	189
Həndəsi silsilənin hədlərinin xassələri	192
Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu	193
$ q < 1$ olduqda sonsuz həndəsi silsilənin cəmi	196
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	198
Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət	200
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	206



VI bölmə

Məlumatın qruplaşdırılması və təqdimi	208
Məlumatın təqdimi. Məlumatın paylanması qrafikləri	211
Məlumatın analizi	215
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	217
Permutasiya	218
Kombinezon. Permutasiya	222
Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli	224
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	229



1. n -ci dərəcədən kök və rasional üstlü qüvvət

2. Çevrə

Həqiqi ədədlər
Ədədin kub kökü.
 n -ci dərəcədən kök
və onun xassələri
Rasional üstlü
qüvvət və onun xassələri.

Çevrə. Mərkəzi bucaq. Qövs

- Mərkəzi bucaq. Qövsün dərəcə ölçüsü
- Konqruyent qövslər
- Qövsün uzunluğu

Çevrə. Vətər

- Konqruyent vətərlər haqqında teorem
- Vətərin orta perpendikulyarı haqqında teorem

- Mərkəzdən bərabər məsafədə olan vətərlər haqqında teorem

Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq

- Çevrə daxilinə çəkilmiş konqruyent bucaqlar

Çevrəyə toxunan

- Toxunan
- Eyni nöqtədən çevrəyə çəkilmiş toxunanların xassəsi
- Çevrənin kəsənləri və toxunanları arasındakı bucaqlar
- İki kəsənin arasındakı bucaqlar
- Toxunan və kəsənin arasındakı bucaqlar
- Çevrəni kəsən parçalar



Həqiqi ədədlər

Praktik məsələlərin həllinə riyazi metodların tətbiqinin əsasında sayma (hesablama) və ölçmə durur. Saymada natural ədədlərdən istifadə edilir. Tamın hissələrə bölünməsində natural ədədlər kifayət etmir. Ona görə də kəsr ədədlər daxil edilir. Parçanın uzunluğunu istənilən dəqiqliklə rəşional ədədlə ifadə etmək olar. Nəzəri hesablamalarda isə uzunluğu belə ədədlərlə ifadə oluna bilməyən parçalara da baxmaq lazım gəlir. Bu səbəbdən irrasional ədəd anlayışı daxil edilir. Mənfi ədədlər kəmiyyətin qiymətinin əks istiqamətlərdə dəyişməsinə göstərmək üçün olduqca əlverişlidir.

Həqiqi ədədlər

Rasional ədədlər və irrasional ədədlər həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. Həqiqi ədədi sonsuz onluq kəsr kimi ifadə etmək olar.

İstənilən a həqiqi ədədi üçün $a + 0 = a$ və $a \cdot 1 = a$ bərabərlikləri doğrudur.

Yalnız işarəsi ilə fərqlənən həqiqi ədədlərə əks ədədlər deyilir. a ilə $-a$ qarşılıqlı əks ədədlərdir.

Əks ədədlərin cəmi sıfıra bərabərdir: $a + (-a) = 0$.

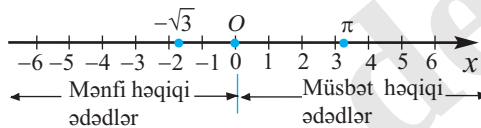
$a \neq 0$ olduqda a ilə $\frac{1}{a}$ qarşılıqlı tərs ədədlərdir.

Qarşılıqlı tərs ədədlərin hasilı 1-ə bərabərdir:

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1.$$

İki həqiqi ədədin cəmi, fərqi, hasilı və nisbəti (bölən sıfırdan fərqli olmaqla) həqiqi ədəddir.

Ədəd oxunun hər bir nöqtəsinə müəyyən bir həqiqi ədəd uyğundur və tərsinə, hər bir həqiqi ədədi ədəd oxu üzərindəki nöqtə ilə göstərmək olar.



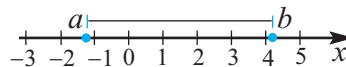
a və b həqiqi ədədləri üçün $a > b$, $a = b$, $a < b$ münasibətlərindən biri doğrudur. Ədəd oxu üzərində sağda yerləşən nöqtəyə uyğun olan ədəd solda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəddən böyükdür.

İki həqiqi ədəd arasında sonsuz sayda həqiqi ədəd var. Ədədi aşmayan ən böyük tam ədədə verilmiş ədədin tam hissəsi deyilir.

Həqiqi ədədin mütləq qiyməti ədəd oxu üzərində bu ədədə uyğun nöqtənin koordinat başlanğıcından $|a| = \begin{cases} a, & \text{əgər } a > 0 \\ -a, & \text{əgər } a < 0 \\ 0, & \text{əgər } a = 0. \end{cases}$ məsafəsini göstərir.

Ədəd oxu üzərində a və b nöqtələri arasındakı məsafə $|a - b|$ kimi tapılır.

$|a - b| = |b - a|$ olduğuna diqqət edin.



Həqiqi ədədlər

- 1 > Verilən həqiqi ədədlərin hansı natural; tam; rəşional; irrasional ədəddir?
a) $\sqrt{16}$ b) $-\frac{9}{11}$ c) $1,(7)$ d) $\sqrt{8}$ e) $-\sqrt{9}$
- 2 > $x^2 = a$ tənliyində a -nın yerinə elə ədəd yazın ki, tənliyin:
a) iki rəşional; b) iki irrasional kökü olsun; c) həqiqi kökü olmasın.
- 3 > n -in 2;3;4;5 qiymətlərindən hansında $\sqrt{n}$ rəşional ədəddir?
- 4 > İfadənin qiymətinin rəşional və ya irrasional ədəd olduğunu müəyyən edin.
a) $(\sqrt{7} + 3)(\sqrt{7} - 3)$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$ c) $(2 - \sqrt{2})^2$
- 5 > Elə iki irrasional ədəd yazın ki: a) cəmi rəşional; b) hasili rəşional olsun .
- 6 > Verilən ədədləri ədəd oxu üzərində iki ardıcıl tam ədəd arasında göstərin.
 $-\frac{9}{4}$ 1,6 $\sqrt{5}$ $-0,(8)$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{\pi}{4}$
- 7 > Ədədləri müqayisə edin:
a) $-2\sqrt{3}$ və $-\sqrt{9}$ b) $-\frac{7}{12}$ və $-\frac{7}{\sqrt{12}}$ c) $\sqrt{14}$ və 3 d) $\sqrt{\frac{8}{3}}$ və π
- 8 > a) 0,63-dən böyük olan həqiqi ədədlərdən ən kiçiyi varmı?
b) 0,9 ədədindən kiçik olub, onluq kəsir şəklində yazılışında 9 rəqəmi iştirak etməyən ən böyük həqiqi ədədi göstərin.
- 9 > Nemət deyir ki, $-2 + \sqrt{3}$ və $-1 + \sqrt{2}$ ədədlərinin hər ikisi ədəd oxunun mənfi ədədlərə aid hissəsində yerləşir. Siz necə fikirləşirsiniz?
- 10 > Verilən ədədlər haqqında deyilmiş hansı fikir doğrudur?
1) $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{\frac{3}{2}}$, $-\sqrt{2}$. 2) $\sqrt{\frac{36}{5}}$, $\sqrt{\frac{49}{8}}$, $\sqrt{\frac{81}{11}}$.
a) -1-dən böyükdürlər a) 1 ilə 2 arasındadırlar
b) -2 ilə -1 arasındadırlar b) 2 ilə 3 arasındadırlar
- 11 > Ədədləri artan sıra ilə düzün.
1) $-\sqrt{49}$; $-\sqrt{7}$; 0; $-\sqrt{51}$; -6,8 2) $-\sqrt{8}$; -3,1; $\sqrt{15}$; $(-2)^2$; $-\sqrt{11}$
- 12 > $\frac{1}{3}$ və $\frac{1}{2}$ ədədləri arasında yerləşən bir neçə:
a) rəşional; b) irrasional ədəd yazın.
- 13 > Ədədlərin tam və kəsir hissələrini tapın.
a) 2,3 b) -6,2 c) 2,(3) d) -2,(3) e) 2,1(6) f) $\sqrt{3}$ g) $\sqrt{5} - 1$
- Göstəriş:** Kəsir hissə ədədlə onun tam hissəsinin fərqiə bərabərdir.
- 14 > Sadələşdirin.
a) $|\sqrt{2} - 3| + |\sqrt{2} - 1|$ b) $|\sqrt{3} - 1| + |\sqrt{3} + 1|$ c) $|\pi - 3| - |3 - \pi|$

Həqiqi ədədlər

Ədədi çoxluqlar və təqdim formaları

Bütün elementləri həqiqi ədədlər olan çoxluğa ədədi çoxluq deyilir. Ədədi çoxluqlar adətən bərabərsizliklə və ya aralıq şəklində verilir. $(-\infty; +\infty)$ yazılışı bütün həqiqi ədədlər çoxluğunu ifadə edir.

Aralıq	Bərabərsizliklə yazılış	Ədəd oxu üzərində
(a, b)	$a < x < b$	
$[a, b)$	$a \leq x < b$	
$(a, b]$	$a < x \leq b$	
$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	
$(a, +\infty)$	$a < x$	
$[a, +\infty)$	$a \leq x$	
$(-\infty, b)$	$x < b$	
$(-\infty, b]$	$x \leq b$	
$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R}$ (bütün həqiqi ədədlər)	

Nümunə: Ədəd oxu üzərində bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin, aralıq şəklində yazın.

- a) $-1 < x < 2$ b) $-2 \leq x \leq 6$ c) $x > 0$ d) $(-1, 1)$ e) $[-1, +\infty)$
-
- $(-1, 2)$ $[-2, 6]$ $(0, +\infty)$ $-1 < x < 1$ $-1 \leq x < +\infty$

15> Təkliflərə uyğun bərabərsizliklər yazın.

- a) n ədədi -1 -dən böyükdür, 12 -dən kiçikdir;
 b) k ədədi 3 -dən böyük deyil;
 c) m ədədi mənfi deyil;
 d) a ədədi ən azı -10 , ən çoxu 22 ola bilər;
 e) b ədədi 5 -dən kiçikdir, lakin -3 -dən kiçik deyil.

16> Bərabərsizliyi ödəyən həqiqi ədədlər çoxluğunu ədədi aralıq şəklində yazın.

- a) $x \leq 2$ b) $-2 < x \leq 5$ c) $-2 \leq x \leq -1,5$ d) $x \geq 10$

17> Ədəd oxu üzərində təsvir edilmiş aralıqları yazın.

- a) c) b) d)

Həqiqi ədədlər

Ədədi çoxluqların birləşməsi və kəsişməsinin xassələri

Çoxluqların kəsişməsi və birləşməsinin bəzi xassələri ədədlər üzərində toplama və vurma əməllərinin yerdəyişmə, qruplaşdırma və paylama xassələrinə oxşardır.

$$1) A \cup B = B \cup A$$

$$2) A \cap B = B \cap A$$

$$3) (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$4) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$5) (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

Çoxluqlar üçün doğru olan $A \cup A = A$, $A \cap A = A$ xassələrinə uyğun bərabərliklər isə ədədlər üçün doğru olmaya bilər.

18 > Aralıqların birləşməsini və kəsişməsini yazın.

Nümunə: $(-2; 4] \cup [0; 9] = (-2; 9]$; $(-2; 4] \cap [0; 9] = [0; 4]$

a) $(-2; 4] \cap [0; 9]$ b) $(-2; 4] \cup [0; 9]$ c) $(-\infty; \infty) \cap [-\pi; 21]$

d) $(-\infty; 4] \cap (-1; \infty)$ e) $[3; 4) \cup [4; 9)$ f) $(-\infty; 4] \cap (0; \infty)$

19 > Əməlləri yerinə yetirin.

a) $Q \cap Z$ b) $N \cup R$ c) $N \cup Z \cap Q$ d) $(-4, 8; -3, 5) \cap Z$

20 > Verilmiş aralığı ədəd oxu üzərində təsvir edin və bu aralığa daxil olan rəşional ədəd və irrasional ədəd göstərin ($\in$ işarəsindən istifadə edin).

a) $[1; 5]$ b) $(-3; 0)$ c) $[-2; \infty)$

21 > R həqiqi ədədlər çoxluğunun $A = [-2; 1]$, $B = [0; 3]$ və $C = [-1; 2]$ alt çoxluqları verilmişdir. Ədəd oxu üzərində təsvir etməklə, aşağıdakı bərabərliklərin doğru olduğunu yoxlayın.

1) $A \cup B = B \cup A$; 2) $A \cap B = B \cap A$; 3) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

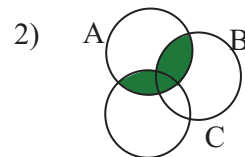
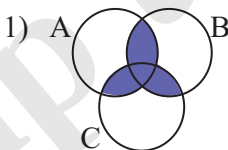
4) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$; 5) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

22 > $A = \{0; -1; -2; \frac{5}{9}; \sqrt{6}; 2\pi\}$, $B = \{-1; \sqrt{3}; 0, (5); \sqrt{2}; -2; \pi\}$ və

$C = \{0; 5; \sqrt{3}; \sqrt{2}; 2; \pi\}$ çoxluqlarından elə ikisini seçin ki,

onların kəsişməsindəki ədədlər: a) irrasional; b) rəşional olsun.

23 > Rəngli hissəyə uyğun çoxluğu yazın.



Ədədin kub kökü

Praktik məşğələ.

1) $3^3 = 27$, $4^3 = 64$ bərabərliklərindən istifadə etməklə 12^3 -nü hesablayın.

Oxşar üsulla 18^3 -nü tapın.

2) Ədədi 10 dəfə artırısaq və ya azaltsaq, onun kubu necə dəyişər?

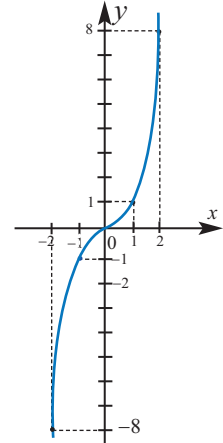
Gəldiyiniz nəticəyə əsaslanaraq, $0,5^3$ -nü, 50^3 -nü tapın.

3) Cədvəli dəftərinizdə tamamlayın.

x	-2		-0,5	0	0,5		
$y = x^3$		-1	-0,125	0		1	8

4) Koordinat müstəvisində absisləri x -in cədvəldəki qiymətlərinə, ordinatları isə y -in uyğun qiymətlərinə bərabər olan nöqtələri qurun və bu nöqtələri şəkildə göstəriləndiyi kimi səlis əyri ilə birləşdirin.

5) x -ə daha bir neçə, məsələn 1,5; -1,5 və s. qiymətləri verməklə, y -in uyğun qiymətlərini tapın və koordinatları uyğun ədədlər olan nöqtələrin də bu əyrinin üzərində yerləşdiyini dəqiqləşdirin.



Cədvəlin 1-ci sətrində x arqumentinin, 2-ci sətrində isə $y = x^3$ funksiyasının bəzi qiymətləri göstərilmişdir. Bu funksiya x -in bütün qiymətlərində mənalıdır və x -in mənfi qiymətlərində mənfi, müsbət qiymətlərində müsbət qiymətlər alır, $x = 0$ olduqda isə $y = 0$ olur. Yəni, $y = x^3$ funksiyasının həm təyin oblastı, həm də qiymətlər çoxluğu bütün həqiqi ədədlərdir.

$y = x^3$ funksiyasının qrafiki kub parabola adlanır.

$x > 0$ olduqda $y > 0$ (müsbət ədədin kubu müsbət ədəddir), $x < 0$ olduqda $y < 0$ (mənfi ədədin kubu mənfi ədəddir), $x = 0$ olduqda $y = 0$ olur.

Ona görə qrafik koordinat başlanğıcından keçməklə, I və III rüblərdə yerləşir.

Arqumentin x qiymətini onun $-x$ əks qiyməti ilə əvəz etsək, onda funksiya da əks qiymətlər alacaq: $y = x^3$ olduğuna görə $(-x)^3 = -x^3 = -y$ alınacaqdır.

Deməli, qrafikin hər bir $(x; y)$ nöqtəsinə həmin qrafikdə koordinat başlanğıcına görə simmetrik olan $(-x; -y)$ nöqtəsi uyğundur.

Beləliklə, $y = x^3$ funksiyasının qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir.

Qrafikdən görünür ki, kubu verilmiş y ədədinə bərabər olan x ədədi yeganədir.

Ədədin kub kökü

Tərif. Kubu a -ya bərabər olan ədədə a ədədinin kub kökü deyilir və $\sqrt[3]{a}$ ilə işarə olunur.

Nümunələr: $\sqrt[3]{1} = 1$; $\sqrt[3]{27} = 3$; $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt[3]{-27} = -3$.

Tərifə görə $(\sqrt[3]{a})^3 = a$

Qeyd: $a > b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$. Məsələn, $7 > 5 > -2$ və $\sqrt[3]{7} > \sqrt[3]{5} > \sqrt[3]{-2}$ eynigüclüdür.

Ədədin kub kökü

Öyrənmə tapşırıqları

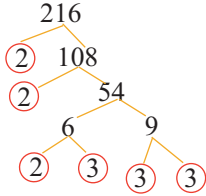
- 1 > $y = x^3$ funksiyası verilmişdir.
a) $A(-2; 8)$, $B(2; 8)$, $C(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{8})$, $D(-3; -27)$ nöqtələrindən hansılar bu funksiyanın qrafiki olan kub parabola üzərində yerləşir?
b) m -in hansı qiymətində kub parabola $N(m; -8)$ nöqtəsindən keçir?
c) Kub parabola üzərində ordinatı: 8; -1 olan neçə nöqtə var?
- 2 > $y = x^3$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək:
a) $x = 1,2$; $x = -1,2$ olduqda y -in təqribi qiymətini;
b) $y = 4$; $y = -4$ olduqda x -in təqribi qiymətini tapın.
- 3 > Tili 4 sm olan kubun həcmi hesablayın.
a) Bu kubun tillərinin uzunluqlarını 2 dəfə artırıbsaq, həcmi neçə olar?
b) Verilmiş kubun tillərini 1 sm artırıbsaq, həcmi nə qədər dəyişər?
- 4 > İfadənin qiymətini tapın. a) $5 \cdot \sqrt[3]{-8}$ b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 13,5}$ c) $\sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{8}}$
d) $(4 - \sqrt[3]{-64}) : \sqrt[3]{0,125}$ e) $\sqrt[3]{31 - \sqrt[3]{64}}$ f) $\sqrt[3]{60 + \sqrt[3]{16}}$ g) $\sqrt[3]{130 - \sqrt[3]{125}}$
- 5 > n -in bir neçə elə natural qiymətlərini göstərin ki, $\sqrt[n]{n}$ ifadəsinin qiyməti:
a) rəşional ədəd; b) irrasional ədəd olsun.
- 6 > Ədədlərdən hansı rəşional, hansı irrasional ədəddir?
a) $\sqrt{11}$ b) $\sqrt{16}$ c) $\sqrt[3]{-64}$ d) $\sqrt[3]{4}$ e) $\sqrt[3]{\frac{5}{27}}$ f) $\sqrt[3]{0,027}$
- 7 > Verilən ədədlərin ədəd oxu üzərində təxmini yerini müəyyən edin.
a) $\sqrt[3]{19}$ b) $\sqrt[3]{-20}$ c) $\sqrt[3]{30}$ d) $\sqrt[3]{36}$ e) $\sqrt[3]{\frac{63}{8}}$
- Nümunə:** $8 < 19 < 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{19} < \sqrt[3]{27}$, buradan isə $2 < \sqrt[3]{19} < 3$ olur.
Yəni $\sqrt[3]{19}$ ədədi 2 və 3 arasında yerləşir.
- 
- 8 > Rəşngli xanaların yerinə $>$, $<$ işarələrini yazın.
a) $\sqrt[3]{7} \text{ } \sqrt[3]{9}$ b) $\sqrt[3]{9} \text{ } 2$ c) $\sqrt[3]{25} \text{ } 3$ d) $\sqrt{\frac{1}{4}} \text{ } \sqrt[3]{\frac{8}{125}}$ e) $0,01 \text{ } \sqrt[3]{0,001}$
- 9 > Fərşin işarəsini müəyyən edin.
a) $\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{7}$ b) $\sqrt[3]{10} - 2$ c) $\sqrt[3]{24} - 3$
- 10 > Ədədləri artan sıra ilə düzün.
a) $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[3]{7}$, 2 , $\sqrt[3]{1,2}$
b) $-\sqrt[3]{5}$, -2 , $-\sqrt[3]{4}$, -3
- 11 > Tənlikləri həll edin.
a) $2x^3 - 1 = 15$ b) $\frac{1}{2}x^3 - 1 = 31$ c) $(x - 1)^3 + 1 = 9$

Nümunə: $(x - 2)^3 - 1 = 7$; $(x - 2)^3 = 8$; $x - 2 = \sqrt[3]{8}$; $x - 2 = 2$; $x = 4$

Ədədin kub kökü

Tətbiq tapşırıqları

- 12> a) Ədədlərin sadə vuruqlarını üç eyni qrupa ayırmaqla hər hansı ədədin kub şəklində yazın.



$$216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = 6^3$$

1) 216 2) 512 3) 1000 4) 2744

- b) Ədədlərin sadə vuruqlarını iki eyni qrupa ayırmaqla hər hansı ədədin kvadratı şəklində yazın.

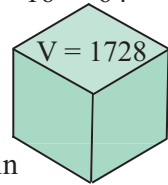
1) 144 2) 225 3) 484 4) 256

- 13> 64 ədədi həm tam kvadrat, həm də tam kubdur: $64 = 8^2$, $64 = 4^3$. Siz də bu cür ədədlər fikirləşin. Aşağıdakı ardıcılıq bu cür ədədləri tapmaqda sizə necə kömək edə bilər?

$$0 = 0^3 = 0^2; 1 = 1^3 = 1^2; 64 = 4^3 = 8^2; 729 = 9^3 = 27^2; 4096 = 16^3 = 64^2$$

- 14> 1) Sadə vuruqlarına ayrılışdan istifadə etməklə şəkildə göstərilmiş kubun tilinin uzunluğunu tapın.

2) Həcmi 64 m^3 olan kubun tam səthinin sahəsini tapın.



- 15> $(1 \pm a)^3 = 1 \pm 3a + 3a^2 \pm a^3$ eyniliyində a ədədi sıfıra yaxın isə, a^2 və a^3 hədlərini atmaqla alınan $(1 \pm a)^3 \approx 1 \pm 3a$ bərabərliyinin köməyi ilə vahidə yaxın ədədlərin kublarını təqribi hesablamaq olar.

Nümunə: $1,02^3 \approx 1 + 3 \cdot 0,02 = 1,06$

kalkulyatorla $1,02^3 = 1,061208$

$0,97^3 \approx 1 - 3 \cdot 0,03 = 0,91$

hesablama $0,97^3 = 0,912673$

Nümunəyə uyğun olaraq hesablayın.

a) $1,01^3$

b) $1,03^3$

c) $0,99^3$

d) $0,98^3$

- 16> Mağazada tələbə yataqxanası üçün nəzərdə tutulmuş üç soyuducu var. Soyuduculardan birinin ölçüləri (hər üç ölçüsü) 40 sm, qiyməti 96 manat, ikincisinin ölçüləri 60 sm, qiyməti 192 manat, üçüncüsünün ölçüləri 50 sm, qiyməti isə 150 manatdır. 1 kub metr tutumunun qiymətinə görə hansı soyuducunu almaq daha əlverişlidir? Məsələni uyğun şəkilləri müəyyən miqyasla çəkməklə həll edin.



- 17> Daşıyıcı konteynerin həcmi 1000 m^3 -dir. Əşyaların qablaşdırıldığı kiçik qutular bu konteynerə yığılmışdır. Konteynerin eni 5 kiçik qutunun eni qədər, uzunluğu 5 kiçik qutunun uzunluğu qədər, dərinliyi isə 5 kiçik qutunun hündürlüyü qədərdir. 1) Kiçik qutuların həcmi tapın.

2) Konteynerə neçə kiçik qutu yerləşir?

18> $A = \{\sqrt[3]{2}; \sqrt[3]{3}; \sqrt[3]{8}; \sqrt{2}; -4\}$,

$B = \{\sqrt[3]{8}; -4; \sqrt[3]{5}; \sqrt{0,4}\}$ və

$C = \{0,2; \sqrt{\frac{4}{9}}; \sqrt[3]{7}; -4; \sqrt[3]{8}\}$

çoxluqlarından elə ikisini seçin ki :

- a) fərqi irrasional ədədlərdən; b) kəsişməsi rasional ədədlərdən ibarət olsun. Eyer-Venn diaqramı qurmaqla həll edin.

Ədədin kub kökü

- 19> Çoxrəqəmli ədədlərdən kub kökalma üçün verilən qaydanı araşdırın və tətbiq edin.

$$2^3 = 8 \quad 3^3 = 27 \quad 4^3 = 64 \quad 5^3 = 125 \quad 6^3 = 216 \quad 7^3 = 343 \quad 8^3 = 512 \quad 9^3 = 729$$

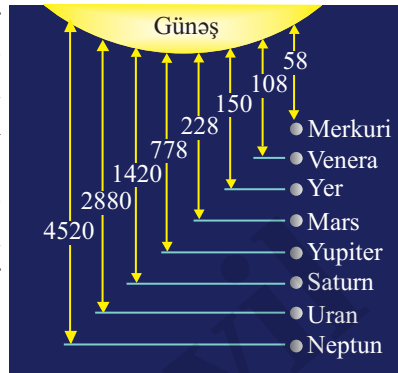
a) $\sqrt[3]{32768} = ?$ b) $\sqrt[3]{103823} = ?$ c) $\sqrt[3]{12167} = ?$ d) $\sqrt[3]{74088} = ?$

a) Sağdan başlayaraq ədədin rəqəmlərini üç-üç olmaqla ayıraq.

32 768-in sonuncu rəqəmi 8-dir. Deməli, kub kökün sonuncu rəqəmi 2-dir. 32 ədədi $3^3 = 27$ və $4^3 = 64$ arasındadır. $30^3 < 32768 < 40^3$ olduğundan 32768-in kub kökü 30 və 40 arasındadır. Bu ədədin 32 olduğunu kalkulyatorla yoxlayın.

b) 103 823 ədədinin sonuncu rəqəmi 3-dür. Deməli, bu ədədin kub kökü 7 ilə bitir. 103 ədədi $4^3 = 64$ və $5^3 = 125$ arasındadır. 103823-ün kub kökü 40 ilə 50 arasındadır. Bu ədədin 47 olduğunu kalkulyatorla yoxlayın.

- 20> **Astronomiya.** 1500-cü ildə Kepler planetlərin Günəş ətrafında tam dövrətmə müddətini (periodunu) hesablamaq üçün $T = 0,2\sqrt{R^3}$ düsturunu kəşf etdi. Burada R planetdən Günəşə qədər olan məsafəni milyon kilometrə, T isə vaxtı günlə (Yerdəki) ifadə edir. Şəkildə Günəşdən planetlərə qədər olan məsafələr verilmişdir. Yer və Mars planetlərinin periodunu müqayisə edin. Hansı böyükdür? Nəticəni hesablamalarla dəqiqləşdirin.

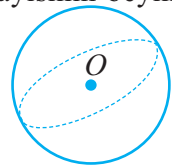


- 21> **Biologiya.** Ağacın hündürlüyünü $h \approx 35\sqrt[3]{d^2}$ düsturu ilə təxmini müəyyən etmək olar. Burada d ağacın gövdəsinin diametri, h isə hündürlüyüdür. Gövdəsinin diametri 1,1 m olan ağacın hündürlüyü təqribən neçə metrdir? Parkda, bağda uyğun ölçmələri aparmaqla düsturun doğruluğunu yoxlayın.

- 22> **Biologiya.** Bioloqlar $b \approx 0,01\sqrt[3]{m^2}$ düsturundan məməli heyvanların beyin kütləsini hesablamaq üçün istifadə edirlər. Burada m heyvanın kütləsini, b isə beyinin kütləsini göstərir.

a) Kütləsi 27 kq olan itin; b) Kütləsi 200 kq olan qütb ayısının beyin kütləsini hesablayın.

- 23> **Həndəsə.** Kürənin həcmi $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ düsturu ilə hesablanır. Həcmi 528 m³ olan kürənin radiusunu yüzdəbir dəqiqliklə hesablayın.



- 24> Tilləri 3 sm və 4 sm olan iki dəmir kub əridilərək, bir kub şəklinə salınmışdır. Bu kubun tilinin uzunluğunun təqribi qiymətini tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

Araşdırma. 1) Rəngli xanalarla elə ədəd yazın ki, bərabərlik doğru olsun.

a) $(\blacksquare)^4 = 16$ b) $(\blacksquare)^5 = 343$ c) $(\blacksquare)^8 = 0$ d) $(\blacksquare)^5 = -32$

2) Rəngli xanaya yazdıqda $(\blacksquare)^6 = -64$ bərabərliyini doğru bərabərliyə çevirən ədəd tapmaq mümkündürmü?

3) $(\blacksquare)^4 = 9$ bərabərliyinin doğru olması üçün rəngli xanaya yazılacaq ədəd haqqında nə söyləmək olar?

***n*-ci dərəcədən kök**

• *n* -ci qüvvəti ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$) *a*-ya bərabər olan ədədə *a*-nın *n*-ci dərəcədən kökü deyilir.

Məsələn, 32-nin 5-ci dərəcədən kökü 2-dir, çünki $2^5 = 32$.

81-in 4-cü dərəcədən kökü 3 və -3 ədədləridir, çünki $3^4 = 81$ və $(-3)^4 = 81$.

n tək ədəd olduqda istənilən *a* ədədi üçün *n*-ci qüvvəti *a*-ya bərabər olan yeganə həqiqi ədəd vardır.

n cüt ədəd olarsa, onda $a > 0$ olduqda *n*-ci qüvvəti *a*-ya bərabər olan iki həqiqi ədəd var və bunlar əks ədədlərdir. $a < 0$ olduqda isə belə ədədlər yoxdur.

• *n* tək ədəd isə, istənilən ədədin *n* -ci dərəcədən yalnız bir həqiqi kökü var.

• *n* cüt ədəd isə, onda müsbət *a* ədədinin *n* -ci dərəcədən iki həqiqi kökü var və bu köklər qarşılıqlı əks ədədlərdir.

• $a < 0$, *n* cüt ədəd isə onda *a* -nın *n* -ci dərəcədən həqiqi kökü yoxdur.

• Mənfi olmayan ədədin *n* -ci dərəcədən mənfi olmayan kökünə hesabi kök deyilir, $\sqrt[n]{a}$ ilə işarə edilir və belə oxunur : “*a* -nın *n* -ci dərəcədən kökü”.

n kökün dərəcəsinə göstərir və kökün üstü adlanır, *a*-ya isə kökaltı ifadə deyilir. *n* cüt olduqda *a*-nın ($a > 0$) mənfi kökünü isə belə yazırlar: $-\sqrt[n]{a}$

• Mənfi ədədin tək dərəcədən kökünü həmin dərəcədən hesabi köklə ifadə etmək olar. Məsələn, $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$.

• $a = 0$ isə, onda $\sqrt[n]{0} = 0$

n tək ədəd olarsa, $\sqrt[n]{a}$ ifadəsi istənilən *a* üçün mənalıdır, *n* cüt ədəd olarsa, $\sqrt[n]{a}$ ifadəsinin yalnız $a \geq 0$ olduqda mənası var.

• $\sqrt[n]{a}$ ifadəsinin mənalı olduğu bütün qiymətlərdə $(\sqrt[n]{a})^n = a$

• *n* tək ədəd olduqda $\sqrt[n]{a^n} = a$, *n* cüt ədəd olduqda $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

Nümunə 1: $\sqrt[3]{x^3} = x$ $\sqrt[4]{x^4} = |x|$ $\sqrt[5]{x^5} = x$ $\sqrt[6]{x^6} = |x|$

• $a > b > 0$ isə, $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$

Nümunə 2: $\sqrt[3]{7} > \sqrt[3]{4}$; $\sqrt[4]{8} > \sqrt[4]{5}$

Öyrənmə tapşırıqları

1 > Hesablayın.

a) $\sqrt{121}$

b) $\sqrt[3]{125}$

c) $\sqrt[4]{256}$

d) $\sqrt[3]{0}$

e) $\sqrt[4]{1}$

f) $\sqrt{0,64}$

g) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

h) $\sqrt[5]{-32}$

i) $4\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$

j) $\sqrt[3]{0,064}$

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

- 2 >** İki qrupa- mənası olan və mənası olmayan ifadələrə ayırın.
a) $\sqrt[5]{-27}$ b) $-\sqrt[8]{-19}$ c) $\sqrt[4]{(-2)^4}$ d) $\sqrt[4]{-12}$ e) $\sqrt[6]{(-3)(-7)}$
- 3 >** Verilmiş ədəd hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşir?
a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{25}$ c) $\sqrt[5]{28}$ d) $\sqrt[4]{0,7}$ e) $\sqrt[4]{15}$
- 4 >** Ədədin tam hissəsini tapın.
a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{20}$ c) $\sqrt[5]{38}$ d) $\sqrt[4]{17}$ e) $-\sqrt[4]{17}$ f) $\sqrt[4]{17} - 1$
- 5 >** Kəsr hissəsini tapmaq üçün verilmiş ədəddən onun tam hissəsini çıxmaq lazımdır. Əvvəlcə ədədin tam hissəsini tapın, sonra onun kəsr hissəsini göstərin.
a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt[3]{9}$ c) $\sqrt[4]{12}$ d) $\sqrt[5]{33}$ e) $\sqrt[3]{28} - 2$
- 6 >** Hesablayın. a) $\sqrt{\sqrt{16}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ c) $\sqrt{7+\sqrt[3]{7+\sqrt[4]{1}}}$ d) $\sqrt[3]{4 \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt{256}}$
- 7 >** Hesablayın. a) $(4\sqrt{3})^2$ b) $(5\sqrt[3]{2})^3$ c) $(-2\sqrt[4]{3})^4$ d) $(-2\sqrt[5]{4})^5$
e) $3\sqrt[4]{(-2)^4}$ f) $\sqrt[4]{(-3)^4} + \sqrt[3]{(-3)^3}$ g) $\sqrt[6]{(-8)^2}$ h) $2\sqrt[3]{(-4)^3}$ i) $\sqrt{(-7)^2}$
- 8 >** İfadələrin təqribi qiymətlərini kalkulyatorla tapın.
a) $\sqrt[3]{5^2}$ b) $\sqrt[4]{6^3}$ c) $\sqrt{10^3}$ d) $\sqrt[3]{16}$
- 9 >** Sadələşdirin: a) $\sqrt[4]{x^4} + \sqrt[5]{x^5}$ ($x > 0$) b) $\sqrt[4]{x^4} + \sqrt[5]{x^5}$ ($x < 0$)
- 10 >** Sadələşdirin. a) $\sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)^3} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^4}$ b) $\sqrt[3]{(\sqrt{2}-3)^3} + \sqrt[4]{(\sqrt{2}-3)^4}$
- 11 >** $1 < x < 2$ olduqda sadələşdirin: $\sqrt[3]{(x-1)^3} + \sqrt{x^2-4x+4}$
- 12 >** Ədədləri artan sıra ilə düzün: a) $\sqrt[4]{17}$, $\sqrt[4]{15}$, 2 b) $\sqrt[5]{9}$, $\sqrt[5]{7}$, $\sqrt[5]{3}$
- 13 >** Dəyişənin hansı qiymətlərində bərabərlik doğrudur?
a) $\sqrt[3]{x+1} = 3$ b) $\sqrt[4]{x-1} = 2$ c) $\sqrt[6]{x-7} = -1$ d) $\sqrt[5]{x-3} = -2$
- 14 >** Tənlikləri həll edin.
a) $x^3 = 64$ b) $x^6 = -16$ c) $x^4 = 81$ d) $\frac{1}{8}x^4 - 2 = 0$ e) $\frac{1}{2}x^5 + 16 = 0$

Nümunə: 1) $x^3 = 27$ *tək dərəcəli tənliyinin bir həqiqi kökü var:* $x = \sqrt[3]{27} = 3$

2) $x^4 = -81$ *cüt dərəcədən qüvvət mənfi ədədə bərabər ola bilməz. Həqiqi kökü yoxdur.*

3) $x^4 = 16$ *iki həqiqi kökü var:* $x = \pm\sqrt[4]{16}$ $x = \pm 2$

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

Araşdırma: 1) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$ və $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27}$ ifadələrinin qiymətlərini müqayisə edin.

2) Rəngli xanaya uyğun müqayisə işarəsini yazın. $\sqrt[3]{64}$ ■ $\sqrt[6]{64}$

Bu iki tapşırığın həllini müzakirə edin və fikirlərinizi ümumiləşdirin.

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

Xassə 1. $a \geq 0$ və $b \geq 0$ isə, $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Mənfi olmayan vuruqların hasilinin n -ci dərəcədən kökü bu vuruqların n -ci dərəcədən kökləri hasilinə bərabərdir.

Nümunə: $\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

Xassə 2. Əgər $a \geq 0$ və $b > 0$ isə, $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Surəti mənfi olmayan, məxrəci isə müsbət olan kəsrin n -ci dərəcədən kökü surət və məxrəcin n -ci dərəcədən kökləri nisbətində bərabərdir.

Nümunə: $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{2}{3}$

Xassə 3. n, k - natural ədədlər və $a \geq 0$ isə, $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$

Nümunə: $(\sqrt[5]{2})^4 = \sqrt[5]{2^4} = \sqrt[5]{16}$

Xassə 4. n, k - natural ədədlər və $a \geq 0$ isə, $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

Doğrudan da, $a \geq 0$ olduqda $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$ və $\sqrt[nk]{a}$ ifadələrinin mənası var və onların qiyməti mənfi deyildir.

$(\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}})^{nk} = ((\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}})^n)^k = (\sqrt[k]{a})^k = a$ olduğundan, $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ olur.

Nümunə: $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2}$

Xassə 5. n, k, m - natural ədədlər və $a \geq 0$ isə, $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a^m}} = \sqrt[n]{a^{km}}$

Kökün üstünü və kökaltı ifadənin qüvvət üstünü eyni bir natural ədədə vur-
saq və ya bölsək, kökün qiyməti dəyişməz. Doğrudan da, 4-cü xassəyə görə

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a^{mk}}} = \sqrt[n]{(\sqrt[k]{a^m})^k} = \sqrt[n]{a^{km}}$$

Nümunə: $\sqrt[3]{\sqrt{x^4}} = \sqrt[6]{x^4} = \sqrt[3]{x^2}$

Öyrənmə tapşırıqları

15> $a \geq 0, b \geq 0$ olduqda $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ bərabərliyinin aşağıdakı isbatını tamamlayın.

Təklif	Əsası
1. $a \geq 0, b \geq 0$	1. verilir
2. $\sqrt[n]{a} \geq 0, \sqrt[n]{b} \geq 0$	2.
3. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \geq 0$	3.
4. $(\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b})^n = (\sqrt[n]{a})^n \cdot (\sqrt[n]{b})^n$	4. Hasilin qüvvəti qüvvətlərin hasilinə
5. $(\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b})^n = a \cdot b$	5.
6. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	6.

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

16> İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{25 \cdot 64}$ b) $\sqrt[3]{8 \cdot 27}$ c) $\sqrt[4]{16 \cdot 81}$ d) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}}$ e) $\sqrt[5]{\frac{1}{32} \cdot 243}$

17> Xassə 1 və Xassə 2-də verilən eynilikləri sağdan sola oxuduqda üstləri bərabər olan kökləri vurma və bölmə qaydaları alınır. Bu qaydalarda buraxılmış sözləri tamamlayın.

1) Üstləri olan kökləri bir-birinə vurmaq üçün kökaltı ifadələri kökün üstünü əvvəlki kimi kafidir.

2) Üstləri olan kökləri bir-birinə bölmək üçün bölüb, kökün üstünü

18> İfadənin qiymətini hesablayın.

Nümunə: $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{54 \cdot 32} = \sqrt[3]{27 \cdot 2 \cdot 32} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

a) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{200}$ b) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{27}$ c) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8}$ d) $\sqrt[3]{28} \cdot \sqrt[3]{98}$
e) $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{13,5}$ f) $\sqrt[4]{80} \cdot \sqrt[4]{125}$ g) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{162}$ h) $\sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[5]{96}$

19> Hesablayın. a) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{192}}{\sqrt[3]{3}}$ c) $\frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$ d) $\frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{0,1}}$ e) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$

20> Hesablayın. a) $\sqrt[4]{32 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 27}$ b) $\sqrt[4]{8 \cdot 3} \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 27}$ c) $\sqrt[5]{16 \cdot 9} \cdot \sqrt[5]{2 \cdot 27}$

21> İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $(\sqrt{8} - \sqrt{4,5}) \cdot \sqrt{2}$ b) $(\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2}) \cdot \sqrt[3]{4}$ c) $\frac{\sqrt[4]{512} - \sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}}$ d) $\frac{\sqrt[5]{486} - \sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}}$
e) $(\sqrt[4]{8} - 2 \cdot \sqrt[4]{0,5}) \cdot \sqrt[4]{2}$ f) $(\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} + 2 \cdot \sqrt[3]{16}) : \sqrt[3]{2}$ g) $(\sqrt[5]{16} + \sqrt[5]{121,5}) \cdot \sqrt[5]{2}$

22> Hesablayın.

a) $\sqrt[3]{9 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{9 + \sqrt{17}}$ b) $\sqrt[4]{10 - \sqrt{19}} \cdot \sqrt[4]{10 + \sqrt{19}}$ c) $\sqrt[5]{7 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{7 + \sqrt{17}}$

23> Verilmiş ifadələrin qiymətlərini müqayisə edin:

a) $\sqrt{\sqrt{81}}$ və $\sqrt[4]{81}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$, $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ və $\sqrt[6]{64}$ c) $\sqrt{\sqrt[4]{2^8}}$, $\sqrt[4]{\sqrt[4]{2^8}}$ və $\sqrt[8]{2^8}$

24> Dəyişənlərin müsbət qiymətlər aldığını bilərək sadələşdirin.

a) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$ b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a}}$ c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{x}}$ d) $\sqrt[9]{x^6}$ e) $\sqrt[2n]{a^{4n}}$
f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4}}$ g) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{c^5}}$ h) $\sqrt[5]{\sqrt{n}}$ i) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{z^{12}}}$ j) $\sqrt[8]{\sqrt[3]{y^6}}$ k) $\sqrt[5]{\sqrt{n^5}}$

25> Dəyişənlərin müsbət qiymətlər aldığını bilərək sadələşdirin.

a) $(\sqrt[6]{x^2})^3$ b) $(\sqrt[4]{a^2})^2$ c) $(\sqrt{ab})^3 \cdot \sqrt{a^3 b^3}$ d) $\sqrt[4]{z^2} \cdot \sqrt[4]{81 z^6}$
e) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$ f) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}$ g) $\sqrt[n]{a^n} \cdot (\sqrt[n]{a})^n$ h) $\frac{(\sqrt{x} \cdot \sqrt{y})^3}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}$

***n*-ci dərəcədən kök və onun xassələri**

- 26>** Uzunluğu $\sqrt[4]{8}$ m, eni $\sqrt[4]{2}$ m olan düzbucaqlının sahəsini tapın.
- 27>** n tək ədəd olduqda 1-ci və 2-ci xassələr a və b mənfi ədədləri üçün də doğrudur. Bunu nümunələr üzərində göstərin.
- 28>** $\sqrt[3]{\frac{5}{64}}$ ədədi $\sqrt[3]{\frac{5}{256}}$ ədədindən neçə dəfə böyükdür?
- 29>** Əməlləri yerinə yetirin.
- a) $(\sqrt[6]{8})^2$ b) $(\sqrt[4]{4})^2$ c) $-3 \cdot (\sqrt[4]{9})^2$ d) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{8})^2$
- 30>** Sadələşdirin.
- a) $\frac{\sqrt{x^3y^5}}{\sqrt{x^5y^3}}$ b) $\frac{\sqrt[4]{a^5b^{10}}}{\sqrt[4]{ab^2}}$ c) $\frac{\sqrt[3]{n^4m}}{\sqrt[3]{nm^4}}$ d) $\frac{\sqrt[4]{x^6z^3}}{\sqrt[4]{x^2z^3}}$
- 31>** Kökdən azad edin. Çoxhədli şəklində yazın.
- a) $\sqrt[3]{(a+2)^6}$ b) $\sqrt[4]{(x-3)^8}$ c) $\sqrt[3]{(x^2-1)^3}$ d) $\sqrt[4]{(x^2+2)^4}$

Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması.

Nümunələr:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt[3]{54} &= \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \text{b)} \quad \sqrt[3]{a^5b^6} &= \sqrt[3]{a^3b^6a^2} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^6} \cdot \sqrt[3]{a^2} = ab^2\sqrt[3]{a^2} \\ \text{c)} \quad \sqrt[4]{48a^6} &= \sqrt[4]{16 \cdot 3 \cdot a^4 \cdot a^2} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{a^4} \cdot \sqrt[4]{3a^2} = 2|a|\sqrt[4]{3a^2} \end{aligned}$$

- 32>** Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.
- a) $\sqrt{32}$ b) $\sqrt[3]{24}$ c) $\sqrt[4]{32}$ d) $\sqrt[5]{128}$ e) $\sqrt[3]{\frac{108}{250}}$
- 33>** Dəyişənlərin qiymətinin müsbət olduğunu qəbul edərək sadələşdirin.
- a) $\sqrt{16x^3}$ b) $\sqrt[3]{27a^5}$ c) $\sqrt[6]{64a^7}$ d) $\sqrt[3]{54a^5b^7}$ e) $\sqrt{\frac{81a^2b^4}{3b}}$
- 34>** Sadələşdirin. Dəyişənin mümkün qiymətlərini (DMQ) göstərin.
- a) $\sqrt{36x^3}$ b) $\sqrt[4]{36x^5y^8}$ c) $\sqrt[5]{8xy^7} \cdot \sqrt[5]{16x^6}$ d) $\sqrt[3]{4y^3z} \cdot \sqrt[3]{2y^2z^4}$
- e) $\sqrt[3]{\frac{x^6y^8}{x^3y^4}}$ f) $\frac{\sqrt[5]{x^9y}}{\sqrt[5]{x^3y^8}}$ g) $\sqrt{\frac{9x^3}{32y^4}}$ h) $\sqrt[4]{x^3y} \cdot \frac{\sqrt[4]{16x^4y}}{\sqrt[4]{y}}$
- 35>** Ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla sadələşdirin.
- a) $2\sqrt[5]{y} + 7\sqrt[5]{y}$ b) $\sqrt[5]{64x^8} - x\sqrt[5]{2x^3}$ c) $-\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[4]{x}$ d) $\sqrt[3]{16y^4} - 3y\sqrt[3]{2y}$

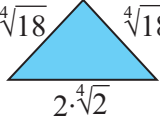
Vuruğun kök işarəsi altına daxil edilməsi

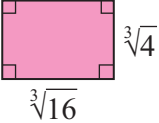
n təkdirsə, $a = \sqrt[n]{a^n}$ n cütdürsə, $a \geq 0$ olduqda $a = \sqrt[n]{a^n}$
 $a < 0$ olduqda $a = -\sqrt[n]{a^n}$

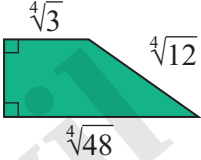
Nümunə: a) $2\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{8 \cdot 5} = \sqrt[3]{40}$

b) $\frac{3x}{\sqrt[4]{x}} = \sqrt[4]{\frac{(3x)^4}{x}} = \sqrt[4]{81x^3}$ c) $c \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c^3}} = -\sqrt[4]{c^4} \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c^3}} = -\sqrt[4]{-3c}$

n-ci dərəcədən kök və onun xassələri

- 36>** Vuruğu kök işarəsi altına daxil edin.
a) $3\sqrt[3]{2}$ b) $2\sqrt[4]{2}$ c) $3\sqrt[4]{5}$ d) $-2\sqrt[4]{3}$ e) $-2\sqrt[5]{2}$ f) $x\sqrt[3]{3}$ g) $a\sqrt[5]{2}$
- 37>** Vuruğu kök işarəsi altına daxil edin. DMQ-ni göstərin.
a) $x \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{x}}$ b) $x \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{x}}$ c) $2c \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4c}}$ d) $\frac{2}{x} \cdot \sqrt[4]{\frac{x^5}{8}}$ e) $c \cdot \sqrt[4]{-\frac{3}{c}}$
- 38>** Fərqi işarəsini müəyyən edin. a) $\sqrt[6]{2} - \sqrt[3]{10}$ b) $\sqrt[3]{2} - \sqrt{2}$ c) $\sqrt[4]{5} - \sqrt[6]{7}$
- 39>** Ədədləri müqayisə edin. a) $\sqrt[3]{4}$ ilə $\sqrt[4]{3}$ b) $2\sqrt[3]{3}$ ilə $3\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt[4]{3}$ ilə $3\sqrt[4]{2}$
- 40>** Eyni dərəcədən kökə gətirib, əməli yerinə yetirin.
a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ c) $\sqrt[6]{4} : \sqrt[4]{2}$ d) $\sqrt[3]{x} : \sqrt[5]{x}$
- 41>** İfadənin qiymətini hesablayın.
a) $\sqrt{4 + \sqrt{7}} \cdot \sqrt[4]{23 - 8\sqrt{7}}$ b) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{17 + 12\sqrt{2}}$
- 42>** Sadələşdirin. a) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$ b) $\frac{a - b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a + b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$
- 43>** Fiqurların sahələrini tapın.
- a) 

b) 

c) 
- 44>** Kökün xassələrini tətbiq edərək sadələşdirin.
a) $\sqrt[3]{5\sqrt{a^6b^3}}$ b) $\sqrt[3]{4\sqrt{a^6}} \ (a \geq 0)$ c) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$ d) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^2}} \ (a \geq 0)$
- 45>** $a < 0$ olduqda hansı bərabərlik doğrudur?
a) $\sqrt[5]{a^5} = a$ b) $\sqrt[5]{a^5} = -a$ c) $\sqrt[4]{a^4} = -a$ d) $\sqrt[6]{a^6} = |a|$
- 46>** Ədədləri artan sıra ilə düzün. a) $\sqrt{2}$; $\sqrt[6]{4}$; $\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[4]{5}$.
- 47>** Məxrəci irrasionalıqdan azad edin. a) $\frac{9}{\sqrt[4]{27}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[3]{4}}$ c) $\frac{4}{\sqrt[5]{8}}$
- 48>** Əməlləri yerinə yetirin.
a) $\frac{\sqrt[4]{4 - 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{5} - 4} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{5} - 4}}{\sqrt[3]{0,5}}$
- 49>** Tənlik və bərabərsizlikləri həll edin.
a) $\sqrt[3]{x} = 4$; $\sqrt[3]{x} > 4$; $\sqrt[3]{x} < 4$ b) $\sqrt[4]{x} = 2$; $\sqrt[4]{x} > 2$; $\sqrt[4]{x} < 2$
c) $\sqrt[5]{x - 3} = 2$ d) $\sqrt[3]{x + 5} = -1$ e) $\sqrt[4]{x + 1} = 3$ f) $\sqrt[6]{x + 2} = -5$

Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri

Araşdırma:

- 1) $\sqrt[3]{2^6}$ ifadəsinin qiymətini tapın.
- 2) $\frac{6}{3} = 2$ olduğunu nəzərə alıb, $2^{\frac{6}{3}}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.
- 3) 1-ci və 2-ci addımdakı nəticələri müqayisə edin.
- 4) m ədədi n -ə bölündükdə $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ bərabərliyi doğrudurmu? Bir nümunə göstərin.
- 5) m ədədi n ədədinə tam bölünmürsə, $a^{\frac{m}{n}}$ ifadəsinin qiymətini necə hesablamaq olar?

Rasional üstlü qüvvət

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ bərabərliyinin (burada $a > 0$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$) $\frac{m}{n}$ kəsr ədəd olan hal üçün də doğru olduğunu qəbul etsək, tam üstlü qüvvət üçün doğru olan bütün xassələr, əsası müsbət olan kəsr üstlü qüvvət üçün də ödənilir.

Tərif: a – müsbət ədəd, $\frac{m}{n}$ – kəsr ədəd olarsa (burada m – tam, n – natural ədəddir, $n \geq 2$), onda : $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Nümunə. $3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}$; $2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$

$m > 0$ olduqda ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$) $\sqrt[n]{0^m} = 0$ olduğundan, $\frac{m}{n} > 0$ olduqda $0^{\frac{m}{n}} = 0$.
Mənfi ədədlər üçün kəsr üstlü qüvvətə baxılmır.

Məsələn, $(-4)^{\frac{1}{2}}$ ifadəsinin mənası yoxdur.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1> Rasional üstlü qüvvətləri köklərlə əvəz edin.
a) $5^{\frac{2}{3}}$; $3^{\frac{3}{4}}$; $8^{\frac{-3}{4}}$; $9^{0,25}$ b) $x^{\frac{2}{3}}$; $y^{1,5}$; $8^{-0,5}$; $c^{-2,5}$ c) $3x^{\frac{1}{2}}$; $y^{1,5}$; $8^{-0,5}$; $c^{-2,5}$
- 2> Hesabi kökü rasional üstlü qüvvətlə əvəz edin (dəyişənlərin qiymətləri müsbətdir).
a) $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{2}$; $\sqrt[3]{7^3}$ b) $\sqrt[5]{a^3}$; $\sqrt[6]{b^5}$; $\sqrt[3]{2x}$; $\sqrt[8]{2x^3}$
- 3> Hesablayın.
a) $100^{\frac{1}{2}}$ b) $9^{-\frac{1}{2}}$ c) $8^{\frac{1}{3}}$ d) $27^{\frac{1}{3}}$ e) $81^{\frac{3}{4}}$ f) $2 \cdot 125^{\frac{1}{3}}$
g) $25^{\frac{1}{2}} \cdot 0,001^{\frac{1}{3}}$ h) $8^{\frac{2}{3}} - 27^{\frac{1}{3}}$ i) $16^{\frac{1}{4}} + 32^{\frac{1}{5}}$
- 4> Lətif və Sevil $(-8)^{\frac{1}{3}}$ ifadəsinin qiymətini aşağıdakı kimi hesabladılar.
Lətif: $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$ Sevil: $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$
Bu nəticələrə görə “Mənfi ədədlər üçün kəsr üstlü qüvvətə baxılmır” fikrini izah edin.

Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri

- 5 > Hesablayın. a) $(27^{\frac{2}{3}} + 125^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}}$ b) $(8^{\frac{2}{3}} + 9^{\frac{3}{2}} + 125^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$
- 6 > Lalə və Ənvər kalkulyatorda $2,4^{3,5} \approx 21,4160487111885324$ olduğunu hesabladılar və sonra bu hesablamaları belə izah etdilər.
Lalənin izahı: 2,4 ədədini 3,5 dəfə öz-özünə vursaq, təxminən 21,42 alınar.
Ənvərin izahı: $2,4^{3,5} = 2,4^{\frac{7}{2}}$. Bu isə hər biri 2,4-ə bərabər olan 7 sayda vurğun hasilinin 2-ci dərəcədən kökü deməkdir.
Kimin izahı doğrudur?
- 7 > Ədədləri müqayisə edin.
a) $5^{\frac{1}{2}}$ ilə $3^{\frac{1}{2}}$ b) $0,1^{\frac{1}{2}}$ ilə $0,2^{\frac{1}{2}}$ c) $3^{\frac{1}{2}}$ ilə $3^{\frac{1}{3}}$ d) $4^{\frac{1}{3}}$ ilə $4^{\frac{1}{4}}$
- 8 > Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası var?
a) $x^{\frac{1}{3}}$ b) $\sqrt[3]{x}$ c) $(x-1)^{-\frac{1}{4}}$ d) $(x+1)^{\frac{2}{3}}$

Rasional üstlü qüvvətin xassələri

Tam üstlü qüvvətin bizə məlum olan xassələri əsası müsbət həqiqi ədəd olan istənilən rasional üstlü qüvvət üçün də doğrudur.

Adı	Yazılışı	Nümunə
Qüvvətlərin hasili	$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	$5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = 5^2 = 25$
Qüvvətin qüvvəti	$(a^p)^q = a^{pq}$	$(3^{\frac{5}{2}})^2 = 3^{\frac{5}{2} \cdot 2} = 3^5 = 243$
Hasilin qüvvəti	$(ab)^p = a^p b^p$	$(16 \cdot 9)^{\frac{1}{2}} = 16^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 4 \cdot 3 = 12$
Mənfi üstlü qüvvət	$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$	$36^{-0,5} = \frac{1}{36^{0,5}} = \frac{1}{(6^2)^{0,5}} = \frac{1}{6}$
Sıfır üstlü qüvvət	$a^0 = 1$	$213^0 = 1$
Qüvvətlərin nisbəti	$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$\frac{4^{\frac{5}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}} = 4^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = 4^2 = 16$
Nisbətin qüvvəti	$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$	$\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{27^{\frac{1}{3}}}{64^{\frac{1}{3}}} = \frac{3}{4}$

Burada a və b müsbət həqiqi ədədlər, p və q istənilən rasional ədədlərdir.

$p = \frac{m}{n}$, $q = \frac{k}{l}$ (n və l natural ədədlər, m və k tam ədədlərdir) olduqda $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ olduğunu isbat edək.

$$\begin{aligned}
 a^p \cdot a^q &= a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{ml}{nl}} \cdot a^{\frac{nk}{nl}} = \sqrt[nl]{a^{ml}} \cdot \sqrt[nl]{a^{nk}} = \sqrt[nl]{a^{ml} \cdot a^{nk}} = \sqrt[nl]{a^{ml+nk}} = a^{\frac{ml+nk}{nl}} = \\
 &= a^{\frac{ml}{nl} + \frac{nk}{nl}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}} = a^{p+q}
 \end{aligned}$$

Digər xassələr də oxşar qayda ilə isbat edilir.

Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri

Öyrənmə tapşırıqları

9 > Rasional üstlü qüvvət şəklində göstərin.

a) $c^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{1}{3}}$ b) $\frac{2}{a^3} \cdot \frac{1}{a^3}$ c) $\frac{2}{b^3} : \frac{4}{b^3}$ d) $a^{0,8} \cdot a^{-5,1} \cdot a^{7,3}$

10 > Sadələşdirin

a) $x^{\frac{1}{2}} : x^{\frac{1}{3}}$ b) $y : y^{\frac{2}{3}}$ c) $a^{\frac{1}{3}} : a^{-\frac{2}{3}}$ d) $c^{1,2} : c^{-0,8}$

11 > Rasional üstlü qüvvətin xassələrini tətbiq edərək sadələşdirin.

a) $(\frac{5}{a^7})^{1,4}$ b) $(m^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{4}}$ c) $(b^{0,8})^{0,5}$
d) $(c^{0,7})^{0,5} \cdot c^{0,15}$ e) $y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{2}{3}} : y^{-0,5}$ f) $(a^{\frac{3}{4}})^{\frac{5}{9}} \cdot a^{\frac{5}{12}}$

12 > Hesablayın.

a) $2 \cdot 4^{0,4} \cdot 4^{\sqrt[5]{2}}$ b) $4^{\frac{5}{12}} \cdot \sqrt[6]{2}$ c) $25^{0,7} \cdot 5^{0,4}$ d) $3^{0,2} \cdot 3^{-0,25} \cdot 3^{\frac{4}{5}} \cdot 3^{\frac{3}{4}}$

13 > İfadənin qiymətini tapın.

a) $(81 \cdot 16)^{\frac{1}{4}}$ b) $(\frac{1}{8} \cdot 27^{-1})^{\frac{1}{3}}$ c) $(0,01 \cdot \frac{1}{49})^{-\frac{1}{2}}$ d) $(\frac{49}{144})^{\frac{1}{2}}$

14 > Sadələşdirin. a) $(125 x^6)^{\frac{2}{3}}$ b) $(27 x^3)^{\frac{1}{3}}$ c) $(64 c^6)^{\frac{1}{3}}$ d) $(\frac{1}{81} x^8)^{-\frac{1}{4}}$

15 > Müəyyən ifadənin kvadratı şəklində göstərin ($x > 0$): $x; x^8; x^{\frac{1}{4}}; x^{-\frac{1}{3}}$

16 > Müəyyən ifadənin kubu şəklində göstərin ($a > 0$): $a; a^6; a^{\frac{1}{4}}; a^{-\frac{1}{3}}; \sqrt{a}$

17 > $234^{\frac{1}{2}} = a$ olduğunu bilərək, aşağıdakı ədədləri a ilə ifadə edin.

a) $2,34^{\frac{1}{2}}$ b) $0,0234^{\frac{1}{2}}$ c) $23400^{\frac{1}{2}}$

18 > $x > 0, a > 0$ olduğunu bilərək, x dəyişənini a ilə ifadə edin.

a) $a = x^{\frac{1}{2}}$ b) $a = x^{\frac{1}{3}}$ c) $a = x^{\frac{2}{3}}$

19 > Tənlikləri həll edin. a) $x^{\frac{1}{2}} = 3$ b) $x^{\frac{1}{3}} = 2$ c) $x^{\frac{3}{5}} \cdot x^{1,4} = 9$

Nümunə: $x^{\frac{2}{3}} = 4 \Rightarrow (x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 8$

20 > İfadəni rasional üstlü qüvvət kimi göstərin.

a) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}$ c) $\sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt{x}}$

Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri

21> Sadələşdirin.

a) $x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{x}$

b) $\frac{c^{0,4} \cdot \sqrt[5]{c}}{\sqrt{c}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[5]{x^2}}}{x^{-\frac{1}{5}}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x^2}}}{x^{-\frac{1}{8}}}$

22> Sadələşdirin.

a) $(x^{\frac{1}{2}} - 3) \cdot 2x^{\frac{1}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}}$ b) $(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}) \cdot (x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}})$ c) $(y^{\frac{1}{3}} - 1) \cdot (y^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{1}{3}} + 1)$

23> Cəm şəklində göstərin.

a) $(c^{\frac{3}{4}} + 2c^{\frac{1}{4}})^2 - 4c$

b) $\sqrt{x} + \sqrt{y} - (x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}})^2$

c) $(c^{\frac{2}{9}} - 1)(c^{\frac{4}{9}} + c^{\frac{2}{9}} + 1) \cdot (c^{\frac{2}{3}} + 1)$

Nümunə:

$$\begin{aligned} (1 - a^{\frac{1}{2}})^2 + 2 \cdot a^{0,5} &= \\ = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot a^{\frac{1}{2}} + (a^{\frac{1}{2}})^2 + 2 \cdot a^{0,5} &= \\ = 1 + a. \end{aligned}$$

24> Vuruqlara ayırın.

a) $b + b^{\frac{1}{2}}$

b) $(ab)^{\frac{1}{3}} - (ac)^{\frac{1}{3}}$

c) $c^2 - 3$

d) $a - b, (a > 0, b > 0)$

e) $x^{\frac{1}{2}} - 4$

f) $x^{\frac{1}{3}} + 8$

g) $x^{\frac{2}{3}} - 9$

h) $y - 27 (y > 0)$

25> Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$

b) $\frac{x^{\frac{1}{2}} - 3}{x - 9}$

c) $\frac{a - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}{a - b}$

d) $\frac{b^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{6}}}$

26> Dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{a - 4a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{4}} - 2a^{\frac{1}{2}}}, a = 81$

b) $\frac{c^{\frac{1}{2}} - 4c^{\frac{1}{6}}}{c^{\frac{1}{3}} - 2c^{\frac{1}{6}}}, c = 64$

27> İsbat edin ki, ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyil.

a) $\frac{(9^n - 5 \cdot 9^{n-1})^{\frac{1}{2}}}{(27^{n-1} - 19 \cdot 27^{n-2})^{\frac{1}{3}}}$

b) $\frac{(8^{n-2} - 7 \cdot 8^{n-3})^{\frac{1}{3}}}{(5 \cdot 16^{n-1} + 16^{n-2})^{\frac{1}{4}}}$

Tətbiq tapşırıqları

28> Çay, qəhvə və şokoladın tərkibində kofein vardır. $100 \cdot (0,5)^{\frac{n}{5}}$ ifadəsi ilə insan orqanizmində istifadədən n saat sonra qalan kofeinin miqdarını (%) hesablamaq olar. Çay və ya qəhvə qəbul etdikdən:

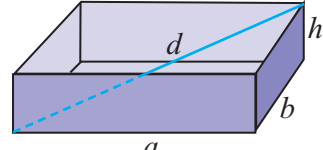
1) a) $\frac{1}{2}$ saat; b) 1,5 saat sonra orqanizmdə neçə faiz kofein qalar?

2) Neçə saatdan sonra orqanizmdə qalan kofein 50% olar?

Rasional üstlü qüvvət və onun xassələri

29 > Həcmi 2187 m^3 olan kub şəkilli neft çəni hazırlanmışdır. Bir qutu rəng 20 m^2 sahəni rəngləməyə çatarsa, bu çənin tam səthini rəngləmək üçün neçə qutu boya lazımdır?

30 > Düzbucaqlı paralelepiped şəklində olan qutunun şəkində göstərilmiş diaqonalının uzunluğunu $d = (a^2 + b^2 + h^2)^{1/2}$ düsturuna görə tapmaq olar.



a) Uzunluğu $a = 20 \text{ sm}$, eni $b = 12 \text{ sm}$, hündürlüyü $h = 6 \text{ sm}$ olan qutunun göstərilən diaqonalının uzunluğunu tapın

b) Uzunluğu $a = 4 \text{ sm}$, eni $b = 3 \text{ sm}$, diaqonalı $d = 13 \text{ sm}$ olan qutunun hündürlüyünü (h) tapın.

31 > Ölçüləri $2^{\frac{1}{3}} \text{ sm}$, $4^{\frac{1}{3}} \text{ sm}$, $8^{\frac{1}{3}} \text{ sm}$ olan düzbucaqlı paralelepipedin həcmi tapın. Bu paralelepipedin həcmi tili $5^{\frac{1}{4}} \text{ sm}$ olan kubun həcmi ilə müqayisə edin.

32 > **Biologiya.** Bioloqlar canlılar üzərində müxtəlif istiqamətlərdə müqayisəli tədqiqatlar aparırlar. Məsələn, məməlilər sinfindən olan canlıların “səthinin sahəsini” (sm^2) təxmini olaraq $S \approx k \cdot m^{2/3}$ düsturu ilə hesablayırlar. Burada m canlının kütləsi (qramla), k isə hər bir canlı üçün qəbul edilmiş sabit əmsaldır. Cədvəldə məməlilər sinfindən olan bəzi canlılar üçün k əmsalı verilmişdir.

Adı	Siçan	Pişik	İt	İnək	Dovşan	İnsan
k əmsalı	9,0	10,0	11,2	9,0	9,75	11,0

Kütləsi: a) 2 kq olan pişiyin; b) 12 kq olan itin; c) 6 kq olan dovşanın dərisinin səthi neçə kvadrat santimetrdir?

33 > 1) Bir kvadrat çəkin. Sahəsini elə ədəd qəbul edin ki, onun perimetri:

a) rasional ədəd;

b) irrasional ədəd olsun.

2) Bir kub çəkin və həcmi elə ədəd qəbul edin ki, tam səthinin sahəsi:

a) rasional ədəd;

b) irrasional ədəd olsun.

34 > Verilən düsturlara görə tələb olunan kəmiyyəti digərləri ilə ifadə edin.

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{g}}$ olduqda m -i;

b) $R = \sqrt{d^2 + k^2}$ olduqda k -ni;

c) $K = \sqrt{1 - \frac{x^3}{u^3}}$ olduqda u -nu;

d) $A = \sqrt{1 + \frac{a^3}{b^3}}$ olduqda b -ni;

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 > İfadənin qiymətini tapın.

a) $(\sqrt[3]{108} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32}) : \sqrt[3]{4}$

b) $(\sqrt[4]{8} - \sqrt[4]{0,5}) \cdot \sqrt[4]{2}$

c) $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{(\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{8})^2}$

d) $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt[4]{17 - 12\sqrt{2}}}{\sqrt{3} - \sqrt{8}}$

2 > Ədədləri artan sıra ilə düzün.

a) $\sqrt[5]{3}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[15]{30}$

b) $\sqrt[5]{4}, \sqrt[10]{25}, \sqrt[6]{3 \cdot \sqrt[5]{3}}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$

3 > Kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad edin.

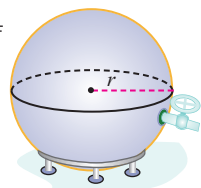
a) $\frac{12}{\sqrt[3]{3}}$

b) $\frac{6}{\sqrt[5]{8}}$

c) $\frac{6}{\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{2}}$

d) $\frac{9}{\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{3}}$

4 > Radiusu r olan kürənin həcmi $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ düsturu ilə hesablanır.



a) Radiusu 1,5 m olan kürəşəkilli çənin həcmi hesablayın.

b) Həcmi $\frac{28\pi}{3} \text{ m}^3$ olan kürəşəkilli çənin radiusunu tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

5 > Hesablayın.

a) $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt[6]{2 + \sqrt{3}}}$

b) $\frac{\sqrt[6]{4 - \sqrt{15}}}{\sqrt{4 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt[3]{4 + \sqrt{15}}}$

6 > Vuruğu kök işarəsi altına daxil edin.

a) $2\sqrt[4]{3}$

b) $-3\sqrt[4]{2}$

c) $a\sqrt[4]{3}, a > 0$

d) $a\sqrt[4]{3}, a < 0$

e) $c\sqrt[4]{\frac{2}{c}}$

f) $c\sqrt[4]{-\frac{2}{c}}$

7 > Sadələşdirin.

a) $\sqrt[3]{a^3 \sqrt[3]{a}}$

b) $\frac{\sqrt[5]{b^3 \sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b} \sqrt{b}}$

c) $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{b} + \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b} + \sqrt[3]{b}}$

8 > Sadələşdirin:

a) $\frac{a^{\frac{1}{6}} + 5}{25 - a^{\frac{1}{3}}}$

b) $\frac{b - a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}}}{a - 2a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}$

9 > Bərabərliklər üçün uyğunluğu müəyyən edin.

1. $\sqrt[4]{a^4} = a$

2. $\sqrt[3]{a^3} = -a$

3. $\sqrt[6]{a^6} = |a|$

a) a -nın istənilən qiymətlərində doğrudur.

b) Yalnız $a \geq 0$ olduqda doğrudur.

c) Yalnız $a = 0$ olduqda doğrudur.

10 > Tənlikləri həll edin.

a) $0,5x^4 + 1 = 9$

b) $\sqrt[3]{2x - 4} = 1$

c) $\sqrt[4]{3x + 4} = 1$

11 > $a < 0$ olduqda, sadələşdirin: $a^2 \cdot \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^9} - 2\sqrt[4]{a^{12}}$

12 > $\sqrt[8]{3} = a + 1$ olarsa, $(\sqrt[8]{3} + 1) \cdot (\sqrt[4]{3} + 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$ hasilini a ilə ifadə edin.

13 > Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası var?

a) $\sqrt[8]{x - 3}$

b) $\sqrt[5]{x - 1}$

c) $\sqrt[4]{2 - x}$

d) $\sqrt[6]{-x}$

Çevrə. Mərkəzi bucaq. Çevrə qövsü

Mərkəzi bucaq. Qövsün dərəcə ölçüsü

Çevrə qövsü. Çevrə üzərindəki hər hansı iki nöqtə onu iki qövşə ayırır: nöqtələr diametrin ucları deyilsə, böyük qövşə (major qövs) və kiçik qövşə (minor qövs). Çevrə üzərindəki iki nöqtə diametrin uc nöqtələri olarsa, hər iki qövs yarımçevrə olur.

Əgər C nöqtəsi AB qövsünün hər hansı nöqtəsidirsə, $\sphericalangle ACB = \sphericalangle AC + \sphericalangle CB$.

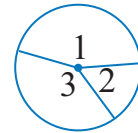
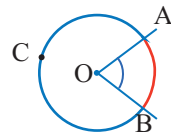
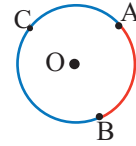
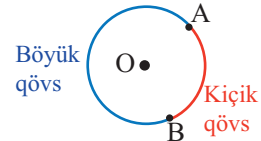
Şəkindəki O mərkəzli çevrədə $\sphericalangle AB$ kiçik qövs, $\sphericalangle ACB$ isə böyük qövsdür.

Mərkəzi bucaq. Təpə nöqtəsi çevrənin mərkəzində olan bucağa mərkəzi bucaq deyilir.

Çevrə qövsünü xarakterizə edən kəmiyyətlərdən biri qövsün dərəcə ölçüsüdür.

Qövsün dərəcə ölçüsü uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünə bərabərdir: $\sphericalangle AB = \angle AOB$

Çevrənin ortaq daxili nöqtəsi olmayan bütün mərkəzi bucaqlarının cəmi 360° -dir. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$

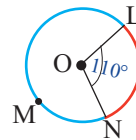


Çevrə qövsləri və onların ölçüləri

Qövslər	Ölçüləri
Minor qövs, kiçik qövs	Minor qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən kiçikdir və uyğun mərkəzi bucağın dərəcə ölçüsünə bərabərdir. $\sphericalangle AB = \angle AOB$
Major qövs, böyük qövs	Major qövsün dərəcə ölçüsü 180° -dən böyükdür və onun qiyməti 360° ilə uyğun minor qövsün fərqinə bərabərdir. $\sphericalangle ADB = 360^\circ - \sphericalangle AB$
Yarımçevrə	Yarımçevrənin dərəcə ölçüsü 180° -dir. $\sphericalangle ADB = 180^\circ$

Nümunə: $\sphericalangle LN$ minor qövsdür: $\sphericalangle LN = 110^\circ$

$\sphericalangle LMN$ major qövsdür: $\sphericalangle LMN = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

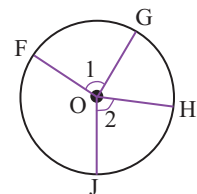


Konqruent qövslər

Çevrənin dərəcə ölçüləri bərabər olan qövsləri konqruent qövslərdir.

Əgər $\angle 1 \cong \angle 2$ olarsa, onda $\sphericalangle FG \cong \sphericalangle HJ$.

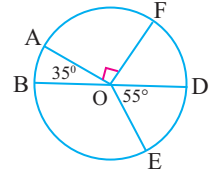
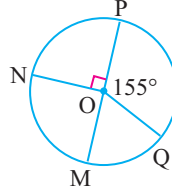
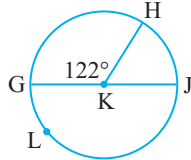
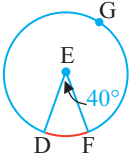
Əgər $\sphericalangle FG \cong \sphericalangle HJ$ olarsa, onda $\angle 1 \cong \angle 2$.



Çevrə. Mərkəzi bucaq. Çevrə qövsü

Öyrənmə tapşırıqları

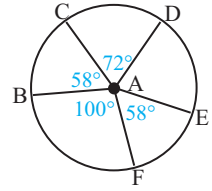
- 1 > Şəkilə verilənlərə görə minor, major qövslərin və ya yarımçevrənin adlarını yazın, dərəcə ölçülərini müəyyən edin.



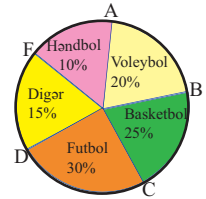
- 2 > Qövslərin dərəcə ölçülərini müəyyən edin. Hansı qövslər konqruyentdir?

1. BC və EF
3. CD və DE

2. BC və CD
4. BFE və CBF



- 3 > Dairəvi diaqramla görə hər bir məlumatla uyğun qövsün dərəcə ölçüsünü tapın.



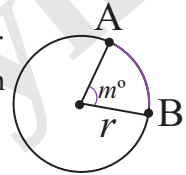
Qövsün uzunluğu

Mərkəzi bucaq tam bucağın hansı hissəsidirsə, uyğun qövsün uzunluğu da çevrənin uzunluğunun həmin hissəsidir.

1° -li qövsün uzunluğu çevrənin uzunluğunun $\frac{1}{360}$ hissəsidir.

m° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğu çevrənin uzunluğunun $\frac{m}{360}$ hissəsini təşkil edir:

$$l = \frac{m}{360} \cdot 2\pi r$$



Qövsün uzunluğu uzunluq ölçü vahidləri ilə (mm, sm, m və s.) ifadə edilir.

Nümunə 1. Uzunluğu 72 sm olan çevrədə 45° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu tapın.

Həlli: 45° -li mərkəzi bucaq tam bucağın $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$ hissəsi olduğundan, uyğun qövsün uzunluğu çevrənin uzunluğunun $\frac{1}{8}$ -nə bərabərdir: $l = \frac{1}{8} \cdot 72 = 9$ (sm)

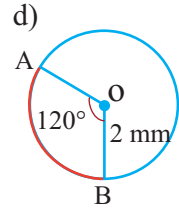
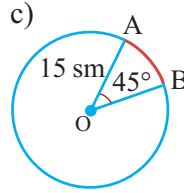
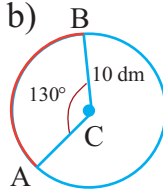
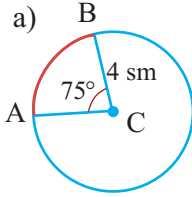
Nümunə 2. Radiusu 15 sm olan çevrədə 72° -li mərkəzi bucağa uyğun qövsün uzunluğunu hesablayın.

Həlli: $m = 72$, $r = 15$ qiymətlərini qövsün uzunluğu düsturunda yerinə yazaq:

$$l = \frac{72}{360} \cdot 2\pi \cdot 15 = 6\pi \approx 18,85 \text{ (sm)}$$

Çevrə. Mərkəzi bucaq. Çevrə qövsü

- 4 > Şəkilə verilən mərkəzi bucağa uyğun AB qövsünün uzunluğunu tapın. Nəticəni yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 5 > Çevrənin radiusuna və mərkəzi bucağına görə uyğun qövsün / uzunluğunu tapın. Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

a) $r = 3 \text{ sm}, m = 45^\circ$

b) $r = 7 \text{ m}, m = 80^\circ$

c) $r = 8 \text{ m}, m = 120^\circ$

- 6 > Saatin dəqiqə əqrəbinin uzunluğu 20 sm-dir. Saat 12:00-dan 12:30-a qədər müddətdə bu saatin dəqiqə əqrəbinin uc nöqtəsi neçə santimetr uzunluğunda qövs cızır?



- 7 > Əkin sahəsi müxtəlif bitkilərin yetişdirilməsi üçün bərabər hissələrə ayrılmışdır.

a) Dairəvi diaqramla görə lobya, bibər və pomidor əkilən hissələrə uyğun çevrə qövsünün dərəcə ölçüsünü tapın.

b) Diametr 120 vahid olarsa, uyğun çevrədə hər hissəyə uyğun qövsün uzunluğunu tapın.



- 8 > FM karuselin diametridir və 30 m-ə bərabərdir. Şəkilə verilənlərə görə qövslərin uzunluqlarını hesablayın.

1) $\sim FG$

5) $\sim FKH$

2) $\sim MF$

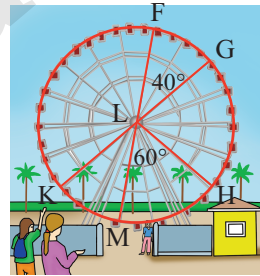
6) $\sim GHM$

3) $\sim GH$

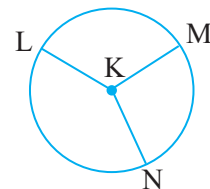
7) $\sim MKG$

4) $\sim MH$

8) $\sim HGF$



- 9 > Radiusu 5 sm olan çevrə L, M və N nöqtələri ilə 5:3:4 nisbətində qövsələrə ayrılmışdır. Bu qövsələrin: a) dərəcə ölçülərini; b) uzunluqlarını tapın.



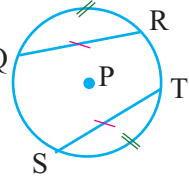
Çevrə. Vətər

Konqruyent vətərlər haqqında teorem

Teorem 1. Çevrənin konqruyent qövslərini gərən vətərləri konqruyentdir.

Tərs teorem 1. Çevrənin konqruyent vətərlərinin gərdikləri qövslər konqruyentdir.

1) $\neg QR \cong \neg ST$ olarsa, $QR \cong ST$ 2) $QR \cong ST$ olarsa, $\neg QR \cong \neg ST$

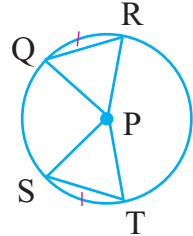


Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Teorem 1-in isbatını araşdırın. Dəftərinizdə uyğun nöqtələri başqa hərflərlə işarələməklə teoremin isbatını yenidən yazın.

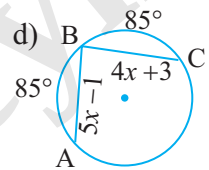
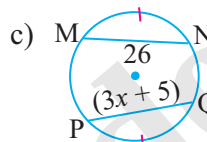
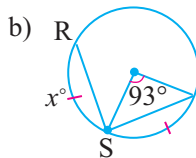
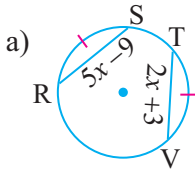
Teorem 1-in isbatı: $\neg QR \cong \neg ST$ olarsa, $QR \cong ST$

Təklif	Əsası
1. $\neg QR \cong \neg ST$	1. Verilir
2. $\angle QPR \cong \angle SPT$	2. Konqruyent qövslərə uyğun mərkəzi bucaqlar konqruyentdir
3. $QP \cong RP \cong SP \cong TP$	3. Çevrənin radiuslarıdır
4. $\triangle QPR \cong \triangle SPT$	4. TBT əlamətinə görə
5. $QR \cong ST$	5. Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləridir

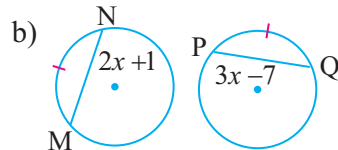
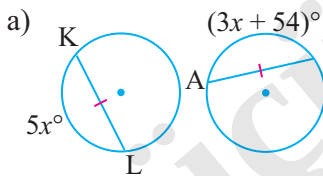


- 2 > Analoji qayda ilə tərs teorem 1-i isbat edin.

- 3 > Şəkildə verilənlərə görə x dəyişənini tapın.



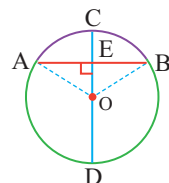
- 4 > Verilmiş çevrələrin konqruyent olduqlarını bilərək, x dəyişənini tapın.



Vətərin orta perpendikulyarı haqqında teorem

Teorem 2. Vətərə perpendikulyar olan diametr bu vətəri və uyğun qövsü yarıya bölür.

$CD \perp AB$ olarsa, $AE \cong EB$ və $\neg AC \cong \neg CB$



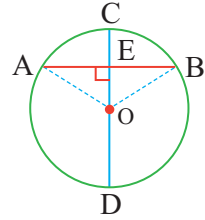
Çevrə. Vətər

Teorem 2-nin isbatı.

Verilir: O mərkəzli çevrə, $CD \perp AB$

İsbat edin: $AE \cong EB$, $\sphericalangle AOC \cong \sphericalangle BOC$,

Çevrənin OA və OB radiuslarını çəkin.



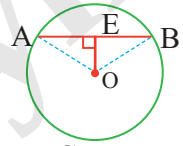
Təklif	Əsası
1. $AB \perp CD$	1. Verilir
2. $\angle AEO$ və $\angle BEO$ düz bucaqlardır.	2. Perpendikulyar düz xətlər düz bucaq altında kəsişirlər.
3. $OA \cong OB$	3. Çevrənin radiusları konqruyentdir.
4. $\triangle AOE \cong \triangle BOE$	4. Hipotenuz və katetə görə düzbucaqlı üçbucaqların konqruyentliyi
5. $AE \cong BE$	5. Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri
6. $\angle AOE \cong \angle BOE$	6. Konqruyent üçbucaqların uyğun bucaqları
7. $\sphericalangle AOC \cong \sphericalangle BOC$	7. Konqruyent mərkəzi bucaqlara uyğun qövsələr konqruyentdir.

Nəticə 1. Çevrənin mərkəzindən keçən və vətərə perpendikulyar olan düz xətt həm vətəri, həm də onun qövsünü yarıya bölür.

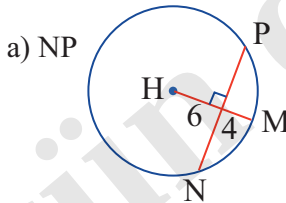
Nəticə 2. Çevrənin mərkəzi vətərin orta perpendikulyarı üzərindədir. Vətərin orta perpendikulyarı çevrənin mərkəzindən keçir.

Nümunə. Radiusu 17 vahid olan çevrədə uzunluğu 30 vahid olan vətərin mərkəzdən məsafəsini tapın.

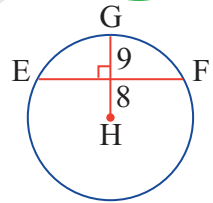
Həlli: $OE \perp AB$ olarsa, $AE = EB = 30 : 2 = 15$. $\triangle AOE$ -dən Pifaqor teoreminə görə $OE^2 = OA^2 - AE^2 = 17^2 - 15^2 = 64$, $OE = 8$



- 5 > Şəkilə verilənlərə görə H mərkəzli çevrədə vətərin uzunluğunu tapın.

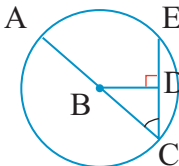


b) EF

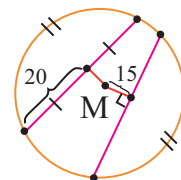


- 6 > Mərkəzi B nöqtəsində yerləşən çevrənin diametri 30 vahiddir. $\angle ACE = 45^\circ$ olduğuna görə tapın:

- a) BD parçasının uzunluğunu;
b) DC parçasının uzunluğunu;
c) CE vətərinin uzunluğunu.



- 7 > Şəkilə verilənlərə görə çevrənin radiusunu tapın. M nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.



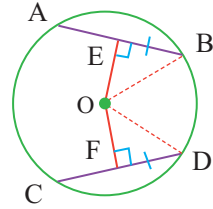
Çevrə. Vətər

Mərkəzdən bərabər məsafədə olan vətərlər haqqında teorem

Teorem 3. Çevrənin konqruyent vətərləri mərkəzdən eyni məsafədədir.

$AB \cong CD$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ olarsa, $OE \cong OF$

Tərs teorem 3. Çevrənin mərkəzindən eyni məsafədə olan vətərlər konqruyentdir.

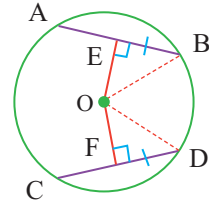


Teorem 3-ün isbatı.

Verilir: O mərkəzli çevrə, $AB \cong CD$

$OE \perp AB$ $OF \perp CD$

İsbat edin: $OE \cong OF$



İsbatı(mətnlə): Çevrənin mərkəzindən keçən və vətərə perpendikulyar olan düz xətt vətəri və onun gərdiyi qövsü yarıya bölür. OE və OF konqruyent AB və CD vətərlərinin orta perpendikulyarlarıdır. Konqruyent vətərlərin yarıısı olduqlarından, $EB \cong FD$. Çevrənin OB və OD radiuslarını çəkək: $OB \cong OD$. Hipotenuz və katetə görə $\triangle OEB$ və $\triangle OFD$ düzbucaqlı üçbucaqları konqruyentdirlər. OE və OF bu konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri olduqlarından: $OE \cong OF$. Teorem isbat olundu.

Məsələ. AD və BC vətərləri mərkəzdən bərabər məsafədədir: $OE = OF = 9$. Çevrənin radiusu 41 vahid olarsa, AD və BC-ni tapın.

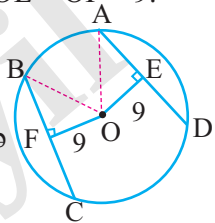
Həlli: AD və BC vətərləri mərkəzdən bərabər məsafədə olduqları üçün konqruyentdirlər: $AD \cong BC$.

$OE \perp AD$ və $OF \perp BC$. A və B nöqtələrini O nöqtəsi ilə birləşdirək.

$\triangle AEO$ düzbucaqlı üçbucağında: $AE^2 + OE^2 = OA^2$

$AE^2 + 9^2 = 41^2$; $AE^2 = 1600$; $AE = 40$; $AD = 2 \cdot AE = 2 \cdot 40 = 80$

$AD \cong BC$ olduğundan $BC = 80$.

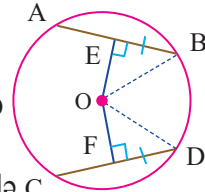


8 > Tərs teorem 3-ü isbat edin.

Verilir: O mərkəzli çevrə, $OE \cong OF$, $OE \perp AB$, $OF \perp CD$

İsbat edin: $AB \cong CD$.

İsbat üçün plan: Üçbucaqların konqruyentliyindən istifadə edin.

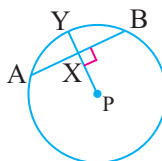


9 > P mərkəzli çevrədə verilənlərə görə tələb olunanları tapın.

a) **Verilir:** $PY = 13$

$AB = 10$

Tapın: $BX = ?$; $PX = ?$

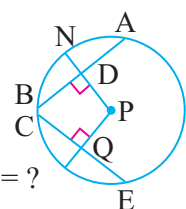


b) **Verilir:** $PD = 10$

$PQ = 10$

$QE = 24$

Tapın. $AB = ?$, $PN = ?$

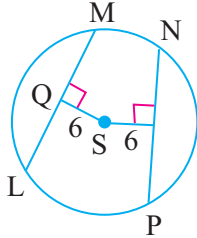


Çevrə. Vətər

- 10 > a) Verilir: Mərkəzi S olan çevrədə:

$$LM = x + 8 \text{ və } PN = 2x$$

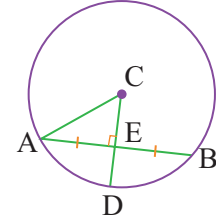
Tapın: çevrənin radiusunu



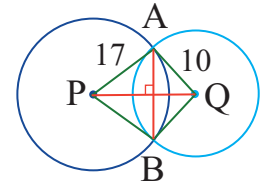
- b) Verilir: Mərkəzi C olan çevrədə $CD \perp AB$

$$AB = 8 \text{ sm, } CD = 5 \text{ sm}$$

Tapın: $CE = ?$



- 11 > AB parçası çevrələrin P və Q mərkəzlərini birləşdirən parçaya perpendikulyardır. $AP = 17$, $AQ = 10$, $AB = 16$ vahid olarsa, PQ-nü tapın.

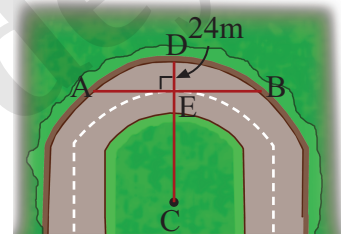


- 12 > **Açıq tipli sual.** 1) Çevrənin bərabər olmayan iki vətərini və onların orta perpendikulyarlarını çəkin. Hansı vətər mərkəzə daha yaxındır: uzun vətər, yoxsa qısa vətər?

2) Müxtəlif radiuslu iki çevrə çəkin. Hər bir çevrənin elə vətərini çəkin ki, onların uzunluqları bərabər olsun. Bu vətərlərin gərdikləri minör qövslərə uyğun mərkəzi bucaqları göstərin. Hansı mərkəzi bucaq daha böyük oldu? Fikrinizi izah edin.

- 13 > Radiusu 5 sm olan çevrədə uzunluqları 6 sm və 8 sm olan iki paralel vətər arasındakı məsafəni tapın. Neçə hal mümkündür?

- 14 > Yolun əyrixətli hissəsi mərkəzi C nöqtəsində yerləşən və radiusu 120 m olan çevrənin bir hissəsidir. DE-nin uzunluğu 24 m olarsa, AB parçasının uzunluğunu tapın.



- 15 > Uyğun şəkillər çəkməklə məsələləri həll edin.

a) Çevrənin diametri 30 sm, vətərin uzunluğu isə 18 sm-dir. Vətər çevrənin mərkəzindən hansı məsafədədir?

b) Çevrənin uzunluğu 12 sm olan vətəri mərkəzdən 8 sm məsafədədir. Çevrənin radiusunu tapın.

c) Çevrənin diametri 52 sm, vətərin mərkəzdən məsafəsi 10 sm-dir. Vətərin uzunluğunu tapın.

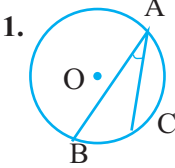
Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq

Təpəsi çevrə üzərində, tərəfləri çevrəni kəsən bucağa çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq deyilir. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağa aid olan qövsə bu bucağın söykəndiyi qövs deyilir.

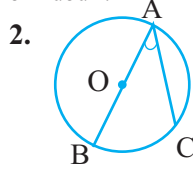
Şəkilə $\angle BAC$ O mərkəzli çevrənin daxilinə çəkilmiş bucaq, BC qövsü isə bu bucağın söykəndiyi qövsdür.

Aşağıda çevrə daxilinə çəkilmiş üç müxtəlif bucaq təsvir edilmişdir.

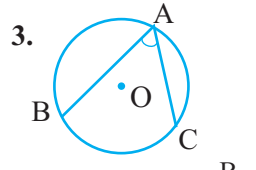
Çevrənin mərkəzi daxilə çəkilmiş bucağın xaricəndir.



Çevrənin mərkəzi daxilə çəkilmiş bucağın tərəfi üzərindədir.



Çevrənin mərkəzi daxilə çəkilmiş bucağın daxilindədir.



Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq

Teorem 1. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsü söykəndiyi qövşün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabərdir:

$$\angle ABC = \frac{\sphericalangle AC}{2}$$

İsbatı (mətnlə). OB və OC çevrənin radiuslarıdır və $\triangle BOC$ bərabəryanlı üçbucaqdır. Deməli, $\angle B = \angle C$.

$\triangle BOC$ -nin xarici bucağı olduğundan $\angle AOC = \angle B + \angle C$.

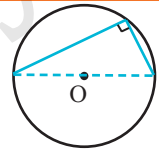
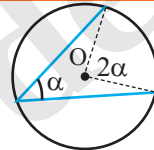
$\angle B = \angle C = x$ qəbul etsək, $\angle AOC = 2x$ olar.

Mərkəzi bucağın və söykəndiyi qövşün dərəcə ölçüləri bərabər olduğundan $\sphericalangle AC = \angle AOC = 2x$. Buradan $\angle ABC = \frac{\sphericalangle AC}{2}$.

Teoremin isbatını ikisütunlu cədvəl şəklində yazın.

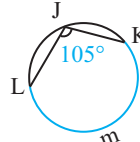
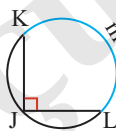
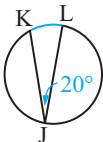
Nəticə 1. Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq uyğun mərkəzi bucağın yarısına bərabərdir.

Nəticə 2. Diametrə (yarımçevrəyə) söykənən daxilə çəkilmiş bucaq düz bucaqdır.

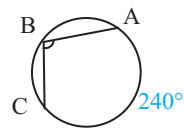
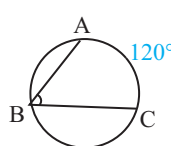
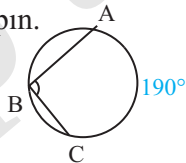


Öyrənmə tapşırıqları

1 > Bucağın söykəndiyi çevrə qövşünün dərəcə ölçüsünü tapın.



2 > Verilən çevrə qövşünə görə çevrə daxilinə çəkilmiş bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.

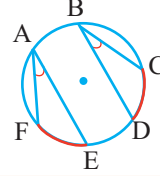
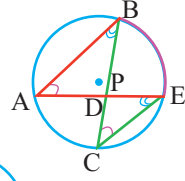


Çevrə daxilinə çəkilmiş bucaq

Çevrə daxilinə çəkilmiş konqruent bucaqlar

Nəticə 3. Eyni qövsə söykənən daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruentdir. $\angle EAB \cong \angle BCE$, $\angle ABC \cong \angle AEC$.

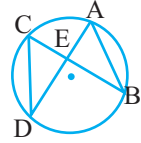
Nəticə 4. Söykəndikləri qövsləri konqruent olan daxilə çəkilmiş bucaqlar konqruentdir.
Əgər $\sim FE \cong \sim CD$ olarsa, $\angle FAE \cong \angle DBC$



3 > Verilir: $CD \cong AB$

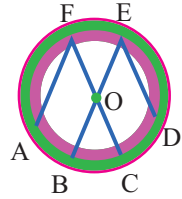
İsbat edin: $\triangle CDE \cong \triangle ABE$

İsbat üçün plan: iki bucaq və bir tərəfinə görə (BTB) üçbucaqların konqruentlik əlamətindən istifadə edin.



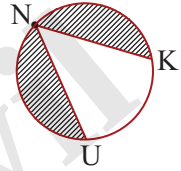
4 > 1) Kommersiya nişanları olaraq bir çox hallarda dairəşəkilli loqolardan istifadə edilir. Şəkildə iki daxilə çəkilmiş bucaq və mərkəzi bucaqla dizayn edilmiş loqo təsvir edilmişdir. a) Bu bucaqların adlarını yazın.

b) $\sim AC \cong \sim BD$, $\sim AF = 90^\circ$, $\sim FE = 45^\circ$, $\sim ED = 90^\circ$ olarsa, $\angle AFC$ və $\angle BED$ -ni tapın.



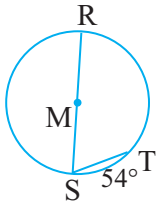
2) Şəkildəki loqoda $\sim NK \cong \sim NU$, $\sim NK = 130^\circ$ olarsa, $\angle KNU$ -nu tapın.

3) Siz də bir loqo dizayn edin.

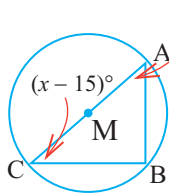


5 > Şəkildə verilənlərə görə tapın (M çevrənin mərkəzidir).

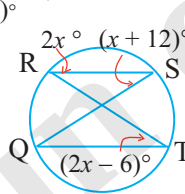
1) $\angle S$



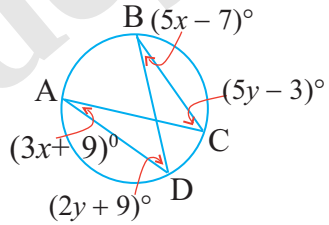
2) $\sim CB$



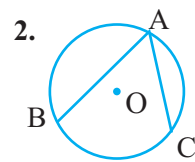
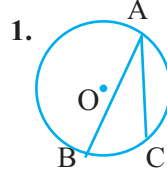
3) $\angle Q, \angle T$



4) $\angle D, \angle B$



6 > Teorem 1-in isbatı 2-ci hal üçün səhifə 35-də verilmişdir. Bu teoremi daxilə çəkilmiş bucağın 1-ci və 3-cü vəziyyətinə görə də isbat edin.



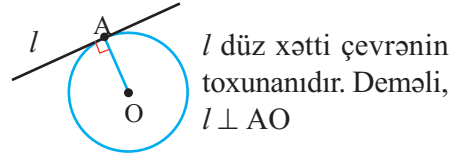
7 > Çevrə dörd nöqtə ilə 3:4:5:6 nisbətində bölünmüşdür. Təpələri həmin nöqtələrdə olan dördbucaqlının bucaqlarını tapın.

Çevrəyə toxunan

Çevrəyə toxunan. Toxunanın əlaməti

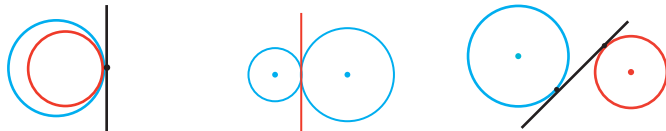
Çevrə ilə yalnız bir ortaq nöqtəsi olan düz xəttə çevrəyə toxunan deyilir.

Teorem 1. Çevrəyə toxunan düz xətt (parça) toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusa perpendikulyardır.



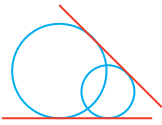
Tərs teorem (toxunanın əlaməti): Çevrənin nöqtəsindən keçən və bu nöqtəyə çəkilmiş radiusa perpendikulyar olan düz xətt çevrəyə toxundur.

Hər iki çevrəyə toxunan düz xəttə bu çevrələrin ortaq toxunanı deyilir. Çevrələr bir-birinə daxildən və ya xaricdən toxunmaqla bir nöqtədə eyni toxunana malik ola bilərlər. Həmçinin eyni toxunana müxtəlif nöqtələrdə də toxuna bilərlər.

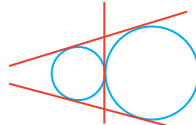


İki çevrənin bir neçə ortaq toxunanı da ola bilər və ya heç bir ortaq toxunanı olmaya da bilər.

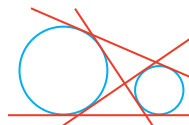
2 ortaq toxunanı var.



3 ortaq toxunanı var.



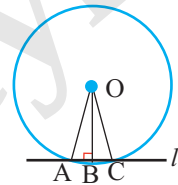
4 ortaq toxunanı var.



Ortaq toxunanları yoxdur.

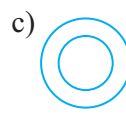
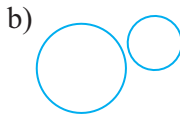
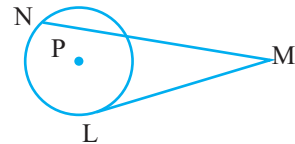


Teorem 1-in isbatı: l düz xətti çevrəyə toxunandırsa, deməli, çevrə ilə yeganə ortaq nöqtəsi vardır. Fərz edək ki, l düz xətti A toxunma nöqtəsinə çəkilmiş OA radiusuna perpendikulyar deyil. $OB \perp l$ çəkək və l düz xətti üzərində $AB = BC$ parçası ayıraq. Onda $\triangle AOB \cong \triangle COB$ olduğundan $OC = OA = r$ olur. Deməli, C nöqtəsi də çevrənin üzərindədir. Yəni l düz xəttinin çevrə ilə iki ortaq nöqtəsi var. Bu isə şərtə ziddir. Deməli, $l \perp OA$.



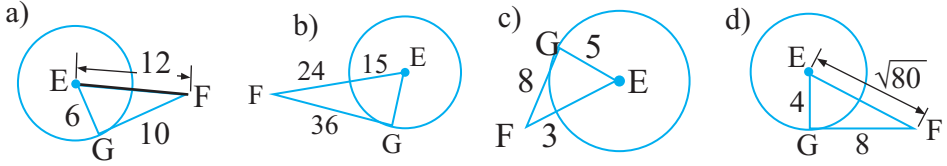
Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Şəkilə görə izah edin: nə üçün MN -ə P mərkəzli çevrəyə toxunan demək olmaz, ML -ə isə toxunan demək olar?
- 2 > Dəftərinizdə şəkildə verildiyi kimi çevrələr və onların ortaq toxunanlarını çəkin. Ortaq toxunanı olmayanları qeyd edin.

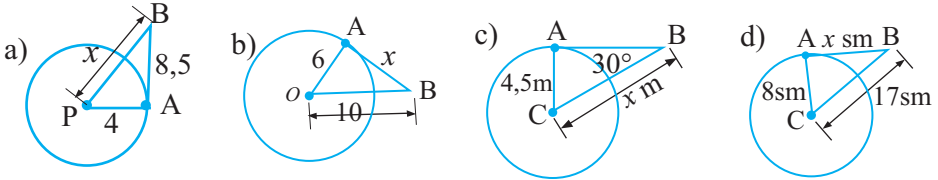


Çevrəyə toxunan

- 3 > Hansı şəkildə GF parçasının çevrəyə toxunan olduğunu söyləmək olar? Bu suala cavab vermək üçün Pifaqor teoreminə tərs teoremi yazın və məsələnin həllinə tətbiq edin. E nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.

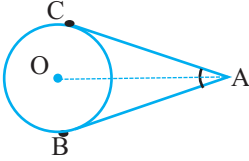


- 4 > AB-nin çevrəyə toxunan olduğunu bilərək, şəkildə verilənlərə görə x -i tapın.



Eyni nöqtədən çevrəyə çəkilmiş toxunanların xassəsi

Teorem 2. Eyni nöqtədən çevrəyə çəkilmiş iki toxunanın toxunma nöqtələrinə qədər olan parçaları konqruyentdir və çevrənin mərkəzi toxunanların əmələ gətirdiyi bucağın tənböləni üzərində yerləşir.



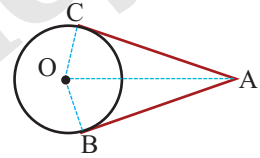
AB və AC O mərkəzli çevrəyə A nöqtəsindən çəkilmiş toxunanlardır.
 $AB \cong AC$, $\angle BAO \cong \angle CAO$.

- 5 > Teorem 2-ni isbat edin.

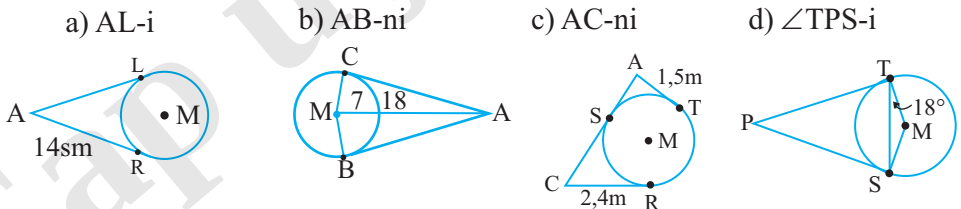
Verilir: AB və AC A nöqtəsindən O mərkəzli çevrəyə çəkilmiş toxunanların toxunma nöqtələrinə qədər olan parçalarıdır.

İsbat edin: $AB \cong AC$, $\angle BAO \cong \angle CAO$.

İsbat üçün plan: Çevrənin OB və OC radiuslarını və AO parçasını çəkin, uyğun üçbucaqların konqruyentliyindən istifadə edin.



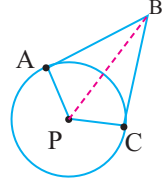
- 6 > Şəkildə çevrə xaricindəki nöqtədən M mərkəzli çevrəyə toxunanlar çəkilmişdir. Verilənlərə görə tələb olunanları tapın.



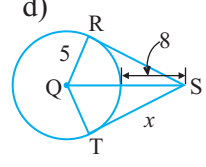
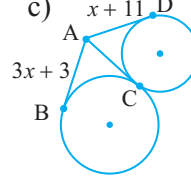
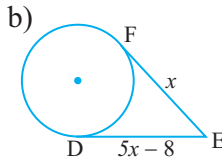
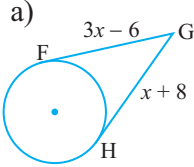
Çevrəyə toxunan

- 7 > B nöqtəsindən P mərkəzli çevrəyə toxunanlar çəkilmişdir. Verilən təkliflərdən hər birinin hansı əsasla doğru olduğunu yazın.

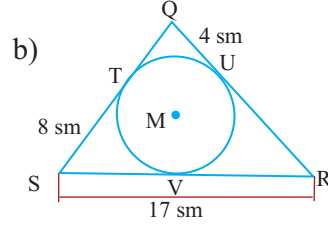
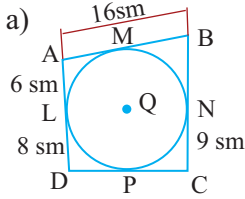
a) $BA \cong BC$ b) $PA \cong PC$ c) $\triangle PAB \cong \triangle PCB$



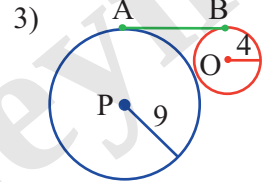
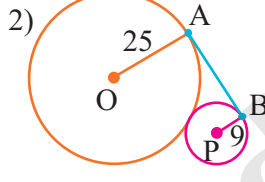
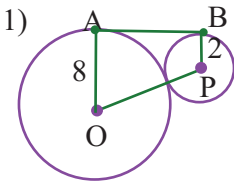
- 8 > Çevrə xaricindəki nöqtədən çevrəyə toxunanlar çəkilmişdir. Verilənlərə görə dəyişəni tapın.



- 9 > Şəkilə verilənlərə görə çoxbucaqlıların tərəflərinin uzunluqlarını və perimetrini tapın.

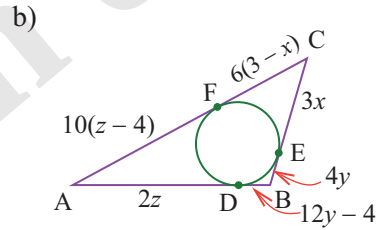
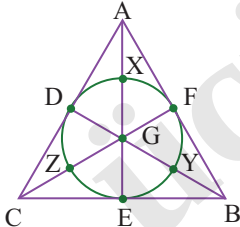


- 10 > AB bir-birinə xaricdən toxunan O və P mərkəzli çevrələrin ortaq toxunanıdır. AB parçasının uzunluğunu tapın.

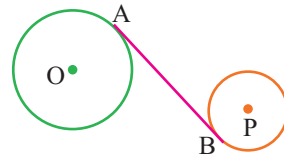


- 11 > Verilən məlumatlara görə $\triangle ABC$ -nin perimetrini tapın.

a) $BY = CZ = AX = 2,5$
çevrənin diametri $EX = 5$

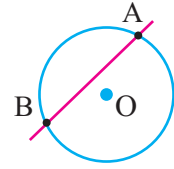


- 12 > AB O və P mərkəzli çevrələrə toxunandır. Çevrələrin radiusları uyğun olaraq 15 sm və 12 sm-dir. $OP = 36$ sm olarsa, AB parçasının uzunluğunu tapın.



Kəsən və toxunanların əmələ gətirdiyi bucaqlar

Çevrə ilə iki ortaq nöqtəsi olan düz xəttə çevrənin kəsəni deyilir. Şəkildə AB düz xətti çevrənin kəsənidir.



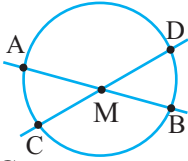
İki kəsənin arasındakı bucaqlar

Bucağın təpəsi çevrə daxilində yerləşir

Teorem 1. Çevrəni kəsən iki düz xəttin əmələ gətirdiyi bucağın təpəsi çevrə daxilində olarsa, onun dərəcə ölçüsü bu bucağın söykəndiyi qövsə onun qarşılıqlı bucağının söykəndiyi qövsün dərəcə ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir:

$$\angle AMC = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle DB}{2}$$

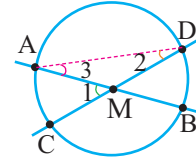
$$\angle AMD = \frac{\sphericalangle AD + \sphericalangle BC}{2}$$



1 > Teoremin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

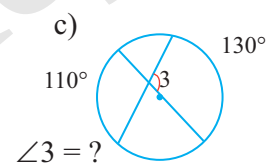
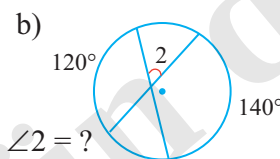
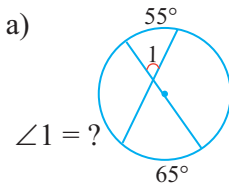
Verilir: AB və CD çevrənin kəsənləridir.

İsbat edin: $\angle 1 = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle DB}{2}$



Təklif	Əsası
1. $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	1. $\angle 1$ $\triangle AMD$ -nin _____ bucağıdır
2. $\angle 2 = \frac{\sphericalangle AC}{2}$	2. _____
3. $\angle 3 = \frac{\sphericalangle DB}{2}$	3. _____
4. $\angle 1 = \frac{\sphericalangle AC + \sphericalangle DB}{2}$	4. _____

2 > Şəkildə verilənlərə görə tələb olunanları tapın.



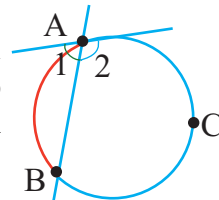
Toxunan və kəsənin arasındakı bucaqlar

Bucağın təpəsi çevrənin üzərində yerləşir

Teorem 2. Çevrənin toxunan və kəsənin əmələ gətirdiyi bucağın təpə nöqtəsi çevrə üzərində olarsa, onun dərəcə ölçüsü bu bucağın söykəndiyi qövsün dərəcə ölçüsünün yarısına bərabərdir:

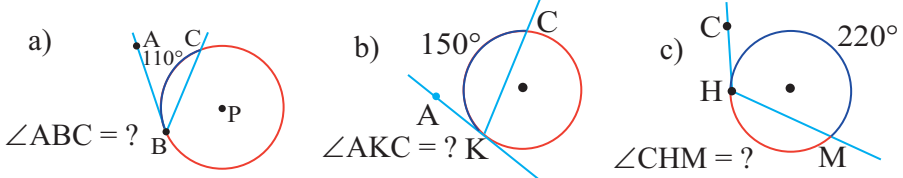
$$\angle 1 = \frac{\sphericalangle AB}{2}$$

$$\angle 2 = \frac{\sphericalangle ACB}{2}$$



Kəsən və toxunanların əmələ gətirdiyi bucaqlar

3 > Şəkilə verilənlərə görə toxunanla kəsən arasındakı bucağı tapın.



Toxunan və kəsənin əmələ gətirdikləri bucaqlar

Bucağın təpəsi çevrə xaricində yerləşir

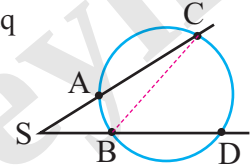
Teorem 3. Çevrədə kəsən və toxunanın, iki toxunanın, iki kəsənin əmələ gətirdiyi bucağın (təpəsi çevrənin xaricində yerləşirsə) dərəcə ölçüsü bucağın tərəflərinin arasında qalan qövsələrin dərəcə ölçüləri fərqi yarısına bərabərdir.

1. Toxunan və kəsənin əmələ gətirdiyi bucaq	2. İki toxunanın əmələ gətirdiyi bucaq	3. İki kəsənin əmələ gətirdiyi bucaq
$\angle S = \frac{\text{arc } BC - \text{arc } AB}{2}$	$\angle S = \frac{\text{arc } ADB - \text{arc } AB}{2}$	$\angle S = \frac{\text{arc } CD - \text{arc } AB}{2}$

4 > Teorem 3-ün isbatını 3-cü hal üçün tamamlayın, 1-ci və 2-ci hallar üçün isə özünüz yazın. 3) İki kəsənin əmələ gətirdiyi bucaq

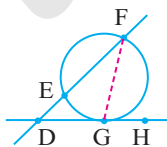
Verilir: SC və SD çevrənin kəsənləridir.

İsbat edin: $\angle S = \frac{1}{2}(\text{arc } CD - \text{arc } AB)$

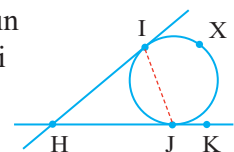


Təklif	Əsası
1. $\angle CBD = \angle CSB + \angle SCB$	1. $\angle CBD$ $\triangle SBC$ -nin xarici bucağıdır.
2. $\angle CBD = \frac{1}{2} \text{arc } CD$	2. _____
3. $\angle SCB = \frac{1}{2} \text{arc } AB$	3. _____
4. $\angle CSB = \angle CBD - \angle SCB$	4. _____
5. $\angle CSB = \frac{1}{2} \text{arc } CD - \frac{1}{2} \text{arc } AB$	5. _____

1) Kəsən və toxunanın əmələ gətirdiyi bucaq

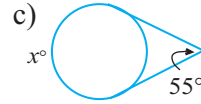
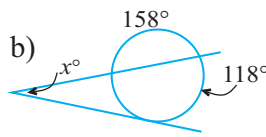
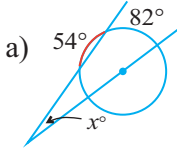


2) İki toxunanın əmələ gətirdiyi bucaq

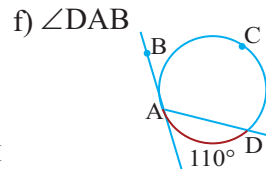
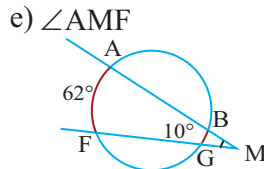
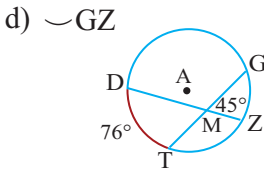
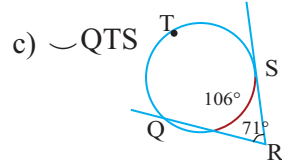
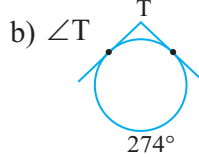
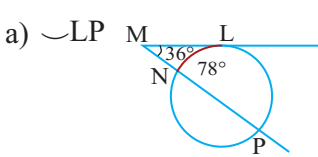


Kəsən və toxunanların əmələ gətirdiyi bucaqlar

- 5 > x -lə işarə edilmiş bucağı və ya qövsü tapın.

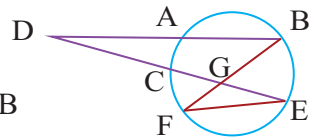


- 6 > Tələb edilən bucağı və ya qövsü tapın.



- 7 > Verilir: $\angle AB = 108^\circ$, $\angle FE = 118^\circ$,
 $\angle EGB = 52^\circ$, $\angle EFB = 30^\circ$

Tapın: a) $\angle AC$ b) $\angle CF$ c) $\angle EDB$

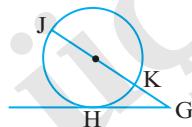


- 8 > Şəhərdə 6 poçt binası mərkəzi poçtdan və qonşu poçtdan eyni məsafədə olmaqla dairəvi şəkildə yerləşir. Nərinin A nöqtəsindədir və buradan yalnız iki poçt binasını görə bilər. A bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.

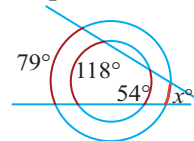
- 9 > Dairəvi şəkildə olan medalyonun ipləri uyğun çevrənin toxunanlarıdır. x -lə işarələnmiş qövs 220° olarsa, iplərin yaratdığı bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.



- 10 > 1) JK çevrənin diametri, GH isə toxunanıdır. a) $\angle G$ -nin qiymətinin dəyişmə intervalını izah edin.
 b) $\angle G = 32^\circ$ olarsa, $\angle HK$ və $\angle HJ$ -ni tapın.

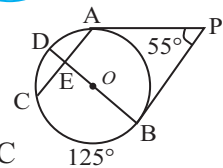


- 2) Şəkildə konsentrik çevrələr təsvir edilmişdir. Verilənlərə görə x -i tapın.



- 11 > Verilir: PA və PB toxunanlar, BD diametrdir.
 $\angle APB = 55^\circ$, $\angle CB = 125^\circ$

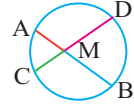
Tapın: a) $\angle AB$ b) $\angle DEC$ c) $\angle AD$ d) $\angle PBD$ e) $\angle PAC$



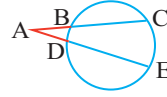
Çevrəni kəsən parçalar

Çevrəni kəsən parçaların uzunluqları

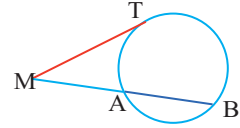
Teorem 1. Çevrənin iki vətəri kəsişirsə, kəsişmə nöqtəsinin birinci vətərdən ayırdığı parçaların hasili, ikinci vətərdən ayırdığı parçaların hasilinə bərabərdir. $AM \cdot MB = CM \cdot MD$



Teorem 2. A nöqtəsindən çevrəni uyğun olaraq B, C və D, E nöqtələrində kəsən iki düz xətt çəkilərsə, $AC \cdot AB = AE \cdot AD$ bərabərliyi doğrudur.

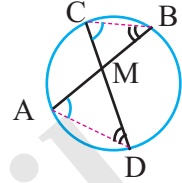


Teorem 3. M nöqtəsindən çevrəni A və B nöqtələrində kəsən düz xətt və çevrəyə T nöqtəsində toxunan çəkilmişsə, $MT^2 = MA \cdot MB$ bərabərliyi doğrudur.



1 > Teorem 1-in isbatını tamamlayın.

Təklif	Əsası
1. $\angle A \cong \angle C$	1. Eyni qövsə _____
2. $\angle D \cong \angle B$	2. Eyni _____
3. $\triangle AMD \sim \triangle CMB$	3. _____
4. $\frac{AM}{CM} = \frac{MD}{MB}$	4. _____
5. $AM \cdot MB = CM \cdot MD$	5. _____

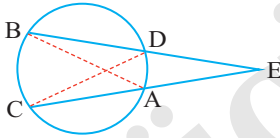


2 > Teorem 2-ni isbat edin.

Verilir: EB və EC kəsənlərdir.

İsbat edin: $EB \cdot ED = EC \cdot EA$

İsbat üçün plan: $\triangle ABE$ və $\triangle DCE$ -nin oxşarlığından istifadə edin.

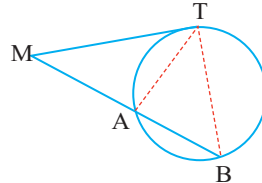


3 > Teorem 3-ü isbat edin.

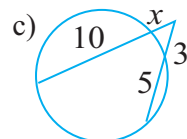
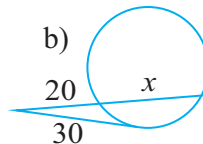
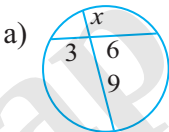
Verilir: MT toxunan, MB isə çevrənin kəsənidir.

İsbat edin: $MT^2 = MA \cdot MB$

İsbat üçün plan: $\triangle MTA$ və $\triangle MBT$ -nin oxşarlığından istifadə edin.



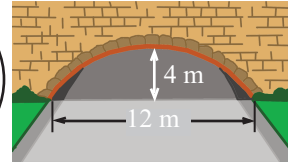
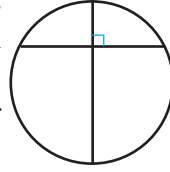
4 > Şəkildə verilənlərə görə x-i tapın.



Çevrəni kəsən parçalar

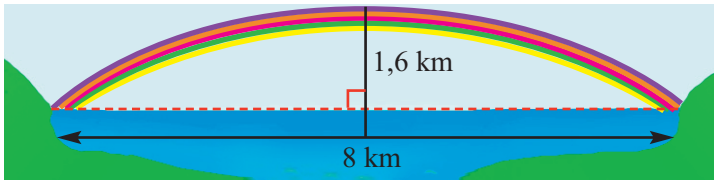
- 5 > Tunnelin planı üzərində verilmiş ölçülərə görə qövsvari hissəyə uyğun çevrənin radiusunu tapın.

Göstəriş: uyğun sxematik təsvir üzərində ölçüləri yazın və həll edin.



- 6 > Göy qurşağı əslində tam bir çevrədir. Biz isə yalnız onun bir hissəsini, qövsünü görə bilirik. Şəkildə verilən ölçülərə görə tapın:

- a) göy qurşağı qövsünə uyğun çevrənin radiusunu;
b) göy qurşağı çevrəsinin uzunluğunu.

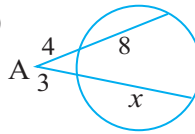


- 7 > Verilənlərə görə dəyişəni tapın.

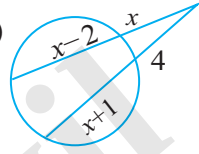
a)



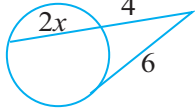
b)



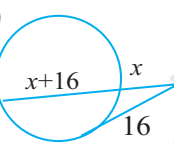
c)



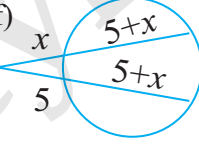
d)



e)



f)

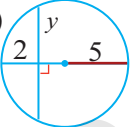


- 8 > **Ölçmə.** Leyla ağacdən 4 m aralı, Kənan isə ağacın dibində dayanıb. Onlar arasındakı məsafə 5 m-dir. Sxemdə onların durduğu nöqtələri birləşdirən parçanı toxunan qəbul edərək ağacın diametrini tapın.

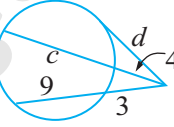


- 9 > Verilənlərə görə dəyişəni tapın.

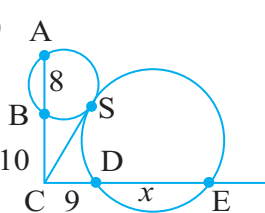
a)



b)



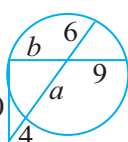
c)



d)



e)

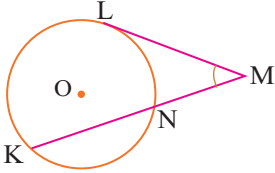


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > Verilir: ML O mərkəzli çevrənin toxunanı, MK isə kəsənidir.

$$\sim LN : \sim NK : \sim KL = 3 : 4 : 5$$

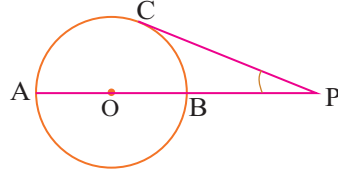
Tapın: $\angle LMK$



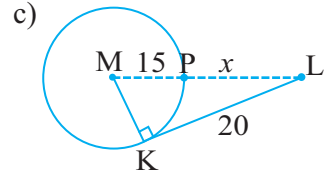
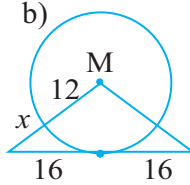
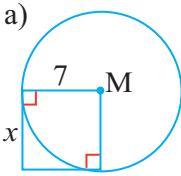
- 2 > Verilir: CP O mərkəzli çevrənin toxunanı, AP isə diametri üzərində saxlayan kəsəndir.

$$\sim AC : \sim CB : = 7 : 2$$

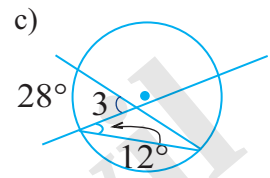
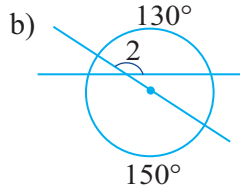
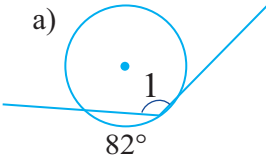
Tapın: $\angle CPA$



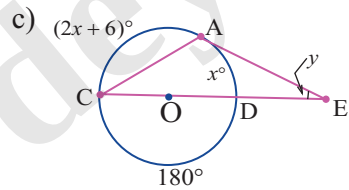
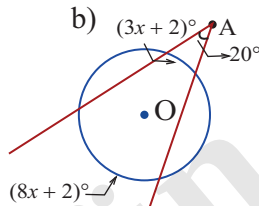
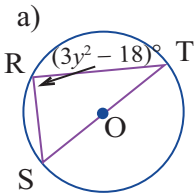
- 3 > Verilənlərə görə dəyişəni tapın. M nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.



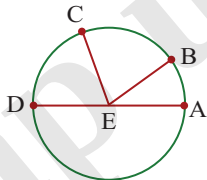
- 4 > Rəqəmlərlə işarələnmiş bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.



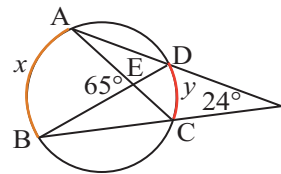
- 5 > Verilənlərə görə dəyişəni tapın. O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.



- 6 > Diametri 12sm olan E mərkəzli çevrədə $\angle AEB : \angle BEC : \angle CED = 2 : 3 : 4$. Bu bucaqlara uyğun qövslərin uzunluqlarını tapın.

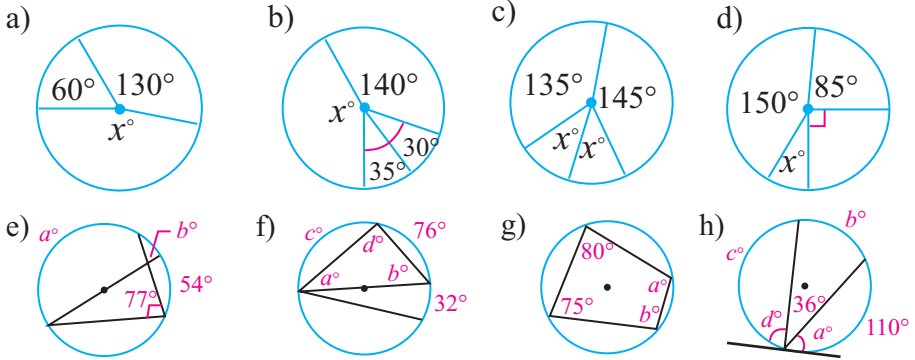


- 7 > Şəkində verilənlərə görə AB və CD qövslərinin dərəcə ölçülərini tapın.

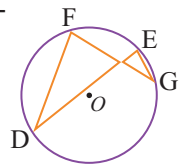


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

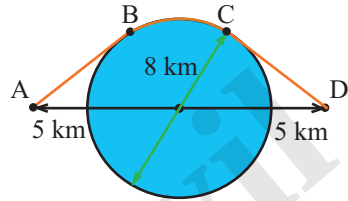
8 > Verilənlərə görə dəyişənləri tapın. Çevrənin mərkəzi nöqtə ilə göstərilib.



9 > O mərkəzli çevrədə DF, FG, EG, ED vətərləri elə çəkilmişdir ki, $\smile DF : \smile FE : \smile EG : \smile GD = 5 : 2 : 1 : 7$. Şəkilə görə konqruent bucaqları müəyyən edin və ölçülərini tapın.



10 > Bələdiyyə şəhər kənarındakı gölün təmizlənməsi üçün hər il velosiped yarışı keçirir. İdmançılar burada qət etdikləri hər kilometr məsafə üçün könüllü olaraq müəyyən miqdar pul ödəyirlər. Kənan da bu il yarışda iştirak edir və hər kilometr məsafə üçün 5 manat ödəyəcəyini təşkilatçılara bildirmişdir.



Yarış yolu şəkildə göstərilmiş ABCD üzrə müəyyən edilmişdir. A və D nöqtələri dairəvi gölün müxtəlif tərəflərində olmaqla mərkəzdən 5 km məsafədə yerləşirlər. Gölün diametri 8 km-dir. AB və CD toxunanlar, BC yolu isə gölün kənarı boyu qövsvari yoldur. a) Yarış yolunun uzunluğu neçə kilometrdir? Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın. b) Kənan xeyriyyə məqsədilə təxminən neçə manat ödəyəcək?

11 > Bir çox hallarda arxeoloqlar əşyaların hissələrini aşkar edir, daha sonra bir sıra ölçmələr, araşdırmalar aparmaqla onun əsl formasını bərpa edə bilirlər.



a) Şəkildə təsvir edilən boşqabın üzərində göstərilmiş bucaq $\angle SHD = 60^\circ$ olarsa, $\smile SCH$ -in dərəcə ölçüsünü tapın (HD boşqabın çevrəsinə toxunandır).

b) Tutaq ki, siz boşqabın SCH qövsünün uzunluğunu ölçərək 9,5 sm olduğunu müəyyən etmişiniz. Bu məlumata görə boşqabın tam çevrəsinin uzunluğunu necə müəyyən edərdiniz?

1. Kvadratik funksiya 2. Çevrənin tənliyi

Kvadratik funksiyanın qrafiki
Kvadratik funksiyanın
sıfırları
Kvadratik funksiyanın
ümumi şəkli
Kvadratik funksiyanın tətbiqi
ilə məsələ həlli
 $y = |x|$ funksiyası və
onun qrafiki

İki nöqtə arasındakı məsafə
Çevrənin tənliyi
Sektor və seqment



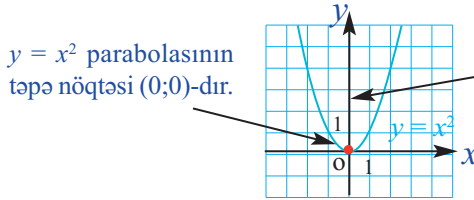
Kvadratik funksiyanın qrafiki

Araşdırma. h_0 (m) hündürlükdən v_0 ($\frac{m}{san}$) başlanğıc sürəti ilə yuxarı atılmış cismin zamanın t (san) anında yer səthindən məsafəsi $h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ düsturu ilə tapılır. Cismin qalxdığı ən yüksək hündürlüyü necə tapmaq olar?

Kvadratik funksiya

$a \neq 0$ olduqda $y = ax^2 + bx + c$ şəklində olan funksiya kvadratik funksiya deyilir. Kvadratik funksiyanın qrafiki paraboladır.

$a = 1, b = 0, c = 0$ olduqda kvadratik funksiya $y = x^2$ şəklində olur və onun qrafiki şəkildə göstərilmişdir.

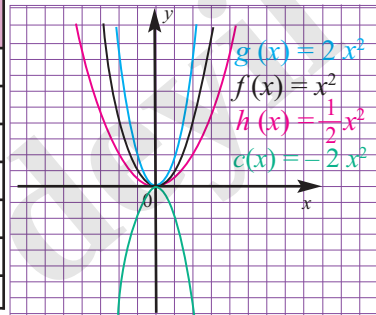


Simmetriya oxu parabolanı y oxuna nəzərən simmetrik olan iki hissəyə ayırır və parabolanın təpə nöqtəsindən keçir.

1. $y = ax^2$ funksiyanın qrafiki.

Nümunə 1. $y = x^2, y = 2x^2, y = \frac{1}{2}x^2, y = -2x^2$ funksiyaları üçün qiymətlər cədvəlini araşdırın. Şəkildəki hər bir qrafikin hansı funksiya aid olduğunu müəyyən edin.

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = 2x^2$	$h(x) = \frac{1}{2}x^2$	$y = -2x^2$
-3	9	18	4,5	-18
-2	4	8	2	-8
-1	1	2	0,5	-2
0	0	0	0	0
1	1	2	0,5	-2
2	4	8	2	-8
3	9	18	4,5	-18



$y = x^2$ parabolası üzərindəki hər bir nöqtənin absisini dəyişmədən ordinatını 2 dəfə artırısaq, $y = 2x^2$ funksiyanın qrafiki üzərindəki nöqtələr alınır.

Yəni $y = 2x^2$ funksiyanın qrafiki $y = x^2$ parabolasının absis oxundan 2 dəfə dartılması ilə alınır.

$y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyanın qrafiki isə $y = x^2$ parabolasının absis oxuna 2 dəfə sıxılması ilə alınır.

$y = \frac{1}{2}x^2$ parabolası $f(x) = x^2$ funksiyanın uyğun paraboladan 2 dəfə "genişdir". $y = -x^2$ parabolası $y = x^2$ parabolasının absis oxuna nəzərən simmetriya çevrilməsi ilə alınır. Oxşar qayda ilə $y = -2x^2$ və $y = 2x^2$ parabolaları absis oxuna nəzərən simmetrikdir.

Kvadratik funksiyanın qrafiki

$y = ax^2$ funksiyanın qrafiki təpə nöqtəsi koordinat başlanğıcında yerl    n, simmetriya oxu ordinat oxu olan paraboladır.

- $a > 0$ olduqda, parabolanın qolları yuxarı, $a < 0$ olduqda isə aşağı yönəlir.
- $|a| > 1$ olduqda parabola absis oxundan şaquli istiqamətdə dartılır v  budaqları daha dik olmaqla $y = x^2$ parabolasına nəzərən “daralır”.
- $|a| < 1$ olduqda parabola absis oxuna şaquli istiqamətdə sıxılır, $y = x^2$ parabolasına nəzərən “genişlənir”.

Öyrənmə tapşırıqları

1 > Hansı kvadratik funksiya dır?

- a) $y = 2x^2 + x - 3$ b) $y = 2x^2 - 5$ c) $y = 5x + 2$ d) $y = -x^2 + 2x$

2 > a) $x = -1$; b) $x = -2$; c) $x = 0$ olduqda $y = x^2 - 2x + 1$ funksiyanın qiymətini hesablayın.

3 > Arqumentin hansı qiymətlərində $y = x^2 - x - 3$ funksiyanın qiyməti: a) -1 - ; b) 3 - ; c) -3 -  b r b r olur?

4 > $y = x^2$ funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə $y = -3x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ funksiyanın qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun.

5 > $y = x^2$ parabolasının köməyi ilə aşağıdakı funksiyanın qrafiklərini qurun. Bu qrafiklərə qrafikalkulyatorla da qurun.

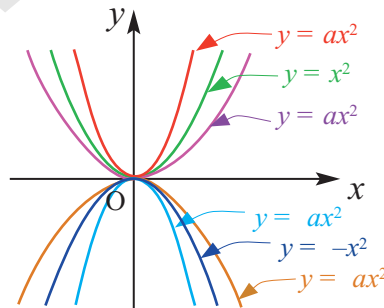
- a) $f(x) = 3x^2$ b) $f(x) = -4x^2$ c) $f(x) = -\frac{3}{4}x^2$ d) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$

6 > Eyni koordinat müstəvisində $y = \frac{1}{2}x^2$ və $y = \frac{1}{2}x + 1$ funksiyanın qrafiklərini qurun və onların k    m  nöqtələrini göstərin.

7 > $y = ax^2$ parabolası $A(-6; 9)$ nöqtəsindən keçir.

1) a əmsalını müəyyən edin; 2) Bu parabola: a) $B(3; 5)$, b) $C(-2; 1)$ nöqtəsindən ke irmi?

8 >  ekild  təsvir edilmiş qrafiklərə görə a -nın qiymətinin dəyişmə intervalını müəyyən edin.

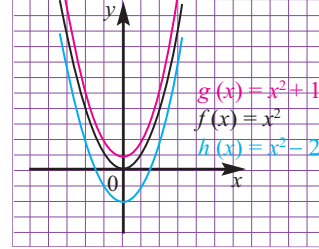


Kvadratik funksiyanın qrafiki

2. $y = x^2 + n$ funksiyanının qrafiki

Nümunə 2. $y = x^2$, $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 2$ funksiyaları cədvəllə və qrafiklə təqdim edilmişdir. Cədvəli və qrafiki dəftərinizdə çəkin. $y = x^2 + n$ funksiyanının qrafikinin n -in qiymətindən asılı olaraq necə dəyişdiyini araşdırın.

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = x^2 + 1$	$h(x) = x^2 - 2$
-3	9	10	7
-2	4	5	2
-1	1	2	-1
0	0	1	-2
1	1	2	-1
2	4	5	2
3	9	10	7



$y = x^2$ parabolasını quraq və onu Oy oxu boyunca 1 vahid yuxarı sürüşdürək. Parabolanın təpə nöqtəsi $(0; 1)$ olacaq, simmetriya oxu isə Oy olaraq qalır. Hər bir nöqtənin absisi əvvəlki kimi qalır, ordinatı isə 1 vahid artır. Yəni, yeni parabolada absisi x olan nöqtənin ordinatı $x^2 + 1$ olur: $y = x^2 + 1$

$y = x^2 + 1$ funksiyanına uyğun parabola $y = x^2$ parabolasının Oy oxu boyunca 1 vahid yuxarı sürüşdürülməsidir. Təpə nöqtəsi $(0; 1)$

$y = x^2$ və $y = x^2 - 2$ funksiylarına uyğun parabolaları müqayisə edək.

$y = x^2 - 2$ funksiyanına uyğun parabola $y = x^2$ funksiyanına uyğun parabolanı Oy oxu boyunca 2 vahid aşağı sürüşdürməklə alınır.

Təpə nöqtəsi: $(0; -2)$

Göründüyü kimi, n həddinə görə parabolanın vəziyyəti Oy oxu boyunca şaquli olaraq dəyişir. Parabolanın təpə nöqtəsinin düzgün qeyd edilməsi önəmlidir.

$y = ax^2 + n$ funksiyanının qrafiki $y = ax^2$ parabolasının Oy oxu boyunca sürüşdürülməsidir.

- Parabola Oy oxu boyunca $|n|$ vahid; $n < 0$ olduqda aşağı, $n > 0$ olduqda yuxarı sürüşdürülür.
- Parabolanın təpə nöqtəsi $(0; n)$ nöqtəsində yerləşir.

9 > $y = x^2$ funksiyanının qrafikini sürüşdürməklə verilmiş funksiyaların qrafiklərini sxematik təsvir edin.

a) $y = x^2 - 2$

b) $y = x^2 + 3$

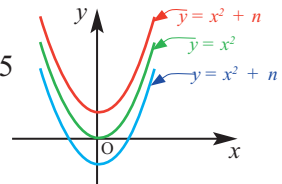
c) $y = x^2 + 2$

d) $y = x^2 - 3$

e) $y = x^2 + 0,5$

f) $y = x^2 - 1,5$

10 > Şekildə təsvir edilmiş qrafiklərə görə n -nin işarəsini müəyyən edin.

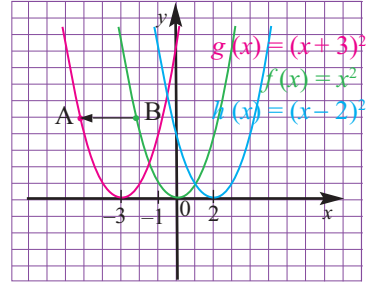


11 > $y = x^2 + n$ funksiyanında n -ə müxtəlif qiymətlər verməklə nümunələr yazın və qrafiklərini qrafikalkulyatorla qurun.

Kvadratik funksiyanın grafiki

Nümunə 3. $y = x^2$, $y = (x + 3)^2$, $y = (x - 2)^2$ funksiyaları cədvəllə və qrafiklə təqdim edilmişdir. Cədvəli və qrafiki dəftərinizdə çəkin. $y = (x - m)^2$ funksiyasının qrafikinə m -in qiymətindən asılı olaraq necə dəyişdiyini araşdırın.

x	$f(x) = x^2$	$g(x) = (x + 3)^2$	$h(x) = (x - 2)^2$
-5	25	4	49
-4	16	1	36
-3	9	0	25
-2	4	1	16
-1	1	4	9
0	0	9	4
1	1	16	1
2	4	25	0
3	9	36	1
4	16	49	4



3. $y = (x - m)^2$ funksiyanın grafiki

$y = x^2$ parabolasını 3 vahid sola sürüşdürək. Parabolanın təpə nöqtəsi $(-3; 0)$ olar. Sürüşdürülmüş parabola üzərində $A(x_1; y_1)$ nöqtəsi verilən parabola üzərində B nöqtəsindən 3 vahid sola sürüşdürməklə alınır. Ona görə B nöqtəsinin absisi $x_1 + 3$ olar, ordinatı isə A-nın ordinatı ilə eynidir. Verilən parabola üzərində istənilən nöqtənin ordinatı absisinin kvadratına bərabər olduğundan, $y_1 = (x_1 + 3)^2$ alınar. Yəni, sürüşdürülmüş parabola üzərindəki $(x_1; y_1)$ nöqtəsi üçün $y_1 = (x_1 + 3)^2$ olur.

$y = x^2$ parabolasını 3 vahid sola sürüşdürsək, $y = (x + 3)^2$ parabolası alınar.

$y = x^2$ parabolasını 2 vahid sağa sürüşdürsək, $y = (x - 2)^2$ parabolası alınar.

m həddi parabolanın Ox oxu boyunca (üfüqi) vəziyyətini dəyişdirir.

$y = a(x - m)^2$ funksiyanın qrafiki $y = ax^2$ parabolasının absis oxu boyunca $|m|$ vahid sürüşdürülməsidir.

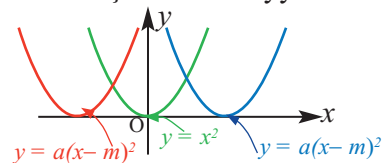
- $m > 0$ olarsa, parabola Ox oxu boyu sağa, $m < 0$ olarsa, sola sürüşdürülür.
- m parabolanın təpə nöqtəsinin absisinə uyğundur. Parabolanın təpə nöqtəsi $(m; 0)$ olur.
- $x = m$ düz xətti parabolanın simmetriya oxudur.

12 $y = x^2$ funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə $y = (x + 5)^2$ və $y = (x - 5)^2$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun.

13 Funksiyanın qrafikini sxematik təsvir edin.

- a) $y = (x - 2)^2$ b) $y = (x + 4)^2$
c) $y = (x + 2)^2$ d) $y = (x - 4)^2$
e) $y = (x - 1,5)^2$ f) $y = (x + 1,5)^2$

14 Şəkilə təsvir edilmiş qrafiklərə görə m -in işarəsini müəyyən edin.



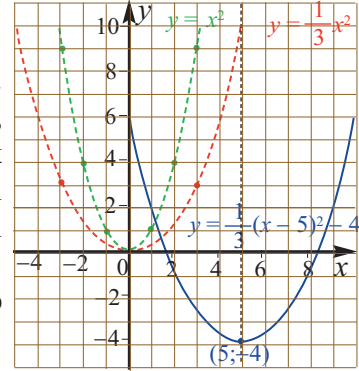
Kvadratik funksiyanın qrafiki

4. $y = a(x - m)^2 + n$ funksiyanının qrafiki.

Yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz qurmaları ümumiləşdirməklə $y = x^2$ funksiyanının qrafikinə görə $y = a(x - m)^2 + n$ parabolasının qurulmasını göstərək. Bunu nümunələr üzərində yerinə yetirək.

Nümunə 4. $f(x) = \frac{1}{3}(x - 5)^2 - 4$ funksiyanının qrafikinə $y = x^2$ parabolasına görə sürüşdürməklə qurulmasını araşdırın.

1. $y = x^2$ funksiyanının qrafikini qurun.
2. $a > 0$ olduğundan qrafikin istiqaməti dəyişmir. $a < 1$ olduğundan parabola "genişlənir". Çünki, x -in eyni qiymətində y -in qiyməti 3 dəfə kiçik olacaq. Məsələn, $y = x^2$ -nin qrafiki üzərindəki $(3; 9)$ nöqtəsi $y = \frac{1}{3}x^2$ funksiya üçün $(3; 3)$ kimi olacaq.
3. Oy simmetriya oxuna görə $(3; 3)$ nöqtəsinə simmetrik $(-3; 3)$ nöqtəsinə qeyd edin.
4. $(3; 3)$, $(0; 0)$, $(-3; 3)$ nöqtələrindən keçən parabolanı çəkin. Bu $y = \frac{1}{3}x^2$ funksiyanının qrafikidir.

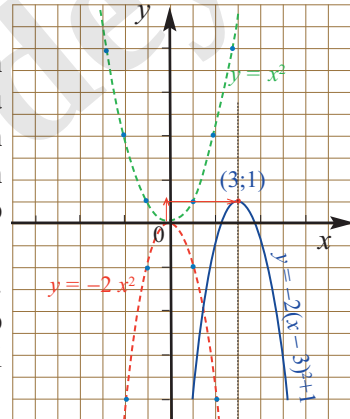


5. $m = 5$, $n = -4$ olduğuna görə bu parabolanı 5 vahid sağa, 4 vahid aşağı sürüşdürün. Alınan parabola $f(x) = \frac{1}{3}(x - 5)^2 - 4$ funksiyanının qrafikidir.

$y = a(x - m)^2 + n$ parabolasının təpə nöqtəsi $(m; n)$ nöqtəsində yerləşir. Bu parabolanın simmetriya oxu $x = m$ düz xəttidir.

Nümunə 5. $y = -2(x - 3)^2 + 1$

- $y = x^2$ funksiyanının qrafikini qurun.
- $a = -2$ əmsalına görə $y = -2x^2$ funksiyanının qrafiki olan parabolanın qolları aşağı yönəlidir. Bu funksiyanın qrafiki $y = x^2$ funksiyanına uyğun paraboladan "dar" olacaq. Çünki, x -in uyğun qiymətində y -in qiyməti mütləq qiymətcə 2 dəfə böyükdür. Məsələn, nöqtələr uyğun olaraq $(1; 1) \rightarrow (1; -2)$; $(2; 4) \rightarrow (2; -8)$ kimi olacaq. Bu nöqtələri qeyd edin və səlis əyri ilə birləşdirməklə $y = -2x^2$ funksiyanının qrafikini qurun.
- $m = 3$, $n = 1$ olduğundan $y = -2x^2$ parabolasını 3 vahid sağa, 1 vahid isə yuxarı sürüşdürməklə $y = -2(x - 3)^2 + 1$ funksiyanının qrafiki qurulur. Parabolanın təpəsi $(3; 1)$ nöqtəsindədir.
- $x = 3$ düz xətti bu parabolanın simmetriya oxudur.



Kvadratik funksiyanın qrafiki

15 > $y = x^2$ qrafikini sürüşdürməklə aşağıdakı funksiyaların qrafiklərini qurun.
a) $y = 2(x + 3)^2 - 1$ b) $y = -3(x + 1)^2 + 3$ c) $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 1$

16 > $y = \frac{1}{2}x^2$ və $y = 2x^2$ funksiyalarının qrafiklərini sxematik qurun və parabolun təpə nöqtəsini aşağıdakı nöqtələrə köçürün. Yeni qrafiklərə uyğun funksiyaların düsturlarını yazın.
a) (0; -1) b) (3; 2) c) (-4; 1) d) (-2; -2)

Kvadratik funksiyanın müxtəlif formalarda təqdimi və qrafikləri

Kvadratik funksiya	Qrafiki
1. Təpə nöqtəsinə görə yazılışla və ya tam kvadratin ayrılışı ilə $y = a(x - m)^2 + n$	Parabolun təpə nöqtəsi: $(m; n)$ Simmetriya oxu: $x = m$
2. Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinə görə yazılışla $y = a(x - p)(x - q)$	Qrafik Ox oxunu p və q nöqtələrində kəşir. Simmetriya oxu: ucları $(p; 0)$ və $(q; 0)$ olan parçanın orta perpendikulyarındır. Təpə nöqtəsinin absisi $m = (p + q) : 2$ Bütün hallarda $a > 0$ olarsa, parabolun qolları yuxarı yönəlmişdir, $a < 0$ olarsa, parabolun qolları aşağı yönəlmiş olur. Parabolun təpə nöqtəsi və koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri parabolun mühüm nöqtələridir.

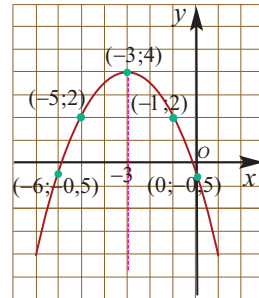
Parabolun qurma addımları:

1. Təpə nöqtəsi tapılır və koordinat müstəvisində qeyd edilir;
2. Ox oxu ilə (əgər varsa) və Oy oxu ilə kəsişmə nöqtələri tapılır ;
3. Simmetriya oxu müəyyən edilir;
4. Simmetriya oxuna görə parabola üzərindəki bir neçə nöqtə qeyd edilir;
5. Qeyd edilmiş nöqtələrdən keçən parabola qurulur.

Nümunə 1. $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + 4$ funksiyanın qrafikini qurun.

$a < 0$ olduğundan parabolun qolları aşağıdır.

1. Parabolun təpə nöqtəsini qeyd edək: $(-3; 4)$
2. $x = 0$ olduqda $y = -0,5$ olur, yəni parabola Oy oxunu $(0; -0,5)$ nöqtəsində kəşir.
3. $x = -3$ simmetriya oxunu çəkək və parabola üzərində yerləşən $(-1; 2)$ nöqtəsini qeyd edək.
4. $x = -3$ düz xəttinə nəzərən $(0; -0,5)$ və $(-1; 2)$ nöqtələrinə simmetrik olan $(-6; -0,5)$, $(-5; 2)$ nöqtələrini qeyd edək.
5. Bu nöqtələrdən keçən parabolun quraq.



Kvadratik funksiyanın qrafiki

Nümunə 2. $y = -(x + 2)(x - 4)$ funksiyanın qrafikini qurun.

• $a = -1$, $p = -2$, $q = 4$; Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələri: $(-2; 0)$ və $(4; 0)$ -dır.

• Simmetriya oxu bu nöqtələrdən eyni məsafədə olan nöqtədən keçir: $x = 1$.

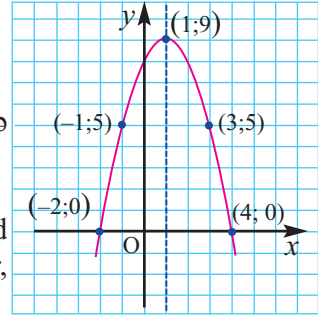
• Parabolun təpə nöqtəsinin absisi $x = 1$,
ordinatı: $y = -(1 + 2)(1 - 4) = 9$

$(1; 9)$ təpə nöqtəsinə koordinat müstəvisi üzərində qeyd edək.

• $x = 1$ simmetriya oxunu çəkək.

Simmetriya oxuna görə simmetrik iki nöqtəni qeyd edək. Məsələn, $x = 3$ və $x = -1$ olduqda, $y = 5$ olur, yəni $(3; 5)$ və $(-1; 5)$ nöqtələrini qeyd edək.

• Qeyd edilmiş nöqtələrdən keçən parabolanı quraq.



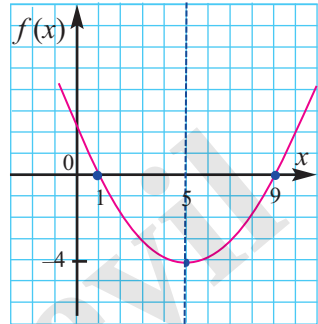
Nümunə 3. Qrafiki verilmiş funksiyanı təpə nöqtəsinə görə yazılışla ($y = a(x - m)^2 + n$) ifadə edin.

1. Göründüyü kimi, parabolun təpəsi $(5; -4)$ nöqtəsindədir: $m = 5$, $n = -4$.

2. Parabolun qolları yuxarı olduğundan $a > 0$ olmalıdır. m və n -nin qiymətini nəzərə almaqla funksiyanı $y = a(x - 5)^2 - 4$ kimi yazmaq olar.

3. Qrafik üzərində olan istənilən nöqtənin məsələn, $(1; 0)$ və ya $(9; 0)$ nöqtəsinin koordinatlarını funksiyanın düsturunda yerinə yazmaqla a -nı tapa bilərik. $(1; 0)$ nöqtəsini nəzərə alaq: $0 = a(1 - 5)^2 - 4$,

$16a = 4$, $a = \frac{1}{4}$. Funksiyanın düsturu: $y = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - 4$ şəklindədir.



17> Verilən funksiyanın qrafiklərini qurun. Təpə nöqtəsinin koordinatlarını və simmetriya oxunu qrafik üzərində qeyd edin.

1. $y = (x - 3)^2$

2. $y = (x + 4)^2$

3. $y = -(x + 3)^2 + 2$

4. $y = 3(x - 2)^2 - 1$

5. $y = -2(x - 2)^2 + 4$

6. $y = -(x + 1)^2 + 3$

7. $y = 2(x + 1)^2 - 5$

8. $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2$

9. $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$

18> Verilən funksiyanın qrafiklərini qurun. Təpə nöqtəsinə, simmetriya oxunu qrafik üzərində qeyd edin.

1. $y = (x + 3)(x - 3)$

2. $y = -(x - 1)(x + 3)$

3. $y = 2(x + 2)(x + 4)$

4. $y = 2(x - 5)(x - 1)$

5. $y = -(x - 4)(x - 1)$

6. $y = (x - 3)(x + 7)$

Kvadratik funksiyanın qrafiki

19 > Məntiqi düşüncə. a) Nə üçün $y = x^2 + 3$ parabolasını qurmaq üçün $y = x^2$ parabolası Oy oxu boyunca müsbət istiqamətdə yuxarı, $y = (x + 3)^2$ funksiyanın qrafikini qurarkən isə Ox oxu boyunca sola sürüşdürülür?

b) Kvadratik funksiyanın qrafikinə Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayı həmişə eyni olmur. Bu fikir Oy oxu üçün də doğrudurmu? İzah edin.

20 > Qrafik üzərində yerləşən nöqtələr cütünün hansı koordinatlarına görə parabolanın simmetriya oxunun tənliyini yazmaq mümkündür? Mümkün olduqda simmetriya oxunun tənliyini yazın.

a) (3; 10) və (7; 10) b) (4; 6) və (6; -2)

21 > Verilənlərə görə kvadratik funksiyanı $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində yazın:

a) təpəsi (0; 0) nöqtəsində olan və (6; 9) nöqtəsindən keçən;

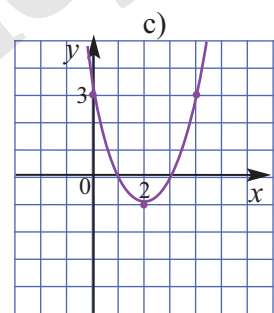
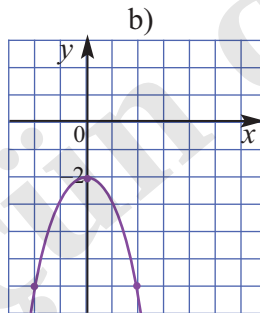
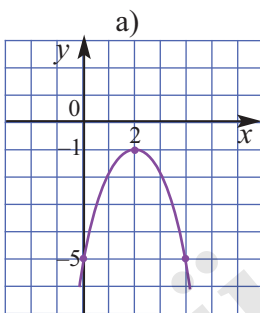
b) təpəsi (0; -3) nöqtəsində olan və (3; 24) nöqtəsindən keçən;

c) təpəsi (2; 5) nöqtəsində olan və (4; -11) nöqtəsindən keçən;

d) təpəsi (-3; -10) nöqtəsində olan və (2; -5) nöqtəsindən keçən.

22 > (2; 3) və (24; 3) nöqtələri kvadratik funksiyanın qrafiki üzərindədir. Bu nöqtələrin koordinatlarına görə parabolanın simmetriya oxunun tənliyini müəyyən edin.

23 > Funksiyaların qrafikləri $y = x^2$ parabolasına görə hansı sürüşdürmələrin nəticəsində alınmışdır? Bu funksiyların düsturlarını yazın.



24 > Açıq tipli sual. $f(x) = x^2$ -na nəzərən “genişlənmiş” olmaqla üfüqi və şaquli istiqamətlərdə sürüşmə hərəkətlərinin yerinə yetirilməsi ilə alınan hər hansı kvadratik funksiyanın düsturunu yazın və qrafikini sxematik təsvir edin.

Kvadratik funksiyanın sıfırları

Kvadratik funksiyanın qrafikinın absis oxu ilə kəsişməsi

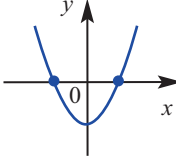
Funksiyanın qrafikinın absis oxunun üzərində olan nöqtələrində funksiyanın qiyməti sıfıra bərabər olur. Arqumentin funksiyanı sıfıra çevirən qiymətləri bu funksiyanın sıfırları adlanır. Sıfırlarının sayını $y = a(x - m)^2 + n$ funksiyası üçün a və n -in qiymətlərinə görə müəyyən etmək mümkündür.

- a -nın qiymətinə görə parabolun qollarının yuxarı və ya aşağı yönəldiyini söyləmək olar.

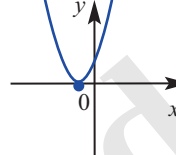
- n -nin qiymətinə görə parabolun təpə nöqtəsinin absis oxundan yuxarıda, aşağıda və ya absis oxu üzərində olduğunu söyləmək olar.

Parabolun təpə nöqtəsinə və qollarının yuxarı və ya aşağı yönəlməsinə görə absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayını verilmiş nümunələr üçün müəyyən edək.

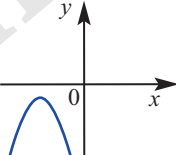
Nümunə 1. a) $f(x) = 0,8x^2 - 3$

a -nın qiyməti	n -nin qiyməti	Qrafik	Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayı
$a > 0$ Parabolun qolları yuxarı yönəlmişdir.	$n < 0$ Təpə nöqtəsi Ox oxundan aşağıdadır		2 Qrafik absis oxunu iki nöqtədə kəsir.

Nümunə 2. b) $f(x) = 2(x + 1)^2$

a -nın qiyməti	n -nin qiyməti	Qrafik	Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayı
$a > 0$ Parabolun qolları yuxarı yönəlmişdir.	$n = 0$ Təpə nöqtəsi Ox oxu üzərindədir		1 Qrafikin absis oxu ilə 1 ortaq nöqtəsi var və bu nöqtə absis oxu üzərində olmaqla parabolun təpə nöqtəsidir.

Nümunə 3. c) $f(x) = -3(x + 2)^2 - 1$

a -nın qiyməti	n -nin qiyməti	Qrafik	Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayı
$a < 0$ Parabolun qolları aşağıya yönəlmişdir.	$n < 0$ Təpə nöqtəsi Ox oxundan aşağıdadır.		0 Qrafik absis oxu ilə kəşşmir və qolları aşağı yönəlməklə bütünlüklə Ox oxundan aşağıda yerləşir.

Öyrənmə tapşırıqları

1 > Aşağıdakı funksiyaların qrafiklərinin absis oxu ilə ortaq nöqtələrinin sayını müəyyən edin.

a) $f(x) = 5x^2 - 7$

b) $f(x) = -2(x + 1)^2$

c) $f(x) = \frac{1}{4}(x - 5)^2 - 9$

Kvadratik funksiyanın sifirları

- 2 > a) $y = 5(x - 15)^2 - 100$ b) $y = -4x^2 + 14$ c) $y = (x + 18)^2 - 8$
funksiyaları üçün onların qrafikini qurmadan müəyyən edin:

1) parabolanın qollarının istiqamətini; 2) təpə nöqtəsinin koordinatlarını;
3) simmetriya oxunun tənliyini; 4) Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin sayını.

- 3 > a) Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırmaqla verilən funksiyaları
 $y = a(x - p)(x - q)$ şəklində yazın. b) Ox və Oy oxları ilə kəsişmə
nöqtələrini müəyyən edin; c) funksiyaların qrafiklərini qurun.

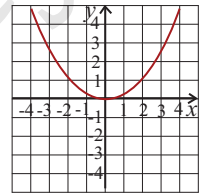
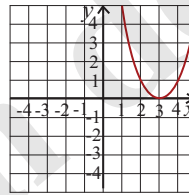
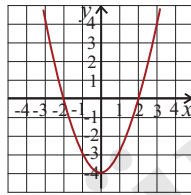
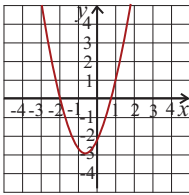
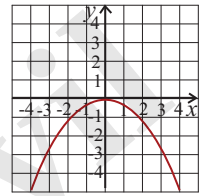
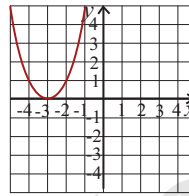
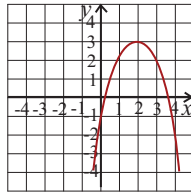
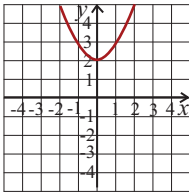
1) $f(x) = x^2 - 5x - 24$ 2) $g(x) = x^2 - 2x + 1$ 3) $p(x) = 4x^2 - 20x + 24$

- 4 > (10; 0) və (4; 0) nöqtələri təpə nöqtəsinin ordinatı -9 olan parabolanın absis
oxu ilə kəsişmə nöqtələridir. a) Funksiyanın düsturunu yazın.

b) Bu parabolanın üzərində yerləşməklə simmetriya oxuna nəzərən sim-
metrik olan üç cüt nöqtənin koordinatlarını yazın; c) Qrafiki qurun;

- 5 > Hansı qrafikin hansı funksiya aid olduğunu müəyyən edin və qrafikləri
dəftərinizdə çəkin.

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2$ $g(x) = (x + 3)^2$ $v(x) = (x - 3)^2$ $h(x) = \frac{1}{4}x^2$
 $t(x) = x^2 + 2$ $s(x) = x^2 - 4$ $p(x) = (x + 1)^2 - 3$ $u(x) = -(x - 2)^2 + 3$



- 6 > Funksiyaların qrafiklərini qurun. Absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri arasındakı
məsafəni tapın. Simmetriya oxunun tənliyini yazın.

a) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $f(x) = x^2 + 2x - 8$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 1$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

- 7 > Parabolanın koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələri verilmişdir. Bu
məlumatlara görə parabolanın təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

a) (3; 0), (-1; 0), (0; -6) b) (-2; 0), (-3; 0), (0; 4) c) (-3; 0), (1; 0), (0; 3)

Kvadratik funksiyanın ümumi şəkli

$y = ax^2 + bx + c$ şəklində verilmiş istənilən kvadratik funksiya tam kvadrat ayırmaqla $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində göstərilə bilər.

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) =$$
$$= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$m = -\frac{b}{2a}, \quad n = \frac{4ac - b^2}{4a} \quad \text{işarə etsək,} \quad y = a(x - m)^2 + n$$

$y = ax^2 + bx + c$ parabolasının simmetriya oxu $x = m$ düz xəttidir.

Təpə nöqtəsi $(m; n)$ olur. Burada $m = -\frac{b}{2a}$, $n = \frac{-D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$

Nümunə 1: $y = -2x^2 + 4x + 3 = -2 \cdot (x^2 - 2x - 1,5) = -2 \cdot (x^2 - 2x + 1 - 1 - 1,5) =$
 $= -2 \cdot ((x - 1)^2 - 2,5) = -2 \cdot (x - 1)^2 + 5$

Nümunə 2: $y = 4x^2 - 12x + 7$ $a = 4$, $b = -12$, $c = 7$, $D = b^2 - 4ac = 32$

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2 \cdot 4} = 1,5 \qquad n = \frac{-D}{4a} = \frac{-32}{4 \cdot 4} = -2$$

m və n -in qiymətlərini $y = a(x - m)^2 + n$ düsturunda yerinə yazsaq, verilmiş $y = 4x^2 - 12x + 7$ funksiyası $y = 4(x - 1,5)^2 - 2$ şəklində olar.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Verilmiş kvadratik funksiyaları $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində yazın.
a) $y = x^2 + 8x + 8$ b) $y = 2x^2 - 16x + 21$ c) $y = -x^2 + 8x - 13$
- 2 > Kvadratik funksiyaların qrafiklərinin :
a) absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını;
b) ordinat oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını;
c) təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
d) kvadratik funksiyanı təpə nöqtəsinə görə yazılışla ifadə edin və qrafikini qurun.
1) $y = x^2 - 2x - 3$ 2) $y = -x^2 - 4x + 5$ 3) $y = x^2 + 6x + 5$
- 3 > **Açıq tipli sual.** a) Uyğun parabolalarının təpələri $(5; -3)$ nöqtəsində yerləşən iki müxtəlif kvadratik funksiya yazın və qrafiklərini sxematik təsvir edin.
b) Ən böyük qiyməti 5-ə bərabər, uyğun parabolasının simmetriya oxu $x = -3$ olan iki kvadratik funksiya yazın və qrafiklərini qurun.
- 4 > $f(x) = 2(x + 1)^2 + 2$ və $g(x) = 5(x + 1)^2 + 2$ funksiyalarının qrafiklərini qurun. Bu qrafiklərin ortaq və fərqli cəhətlərini araşdırın.

Kvadratik funksiyanın ümumi şəkli

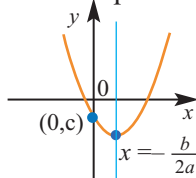
$$y = ax^2 + bx + c$$

$y = ax^2 + bx + c$ kvadratik funksiyanın xassələrini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmək olar.

- $a > 0$ olarsa, kvadratik funksiyanın qrafiki olan parabolun qolları yuxarı, $a < 0$ olarsa, parabolun qolları aşağı yönəlmiş olur.

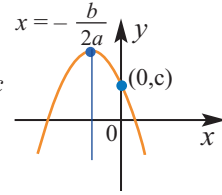
$$a > 0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$



$$a < 0$$

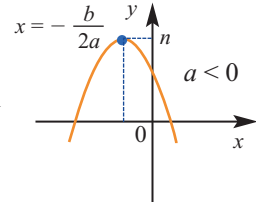
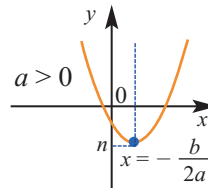
$$y = ax^2 + bx + c$$



- Parabolun təpə nöqtəsinin absisi $-\frac{b}{2a}$ və simmetriya oxunun tənliyi $x = -\frac{b}{2a}$ olur.

- Parabola ordinat oxu ilə $(0; c)$ nöqtəsində kəşir.

• $y = ax^2 + bx + c$ funksiyanın təpə nöqtəsinin ordinatının qiyməti (yəni n) $a > 0$ olarsa, funksiyanın **ən kiçik qiyməti** (ƏKQ), $a < 0$ olarsa, funksiyanın **ən böyük qiyməti** (ƏBQ) olur. Bu qiymətlərə



kvadratik funksiyanın minimum və maksimum qiymətləri də deyəcəyik.

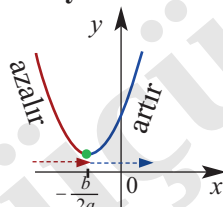
Arqumentin (x -in) aldığı qiymətlər çoxluğu funksiyanın təyin oblastıdır.

Kvadratik funksiyanın təyin oblastı bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur.

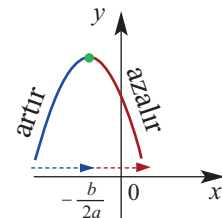
Funksiyanın (y -in) aldığı qiymətlər isə funksiyanın qiymətlər çoxluğunu əmələ gətirir. $y = ax^2 + bx + c$ funksiya üçün qiymətlər çoxluğu

$a < 0$ olduqda, maksimum qiymətindən kiçik və ya ona bərabər olan bütün həqiqi ədədlər çoxluğu ($y \leq n$); $a > 0$ olduqda isə minimum qiymətindən böyük və ya ona bərabər olan bütün həqiqi ədədlər çoxluğudur ($y \geq n$).

Qrafik soldan sağa “yuxarı qalxırsa” **funksiya artır**. Qrafik soldan sağa “aşağı enirsə” **funksiya azalır**.



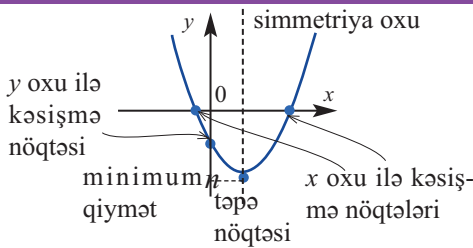
$a > 0$ olduqda $y = ax^2 + bx + c$ funksiya $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ aralığında azalır, $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$ aralığında isə artır.



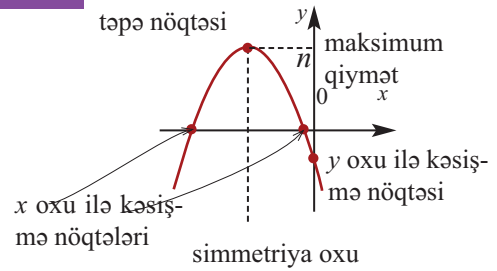
$a < 0$ olduqda $y = ax^2 + bx + c$ funksiya $(-\infty; -\frac{b}{2a}]$ aralığında artır, $[-\frac{b}{2a}; +\infty)$ aralığında isə azalır.

Kvadratik funksiyanın ümumi şəkli

$y = ax^2 + bx + c$ funksiyanın araşdırılması



Təyin oblastı: $(-\infty; +\infty)$.
Qiymətlər çoxluğu: $[n; +\infty)$



Təyin oblastı: $(-\infty; +\infty)$.
Qiymətlər çoxluğu: $(-\infty; n]$

Öyrənmə tapşırıqları

5 > $y = -2x^2 + 4x + 6$ funksiyası üçün müəyyən edin:

- parabolun qollarının istiqamətini;
- koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini;
- simmetriya oxunun tənliyini;
- təpə nöqtəsini;
- ən böyük və ya ən kiçik qiymətini (varsa);
- təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu.

6 > Tam kvadratlar ayırın və 5-ci tapşırığın şərtlərini yerinə yetirin.

- a) $g(x) = x^2 - 8x + 12$ d) $h(x) = x^2 + 4x - 5$ g) $n(x) = 2x^2 + 12x + 13$
b) $f(x) = 4x^2 + 16x + 19$ e) $p(x) = -3x^2 + 6x - 5$ h) $F(x) = 5x^2 + 10x + 5$
c) $k(x) = x^2 + 7x + 10$ f) $m(x) = x^2 - x - 6$ i) $Q(x) = -3x^2 + 12x$

7 > Funksiyaların ən böyük və ya ən kiçik qiymətini tapın.

- a) $f(x) = 3(x - 5)^2 + 8$ b) $g(x) = -2(x - 1)^2 + 4$ c) $t(x) = -3(x + 7)^2$
d) $g(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}$ e) $g(x) = \frac{1}{2}(x - 4)^2$ f) $f(x) = -5x^2 + \frac{1}{2}$

8 > **Açıq tipli sual.** Elə kvadratik funksiya yazın ki, qiymətlər çoxluğu verilmiş ədəddən kiçik olmayan bütün həqiqi ədədlər çoxluğu olsun.

9 > Kvadratik funksiyanın maksimum qiyməti 20-dir. Qrafikin absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri $(-15; 0)$ və $(25; 0)$ olarsa, kvadratik funksiyanı əvvəlcə $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində, sonra isə ümumi şəkildə yazın.

10 > Aşağıdakı funksiyalara uyğun parabolun təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

- a) $y = x^2 + 4x + 3$ b) $y = 2x^2 + 16x + 72$ c) $y = 5x^2 + 50x + 7$
d) $y = 7x^2 - 14x + 21$ e) $y = 3x^2 - 18x + 12$ f) $y = -6x^2 + 24x + 24$

Kvadratik funksiyanın ümumi şəkli

- 11> $y = ax^2 + bx + c$ funksiyanının qrafiki olan parabolanın $(m; n)$ təpə nöqtəsinin koordinatları $m = \frac{-b}{2a}$, $n = am^2 + bm + c$ kimi tapıla bilər.

Təpə nöqtəsinin koordinatlarına görə funksiyanı müəyyən etmək mümkündürmü? Mümkün deyilsə, daha hansı məlumat verilsə, tələb olunan funksiyanı yazmaq olar? Cavabınızı nümunələr üzərində təqdim edin.

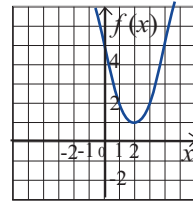
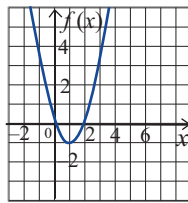
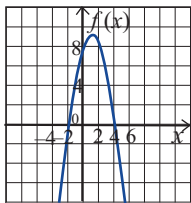
- 12> Kvadratik funksiyların qrafikinə görə müəyyən edin:

- simmetriya oxunun tənliyini;
- maksimum və ya minimum qiymətini
- təpə nöqtəsin;
- təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu
- x və y oxu ilə kəsişmə nöqtələrini
- artma, azalma aralıqlarını.

a) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

b) $f(x) = x^2 - 2x$

c) $f(x) = x^2 - 4x + 5$



- 13> $y = x^2 + bx - 1$ funksiyaında b həqiqi ədəddir. b -nin 1-ə bərabər və 1-dən böyük bir neçə qiymətində funksiyanın qrafikini qurun. b -nin qiymətinin funksiyanın qrafikini necə dəyişdirdiyini araşdırın. Ox və Oy oxu ilə kəsişmə nöqtələri necə dəyişir? Təpə nöqtəsinin koordinatlarının dəyişməsi haqqında nə deyə bilərsiniz? Tapşırığı $y = x^2 - bx - 1$ funksiyaı üçün də təkrarlayın.

- 14> Aşağıdakı fikirlərdən hansı doğru, hansı səhvdir?

- 1) Əgər $y = x^2$ funksiyaının qrafikini 2 vahid sağa, 1 vahid aşağı sürüşdürsək, $y = x^2 - 4x + 3$ funksiyaının qrafikini alarıq.
- 2) $y = x^2 - x + 3$ funksiyaının qrafiki Oy oxunu absis oxundan aşağıda kəsir.
- 3) $y = 14 - x^2 - 2x$ funksiyaının maksimumu 15-ə bərabərdir.

- 15> b və c -nin hansı qiymətlərində $y = x^2 + bx + c$ parabolası:

- a) absis oxunu $(-1; 0)$ və $(3; 0)$ nöqtələrində kəsir;
- b) absis oxunu $(1; 0)$, ordinat oxunu $(0; 3)$ nöqtəsində kəsir;
- c) absis oxuna $(2; 0)$ nöqtəsində toxunur?

- 16> Top $v_0 \left(\frac{m}{\text{san}} \right)$ başlanğıc sürəti ilə yuxarı atılmışdır. Topun t saniyədən sonra qalxdığı h (m) hündürlüyünü $h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$ düsturu ilə müəyyən etmək olar. Topun maksimum hündürlüyə $t = \frac{v_0}{g}$ saniyədə çatacağını əsaslandırın. Topun maksimum $\frac{v_0^2}{2g}$ hündürlüyə qalxa biləcəyini göstərin.

Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli

Nümunə 1. Perimetri 200 m olan düzbucaqlı şəklində pəyə hansı ölçülərdə qurulsa, sahəsi ən böyük olar?

Həlli:

1. Tutaq ki, perimetri 200 m olan pəyənin uzunluğu x -dir. Pəyənin eni və uzunluğu arasındakı asılılığı göstərən ifadəni yazaq:

$$b = (200 - 2x) : 2 = 100 - x$$

2. Pəyənin sahəsinin onun uzunluğundan asılılığını göstərən funksiyanı yazaq:

$$S(x) = x(100 - x) \text{ və ya } S(x) = -x^2 + 100x$$

3. $S(x) = -x^2 + 100x$ funksiyasından tam kvadrat ayıraq:

$$S(x) = -x^2 + 100x - 2500 + 2500 = -(x - 50)^2 + 2500$$

4. Təpə nöqtəsinin koordinatlarını yazaq və məsələni araşdıraraq.

Təpə nöqtəsi (50; 2500) olur. $a < 0$ olduğundan bu nöqtə $S(x)$ funksiyanın maksimumudur. Yəni, funksiya maksimum qiymətini $x = 50$ olduqda alır və bu qiymət 2500-ə bərabər olur. Buradan görünür ki, perimetri 200 m olan düzbucaqlışəkilli pəyənin sahəsinin 2500 m² olması üçün onun uzunluğu 50 m-dirsə, eni də 50 m olmalıdır (yəni kvadratşəkilli olmalıdır).

Nümunə 2. Bir qrup universitet tələbəsi kompüter detallı istehsal edən şirkət açmışlar. Onların bu istehsaldan əldə etdikləri gəliri (manatla) $P(x) = -2x^2 + 100x - 800$ funksiya ilə ifadə etmək olar. Burada x həftə ərzində istehsal olunan detalların sayını göstərir.

a) Verilən funksiyanın qrafikinə Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını tapın. Bu koordinatlar reallıqda hansı informasiyanı ifadə edir?

b) Verilən funksiyanın qrafikinə Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın. Bu koordinatlar reallıqda hansı informasiyanı ifadə edir?

c) Gəliri ifadə edən funksiyanın qrafikinə təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın. Bu məlumat reallıqda hansı informasiyaya uyğun gəlir?

d) Gəliri ifadə edən funksiyanı qrafik şəklində təqdim edin.

Həlli:

a) Qrafikin Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrində funksiyanın qiyməti $P(x) = 0$ olur.

$$-2x^2 + 100x - 800 = 0$$

$$-2(x^2 - 50x + 400) = 0$$

$$-2(x - 10)(x - 40) = 0$$

$$x = 10 \text{ və ya } x = 40$$

Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli

(10; 0) və (40;0) nöqtələri qrafikin Ox oxunu kəsdiyi nöqtələrdir. Bu nöqtələrin ordinatı gəlirin sıfır olduğunu göstərir. Yəni, detalların sayı 10 olduqda, həmçinin 40 olduqda da gəlir sıfır bərabərdir. Bu nöqtəyə iqtisadiyyatda “dönüş” nöqtəsi deyilir.

b) Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsi:

$P(0) = -2 \cdot 0 + 100 \cdot 0 - 800 = -800$. Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsi (0; -800). Bu məlumata görə əgər şirkət heç bir detal istehsal etməsə, onun həftəlik itkisi 800 manat olacaq.

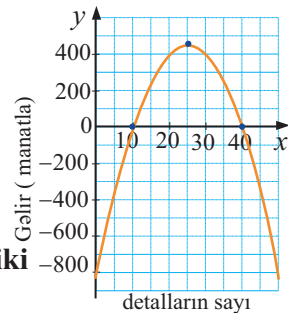
c) Funksiyanın qrafikinəin təpə nöqtəsinin absisi

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2 \cdot (-2)} = 25;$$

ordinatı: $P(25) = -2 \cdot 25^2 + 100 \cdot 25 - 800 = 450$

Təpə nöqtəsinin koordinatları: (25;450). Bu məlumat göstərir ki, şirkət həftədə maksimum 450 manat gəlir əldə edə bilər. Bu isə 25 detal istehsal edildiyi halda mümkündür.

d) $P(x) = -2x^2 + 100x - 800$ funksiyanın qrafiki



Nümunə 3. Bir idman köynəyinin qiyməti 8 manat olarsa, mağaza gündə 10 köynək satır. Mağaza sahibi düşünür ki, bir köynəyin qiymətinin hər dəfə 2 manat ucuzlaşması gündəlik daha 5 köynəyin artıq satılmasına gətirə bilər. Köynəyin qiyməti neçə manat olsa, satışdan daxil olan pul maksimum olar?

1. 2 manatlıq ucuzlaşmaların sayını x qəbul edək, onda bir köynəyin qiyməti $(8 - 2x)$ olacaq.

2. Gündəlik satılan köynəklərin sayı $(10 + 5x)$ olacaq.

3. **Satışdan daxil olan pul = bir köynəyin qiyməti $\times$ köynəklərin sayı**

$$S(x) = (8 - 2x)(10 + 5x) = 80 + 40x - 20x - 10x^2 = -10x^2 + 20x + 80$$

$S(x) = -10x^2 + 20x + 80$ funksiya satışdan daxil olan pulu ifadə edir.

Bu funksiyanın təpə nöqtəsinin koordinatları: $m = -\frac{b}{2a} = 1$

$$S(1) = -10 \cdot 1^2 + 20 \cdot 1 + 80 = 90$$

(1; 90) təpə nöqtəsinin koordinatlarıdır. Deməli, idman köynəyinin biri $8 - 1 \cdot 2 = 6$ manata satılırsa, köynəklərin satışından daxil olan pul maksimum 90 manat olar (mağaza sahibinin düşündükləri doğrudursa).

Faydalı biliklər.

Maya dəyəri = bir vahidə düşən maya dəyəri $\times$ malların sayı

Ümumi gəlir (mədaxil) = bir ədəd malın satış qiyməti $\times$ satılan malların sayı

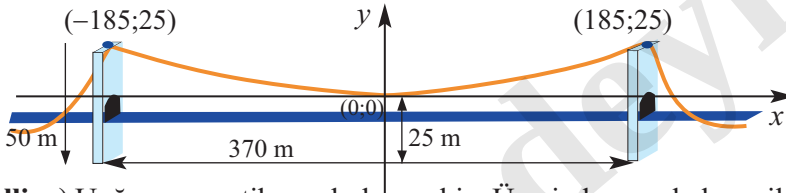
Gəlir = Ümumi gəlir – Maya dəyəri

Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli

- 1 > **Sahə.** Eldar müxtəlif düzbucaqlılar çəkir. Lakin bu düzbucaqlıların uzunluğu və eninin cəmi həmişə 12 sm-dir.
- a) En və uzunluğun müxtəlif qiymətləri ilə cədvəl qurun;
 - b) Düzbucaqlının enini x qəbul etməklə sahəsini göstərən ifadəni yazın;
 - c) Düzbucaqlının sahəsinin enindən asılılığını funksiya şəklində yazın;
 - d) Düzbucaqlının eni neçə santimetr olduqda sahəsi ən böyük olur?
- 2 > **Biznes. Maksimum mədaxil.** Sərnişindəşımaya ilə məşğul olan nəqliyyat şirkəti gündəlik 200 sərnişinə xidmət göstərir. Bir biletin qiyməti 5 manatdır. Şirkət sahibi düşünür ki, hər 50 qəpik qiymət artımı 10 sərnişinin azalmasına gətirir.
- a) Şirkət neçə dəfə belə bahalaşmaya aparsa, biletdən maksimum mədaxil əldə edər?
 - b) Bu bahalaşmalarla şirkətin gündəlik mədaxili ən çoxu neçə manat ola bilər?
- 3 > **Araşdırma.**

<http://questgarden.com/127/37/4/110617141445/process.htm> və <http://passyworldofmathematics.com/sydney-harbour-bridge-mathematics/> ünvanından körpü konstruksiyasına aid filmləri evdə və ya sinifdə izləyin.

Nümunə 4. Körpünün ağırlığını saxlayan tros (məftil) aralarındakı məsafə 370 m olan iki dirəyə bərkidilmişdir. Məftil parabola formasında olmaqla ən aşağı nöqtəsinin yerdən səviyyəsi 25 m-dir. Hər bir dirəyin hündürlüyü 50 m-dir. Bərkidici məftil üzərində dirəklərdən birindən üfüqi olaraq 60 m məsafədə olan nöqtə yerdən hansı hündürlükdədir?



Həlli: a) Uyğun sxematik parabolanı çəkin. Üzərində məsələdə verilən məlumatları qeyd edin.

Koordinat başlanğıcını $(0;0)$ parabolunun təpə nöqtəsində (bərkidici məftilin ən aşağı nöqtəsində) yerləşdirin.

Koordinat başlanğıcından dirəklərə qədər olan məsafə və dirəklərin hündürlüyünə uyğun məlumatlar: $(-185;25)$, $(185;25)$

b) Bərkidici məftilin formasını $f(x) = ax^2$ ilə ifadə etmək olar. $(185;25)$ nöqtəsinə görə a -nı tapın. $25 = a \cdot 185^2$, $a = \frac{25}{185^2}$, $f(x) = \frac{1}{1369} x^2$

c) Dirəklərdən birindən 60 m məsafədə olan nöqtə parabolunun təpə nöqtəsindən $185 - 60 = 125$ (m) məsafədə olacaq.

$f(125) = \frac{1}{1369} \cdot 125^2 = \frac{15625}{1369} \approx 11,4$ m olduğundan göstərilən nöqtə

yerdən təqribən 36,4 m hündürlükdədir.

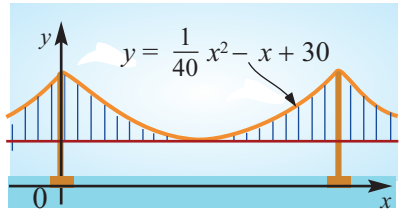
Kvadratik funksiyanın tətbiqi ilə məsələ həlli

4 > **Hərəkət.** Yuxarı atılan topun t saniyədən sonra qalxdığı h hündürlüyünü (m-lə) $h = -5t^2 + 20t + 1$ düsturu ilə tapmaq olar.

- Top 16 m hündürlüyə neçə saniyədən sonra çatacaq?
- Top maksimum hansı hündürlüyə qalxacaq?
- Top neçə saniyə havada qalacaq?

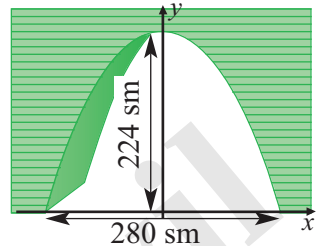
5 > Konsertə satılan biletlərin sayı (N) ilə biletlərin satıldığı günlər (n) arasında asılılıq $N(n) = -10n^2 + 60n + 200$ kimidir. Neçənci gün ən çox bilet satılmışdır? Həmin gün satılan biletlərin sayını tapın.

6 > Körpünü saxlayan tros məftilin iki dirək arasındakı parabola formalı hissəsinin körpünün uzunluğu boyu bərkitmə nöqtələrinin dəyişməsi ilə su səthindən hündürlüyünün (m-lə) dəyişməsi arasındakı asılılıq $y = \frac{1}{40}x^2 - x + 30$ funksiyası ilə müəyyən edilir. Tros məftilin orta nöqtəsi körpünün üzərindədir. Körpü su səthindən neçə metr hündürlükdədir?

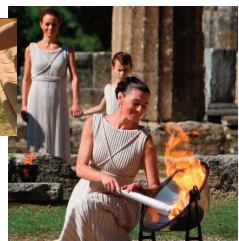


7 > 1) Koordinat sistemini göstərildiyi kimi qəbul etməklə tağın şəkildə verilən ölçülərinə uyğun kvadratik funksiyanı yazın.

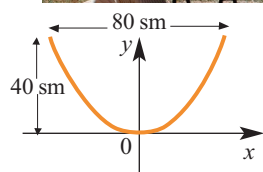
- 2) Tağın bir tərəfindən: a) 70 sm; b) 1m 20 sm məsafədə olan nöqtələrdə tağın hündürlüyünü tapın.



8 > **Olimpiada ənənəsi.** Olimpiya alovu ənənəyə uyğun olaraq Olimpiya oyunlarının yarandığı Olimpiya şəhərində Hera məbədinin qalıqları önündə parabola şəkilli güzgüdə alovlandırılır. Bu odun birbaşa Günəşdən götürülməsinin rəmzi kimi qəbul edilir. İlk məşəli xüsusi geyimlərdə olan qızlar yandırır.



Şekildəki ölçülərə görə güzgünün ox kəsiyindən yaranan parabolanı göstərən funksiyanı yazın. Koordinat başlanğıcını çökük güzgünün ortasında, ən dərinədə yerləşən nöqtədə götürün.

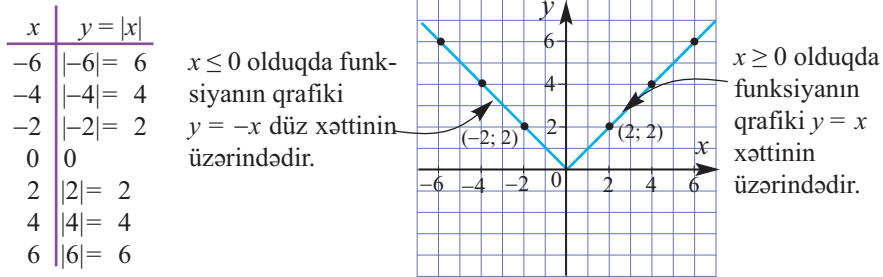


y = |x| funksiyası və onun qrafiki

Bilirik ki, x -in mütləq qiyməti: $|x| = \begin{cases} x & \text{əgər } x > 0 \\ 0 & \text{əgər } x = 0 \\ -x & \text{əgər } x < 0 \end{cases}$

$y = |x|$ funksiyasının qrafikini quraq.

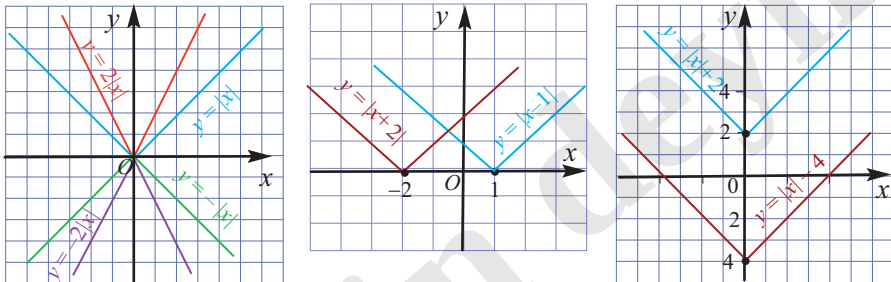
$y = |x|$ funksiyasının qrafiki I və II rüblərin tənbölənləri olan iki şüadan ibarətdir. (0;0) nöqtəsi qrafikin təpə nöqtəsidir.



$y = |x|$ funksiyasının qrafiki Oy oxuna nəzərən simmetrikdir. Çünki qrafikin hər bir $(x; y)$ nöqtəsi ilə Oy oxuna nəzərən simmetrik olan $(-x; y)$ nöqtəsi də qrafikə aiddir.

a) $y = |x|$, $y = 2|x|$ və $y = -|x|$, $y = -2|x|$ funksiyalarının eyni koordinat sistemində qurulmuş qrafiklərini araşdırın.

b) $y = |x + 2|$ və $y = |x - 1|$ funksiyalarının, həmçinin $y = |x| + 2$ və $y = |x| - 4$ funksiyalarının qrafiklərini araşdırın.



Bu qrafiklərə görə aşağıdakı ümumiləşdirmələri aparmaq olar.

$y = a|x - m| + n$ funksiyasının əsas xassələri:

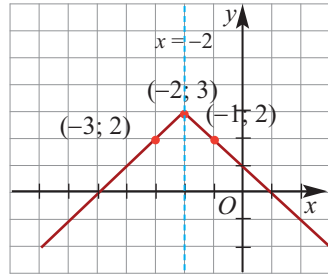
- $y = a|x - m| + n$ funksiyasının qrafiki $y = a|x|$ funksiyasının qrafikinə $|m|$ vahid üfüqi ($m > 0$ olduqda sağa, $m < 0$ olduqda sola), $|n|$ vahid şaquli ($n > 0$ olduqda yuxarı, $n < 0$ olduqda aşağı) olaraq sürüşdürülməsidir.
- $(m; n)$ qrafikin təpə nöqtəsidir və qrafik $x = m$ xəttinə nəzərən simmetrikdir.
- $a > 0$ olduqda qrafiki təşkil edən şüalar yuxarıya doğru, $a < 0$ olduqda aşağıya doğru yönəlidir.

$y = |x|$ funksiyası və onun qrafiki

Nümunə 1. $y = -|x + 2| + 3$ funksiyasının qrafikini qurun.

Həlli:

1. Qrafikin $(-2; 3)$ təpə nöqtəsini koordinat müstəvisi üzərində qeyd edin.
2. Funksiyaya uyğun hər hansı başqa bir nöqtəni, məsələn, $(-3; 2)$ nöqtəsini qeyd edin.
3. $x = -2$ simmetriya xəttinə görə $(-3, 2)$ nöqtəsinə simmetrik olan $(-1; 2)$ nöqtəsini qeyd edin.
4. $a = -1 < 0$ olduğu üçün şüaların aşağıya doğru yönəldiyini nəzərə almaqla, qeyd edilmiş üç nöqtəyə görə qrafiki çəkin.



Nümunə 2. Qrafikə və verilən nöqtələrə görə uyğun funksiyayı yazın.

Həlli:

1. Qrafikin təpəsi $(0, -3)$ nöqtəsindədir.
2. $y = a|x - m| + n$ tənliyində m və n -nin yerinə 0 və -3 qiymətlərini uyğun olaraq yazaq:

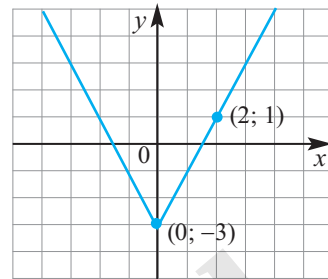
$$y = a|x - 0| + (-3); \quad y = a|x| - 3$$

Qrafik üzərindəki $(2; 1)$ nöqtəsinin koordinatlarını $y = a|x| - 3$ düsturunda yerinə yazaq:

$$1 = a|2| - 3; \quad 1 = 2a - 3; \quad 4 = 2a; \quad a = 2$$

Qrafikə uyğun funksiya $y = 2|x| - 3$ olacaq.

Yoxlama: Bunun üçün $y = 2|x| - 3$ funksiyasının qrafikini qurun. Qrafikin qollarının yuxarı yönəlcəyinə, həmçinin $y = |x|$ -in qrafikinə nəzərən ordinat oxuna daha çox sıxılmış olacağına diqqət edin.



Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > $y = |x|$ funksiyasının qrafikini sürüşdürməklə $y = |x + 2|$; $y = |x - 2|$ və $y = |x| + 2$; $y = |x| - 2$ funksiyalarının qrafiklərini qurun və ümumiləşdirilmiş fikirlərinizi yazın.
- 2 > Verilən funksiyaların qrafiklərinin:
 - a) $y = |x|$ funksiyasının qrafikinə nəzərən “sıxılmış” və ya “genişlənmiş”, yoxsa eyni “genişlikdə” olduğunu;
 - b) qrafikin qollarının aşağıya və ya yuxarıya yönəldiyini müəyyən edin;
 - c) funksiyaların qrafiklərini $y = |x|$ funksiyasının qrafikinə görə qurun.

$$1) y = \frac{1}{2} |x|$$

$$3) y = |x + 5|$$

$$5) y = |x| - 6$$

$$2) y = |x| + 4$$

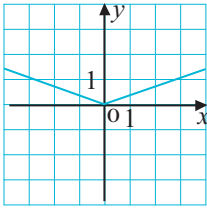
$$4) y = 2|x + 6| - 10$$

$$6) y = -|x - \frac{1}{4}| - 8$$

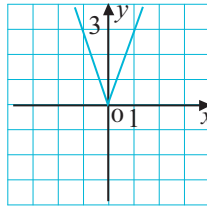
$y = |x|$ funksiyası və onun qrafiki

3 > Hansı qrafik hansı funksiyaya uyğun gəlir?

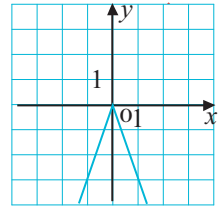
$$f(x) = 3|x|$$



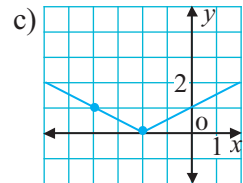
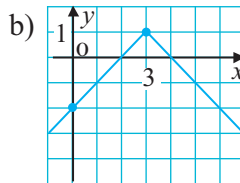
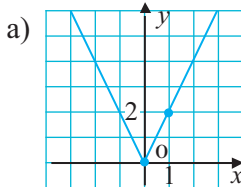
$$f(x) = -3|x|$$



$$f(x) = \frac{1}{3}|x|$$



4 > Qrafiklərə uyğun funksiyaları yazın.



5 > Bir çox qrafikalkulyatorlarda modul işarəsi **abs** kimi işarələnir. Qrafikalkulyatorun köməyiylə funksiyaların qrafiklərini qurun.

$$y = -|x - 2| + 5;$$

$$y = -3,2|x| + 7$$

$$y = |0,05x - 3| + 0,02$$

$$y = -3,75|x + 1,5| - 5;$$

$$y = 1,5|x - 3| + 6$$

$$y = 1,27|2x - 3|$$

6 > Musiqi qrupunun yeni çıxan musiqi albomunun satışı əvvəlcə sabit sürətlə artdı, sonra isə eyni sürətlə azaldı. Satılan albomların sayını n (yüzlərlə) ilə işarə etsək, onun dəyişməsinə $n = -2|t - 20| + 40$ kimi yazmaq olar. t (həftələrlə) vaxtı göstərir.

a) Bu funksiyanın qrafikini $0 \leq t \leq 40$ qiymətlərində qurun;

b) Neçənci həftədə ən çox albom satılmışdır? Həmin həftədə neçə albom satılıb?

7 > İdman malları mağazasının üzgüçülük kostyumları və avadanlıqları satışından əldə etdiyi mədaxil (min manatla) $M(t) = -0,9|t - 6| + 5$ funksiyası ilə dəyişir. Burada t (aylarla) vaxtı göstərir.

a) Bu funksiyanın qrafikini $0 \leq t \leq 12$ qiymətlərində qurun.

b) Neçənci ayda satış maksimum olmuşdur? Həmin aydakı mədaxili tapın.

8 > Verilən funksiyalara görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Ox və Oy oxları ilə kəsişmə nöqtələrini müəyyənləşdirin;

2) Qrafikləri eyni koordinat müstəvisində qurun.

3) Təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.

a) $y = |3x|$ və $y = 3|x|$

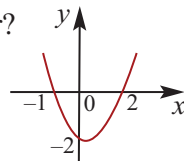
b) $y = |-4x|$ və $y = 4|x|$

c) $y = |x - 6|$ və $y = |x| - 6$

d) $y = |x + (-2)|$ və $y = |x| + 2$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > b və c -nin hansı qiymətlərində $y = x^2 + bx + c$ parabolası A $(-1; 6)$ və B $(0; 2)$ nöqtələrindən keçir ?
- 2 > $y = x^2 - 2x - 15$ funksiyasının qrafiki koordinat oxlarını hansı nöqtələrdə kəsir?
- 3 > $y = x^2$ parabolasını 3 vahid sola, 2 vahid aşağı sürüşdürdükdə hansı funksiyanın qrafiki alınır ?
- 4 > k -nin hansı qiymətində $y = x^2 + 6x + k$ funksiyasının ən kiçik qiyməti 1-ə bərabərdir?
- 5 > $y = x^2 - 2x + 3$ funksiyasının qiymətlər çoxluğunu göstərin .
- 6 > $y = x^2 + bx + 3$ parabolasının təpə nöqtəsinin ordinatı -1 -ə bərabər olarsa, b -ni tapın və qrafiki qurun. Neçə hal mümkündür?
- 7 > Şəkildə verilmiş parabola uyğun kvadratik funksiyanı yazın.



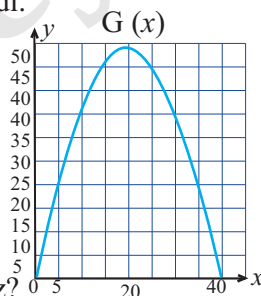
- 8 > Yerdən $v_0 = 20$ m/san sürətlə yuxarı atılmış topun qalxdığı hündürlüyün $(m-lə)$ t (san) uçuş zamanından asılılığı $h(t) = -5t^2 + 20t$ düsturu ilə verilir. Topun qalxdığı ən yüksək hündürlüyü tapın.
- 9 > **Fiziologiya.** Alimlər müəyyən etmişlər ki, piyada gəzərkən sərf olunan enerjini $y = 0,00849(x - 90,2)^2 + 51,3$ ($50 \leq x \leq 150$) funksiyası ilə müəyyən etmək olar. Burada x şəxsin sürətini (m/dəq ilə) göstərir. Funksiyanın verilən təyin oblastına uyğun qrafikini qurun. Hərəkət sürəti artdıqca enerji sərfiyyatı necə dəyişir? Hansı sürətdə enerji sərfi minimum olur?

- 10 > **Biznes. Maksimum gəlir.** Araşdırmalar nəşriyyatın gəlirinin $G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 5x$ funksiyası ilə dəyişdiyini aşkar etdi. Burada x satılan kitabların sayını (minlərlə), $G(x)$ isə uyğun gəliri (min manatla) göstərir.

a) Nəşriyyat neçə kitabın satışından 32 min manat gəlir əldə etmişdir?

b) Nəşriyyat maksimum gəlirini neçə kitab satmaqla əldə etmişdir?

c) a) bəndində aldığımız iki cavabı necə izah edərdiniz?



- 11 > Çadırın öndən görüntüsünü $y = -\frac{3}{4}|x - 2| + 1,5$ funksiyası ilə ifadə etmək olar. x və y metrərlə ölçünü göstərir. Ox oxunu yer səthində, çadırın oturacağında qəbul edin. Çadırın öndən görünüşü hansı ölçülərdədir?
- 12 > $f(x) = |ax + b|$ funksiyasının qrafiki absis oxunu $(\frac{3}{2}; 0)$ ordinat oxunu $(0; 6)$ nöqtəsində kəsirsə, a və b -nin qiymətlərini tapın.

İki nöqtə arasındakı məsafə

İki nöqtə arasındakı məsafə

• Ədəd oxu üzərində



$$PR = |a - b| \text{ və ya } PR = |b - a|$$

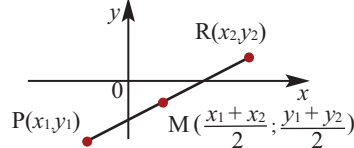
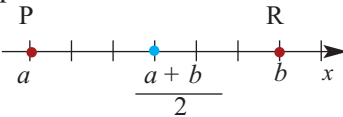
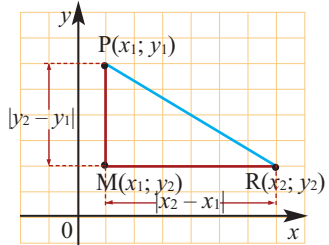
• Koordinat müstəvisi üzərində

P və R nöqtələri arasındakı məsafəni, yəni, PR parçasının uzunluğunu ΔMPR -dən Pifaqor teoremini tətbiq etməklə tapmaq olar. MR və MP katetlərinin uzunluqları uyğun olaraq, $|x_2 - x_1|$ və $|y_2 - y_1|$ olduğundan:

$$PR = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

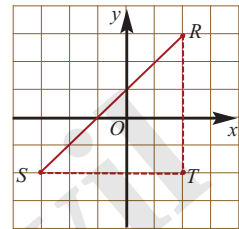
Bu düstur iki nöqtə arasındakı məsafə düsturudur.

İki nöqtə arasındakı məsafəyə aid məsələləri həll edərkən parçanın orta nöqtəsinin koordinatları düsturundan da tez-tez istifadə edilir.



- 1 > R və S nöqtələri arasındakı məsafəni iki üsulla hesablayın:

- 1) Koordinat müstəvisi üzərində vahid damaları sayaraq Pifaqor teoremini tətbiq etməklə.
- 2) Uyğun nöqtələrin koordinatlarını şəklə görə müəyyənləşdirib, iki nöqtə arasındakı məsafə düsturunu tətbiq etməklə.



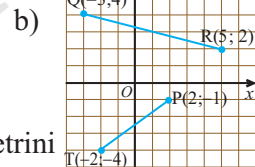
- 2 > Ədəd oxu üzərində verilən nöqtələr arasındakı məsafəni hesablayın.

- a) A və D b) B və E c) C və F



- 3 > Verilən nöqtələr arasındakı məsafəni hesablayın.

- a) 1) A(-1; 3) və B(5; 11);
- 2) C(-3; 2) və D(1; 5);
- 3) E(6,5; -2,4) və F(-5,5; 2,6).



- 4 > Təpələri verilən nöqtələrdə yerləşən fiqurların perimetrini tapın.

- a) Üçbucaq: A(-2; -1), B(2; 2), C(6; -1)
- b) Kvadrat: A(-4; -3), B(0; -2), C(-1; 2), D(-5; 1)

- 5 > Təpələri A(-3; 3), B(1; 7), C(2; 1) nöqtələrində olan üçbucağın CM medianının uzunluğunu tapın.

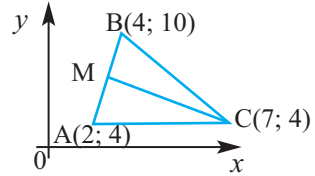
- 6 > Aşağıda RT parçasının R uc nöqtəsinin və orta S nöqtəsinin koordinatları verilmişdir. 1) Bu koordinatlara görə T nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edin. 2) RT parçasının uzunluğunu müxtəlif üsullarla tapın.

- a) R(-1; -3), S(-1; 2) b) R(2; 6), S(-1; 2) c) R(-3; 0), S(2; 12)

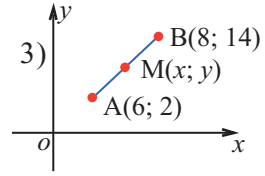
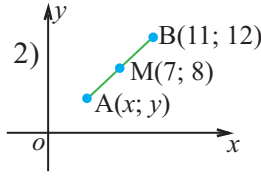
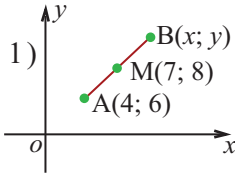
İki nöqtə arasındakı məsafə

- 7 > Uc nöqtələri $L(-5; -6)$ və $M(7; 10)$ olan LM parçası verilmişdir. X nöqtəsi LM parçasının üzərində yerləşir və $LX = \frac{1}{4} LM$. X nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edin.

- 8 > M nöqtəsi AB tərəfinin orta nöqtəsidir. C və M nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.



- 9 > M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə tapın:
a) dəyişənlərin qiymətlərini; b) AB parçasının uzunluğunu.



- 10 > Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş üçbucaqları qurun. Hansı düzbucaqlı üçbucaqdır? İzah edin. Fikrinizi tərəfləri üzərində saxlayan düz xətlərin tənliklərini yazmaqla da əsaslandırın.

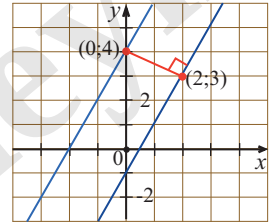
a) $(1; 2)$, $(2; 3)$, $(5; 0)$ b) $(2; 1)$, $(4; 2)$, $(2; 6)$ c) $(3; 2)$, $(5; 1)$, $(2; 5)$

- 11 > k -nın hansı qiymətində $A(6; -4)$ və $B(2; k)$ nöqtələri arasındakı məsafə 5 vahiddir? Neçə belə nöqtə var?

- 12 > Ox oxu üzərində elə nöqtə tapın ki, o, $(0; 2)$ və $(8; 6)$ nöqtələrindən eyni məsafədə olsun.

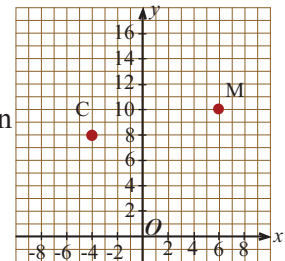
- 13 > Koordinat müstəvisi üzərində təsvirə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

- a) Düz xətlərin tənliklərini yazın.
b) Bu düz xətlərin paralel olduğunu onların tənliyinə görə izah edin.
c) Düz xətlər arasındakı məsafəni tapın.



- 14 > Mehribangilin evi koordinat müstəvisində $M(6; 10)$ nöqtəsi kimi qeyd edilmişdir. Cəlilgilin evi Mehribangilin evindən 2 vahid cənubda, 10 vahid qərbdə yerləşir. Məktəb hər ikisinin evindən eyni məsafədədir.

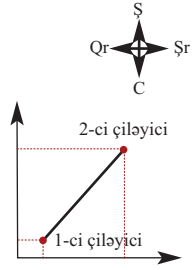
- a) Cəlilgilin evini koordinat müstəvisində qeyd edin
b) Məktəbin yerləşdiyi yerin mümkün variantlarını təqdim edin. Məktəbin hər ikisinin evindən həqiqətən eyni məsafədə olduğunu hesablamalarla dəqiqləşdirin və bir nümunə üzərində göstərin.



Göstəriş: parçanın orta perpendikulyarının xassəsindən istifadə edin.

İki nöqtə arasındakı məsafə

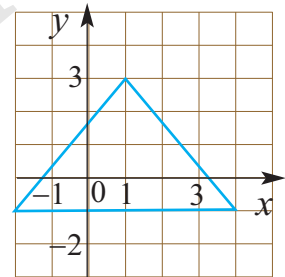
- 15** > Usta düzbucaqlı formalı sahənin müxtəlif yerlərində çiləmə yolu ilə işləyən suvarma sistemi quraşdırmalıdır. Bunun üçün o, birinci çiləyici ilə ikinci çiləyicini birləşdirən boru almalıdır. O, bu məsafəni ölçməyi unutmuş və mağazaya yollanmışdı. Lakin ustanın yaddaşında olan bir neçə ölçülər var idi. Birinci çiləyici yaşıllıq sahənin başlanğıcından 3 m şərqdə, 1 m şimalda, ikinci çiləyici isə 15 m şərqdə, 10 m şimalda yerləşir. Usta orta məktəbdə öyrəndiyi hansı riyazi biliklərini tətbiq etməklə iki çiləyici arasındakı məsafəni hesablaya bilər və ona geri qayıtmağa ehtiyac qalmaz? Plan üzərində verilən ədədi məlumatları yazın və məsələni həll edin.



- 16** > **Miqyas.** $\triangle ABC$ -nin təpələri (1; 4), (5; 4) və (5; 1) nöqtələrində yerləşir.
a) $\triangle ABC$ -nin perimetrini tapın.
b) Təpə nöqtələrinin koordinatlarının qiymətini 2 dəfə, 3 dəfə artırın və üçbucağın perimetrini yenidən hesablayın.
c) Üçbucağın təpə nöqtələrinin koordinatlarının artması ilə perimetrinin artması arasındakı asılılığı izah edin.
- 17** > İki atlı eyni nöqtədən eyni zamanda hərəkətə başladı. Onlardan biri atını 2 km qərbə və 3 km cənuba, digəri isə 4 km şərqə və 5 km şimala sürdü. Atlılar arasındakı məsafəni tapın.

- 18** > Koordinat müstəvisi üzərində təpələri A(1; 1), B(5; 9), C(2; 8) və D(0; 4) nöqtələrində olan dördbucaqlını çəkin.
a) Bu dördbucaqlının trapesiya olduğunu əsaslandırın.
b) Bu dördbucaqlının bərabəryanlı trapesiya olduğunu əsaslandırın.

- 19** > a) Şekli dəftərinizə köçürün.
b) Üçbucağın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.
c) Hər bir tərəfin orta nöqtəsinin koordinatlarını müəyyən edin.
d) Orta nöqtələri ardıcıl birləşdirməklə yeni üçbucaq qurun.
e) Bu iki üçbucağın perimetrlərini müqayisə edin.



- 20** > Təpələrinin koordinatlarına görə üçbucaqların bərabərtərəfli, bərabəryanlı, müxtəlif tərəfli olduğunu müəyyən edin.
a) (2; 0), (0; 8), (-2; 0) b) (4; 1), (1; 2), (6; 4)
c) (1; 9), (4; 2), (-3; 2) d) (2; 5), (8; 2), (4; 1)
e) (5; 1), (4; 0), (3; 5) f) (4; 4), (8; 1), (6; 5)

İki nöqtə arasındakı məsafə

- 21 > Excel proqramının köməyiylə verilən iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablayın.

1-ci sətirdə hər bir sütunun adını yazın

2-ci sətirdə hər koordinata uyğun ədədi məlumatları yazın

	A	B	C	D	E
1	X1	Y1	X2	Y2	Distance
2	54	120	113	215	
3					
4					

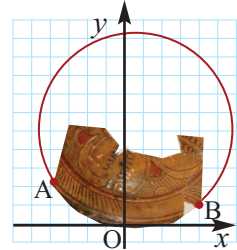
İstənilən iki nöqtə arasındakı məsafəni hesablama düsturu yazın.

- a) (5; 120), (113; 215) b) (68; 153), (175; 336)
c) (421; 454), (502; 798) d) (837; 980), (612; 625)

- 22 > **Arxeologiya. Kiçik layihə işi.** Aşağıda arxeoloqların qazıntılar zamanı tapdığı boşqab qalıqına görə onun həqiqi ölçüsünün tapılması probleminin həll addımları verilmişdir. Bu addımlarla məsələni həll edin.

Tətbiq edilən riyazi anlayışların mümkün qədər geniş siyahısını tutun. Bu anlayışların izahlı lüğətini tərtib edin. İzahları şəkil və nümunələrlə yazın.

1. Boşqab parçası koordinat sistemində yerləşdirilmişdir. Dairəvi hissənin üzərində üç nöqtə (A, O, B nöqtələri) qeyd etməklə sxematik təsviri dəftərinizdə çəkin.



2. Çevrənin mərkəzini müəyyən etmək üçün:

a) AO və OB parçalarının orta perpendikulyarlarını çəkin.

b) Orta perpendikulyarları üzərində saxlayan düz xətlərin tənliklərini yazın.

♦ AO parçasının orta perpendikulyarını üzərində saxlayan düz xəttin tənliyini yazmaq üçün:

- M orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın;
- AO parçasını üzərində saxlayan düz xəttin bucaq əmsalını müəyyən edin.

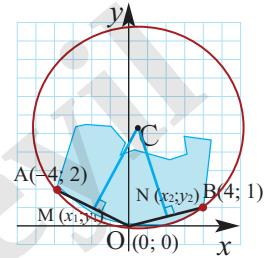
• Orta perpendikulyarın bu düz xətlə qarşılıqlı perpendikulyar olduğuna əsasən onun bucaq əmsalını tapın və düz xəttin tənliyini yazın.

♦ OB parçasının orta perpendikulyarını üzərində saxlayan düz xəttin tənliyini yazmaq üçün:

- N orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- OB-dən keçən düz xəttin bucaq əmsalını müəyyən edin.
- Orta perpendikulyarı üzərində saxlayan düz xəttin bucaq əmsalını tapın və bu düz xəttin tənliyini yazın.

♦ Çevrənin mərkəzi orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsidir. Deməli, orta perpendikulyarları üzərində saxlayan düz xətlərin tənliklərindən ibarət sistemin həlli çevrənin C mərkəzinin koordinatlarıdır.

♦ C nöqtəsindən qeyd edilmiş nöqtələrin hər birinə qədər olan məsafəni hesablamaqla bu çevrənin radiusunu tapın. Boşqabın diametrinin təxmini qiymətini yazın.



Çevrənin tənliyi

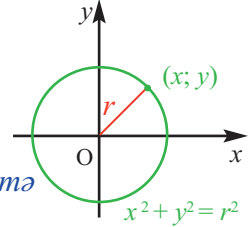
Çevrənin tənliyi

İki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə etməklə mərkəzi koordinat başlanğıcında, radiusu isə r olan çevrənin tənliyini yazmaq olar. Çevrənin mərkəzi $(0; 0)$ nöqtəsi ilə onun istənilən $(x; y)$ nöqtəsi arasındakı məsafə r radiusuna bərabərdir.

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = r \quad \text{İki nöqtə arasındakı məsafə}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \quad \text{Sadələşdirmə}$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad \text{Hər iki tərəfini kvadrata yüksəltmə}$$

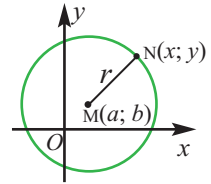


Mərkəzi koordinat başlanğıcında, radiusu r olan çevrənin tənliyi:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Məsələn, mərkəzi $(0; 0)$ koordinat başlanğıcında, radiusu 2 olan çevrənin tənliyi $x^2 + y^2 = 4$ kimidir.

Mərkəzi $M(a; b)$ nöqtəsində olan r radiuslu çevrənin üzərindəki istənilən $N(x; y)$ nöqtəsi üçün iki nöqtə arasındakı məsafə düsturuna görə: $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r$.



Buradan hər iki tərəfi kvadrata yüksəltməklə

mərkəzi $(a; b)$ nöqtəsində olan r radiuslu çevrənin tənliyini alırıq:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

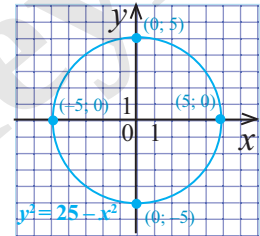
Məsələn, mərkəzi $(3; 2)$ nöqtəsində və radiusu 4-ə bərabər olan çevrənin tənliyi $\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 4$; $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 16$ kimi olacaq

Nümunə 1: $y^2 = 25 - x^2$ tənliyi ilə verilmiş çevrəni koordinat müstəvisi üzərində qurun.

Həlli: Tənliyi $x^2 + y^2 = 5^2$ şəklində yazaq.

Göründüyü kimi, $r = 5$ -dir.

Koordinat başlanğıcından 5 vahid məsafədə olan dörd nöqtə qeyd edək. Məsələn, $(5; 0)$, $(-5; 0)$, $(0; 5)$, $(0; -5)$. Bu nöqtələrdən keçən çevrə çəkək.



Nümunə 2: $A(2; 3)$ nöqtəsi mərkəzi koordinat başlanğıcında olan çevrənin üzərindədir. Bu çevrənin tənliyini yazın.

Həlli: Mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən çevrənin $x^2 + y^2 = r^2$ tənliyində A nöqtəsinin koordinatlarını yerinə yazsaq, $2^2 + 3^2 = r^2$, $r^2 = 13$ olar. Bu çevrənin tənliyi: $x^2 + y^2 = 13$

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Verilən radiuslu və mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən çevrənin tənliyini yazın.

a) 3

b) $2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{15}$

d) $5\sqrt{2}$

e) $\sqrt{22}$

Çevrənin tənliyi

- 2 > Verilən mərkəzə, radiusa və ya diametrə görə çevrənin tənliyini yazın.
- a) $(2; -11)$, $r = 3$ b) $(-4; 2)$, $d = 2$ c) $(0; 0)$, $r = \sqrt{5}$
d) $(6; 0)$, $r = \frac{2}{3}$ e) $(-1; -1)$, $d = \frac{1}{4}$ f) $(-5; 9)$, $d = 2\sqrt{20}$
- 3 > Tənliyi $x^2 + y^2 = 169$ olan çevrə üzərində: a) absisi 5 olan nöqtənin ordinatını tapın; b) ordinatı 0 olan nöqtənin absisini tapın.
- 4 > Verilən tənliklərə görə çevrənin mərkəzinin koordinatlarını və radiusunu müəyyən edin. Çevrəni qurun.
- a) $x^2 + y^2 = 36$ c) $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$
b) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$ d) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$

- 5 > Çevrənin verilmiş tənliyinə görə onun mərkəz nöqtəsinin koordinatlarını və radiusunu müəyyən edin.

Nümunə: $x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$ tənliyi ilə verilmiş çevrənin mərkəzini və radiusunu tapın.

Həlli: $(x^2 - 2x + 1) - 1 + (y^2 + 4y + 4) - 4 - 4 = 0$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \quad (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

Çevrənin mərkəzi $M(1; -2)$ nöqtəsidir. Radiusu isə $r = 3$ -dür.

a) $x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 16x + 40y - 20 = 0$

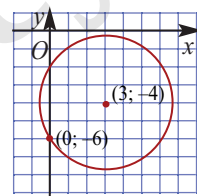
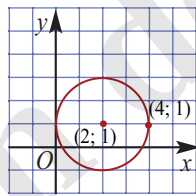
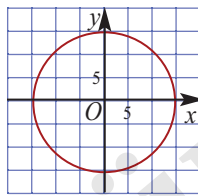
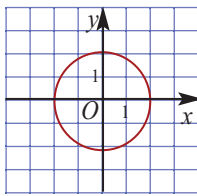
c) $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$

e) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$

f) $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$

- 6 > Çevrənin koordinat müstəvisi üzərindəki təsvirinə uyğun tənliyini yazın.



- 7 > a) Diametrinin uc nöqtələrinin koordinatları $(2; -1)$, $(4; 7)$ olan çevrənin tənliyini yazın. Bu çevrənin üzərində yerləşən və absisi -1 olan nöqtələri tapın.

b) Diametri 12 sm olan və mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən çevrənin tənliyini yazın. Bu çevrəni 6 vahid sağa, 5 vahid aşağı sürüşdürün və onun da tənliyini yazın.

c) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$ çevrəsi 6 vahid sola, 3 vahid aşağı sürüşdürülmüşdür. Çevrənin son vəziyyətinə uyğun tənliyini yazın.

Çevrənin tənliyi

8 > Verilənlərə görə çevrənin tənliyini yazın.

Mərkəz nöqtəsi:	(0; 0)	(1; 2)	(-3; 5)	(-13; π)	(9; 10)
Çevrə üzərində götürülmüş nöqtə:	(0; 6)	(4; 2)	(1; 8)	(2; π)	(-7; 3)

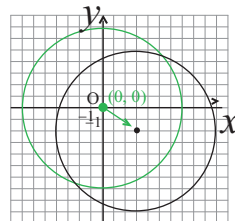
9 > a) Radiusu 7-yə bərabər olan və mərkəzi (3; -2) nöqtəsində olan çevrənin tənliyini yazın.

b) Bu çevrənin üfüqi diametrinin uc nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən edin.

Göstəriş: iki üsulla həll edin.

1) mərkəzi (0; 0) nöqtəsində olan çevrəyə görə sürüşmədə koordinatları müqayisə etməklə.

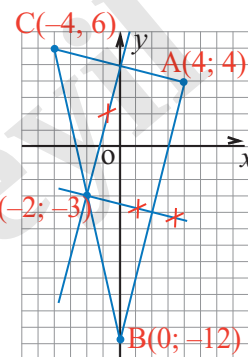
2) çevrənin tənliyində $y = -2$ qiymətini yerinə yazıb həll etməklə.



10 > $x^2 + y^2 - 6x + 9y + 8 = 0$ çevrəsinin koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini tapın.

11 > Verilən üç nöqtədən keçən çevrənin tənliyinə aid nümunəni araşdırın və tapşırıqları yerinə yetirin.

a) **Nümunə.** Mobil telefonlar siqnalların bir ötürücü stansiyadan digər stansiyaya peyklər vasitəsilə ötürülməsi ilə işləyir. Mobil operator şirkəti ötürücü stansiyanı elə yerləşdirməyə çalışır ki, daha çox istifadəçiyə xidmət etsin. Fərz edin ki, üç böyük şəhər A(4; 4), B(0; -12), C(-4; 6) nöqtələrində yerləşir. Koordinat müstəvisi üzərində 1 vahid 100 km məsafəyə uyğundur. Ötürücü stansiya bu şəhərlərdən eyni məsafədə olan nöqtədə yerləşdirilməlidir. Bu nöqtənin koordinatlarını və uyğun çevrənin tənliyini yazın.



Həlli: Əvvəlcə bu nöqtələri birləşdirək və alınan üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarlarının kəsişmə nöqtəsini tapaq. Bu (-2; -3) nöqtəsidir.

Bu nöqtə çevrənin mərkəzi olmaqla stansiyanın yerini göstərir.

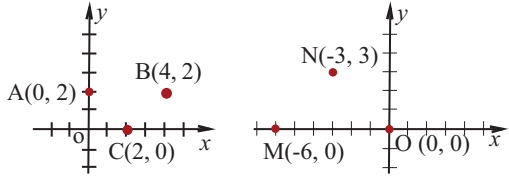
Mərkəzlə verilən nöqtələrdən istənilən biri arasındakı məsafə çevrənin radiusudur. $r = \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-3 - (-12))^2} = \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$

Çevrənin tənliyi: $(x - (-2))^2 + (y - (-3))^2 = (\sqrt{85})^2$, $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 85$

Qeyd. Çevrənin mərkəzinin koordinatlarını orta perpendikulyara uyğun xətti tənlikləri müəyyən edərək, tənliklər sistemi həll etməklə də tapa bilərsiniz.

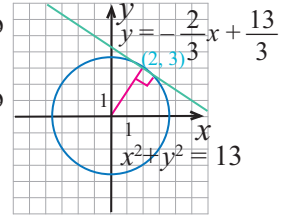
Çevrənin tənliyi

b) Şəkilləri dəftərinizə köçürün. Qeyd edilmiş üç nöqtədən keçən çevrənin tənliyini yazın və çevrəni qurun.



- 12** Nümunəni araşdırın. Verilən çevrəyə verilən nöqtədə çəkilmiş toxunanın tənliyini yazın.

Nümunə. $x^2 + y^2 = 13$ tənliyi ilə verilmiş çevrəyə (2;3) nöqtəsində çəkilmiş toxunanın tənliyini yazın. Toxunma nöqtəsinə çəkilmiş radiusu üzərində saxlayan düz xəttin bucaq əmsalı:



$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{2 - 0} = \frac{3}{2}$$

(2; 3) nöqtəsindən keçən radius və toxunan qarşılıqlı perpendikulyar olduqlarından toxunanın bucaq əmsalı $-\frac{2}{3}$ olacaq.

Toxunanın tənliyi: $y - 3 = -\frac{2}{3}(x - 2)$; $y = -\frac{2}{3}x + \frac{13}{3}$

a) $x^2 + y^2 = 13$; (2; 3)

b) $x^2 + y^2 = 41$; (-4; -5)

c) $x^2 + y^2 = 65$; (-8, 1)

d) $x^2 + y^2 = 40$; (-2, 6)

- 13** A(2; 3), B(3; 4), C(4; 4), D(4; -3), E(-3; 4) nöqtələrindən hansılar tənliyi $x^2 + y^2 = 25$ olan çevrəyə aiddir?

- 14** Nümunə üçün həll edilmiş məsələni araşdırın və məsələləri həll edin.

Nümunə. Ötürücü stansiyadan radio siqnallar 90 km məsafəyə ötürülə bilər. Ləməngilin evi ötürücü stansiyadan 45 km şərqdə, 56 km şimalda yerləşir.

Ötürücüdən siqnalların yayıldığı sahəni bərabərsizlik yazmaqla müəyyən edin. Ləməngil bu ötürücüdən istifadə edə bilirlərmə?

Həlli: $x^2 + y^2 = r^2$ çevrəsinin daxili oblastı və xarici oblastı aşağıdakı bərabərsizliklərlə təyin edilir:

Daxili oblastı: $x^2 + y^2 < r^2$ Xarici oblastı: $x^2 + y^2 > r^2$

Siqnalların yayıldığı sahə: $x^2 + y^2 < 90^2$

$45^2 + 56^2 < 90^2$ olduğunu yoxlayaq: $5161 < 8100$, deməli, onlar bu ötürücüdən istifadə edə bilirlər.

1) Zəlzələ episentrdən 110 km məsafədə hiss edildi. Yaşadığınız yer episentrdən 50 km şərqdə, 30 km şimalda yerləşirsə, siz də bu zəlzələni hiss etmisinizmi?

2) Dəniz mayakının işıqları 20 km uzağa yayılır. Mayakdan 10 km şərqdə və 16 km şimalda olan gəmidən bu mayakın işıqları görünə bilərmə?

Çevrənin tənliyi

15> A(10; 7) nöqtəsindən $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ tənliyi ilə verilən çevrənin mərkəzinə qədər məsafəni tapın.

16> C(5; -2) nöqtəsindən $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ çevrəsinə qədər məsafəni tapın.

17> Verilən tənliklərə görə düz xəttin çevrənin toxunanı, yoxsa kəsəni olduğunu və ya heç biri olmadığını müəyyən edin.

a) $x^2 + y^2 = 36$

b) $x^2 + y^2 = 100$

c) $x^2 + y^2 = 4$

$y = 6$

$y = 14 - x$

$x + y = 7$

d) $x^2 + y^2 = 10$

e) $x^2 + y^2 = 9$

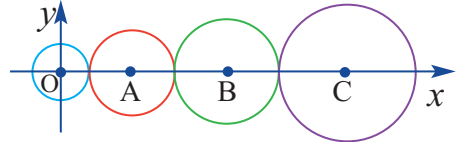
f) $x^2 + y^2 = 9$

$y = 3x$

$y = x - 3$

$y = x$

18> Dörd toxunan çevrənin mərkəzləri Ox oxu üzərindədir. A çevrəsinin radiusu O çevrəsinin radiusundan 2 dəfə, B çevrəsinin radiusu O çevrəsinin radiusundan 3 dəfə, C çevrəsinin radiusu O çevrəsinin radiusundan 4 dəfə böyükdür. BC = 28 olduğu məlumdur. A çevrəsinin tənliyini yazın.



19> Hansı çevrə tənliyidir? Cavabınızı əsaslandırın.

1) $x^2 + y^2 = -16$

3) $x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 25$

2) $x^2 + y^2 + 4x = 0$

4) $x^2 + 10x + y^2 - 8y + 8 = 0$

20> a) $(x - 2)(x - 6) + (y - 5)(y - 11) = 0$ tənliyinin çevrənin tənliyi olduğunu göstərin.

b) Diametrinin uc nöqtələrinin koordinatları $(a; b)$ və $(c; d)$ olan çevrənin tənliyinin $(x - a)(x - c) + (y - b)(y - d) = 0$ şəklində olduğunu göstərin.

21> a) $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$; $(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 1$

tənlikləri ilə verilmiş çevrələrin mərkəzləri arasındakı məsafəni tapın.

b) Bu çevrələri koordinat müstəvisində qurun. Çevrələr üzərində olmaqla bir-birinə ən yaxın olan iki nöqtə göstərin və bu nöqtələr arasındakı məsafəni tapın.

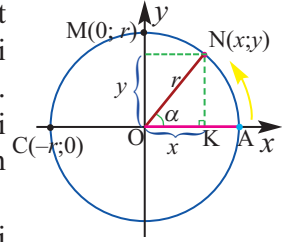
Çevrənin tənliyi

Praktik məşğələ. 1) Absis oxu üzərində koordinat başlanğıcından sağda A nöqtəsini qeyd edin və mərkəzi O nöqtəsində yerləşməklə $r = OA$ radiuslu çevrə çəkin. 2) O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə α iti bucağı qədər dönmədə A nöqtəsinin çevrildiyi nöqtəni $N(x; y)$ ilə göstərin. 3) Şəkilə görə ONK düzbucaqlı üçbucağında α iti bucağının sinusu və kosinusunu yazın:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r}.$$

4) Bu düsturları $\alpha = 90^\circ$ olduqda $M(0; r)$ nöqtəsi, $\alpha = 180^\circ$ olduqda $C(-r; 0)$ nöqtəsi üçün tətbiq edin:

$$\sin 90^\circ = \frac{r}{r} = 1, \quad \cos 90^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \sin 180^\circ = \frac{0}{r} = 0, \quad \cos 180^\circ = \frac{-r}{r} = -1$$



Çevrə üzərindəki nöqtələrin koordinatları və triqonometrik nisbətlər

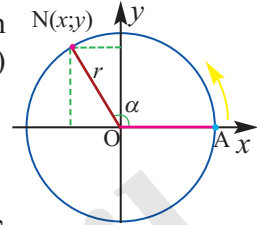
Koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə α bucağı qədər dönmədə $A(r; 0)$ nöqtəsi $N(x; y)$ nöqtəsinə çevrilirsə,

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \text{qəbul edilir.}$$

Buradan mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən, radiusu r olan çevrə üzərindəki $N(x; y)$ nöqtəsinin koordinatları üçün $x = r \cdot \cos \alpha$, $y = r \cdot \sin \alpha$ alırıq.

Bu düsturlarda α ON şüasının absis oxunun müsbət istiqaməti ilə saat əqrəbi hərəkətinin əksinə olmaqla əmələ gətirdiyi bucaqdır.

$$\text{Əgər } N(x; y) \text{ ordinat oxu üzərində deyilsə, } \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{r \cdot \sin \alpha}{r \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



22 > a) Damalı vərəqdə 1 damanı vahid qəbul edərək, mərkəzi koordinat başlanğıcında olmaqla $r = 10$ radiuslu çevrə çəkin. $\alpha = 30^\circ$ bucağı qədər dönmədə $A(10; 0)$ nöqtəsinin çevrildiyi $N(x; y)$ nöqtəsinin koordinatlarına görə $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ -nın təqribi qiymətlərini tapın.

b) Tapşırığı 45° , 60° , 120° , 150° dönmə bucaqları üçün də yerinə yetirin. Aldığınız nəticələri kalkulyatorla hesablanmış qiymətlərlə müqayisə edin.

23 > Mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən, radiusu 5 olan çevrə üzərində $A(5; 0)$ nöqtəsini qeyd edin. Koordinat başlanğıcı ətrafında verilmiş α bucağına uyğun dönmədə A nöqtəsinin çevrildiyi $N(x; y)$ nöqtəsinin koordinatlarını tapın:

a) $\alpha = 40^\circ$

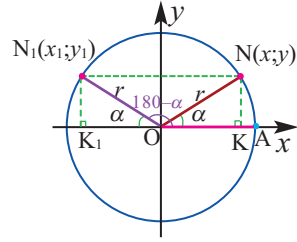
b) $\alpha = 100^\circ$

c) $\alpha = 120^\circ$

Çevrənin tənliyi

Praktik məşğələ.

1) Mərkəzi koordinat başlanğıcında yerləşən, radiusu r olan çevrə üzərində α iti bucağı qədər dönmədə A nöqtəsinin çevrildiği $N(x; y)$ nöqtəsini və $180^\circ - \alpha$ dönmə bucağına uyğun $N_1(x_1; y_1)$ nöqtəsini qeyd edin. N və N_1 nöqtələri hansı oxa nəzərən simmetrikdirlər?



2) $\triangle ONK$ və $\triangle ON_1K_1$ -in konqruentliyini

əsaslandırın və bunun əsasında N və N_1 nöqtələrinin koordinatları arasında $y_1 = y$, $x_1 = -x$ münasibətlərinin olduğunu izah edin.

$$3) \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{y_1}{r} = \frac{y}{r} = \sin\alpha, \quad \cos(180^\circ - \alpha) = \frac{x_1}{r} = \frac{-x}{r} = -\cos\alpha$$

bərabərliklərini araşdırın.

4) Qonşu bucaqların sinusları və kosinusları haqqında fikir yürüdün.

Qonşu bucaqların sinusları bərabərdir, kosinusları isə qarşılıqlı əksdir.

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha, \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$$

Buradan $\cos\alpha \neq 0$ olduqda tərəf-tərəfə bölməklə alırıq:

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

Bu düsturlara əsaslanaraq, 90° -dən böyük bucaqların sinus, kosinus və tangensini iti bucağın sinus, kosinus və tangensi ilə uyğun olaraq ifadə etmək olur.

Nümunə: 150° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

Həlli: 150° -li bucağa qonşu bucaq 30° -li olduğundan

$$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{tg} 150^\circ = -\operatorname{tg} 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

24> 120° , 135° , 150° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

25> Hansı bərabərlik doğrudur?

a) $\sin 40^\circ = \sin 140^\circ$ b) $\cos 140^\circ = -\cos 40^\circ$ c) $\cos 46^\circ = \cos 134^\circ$

d) $\sin 130^\circ = \sin 50^\circ$ e) $\sin 120^\circ = -\sin 60^\circ$ f) $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ$

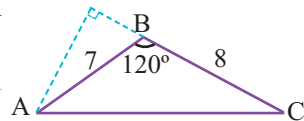
26> a) Çevrənin $x^2 + y^2 = r^2$ tənliyinin hər iki tərəfini r^2 -na bölüb, $\frac{x}{r} = \cos\alpha$, $\frac{y}{r} = \sin\alpha$ bərabərliklərini nəzərə almaqla $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ eyniliyinin istənilən α bucağı üçün doğru olduğunu göstərin.

b) $\sin\alpha = 0,6$ və α iti bucaq olduqda $\cos\alpha$ -nı tapın.

c) $\sin\alpha = 0,8$ və α kor bucaq olduqda $\cos\alpha$ -nı tapın.

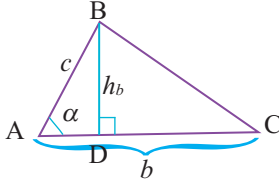
27> Şəkilə verilənlərə görə AC tərəfinin uzunluğunu və C bucağının sinusunu tapın.

Göstəriş: A təpəsindən şəkilə göstərildiyi kimi hündürlük çəkin.



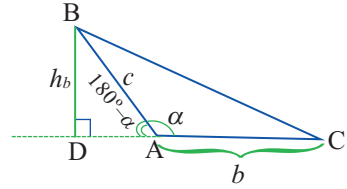
Çevrənin tənliyi

- 28> Araşdırma:** 1) Üçbucağın sahə düsturunu müxtəlif hallar üçün araşdırın.



$$\sin \alpha = \frac{h_b}{c} \quad h_b = c \cdot \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$



$$\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha) = \frac{h_b}{c}$$

$$h_b = c \cdot \sin \alpha$$

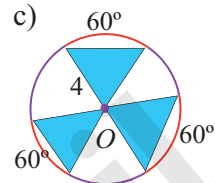
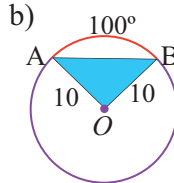
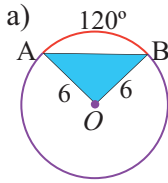
$$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

2) Buraxılmış sözləri yazmaqda təklifi dəftərinizə köçürün.

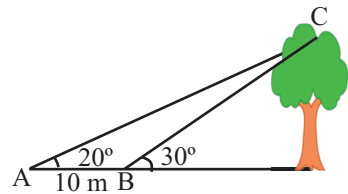
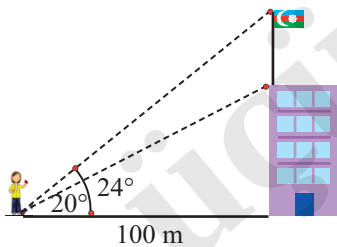
Üçbucağın sahəsi onun ... tərəfi və bu tərəflər ... bucağın ... hasilinin yarısına bərabərdir.

3) $\alpha = 90^\circ$ olduqda da bu təklifin doğru olduğunu müəyyənə bilərsiniz.

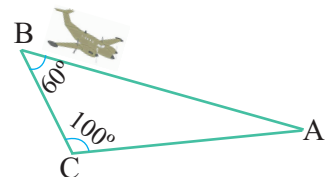
- 29>** Şəkində verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın. O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.



- 30>** Paraleloqramın diaqonalları 6 sm və 8 sm olub, aralarındakı bucaq 45° - dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.
- 31>** Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları 18 sm olub, aralarındakı bucaq 30° - dir. Trapesiyanın sahəsini tapın.
- 32>** Şəkində verilənlərə görə binanın və bayrağın hündürlüyünü tapın.
- 33>** Şəkində verilənlərə görə AC və BC məsafələrini tapın.



- 34>** Təyyarə ABC qapalı marşrutu üzrə dövrə vurur. $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 100^\circ$. Təyyarə uzunluğu 600 km olan BC yolunu 1 saata qət edirsə, həmin sürətlə bir dövrəni neçə saata uçar?



Sektor və seqment

Sektor çevrənin mərkəzi bucağını əmələ gətirən iki radiusun və uyğun qövsün hüdudlandığı dairə hissəsidir.

Mərkəzi bucaq tam bucağın hansı hissəsidirsə, uyğun sektorun sahəsi də dairənin sahəsinin həmin hissəsidir.

Məsələn, 60° -li mərkəzi bucağa uyğun dairə hissəsi - sektor bütün dairənin $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$ hissəsini təşkil edir. Dairənin sahəsi πr^2 olduğundan bu sektorun sahəsi $\frac{1}{6} \pi r^2$ olacaq.

Seqment vətərlə uyğun qövsün hüdudlandığı dairə hissəsidir.

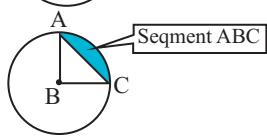
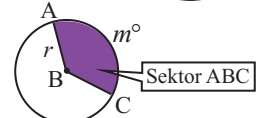
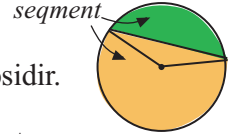
Seqmentin sahəsi = sektorun sahəsi $\pm$ üçbucağın sahəsi

Sektorun sahəsi

Sektorun sahəsi: $S_{ABC} = \frac{m}{360} \pi r^2$

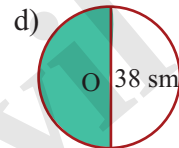
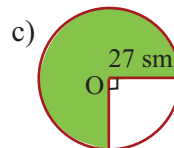
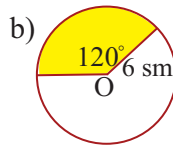
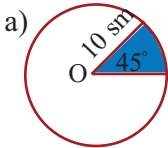
Seqmentin sahəsi: $S_{\text{seqment}ABC} = S_{\text{sektor}ABC} - S_{\Delta ABC}$

Qeyd: Böyük qövsə uyğun seqmentin sahəsini tapdıqda uyğun sektorun sahəsinə ΔABC -nin sahəsi əlavə edilir.

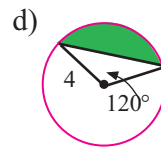
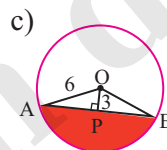
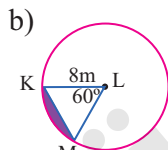
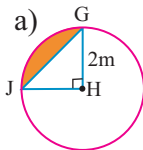


Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Şəkilə təsvir edilmiş sektorların sahələrini tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

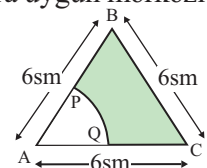


- 2 > Şəkilə təsvir edilmiş seqmentlərin sahələrini tapın. Nəticəni yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



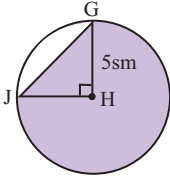
- 3 > a) Radiusu 12 sm olan çevrənin 80° -lik qövsünə uyğun sektorun sahəsini tapın.
b) Mərkəzi bucağı 72° olan sektorun sahəsi 16π m²-dir. Çevrənin radiusunu yüzdəbir dəqiqliklə tapın.
c) Radiusu 8 sm olan dairənin, sahəsi 20π sm² olan sektora uyğun mərkəzi bucağını tapın.

- 4 > ΔABC bərabərtərəflidir. P nöqtəsi AB tərəfinin orta nöqtəsidir. APQ mərkəzi A nöqtəsində olan dairə sektorudur. Rəngli hissənin sahəsini tapın.

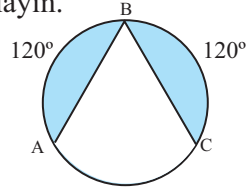


Sektor və seqment

- 5 > Rənglənmiş hissənin sahəsini tapın.



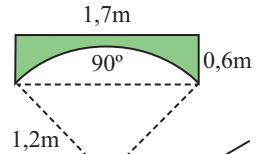
- 6 > Şəkildəki çevrənin uzunluğu 12π mm-dir. Rəngli hissənin sahəsini yüzdəbir dəqiqliklə hesablayın.



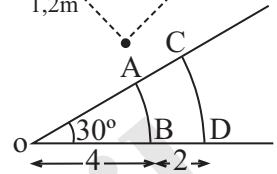
- 7 > Fərz edin ki, sizə yeməxanada 2 növ piroq təklif edilir. Piroqlar eyni qalınlıqda olub, diametri 24 sm və 32 sm olan dairəşəkillidir və hər biri 8 bərabər dilimə kəsilmişdir. Siz radiusu 16 sm olan piroqdan bir dilim yesəniz, çox piroq yemiş olarsınız, yoxsa radiusu 12 sm olan piroqdan iki dilim ?



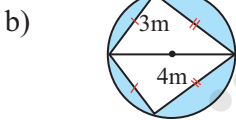
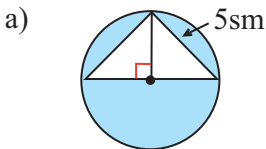
- 8 > Şəkildə təsvir edilmiş pəncərə çərçivəsinin hissəsi rənglənmişdir. Bunun üçün əvvəlcə onun sahəsi hesablanmalıdır. Verilmiş şəkllə görə bu hesablamanı yerinə yetirin.



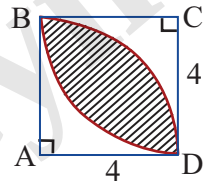
- 9 > Şəkildə verilənlərə görə tapın:
a) $\sim AB$ və $\sim CD$ -nin uzunluqlarını;
b) $\angle AOB$ və $\angle COD$ sektorlarının sahələrini.



- 10 > Şəkildə verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.



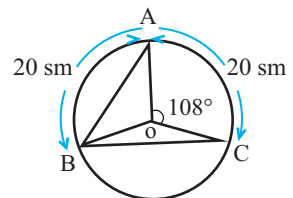
- 11 > ABCD kvadratdır. A və C mərkəzli çevrə qövsələrinin kəsişməsindən alınan sahə ştrixlənmişdir. Bu sahəni tapın.



- 12 > Şəkildə təsvir edilmiş rəf radiusu 40 sm olan dairələrdən 90° altında hissələr kəsilib çıxarılmaqla hazırlanmışdır. Rəfin hər gözünü kağızla örtmək istəsəniz sizə təxminən nə qədər kağız lazım olar?

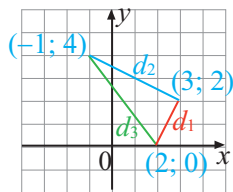


- 13 > O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir. $\sim AB$ və $\sim AC$ qövsələrinin uzunluqları 20 sm-dir. Tələb olunanları tapın.
a) $\angle AOB$ b) $\sim BC$ c) $S_{\text{sektor } AOC}$



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > $(3; 2)$, $(2; 0)$, və $(-1; 4)$ nöqtələrinin düzbucaqlı üçbucağın təpələri olub-olmadığını yoxlayın.

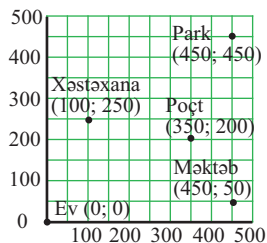


- 2 > Şəkilə turistlərə kirayə üçün təklif edilən evin yerləşmə planı verilmişdir. Planda hər kvadrat damanın tərəfi 50 m məsafəni göstərir.

1) Evdən məktəbə qədər ən qısa məsafə nə qədərdir?

2) Fərz edin ki, siz burada istirahət edirsiniz. Əgər ən qısa yolla poçta, oradan parka gedib və evə qayıtsanız, nə qədər məsafə qət etmiş olarsınız?

3) Evdən çıxıb planda göstərilən bütün obyektləri gəzməyin iki mümkün qısa yolu var. Bu iki yolu obyektlərin ardıcılığı ilə müəyyən edin.



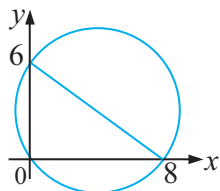
- 3 > Çevrə $(0; 0)$, $(0; 6)$, $(8; 0)$ nöqtələrindən keçir.

a) Çevrənin mərkəzinin koordinatlarını tapın.

b) Çevrənin koordinat müstəvisi üzərində I rübdə qalan hissəsinin sahəsini π ilə ifadə edin.

c) Koordinat oxları ilə I rübdə ayrılmış çevrə qövsünün uzunluğunu π ilə ifadə edin.

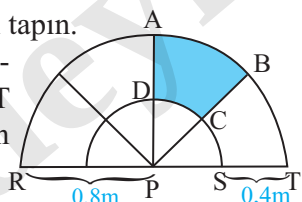
d) Koordinat başlanğıcından keçən düz xətt çevrəyə toxunandır. Bu düz xəttin bucaq əmsalını tapın və tənliyini yazın.



- 4 > a) Mərkəzi $M(-2; 3)$ nöqtəsində yerləşən, $A(-5; -1)$ nöqtəsindən keçən çevrənin tənliyini yazın.

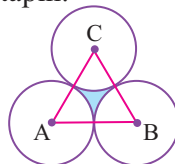
b) Bu çevrənin absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrini tapın.

- 5 > Şəkilə pəncərənin sxemi verilmişdir. Pəncərə radiusu 80 sm olan yarımdairə şəklindədir. ST məsafəsi 40 sm, AB qövsü isə 45° -dir. Pəncərənin ABCD hissəsindəki şüşənin sahəsini tapın.

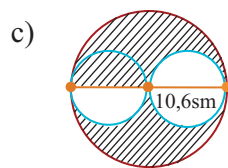
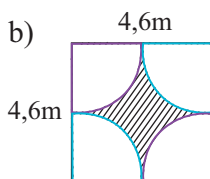
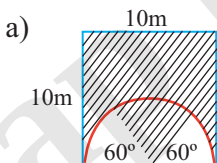


- 6 > Mərkəzi $(0; 4)$ nöqtəsində yerləşən çevrə $A(8; 10)$ nöqtəsindən keçir. Bu çevrənin 45° -li mərkəzi bucağına uyğun sektorun sahəsini tapın.

- 7 > Şəkilə bir-birinə toxunan 3 çevrə təsvir edilmişdir. Çevrələrin radiusları 4 sm-dir. Rəngli hissənin sahəsini tapın.



- 8 > Rənglənmiş hissənin sahəsini tapın.



1. Tənliklər və tənliklər sistemi

2. Çoxbucaqlılar

Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli

- vuruqlara ayırmaqla
- yeni dəyişən daxil etməklə

Rasional tənliklərin həlli

Modul işarəsi daxilində

dəyişəni olan tənliklərin həlli

- qrafik üsulla
- cəbri üsulla

Tənliklər sisteminin həlli

- bir tənliyi birdərəcəli, digəri ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin həlli

- qrafik üsulla
- cəbri üsulla

- hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin həlli

- qrafik üsulla
- cəbri üsulla

Tənliklər sisteminə aid məsələ həlli

Çoxbucaqlılar

- Sınıq xətt, çoxbucaqlı
- Düzgün çoxbucaqlılar
- Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqları

Çevrənin daxilində və

xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

- Üçbucaq və dördbucaqlının xaricinə və daxilində çəkilmiş çevrə
 - Çevrə daxilində və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələri
- Düzgün çoxbucaqlının sahəsi



Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli

Vuruqlara ayırma üsulu

Sol tərəfi məchula nəzərən n dərəcəli çoxhədli, sağ tərəfi sıfır olan

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

tənliyinə ($a_n \neq 0$) birdəyişənli n dərəcəli tənlik deyilir.

Nümunələr: $x^3 - x^2 + 3x - 2 = 0$ *üçdərəcəli tənlik*

$3x^4 - 2x^3 - 3x^2 + x - 4 = 0$ *dörd dərəcəli tənlik*

Üçdərəcəli və dörd dərəcəli tənliklər üçün köklərin tapılması düsturları məlumdur, amma bu düsturlar çox mürəkkəbdir. Yüksək dərəcəli tənlikləri müəyyən üsulların tətbiqi ilə həll etmək daha əlverişli olur.

Bu üsullardan biri vuruqlara ayırma üsuludur.

Nümunə: $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

Hədləri aşağıdakı kimi qruplaşdıraraq sol tərəfi vuruqlara ayıraq:

$$(x^3 - x^2) - (4x - 4) = 0; \quad x^2(x - 1) - 4(x - 1) = 0; \quad (x^2 - 4)(x - 1) = 0$$

$$(x - 2)(x + 2)(x - 1) = 0;$$

Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan heç olmazsa biri sıfır olmalıdır. Buna görə də $x - 2 = 0$ və ya $x + 2 = 0$ və ya $x - 1 = 0$.

Buradan $x = 2$; $x = -2$; $x = 1$.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi ilə tənlikləri həll edin.
 - a) $x^3 - 27 = 0$;
 - b) $16x^3 = -2$
 - c) $x^3 - 64 = 0$;
 - d) $5x^3 + 40 = 0$
 - e) $x^4 - 1 = 0$;
 - f) $16x^4 = 81$;
- 2 > Hədləri sol tərəfə keçirib, ortaq vuruğu mötərizə xaricinə çıxarmaqla tənlikləri həll edin.
 - a) $16x^5 = x$
 - b) $2x^4 = 16x$
 - c) $2x^3 - 7x = x$
 - d) $5x^3 = 320$
 - e) $x^3 = 16x$
 - f) $x^4 + 125x = 0$
 - g) $5x^3 - 20x^2 = 0$
 - h) $5x^4 - 20x^2 = 0$
 - i) $x^3 + x^2 = 2x^2$
- 3 > Vuruqlarına ayırma üsulu ilə tənlikləri həll edin.
 - 1) $x^3 + x^2 = 20x$
 - 2) $x + 1 = 9x^3 + 9x^2$
 - 3) $4y^3 - 2 = y - 8y^2$
 - 4) $2x - 3 = 8x^3 - 12x^2$
 - 5) $x^3 + 2x^2 - 9x = 18$
 - 6) $9y^3 + 8 = 4y + 18y^2$
 - 7) $3x^3 + 2x^2 = 12x + 8$
 - 8) $4x^3 - 12x^2 = 9x - 27$
 - 9) $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$
 - 10) $2x^3 - 3x^2 = 18x - 27$
 - 11) $3x^3 + 7x^2 - 12x = 28$
 - 12) $4x^3 + 16x^2 + x + 4 = 0$
 - 13) $2x^3 - 3x^2 - 10x + 15 = 0$
 - 14) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$
 - 15) $9x^4 - 12x^2 + 4 = 0$
 - 16) $4x^4 - 12x^2 + 9 = 0$

Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli

- 4 > $x^3 - x^2 - kx + k = 0$ tənliyinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.
- a) $k = 0$ olduqda tənliyi ödəyən həqiqi ədədlərin sayını tapın.
 - b) $k = -1$ olduqda tənliyin neçə həqiqi kökü var?
 - c) $k = 4$ olduqda tənliyin neçə həqiqi kökü var?
- 5 > Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulundan istifadə etməklə həll edin.
- | | | |
|----------------------|--------------------------------|------------------------------|
| a) $3x^5 - 48x = 0$ | d) $x^3 + x^2 - 2x = 0$ | g) $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$ |
| b) $x^4 + 4x^2 = 32$ | e) $8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 = 0$ | h) $x^3 + 5x^2 = 4x + 20$ |
| c) $x^4 - 3x^2 = 4$ | f) $x^4 + 4x^3 + 4x^2 = -16x$ | i) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ |
- 6 > $x^3 + ax^2 - 5x + 6 = 0$ tənliyinin bir kökü 3-ə bərabər olarsa, a -nı tapın və tənliyi həll edin.
- 7 > Funksiyaların sıfırlarını tapın.
- | | |
|---|--|
| a) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 16x - 80$ | b) $f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$ |
| c) $f(x) = x^4 + x^3 - 11x^2 - 9x + 18$ | d) $f(x) = x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30$ |
- 8 > **Biznes.** Kiçik bizneslə məşğul olan sahibkarın gəlirinin riyazi modelini $R = 5t^3 + 250t^2 + 2000t$ kimi yazmaq olar. Burada t 2000-ci ildən başlayaraq illərin sayını göstərir. Neçə ildən sonra sahibkarın gəliri 50000 manat olar?

Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər

Yeni dəyişən daxil etməklə bir sıra tənlikləri kvadrat tənliklərə gətirmək mümkündür. Məsələn, $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ tənliyi $x^n = u$ əvəzləməsi ilə $au^2 + bu + c = 0$ tənliyinə gətirilir. Xüsusi halda, $n = 2$ olduqda $ax^4 + bx^2 + c = 0$ tənliyi ($a \neq 0$) bikvadrat tənlik adlanır və onun həlli üçün $x^2 = u$ əvəzləməsi aparılır.

Nümunə: $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

$$(x^2)^2 - 4(x^2) - 5 = 0$$

$$u^2 - 4u - 5 = 0$$

$$(u - 5)(u + 1) = 0$$

$$u - 5 = 0 \text{ və ya } u + 1 = 0$$

$$u = 5 \text{ və ya } u = -1$$

$$x^2 = 5 \text{ və ya } x^2 = -1 \rightarrow \emptyset$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

verilən tənlik

qüvvətin xassəsi

$x^2 = u$ əvəzləməsi

vuruqlara ayırma

hasilin sıfıra bərabərliyi

məchulun tapılma qaydası

$u = x^2$ əvəzləməsi

kvadrat kökalma

Yüksək dərəcəli tənliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

- 9 > Yeni dəyişən daxil etməklə, tənlikləri həll edin.
- a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ d) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$ g) $8x^6 - 7x^3 + 1 = 0$
b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ e) $27x^6 - 26x^3 + 1 = 0$ h) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$
c) $16y^4 - 8y^2 + 1 = 0$ f) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ i) $\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 - \frac{x+2}{x-1} - 2 = 0$
- 10 > Tənlikləri həll edin.
- a) $(2x^2 - 3)^2 - 4(2x^2 - 3) = 5$ b) $(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) = 3$
c) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x - 3) = 5$ d) $(2x^2 + x - 5)(2x^2 + x - 6) = 20$
e) $(x^2 - 3)(x^2 + 3) + x^2 - 3 = 0$ f) $(x^2 + 1)^2 + x^2(x^2 - 1) - 4 = 0$
g) $\left(x + \frac{6}{x}\right)^2 - 12\left(x + \frac{6}{x}\right) + 35 = 0$ h) $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$
- 11 > Əgər $\frac{1}{x}$ ədədi $\frac{1}{a}$ və $\frac{1}{b}$ ədədlərinin ədədi ortasıdırsa, onda x ədədinə a və b ədədlərinin harmonik ortası deyilir. a) Bu fikri rəasional bərabərlik şəklində ifadə edin və x -i tapın. b) İki müsbət ədəd üçün harmonik orta 6-ya, bu ədədlərin fərqi isə 8-ə bərabərdir. Bu ədədləri tapın.
- 12 > Eynilikdən k əmsalını tapın.
- a) $\frac{x^2 + kx - 3}{x^2 + 5x + 6} = \frac{x - 1}{x + 2}$ b) $\frac{2x^2 + kx - 10}{2x^2 + 7x + 6} = \frac{2x - 5}{2x + 3}$
- 13 > Təsəvvür edin ki, siz hər həftə maksimum balı 60 olan qiymətləndirmə tapşırıqları yazırsınız. 6 həftənin nəticəsinə görə sizin orta balınız 48-dir.
- a) Növbəti 2 həftədə orta balınız neçə olmalıdır ki, 8 həftəlik orta balınız 50 olsun?
- b) Birinci 6 həftədə orta bal 50 olmuşdur. 10 həftəlik orta bal maksimum balın 85%-ni təşkil edirsə, bu, hansı şərtlərlə mümkün ola bilər?
- 14 > Tələb olunan dəyişənə görə həll edin.
- a) $P = \frac{A}{1 + rt}$ olduqda r -i tapın. b) $V = \frac{mv}{m + M}$ olduqda m -i tapın.
- c) $\frac{1}{r} + \frac{1}{q} = \frac{1}{s}$ olduqda q -nü tapın. d) $S = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ olduqda v_0 -ı tapın.
- 15 > Avtomobilin sürəti ilə əyləci basdıqdan sonra getdiyi yol (tormoz yolu) arasındakı asılılıq $d \approx \frac{v^2}{2a}$ kimidir. Burada v sürət, a təcildir.
- a) Əyləci basdıqdan sonra avtomobilin a təcilinin 10 m/san² olduğunu bilərək, sürətini göstərən düsturu yazın.
- b) Sürəti 90 km/saat olan avtomobil 10 m/san² təcillə bərabəryavaşyan hərəkət edirsə, tormoz yolu neçə metr olacaq?

Rasional tənliklər və məsələ həlli

1 > Rasional tənlikləri həll edin. DMQ-ni yazın.

a) $\frac{3}{x-2} - \frac{5}{x+2} + \frac{6x}{4-x^2} = 0$

b) $\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{4}{x-2}$

c) $\frac{5}{x^2-7x+12} = \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x-4}$

d) $\frac{9}{x^2+7x+10} = \frac{5}{x+2} - \frac{3}{x+5}$

e) $\frac{12}{x+5} - \frac{12}{x} = \frac{2}{x+5}$

f) $\frac{25}{y} - \frac{25}{y-2} = \frac{2}{y}$

g) $\frac{1}{4}a - 4a^{-1} = 0$

h) $\frac{1}{2}t - 18t^{-1} = 0$

i) $8t^{-1} + 2 = 3t^{-1}$

2 > Tənlikləri tənəsübün xassəsindən istifadə etməklə həll edin.

a) $\frac{3}{x} = \frac{5}{x+2}$

b) $\frac{-2}{x-1} = \frac{x-8}{x+1}$

c) $\frac{x}{x^2-8} = \frac{2}{x}$

d) $\frac{8(x-1)}{x^2-4} = \frac{4}{x-2}$

e) $\frac{x^2-3}{x+2} = \frac{x-3}{2}$

f) $\frac{2(x-2)}{x^2-10x+16} = \frac{2}{x+2}$

g) $\frac{-1}{x-3} = \frac{x-4}{x^2-27}$

h) $\frac{x-2}{x+2} = \frac{3}{x}$

i) $\frac{3x}{x+1} = -\frac{12}{1-x}$

3 > Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{3x+6}{x^2-4} = \frac{x+1}{x-2}$

d) $\frac{x-4}{x^2-3x-54} = \frac{2}{x^2-12x+27}$

b) $\frac{x-4}{x} = \frac{6}{x^2-3x}$

e) $\frac{3}{2x+1} - \frac{x+3}{2x^2+7x+3} = \frac{5}{x+3}$

c) $\frac{2x}{4-x} = \frac{x^2}{x-4}$

f) $1 = \frac{x-2}{x-1} + \frac{3}{x^2+3x-4}$

4 > Tələb olunan dəyişəni digərləri ilə ifadə edin.

a) $h = \frac{2A}{b}$ bərabərliyindən b -ni

b) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b} = 3$ bərabərliyindən a -ni

c) $\frac{x}{3r} + \frac{y}{4r} = 1$ bərabərliyindən r -i

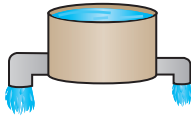
d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ bərabərliyindən c -ni

e) $1 + \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bərabərliyindən d -ni

f) $x = \frac{a+b}{a-b}$ bərabərliyindən a -ni

5 > Rəhim və Cəmil birlikdə işləsələr, bütün sahənin otunu 2 saata biçərlər. Cəmil tək işləsə, bu işi Rəhimdən 3 saat tez qurtarar. Onların hər biri tək işləsələr, bütün sahənin otunu neçə saata biçərlər?

Rasional tənliklər və məsələ həlli

- 6 > Hovuzun suyu eyni zamanda müxtəlif diametrli iki boru vasitəsilə 3 saata boşaldıla bilər. Diametri kiçik olan boru hovuzu diametri böyük olan borudan 8 saat gec boşaldar. Hər bir boru ayrılıqda hovuzu neçə saata boşaldar?
- 
- 7 > Velosiped istehsal edən şirkət xərclərini 90 000 manat ilkin sabit xərc və hər velosipedin istehsalı üçün 45 manat kimi müəyyənləşdirmişdir. Şirkət neçə velosiped istehsal etməlidir ki, bir velosipedin istehsalına xərclənən pul orta hesabla 55 manat olsun.
- 8 > Təsəvvür edin ki, siz 480 səhifəlik kitabı 10 gün ərzində oxuyub qurtarmaq istəyirsiniz. Kitabın yarısını oxuduqdan sonra sizə məlum oldu ki, planlaşdırılan vaxtda kitabı oxuyub qurtarmanız üçün gündə 20 səhifə daha çox oxumalısınız. Kitabın birinci yarısından gündə neçə səhifə oxumusunuz?
- 9 > Türkan təklif edilən iki işdən birini seçmək haqqında fikirləşir. İş yerlərindən biri onun evinə çox yaxındır və saat hesabı iş təklif edir. Digər iş yerində isə hər iş saati üçün birincidən 2,25 manat çox məvacib təklif edilir. Türkan bu iş yerini seçsə, birinci iş yerində 900 manat qazanmaq üçün işlədiyi vaxtdan 10 saat az işləməklə 980 manat qazanacaq. Türkana hər iş yerində bir saat üçün neçə manat təklif edildi?
- 10 > **Kimya.** Su və duz məhlulunun yeni konsentrasiyasını $C = \frac{A}{s + v}$ düsturu ilə hesablamaq olar. **A** məhluldakı duzun miqdarını, **s** məhlulun ilkin miqdarını, **v** əlavə edilmiş suyun miqdarını göstərir.
- a) 30%-li 2 kq duz məhluluna neçə kiloqram su əlavə edilsə, məhlul 10%-li olar? **Göstəriş:** Burada $C = 0,1$; $A = 0,6$; $s = 2kq$, v -ni tapın.
- b) 0,5 kq 10%-li məhlula nə qədər su əlavə edilsə, 2%-li məhlul alınar?
- 11 > Sıfırdan fərqli iki ədədin tərsinin cəmi onların cəminin hasilinə olan nisbətində bərabərdir. Bu fikrin doğruluğunu uyğun eyniliyi yazıb sadələşdirməklə əsaslandırın.
- 12 > Komanda keçirdiyi 20 oyundan 12-ni udmuşdur. Komanda növbəti oyunlardan neçəsini dalbadal udsə, qalib gəldiyi oyunlar bütün oyunların 80%-ni təşkil edər?
- 13 > İki ardıcıl ədədin birincisinə 6 əlavə edib, ikincisindən 2 çıxsaq, yeni alınan ədədlərin nisbəti $\frac{6}{5}$ kimi olar. Ardıcıl ədədləri tapın.

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklərin həlli

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənlikləri həll edərkən iki hal nəzərdən keçirilir.

1-ci hal. Modul işarəsi daxilindəki ifadə müsbətdir və ya sıfıra bərabərdir.

2-ci hal. Modul işarəsi daxilindəki ifadə mənfidir.

Ədədin mütləq qiymətinin tərifinə görə: $|x| = \begin{cases} x & \text{əgər } x \geq 0 \\ -x & \text{əgər } x < 0 \end{cases}$

Nümunə 1. $|3x - 2| + 11 = 5$

Bərabərliyin sol tərəfində yalnız modullu ifadəni saxlayaq:

$|3x - 2| = 5 - 11$; $|3x - 2| = -6$. Bu isə ədədin mütləq qiymətinin tərifinə uyğun deyil. Çünki, ədədin mütləq qiyməti ya sıfıra, ya da müsbət ədədə bərabər olmalıdır. Bu tip tənliklərin həlli yoxdur. **Cavab:** $\emptyset$

Nümunə 2. $|x - 3| = 6$

Cəbri üsulla həlli

$x - 3$ ya 6-ya, ya da -6 -ya bərabər olmalıdır.

$x - 3 = 6$ olarsa, $x = 9$

$x - 3 = -6$ olarsa, $x = -3$ olar.

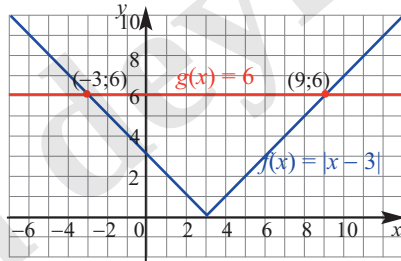
İndi isə $x = 9$ və $x = -3$ qiymətlərinin verilən tənliyi ödədiyini yoxlayaq.

$x = 9$, $|9 - 3| = 6$; $6 = 6$ $x = -3$, $|-3 - 3| = 6$; $|-6| = 6$

Cavab: Verilən tənliyin iki kökü vardır: 9 və -3

Qrafik üsulla həlli.

Eyni koordinat müstəvisində $f(x) = |x - 3|$ və $g(x) = 6$ funksiyalarının qrafiklərini quraq. Bu qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinin $(-3; 6)$ və $(9; 6)$ olduğu müəyyən edilir. Buradan isə $x = -3$ və $x = 9$ qiymətlərinin hər ikisinin tənliyin kökləri olduğu alınır.



Nümunə 3. $|x^2 - 2x| = 3$

Verilmiş tənlik $\begin{cases} x^2 - 2x = 3 \\ -(x^2 - 2x) = 3 \end{cases}$ heyətinə gətirilir.

I hal. $x^2 - 2x = 3$ $x^2 - 2x - 3 = 0$; $(x - 3)(x + 1) = 0$ $x_1 = 3$ və ya $x_2 = -1$

Yoxlama: $x = 3$: $|x^2 - 2x| = 3$; $|3^2 - 2 \cdot 3| = 3$; $|3| = 3$ tənliyin həllidir.

$x = -1$: $|x^2 - 2x| = 3$; $|(-1)^2 - 2 \cdot (-1)| = 3$; $|3| = 3$ tənliyin həllidir.

II hal. $-(x^2 - 2x) = 3$; $x^2 - 2x = -3$; $x^2 - 2x + 3 = 0$,

Diskriminant mənfidir.

Cavab: Verilən tənliyin həlli $\{-1; 3\}$ olur.

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər

Nümunə 4. $|2x - 4| = 1 - 3x$

Mütləq qiymətin tərifinə görə: $|2x - 4| = \begin{cases} 2x - 4, & \text{əgər } x \geq 2 \\ -(2x - 4), & \text{əgər } x < 2 \end{cases}$

I hal. Əgər $x \geq 2$ olarsa, $|2x - 4| = 2x - 4$ və verilən tənlik $2x - 4 = 1 - 3x$ şəklinə düşər. Bu belə yazılır:

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x - 4 = 1 - 3x \end{cases}$$

$2x - 4 = 1 - 3x$ tənliyindən $5x = 5$, $x = 1$ tapılır ki, bu qiymət $x \geq 2$ şərtini ödəmir. Yəni, bu halda tənliyin həlli yoxdur.

II hal. Əgər $x < 2$ olarsa, $|2x - 4| = -(2x - 4)$ və verilmiş tənlik $-(2x - 4) = 1 - 3x$ şəklinə düşər. Bu halda

$$\begin{cases} x < 2 \\ -(2x - 4) = 1 - 3x \end{cases} \text{ sistemini alırıq.}$$

$-(2x - 4) = 1 - 3x$ tənliyindən $x = -3$ tapılır ki, bu qiymət $x < 2$ şərtini ödəyir. Beləliklə verilmiş tənliyin bir kökü var. **Cavab:** $\{-3\}$

Öyrənmə tapşırıqları

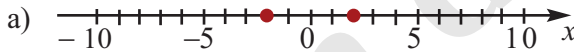
1 > Tənliklərin həllini (əgər varsa) ədəd oxu üzərində təsvir etməklə təqdim edin.

a) $|x| = 4$ b) $|x| - 3 = 10$ c) $|x| + 5 = 5$ d) $|x| = -4$

2 > Tənlikləri qrafik üsulla həll edin.

a) $|x - 4| = 10$ b) $|x + 3| = 2$ c) $|x - 1| = 0$ d) $|x + 9| = -3$

3 > Ədəd oxu üzərində verilən həllinə görə $|ax + b| = c$ şəklində tənliklər yazın.



4 > Tənlikləri həll edin.

a) $|1 - 2x| + 6 = 9$

b) $|-2x| = 8$

c) $|-x| = 1$

d) $4 - |2x| = 3$

e) $5 - |\frac{1}{2}x| = 4$

f) $|x - 2| = -\frac{1}{2}$

g) $|x^2 - 9| = 0$

h) $|x^2 - 2x| = 3$

i) $|x^2 + x| = 12$

j) $|x - 1| = 2x - 1$

k) $|2x - 3| = x - 1$

l) $|x + 1| = 3x - 1$

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər

- 5 > Nümunəni araşdırın və tənlikləri həll edin.

Nümunə: $|2x - 4| = |5x + 2|$

$$2x - 4 = 5x + 2 \text{ və ya } 2x - 4 = -(5x + 2)$$

$$-3x = 6 \text{ və ya } 7x = 2;$$

$$x = -2 \text{ və ya } x = \frac{2}{7}$$

Yoxlama. $x = -2$: $|2 \cdot (-2) - 4| = |5 \cdot (-2) + 2|$; $|-8| = |-8|$

$$x = \frac{2}{7} : |2 \cdot \frac{2}{7} - 4| = |5 \cdot \frac{2}{7} + 2|$$
; $|- \frac{24}{7}| = |- \frac{24}{7}|$

Cavab: $\{-2; \frac{2}{7}\}$

a) $|6x - 3| = |-15|$

b) $|9x + 7| = |-7|$

c) $|-3 - 4x| = |5 - x|$

d) $|5n - 4| = |7 - 5n|$

e) $|14y + 5| = |7 - 14y|$

f) $\left| \frac{4p - 1}{6} \right| = \left| \frac{2}{3}p + \frac{5}{6} \right|$

g) $|4,8m - 1,8| = |2,2m + 6|$

i) $|6,5n - 1,4| = |3,5n - 8,6|$

j) $|2y + 1| = |2y - 7|$

k) $|6y + 10| = |7y - 16|$

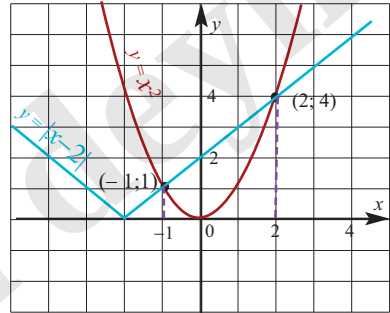
l) $|12a + 1| = |12a - 25|$

m) $\left| \frac{5p + 3}{6} \right| = \left| \frac{1}{3}p - 3 \right|$

Tətbiq tapşırıqları

- 6 > Mahir $|x - 2| = x^2$ tənliyini qrafik üsulla, Leyla isə cəbri üsulla həll etmişdir. Kimin həlli doğrudur?

Mahir:



Leyla:

$$|x - 2| = x^2$$

1. $x - 2 = x^2$

$$x^2 - x + 2 = 0$$

həlli yoxdur

2. $-x + 2 = x^2$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2 ; x = 1$$

- 7 > $|x^2 - 1| = k$ tənliyində k -nın yerinə elə ədəd yazın ki:

- a) tənliyin həlli olmasın; c) tənliyin üç həqiqi kökü olsun;
b) tənliyin iki həqiqi kökü olsun; d) tənliyin dörd həqiqi kökü olsun.

- 8 > a) Dəyişəni mütləq qiymət işarəsi daxilində olan elə tənlik yazın ki, ədəd oxu üzərində onun həllinə uyğun nöqtələr sıfır nöqtəsindən 6 vahid məsafədə olsun.
b) Dəyişəni mütləq qiymət işarəsi daxilində olan elə tənlik yazın ki, ədəd oxu üzərində onun həllinə uyğun nöqtələr sıfır nöqtəsindən $\frac{11}{2}$ vahid məsafədə olsun.

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan tənliklər

- 9 > Səbuhi və Kamran internetdə verilmiş suallarla IQ səviyyələrini yoxladılar. Səbuhi deyir ki, mənim IQ səviyyəm Kamranın səviyyəsindən 15 xal fərqlənir. Kamranın IQ səviyyəsi 110 balla qiymətləndirilmişdir. Səbuhinin səviyyəsini göstərən xalları dəyişəni modul işarəsi daxilində olan tənliklə təqdim edin.
- 10 > Hər bir fikrə uyğun modullu tənlik yazın və ədəd oxu üzərində təsvir edin.
- a) k ədədi 2-dən 4 vahid məsafədədir.
 - b) m ədədi -3 -dən 5 vahid məsafədədir.
 - c) $2x$ ədədi 5-dən 3 vahid məsafədədir.
 - d) $3t$ ədədi -2 -dən 4 vahid məsafədədir.

- 11 > İki həqiqi m və n ədədi üçün onlardan ən kiçiyi - minimumu aşağıdakı şərti ödəyir.

$$\min(m, n) = \frac{m + n - |m - n|}{2}$$

m və n -in bir neçə qiymətləri üçün bərabərliyin doğru olduğunu yoxlayın.

- 12 > Həsənin kütləsi 48 kq-dır. Həkim ona deyir ki, bu sənin üçün ideal hesab edilən kütlədən cəmi 5% fərqlidir. Həkimin nəzərdə tutduğu ideal kütləni dəyişəni modul işarəsi daxilində olan tənliklə yazın.

- 13 > Tənlikləri həll edin.

a) $11 + x = 3$	b) $ x - 22 = -3$	c) $7 - 3 x + 4 = -8$
d) $ 4x - 3 = 5x + 3 $	e) $ x - 8 = 8 - x $	f) $ x - 6 = 3 - 4x$
g) $4 - \frac{1}{2} \left \frac{1}{2}x - 5 \right = 3$	h) $\left \frac{7}{4} - x \right = \left 4 - \frac{1}{4} \right $	i) $\left x - \frac{1}{6} \right = \left \frac{1}{3}x - \frac{5}{6} \right $

- 14 > İsbat edin ki, əgər $|x - a| = |x - b|$ olarsa (burada $a < b$),
onda $x = \frac{a + b}{2}$ (yəni x $[a; b]$ parçasının orta nöqtəsidir).

- 15 > a) $f(x) = |3x - 2|$ və $g(x) = |-3x + 2|$ funksiyalarının qrafiklərini qurun. Bu iki qrafik haqqında fikirlərinizi yazın.
b) Qrafiki $f(x) = |2x + 1|$ funksiyasının qrafiki ilə üst-üstə düşən $g(x) = |ax + b|$ şəklində olan başqa bir funksiya yazın.

Tənliklər sistemi

İkidəyişənli tənliklər. Tənliklər sistemi

İkidəyişənli tənliklərə aid nümunələr:

$$2x - 3y = 1$$

$$3x^2 - 2xy + y = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

$(x_0; y_0)$ cütü verilmiş tənliyi doğru ədədi bərabərliyə çevirərsə, ona ikidəyişənli tənliyin həlli deyilir. Məsələn, 1-cisi x dəyişəninin, 2-cisi isə y dəyişəninin qiymətini göstərən $(-2; 5)$ ədədlər cütü $y - x^2 = 1$ tənliyinin həllidir ($5 - (-2)^2 = 1$ bərabərliyi doğrudur).

İkidəyişənli tənliyin qrafiki koordinatları tənliyin həlləri olan nöqtələr çoxluğudur. Məsələn, $y - 2x = 3$ tənliyinin qrafiki düz xətt, $y = x^2 - 2x$ tənliyinin qrafiki parabola, $x^2 + y^2 = 3$ tənliyinin qrafiki çevrədir.

Verilmiş ikidəyişənli tənliklərin hər birini ödəyən $(x_0; y_0)$ cütlərinin tapılması tələb olunarsa, tənliklər sistemini həll etmək lazım gəlir. Sistemin tənliklərinin hər birinin həlli olan $(x_0; y_0)$ cütünə sistemin həlli, belə cütlər çoxluğuna isə sistemin həllər çoxluğu deyilir.

Öyrənmə tapşırıqları

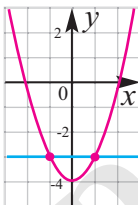
- 1 > Hansı cütün $x^2 - y + 2 = 0$ tənliyinin həlli olduğunu yoxlayın.
a) $x = 1, y = 3$ b) $x = -2, y = 2$ c) $x = -2, y = 6$
- 2 > Tənliyin hər hansı üç həllini göstərin.
 $x - 2y = 3$ | $x^2 + 2y = 1$ | $(x - 1)(y + 2) = 0$ | $(x^2 + 4)(y - 3) = 0$
- 3 > Tənliklərin qrafiklərini qurun.
a) $xy = 6$ b) $x^2 + y^2 = 16$ c) $y = x^2 - 2x$
- 4 > a) $(-8; 6)$; b) $(-5; 3)$ cütü $\begin{cases} x^2 + y^2 = 100 \\ x + y = -2 \end{cases}$ tənliklər sisteminin həllidirmi?

Bir tənliyi birdərəcəli, digəri ikidərəcəli olan tənliklər sistemi

Qrafik üsul.

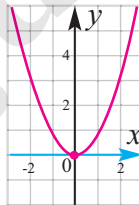
Sistemə daxil olan tənliklərin qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurub, kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını tapmaqla sistemin həllərini (müəyyən dəqiqliklə) müəyyən etmək olar. Qrafik üsulla həll adətən, sistemin həllərinin sayı haqqında fikir söyləmək üçün daha əlverişlidir.

$$\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = -3 \end{cases}$$



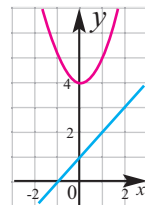
Düz xətt parabolunu iki nöqtədə kəşir. Sistemin iki həlli var.

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$$



Düz xətt parabolunun toxunanıdır. Sistemin bir həlli var.

$$\begin{cases} y = x^2 + 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

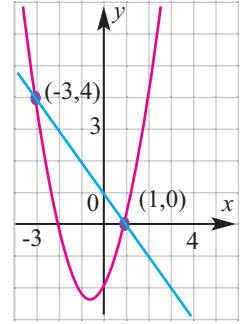


Düz xəttin parabola ilə ortaq nöqtəsi yoxdur. Sistemin həlli yoxdur.

Tənliklər sistemi

Nümunə 1.
$$\begin{cases} y = x^2 + x - 2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Hər iki tənliyə uyğun qrafikləri eyni koordinat müstəvisində quraq. $y = x^2 + x - 2$ tənliyinin qrafiki parabola, $y = -x + 1$ tənliyinin qrafiki isə düz xətdir. Bu qrafiklərin kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən edək: $(1; 0)$ və $(-3; 4)$
Bu qiymətləri sistemin tənliklərində yerinə yazmaqla yoxlamaq olar ki, bu halda dəqiq həllər tapılmışdır.



1. tənlik

Sol Sağ

$(1; 0)$ $0 = 1^2 + 1 - 2, 0 = 0;$
 $(-3; 4)$ $4 = (-3)^2 - 3 - 2, 4 = 4;$

Cavab: $(1; 0), (-3; 4)$

2. tənlik

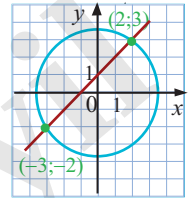
Sol Sağ

$0 = -1 + 1, 0 = 0.$
 $0 = 1 + 1, 0 = 0.$
 $4 = -(-3) + 1 = 4$

Nümunə 2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ y = x + 1 \end{cases}$ tənliklər sisteminin həlləri sayını müəyyən edin.

Həlli: Sistemə daxil olan 1-ci tənlik çevrənin, 2-cisi isə düz xəttin tənliyidir. $x^2 + y^2 = 13$ çevrəsi ilə $y = x + 1$ düz xəttini eyni koordinat müstəvisində quraraq onların iki nöqtədə kəsişdiklərini müəyyən edirik.

Bu nöqtələrin koordinatları olan $(x; y)$ cütləri verilmiş sistemin həlləridir. **Cavab:** verilmiş sistemin iki həlli var.



5 > Tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin.

a) $\begin{cases} y = 3 - x \\ y = (x + 3)^2 + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = (x - 3)^2 + 2 \\ y + x = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y - x^2 = 0 \\ x + y = 9 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y + 3 = x^2 \\ y = 2x \end{cases}$

f) $\begin{cases} y = x^2 + 8x + 11 \\ y = 5 \end{cases}$

6 > Çevrə və düz xətti eyni koordinat sistemində quraraq tənliklər sisteminin neçə həlli olduğunu müəyyən edin.

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y - 5 = 0 \end{cases}$

Tənliklər sistemi

Tənliklər sisteminin cəbri üsulla həlli

- Əvəzetmə üsulu.** 1) Birdərəcəli tənlikdən dəyişənin biri digəri ilə ifadə edilir.
2) Bu ifadə sistemin digər tənliyində yazılmaqla birdəyişənli tənlik alınır.
3) Alınan tənliyi həll etməklə dəyişənlərdən birinin qiyməti tapılır.
4) Bu qiymətlərə uyğun o biri dəyişənin qiymətləri hesablanır.

Nümunə 1.
$$\begin{cases} y + 9 = x^2 + 6x \\ -3x + y = -5 \end{cases}$$

- 1) $-3x + y = -5$ tənliyini y -ə görə həll edək: $y = -5 + 3x$
2) $y + 9 = x^2 + 6x$ tənliyində $y = -5 + 3x$ olduğunu nəzərə alaq:
 $-5 + 3x + 9 = x^2 + 6x$; $x^2 + 3x - 4 = 0$; $(x - 1)(x + 4) = 0$; $x_1 = 1, x_2 = -4$
3) $y = -5 + 3x$ əvəzləməsinə görə y -in uyğun qiymətlərini tapaq.
 $y_1 = -5 + 3 \cdot 1 = -2, y_2 = -5 + 3 \cdot (-4) = -17$.
4) Cavab: $(1; -2), (-4; -17)$.

Tərəf-tərəfə toplama (və ya çıxma)

Nümunə 2.
$$\begin{cases} y = x^2 - 8x - 5 \\ y = -4x + 7 \end{cases}$$
 Həlli aşağıdakı addımlarla yerinə yetirək:

- 1) Tənlikləri tərəf-tərəfə çıxsaq,
$$\begin{array}{r} y = x^2 - 8x - 5 \\ - y = -4x + 7 \\ \hline 0 = x^2 - 4x - 12 \end{array}$$
 tənliyini alırıq.
2) $x^2 - 4x - 12 = 0$ tənliyini həll edək: $(x - 6)(x + 2) = 0$; $x_1 = 6, x_2 = -2$
3) Tənliklərdən birində x -in qiymətlərini yerinə yazmaqla y -in uyğun qiymətlərini tapaq. $y_1 = -4 \cdot 6 + 7 = -17, y_2 = -4 \cdot (-2) + 7 = 15$
4) Cavab: $(6; -17), (-2; 15)$

Öyrənmə tapşırıqları

- 7 > Tənliklər sistemini əvəzetmə üsulu ilə həll edin.
- a) $\begin{cases} x = y + 3 \\ y \cdot x = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = 6 - x \\ x^2 - y^2 = 12 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x - y = 3 \\ y^2 - x = 3 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ y + xy = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y - x = 4 \\ xy = -3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} y + x = 3 \\ x^2 + xy = 12 \end{cases}$
- 8 > Tənliklər sistemini toplama (çıkma) üsulu ilə həll edin.
- a) $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = x^2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} y = x - 11 \\ y = x^2 - 4x - 5 \end{cases}$
d) $\begin{cases} y - x^2 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + y - 11 = 0 \\ 2x + 5y - y^2 - 6 = 0 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x^2 + 4y = 10 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$
- 9 > Tənliklər sistemini cəbri üsulla həll edin. Çevrə ilə düz xəttin kəsişmə nöqtələrinin sayını müəyyən edin. Qrafiklənən yoxlayın.
- a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ y = x - 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$

Tənliklər sistemi

- 10 > Diskriminantdan istifadə etməklə sistemin həlləri sayını müəyyən edin.

Nümunə.
$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

I tənlikdən $y = x^2 + 3x + 3$ olduğunu II tənlikdə nəzərə almaqla, onu bərdəyişənli kvadrat tənliyə gətirək. $x^2 + 3x + 5 = 0$ kvadrat tənliyində diskriminantın sıfır və ya işarəsinin mənfi, yoxsa müsbət olduğunu müəyyən edək.

$D = b^2 - 4ac = 9 - 20 = -11 < 0$. $D < 0$ olduğu üçün sistemin həlli yoxdur.

a) $\begin{cases} y = x^2 + 3x + 3 \\ y = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = x^2 - 5 \\ y = 4x \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = x^2 - 5x - 3 \\ y = -3x \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2x^2 - 2x + 1 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = -x^2 + 3x - 5 \\ y = -x - 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y = x^2 + 5 \\ y = x + 2 \end{cases}$

- 11 > Bucaq əmsalı $k = 2$ olan düz xətlə $y = 2x^2 + 6x + 5$ parabolasının bir ortaq nöqtəsi var. Bu düz xəttin Oy oxu ilə kəsişmə nöqtəsinin ordinatını müəyyən edin.

Həlli: $k = 2$ olduğundan düz xəttin tənliyi $y = 2x + b$ kimi olacaq.

Tənliklər sistemi: $\begin{cases} y = 2x + b \\ y = 2x^2 + 6x + 5 \end{cases} \Rightarrow 2x + b = 2x^2 + 6x + 5$

$$\overset{a}{2}x^2 + \overset{b}{4}x + \overset{c}{(5-b)} = 0$$

Sistemin bir həlli var. Deməli, tənliyin diskriminatı sıfıra bərabərdir.

$D = 0; 16 - 4 \cdot 2 \cdot (5 - b) = 0; 16 - 40 + 8b = 0; 8b = 24; b = 3$

Düz xəttin tənliyi $y = 2x + 3$ kimi olacaq. b -nin qiyməti düz xəttin Oy oxunu kəsdiyi nöqtəni müəyyən edir. Başqa sözlə, düz xətt $x = 0$ olduqda Oy oxunu kəsir. $x = 0$ olduqda $y = 3$ alırıq. Cavab: 3

- 12 > a) $y = 4x + b$ düz xətti ilə $y = -3x^2 - 2x + 4$ parabolasının ortaq nöqtəsi yoxdur. b hansı qiymətlər ala bilər?

b) $y = 3x + b$ düz xətti ilə $y = 2x^2 - 5x + 3$ parabolasının bir ortaq nöqtəsi var. b -nin qiymətini tapın.

- 13 > Düz xəttin tənliyi $y = kx - 5$ şəklindədir. k -nın hansı qiymətində bu düz xətt $y = 3x^2 + 4x - 2$ kvadratik funksiyasına uyğun parabolanın toxunanı olar?

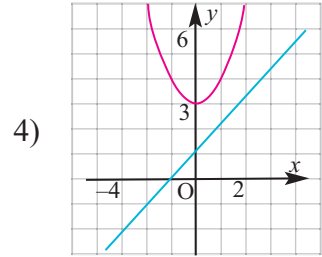
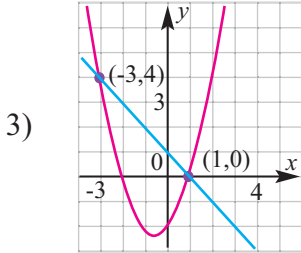
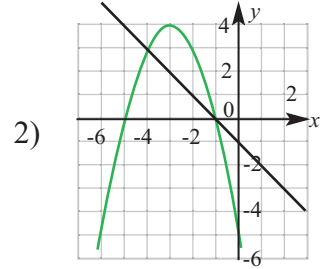
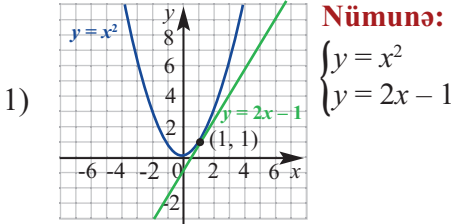
- 14 > b -nin hansı qiymətlərində $y = x^2 + 1$ və $y - 2x = b$ tənliklərindən ibarət sistemin həlli yoxdur?

- 15 > a) $y = \frac{8}{x}$ hiperbolası ilə $y = x - 2$ düz xəttinin;

b) $x^2 + y^2 = 5$ çevrəsi ilə $3y + x = 5$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrini tapın

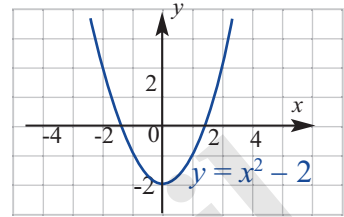
Tənliklər sistemi

16 > Hər bir qrafikə uyğun tənliklər sistemini yazın.



17 > Şəkilə verilən kvadratik funksiyanın qrafikinə uyğun tənliklər sistemini təşkil edən elə xətti tənlik yazın ki, sistemin:

- iki həlli olsun;
- bir həlli olsun;
- həlli olmasın.

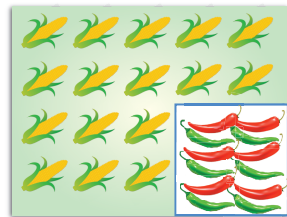


18 > **Açıq tipli sual.** Hər bir hala uyğun tənliklər sistemi yazın və qrafik təsvirlə təqdim edin:

- qrafiki parabola və üfüqi düz xətt olan tənliklərdən ibarət sistem;
- qrafiki parabola və bucaq əmsalı $k > 0$ olan düz xətdən ibarət sistem.

19 > Samir futbol topunu zərbə ilə yuxarı vurdu. Eyni zamanda 16 m hündürlükdəki yuvadan quş havaya qalxdı. Quş saniyədə 4 m/san sürətlə uçar. Topun yer səthindən h (m-lə) məsafəsinin t (san) uçuş müddətindən asılılığı $h(t) = 24t - 5t^2 + 1$ düsturu ilə verilir. Neçə saniyədən sonra top və quş eyni hündürlükdə olacaq?

20 > Fermer qarğıdalı əkdirdi düzbucaqlı şəkildə sahənin bir küncündə bibər əkmək üçün yer ayırmağı planlaşdırır. O, bu sahəni hasara almaq üçün 32 m uzunluğunda materialdan istifadə etməklə sahəsi 64 m² düzbucaqlı şəkildə yeri hasara aldı. Bibər əkilən sahənin ölçülərini tapın.



21 > Sistemin tənliklərindən biri $y = x^2 - 6x - 10$, digəri isə parabolunu $x = 3$ və $x = 2$ nöqtələrində kəsən düz xətt tənliyidir. Bu tənliklər sistemini yazın.

Tənliklər sistemi

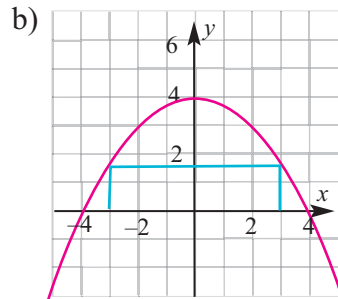
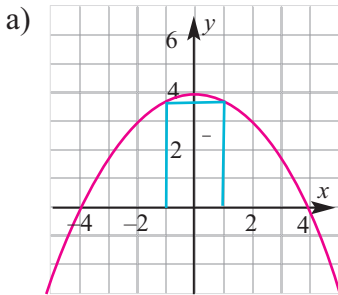
- 22** > İdmançının təyyarədən tullanarkən paraşütün açıldığı ana qədər olan hərəkətini

$h(t) = -5t^2 + 5000$ düsturu ilə, paraşüt açıldıqdan sonra isə $h(t) = -5t + 4000$ düsturu ilə ifadə etmək olar. Burada t (san) zamanı, h paraşütçünün yerdən məsafəsini (m-lə) göstərir.



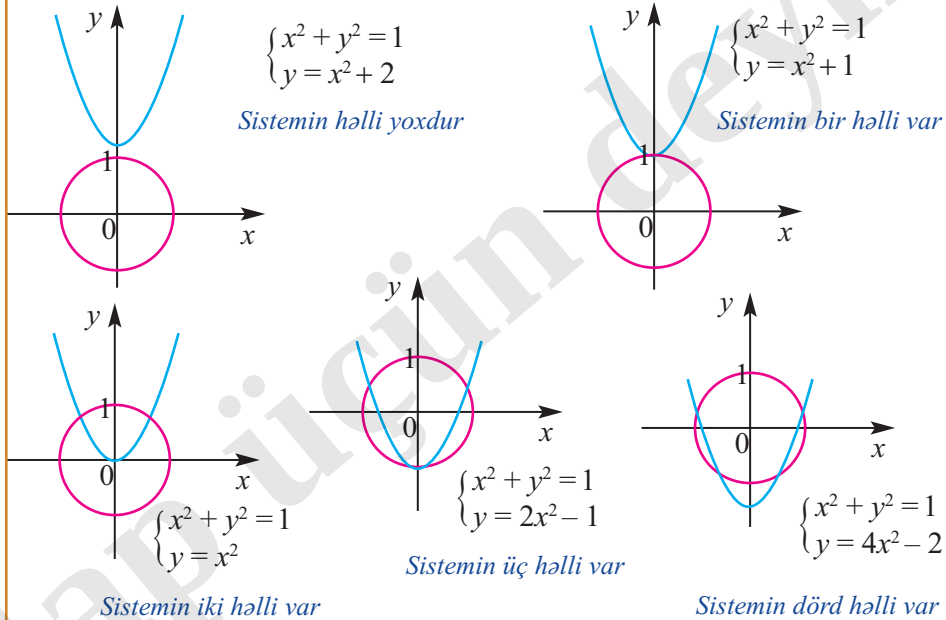
- a) Paraşüt yerdən hansı hündürlükdə açılmışdır?
b) Paraşüt neçə saniyədən sonra açılmışdır?

- 23** > Şəkilləki düzbucaqlının iki təpəsi absis oxu üzərində, digər iki təpəsi isə $y = 4 - \frac{x^2}{4}$ parabolası üzərindədir. Düzbucaqlının sahəsini tapın.



Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sistemi

Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan tənliklər sisteminin qrafik həllinə görə sistemin həlləri sayını müəyyən etmək olar.



Tənliklər sistemi

24 > Tənliklər sistemini qrafik üsulla həll edin.

a) $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 9 - x^2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2(x - 3)^2 + 4 \\ y = -2(x - 3)^2 + 4 \end{cases}$

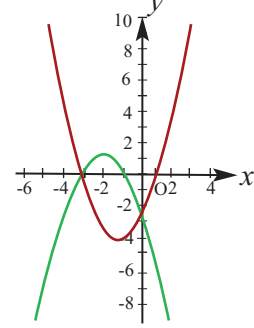
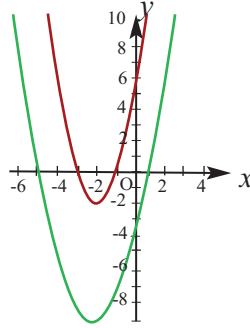
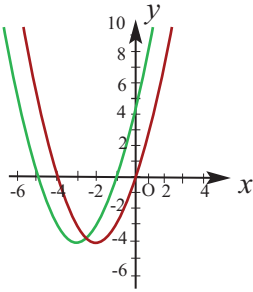
c) $\begin{cases} y = (x + 2)^2 - 4 \\ y = (x - 4)^2 - 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = x^2 - 2x + 2 \\ y = 2x^2 - 4x + 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x^2 - 7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} xy = 3 \\ y - x^2 = 2 \end{cases}$

25 > Qrafiklərə uyğun tənliklər sistemini yazın.



26 > $\begin{cases} y = (x + 3)^2 - 1 \\ y = x^2 + 6x + 8 \end{cases}$ tənliklər sisteminin sonsuz sayda həlli var.

Tənliklərin qrafikləri üst-üstə düşür. Çünki birinci tənliyin sağ tərəfini sadələşdirsək, hər iki tənliyin eyni olduğunu görürük. Sonsuz sayda həlli olan tənliklər sisteminə bir nümunə də siz yazın.

27 > Tənliklər sisteminin həllinin $(-1; 2)$ və $(2; 5)$ olduğunu bilərək, tapşırıqları yerinə yetirin.

a) Bir tənliyi xətti, digəri ikidərəcəli olan elə tənliklər sistemi yazın ki, yalnız verilən iki nöqtə sistemin həlli olsun.

b) Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan elə tənliklər sistemi yazın ki, yalnız verilən iki nöqtə sistemin həlli olsun.

c) Hər iki tənliyi ikidərəcəli olan elə tənliklər sistemi yazın ki, verilən nöqtələr də daxil olmaqla sistemin sonsuz sayda həlli olsun.

28 > Tənliklər sistemini cəbri üsulla həll edin.

a) $\begin{cases} x^2 = xy + 3 \\ xy = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x(y + 1) = 0 \\ x + 5xy + y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - y = 3 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$

29 > Sistemə daxil olan tənliklərin qrafiklərini sxematik təsvir etməklə onların iki həlli, bir həlli, sonsuz sayda həlli olduğunu və ya heç bir həlli olmadığını müəyyən edin.

a) $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 2x^2 + 3 \\ y = -2x - 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = (x - 3)^2 - 3 \\ y = \frac{1}{3}(x - 3)^2 - 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2(x + 2)^2 - 3 \\ y = -2(x + 2)^2 - 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} y = 2(x - 3)^2 + 1 \\ y = -2(x - 3)^2 - 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} y = (x + 4)^2 - 1 \\ y = x^2 + 8x + 15 \end{cases}$

Tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli

- 1 > Yeni tamaşaya 560 bilet satıldı. Bir biletin qiyməti 6 manatdır. Tələbələr üçün bilet 30% endirimlə satılır. Bilet satışından cəmi 2586 manat daxil olmuşsa, tamaşaya neçə tələbə bilet almışdır?
- 2 > Cəlil və Səməd sinif yoldaşları üçün bufətdən buterbrod və limonad aldılar. Cəlil 5 buterbrod və 2 limonada 7,1 manat, Səməd isə 4 buterbrod və 7 limonada 10 manat ödədi. Bir limonad və bir buterbrodun qiymətini tapın.
- 3 > Güləndamın iki bank hesabı var: 4,5% sadə faiz artımı ilə və 6% sadə faiz artımı ilə. 6%-lik hesabdakı məbləğ 4,5%-lik hesabdakı məbləğdən 3 dəfə çoxdur. Güləndamın iki hesabdakı pulu bir ildən sonra cəmi 4225 manat olarsa, o hər hesabına əvvəlcə neçə manat pul qoymuşdu?

	4,5%	6%
İlkin məbləğ	x	y
İllik artım	$0,045x$	$0,06y$
Cəmi	4225	

Cədvəli araşdırın, dəftərinizdə yenidən çəkin. Məsələni tənliklər sistemi qurmaqla həll edin.

- 4 > Bank iki müxtəlif xidmət təklif edir: Məbləğ sığortasız yerləşdirilirsə, 5,5%, sığortalı yerləşdirilirsə, 3,5% illik sadə faiz artımı. Sərdar pulunu sığortasız hesabda sığortalı hesabdən 700 manat çox olmaqla hər iki hesabda yerləşdirdi. İlin sonunda Sərdarın iki hesabdən əldə etdiyi gəlir 250 manat olmuşsa, o hər hesaba neçə manat pul qoymuşdur?
- 5 > A təmizləyici mayesində 25% turşu, B təmizləyici mayesində isə 50% turşu var. Tərkibində 35% turşu olan 10 l təmizləyici maddə hazırlamaq üçün hər təmizləyici növündən neçə litr qarışdırmaq lazımdır?

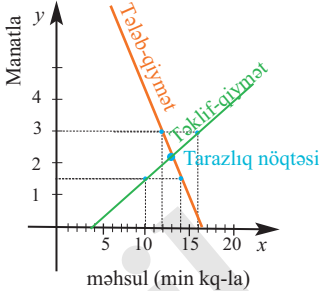
Göstəriş. 25%-li təmizləyici mayenin miqdarını x , 50%-li təmizləyici mayenin miqdarını y qəbul etməklə verilən məlumatı cədvəldə yazın.

	25%-li	50%-li	35%-li
Mayenin miqdarı	x	y	$x + y$
Turşunun miqdarı	$0,25x$	$0,5y$	$0,25x + 0,5y$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \frac{0,25x + 0,5y}{x + y} = 0,35 \end{cases}$$

Tənliklər sistemini həll etməklə məsələdə tələb olunanları tapmaq olar.

Tənliklər sistemi qurmaqla məsələ həlli

- 6 > Fabrikdə ipək paltarlar istehsalında xalis ipək sapdan və 85%-i ipək olan sapdan istifadə edilir. İpək tərkibi 96% olan 120 kq sap almaq üçün hər növ sapdan neçə kiloqram lazımdır?
- 7 > 15%-i kəklikotu olan çayla, 22%-i kəklikotu olan çayı qarışdıraraq 18%-i kəklikotu olan 5 kq çay almaq üçün hər birindən nə qədər götürmək lazımdır?
- 8 > Gilasın bir kiloqramının qiyməti 3 manat olanda bazarda 12 000 kq tələbə qarşı 16 000 kq məhsul var idi . Gilasın bir kiloqramının qiyməti 1,50 manata endikdə bazarda 10 000 kq məhsul olduğu halda 14 000 kq məhsula tələb var idi. Gilasın tələb və təklif qiyməti ilə onların miqdarı arasında (tələb-qiymət, təklif-qiymət) xətti asılılığın olduğunu şərtləşərək, təklifin tələbi ödədiyi halda satışa çıxarılan gilasın miqdarını və 1 kq-nın qiymətini müəyyən edin.
- Göstəriş:** Gilasın miqdarını x (min kiloqramla), 1 kq gilasın qiymətini y (manatla) qəbul edin. $(16; 3)$ və $(10; 1,5)$ nöqtələrinin $y - y_1 = k(x - x_1)$ düz xəttin tənliyində nəzərə almaqla (təklif-qiymət) asılılığı yazın. Analoji olaraq tələb-qiymət asılılığını $(12; 3)$ və $(14; 1,5)$ nöqtələrinə görə yoxlayın.
- 
- 9 > Düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzu 17 sm-dir. Katetlərin hər birini 3 sm kiçiltərk, alınan üçbucağın hipotenuzu 4 sm kiçik olar. Əvvəlki düzbucaqlı üçbucağın sahəsini tapın.
- 10 > İki boru birlikdə işləsə, çən 12 dəqiqəyə dolar. Əvvəlcə çənin yarısını bir boru ilə, sonra qalan yarısını o biri boru ilə doldursalar, bu çən 25 dəqiqəyə dolar. Hər boru təklikdə işləsə, çən neçə dəqiqəyə dolar?
- 11 > Aralarındakı məsafə 80 km olan A və B şəhərlərindən eyni zamanda iki avtomobil qarşı-qarşıya yola düşdü. Rastlaşdıqdan 20 dəqiqə sonra avtomobillərdən biri B-yə, 45 dəqiqə sonra isə digəri A-ya çatdı. Avtomobillərin sürətlərini tapın.
- 12 > Sərnişin metroya hərəkət edən eskalator üzərində yeriyərək 24 saniyəyə , tərpnəmər eskalator üzərində həmin sürətlə yeriyərək 42 saniyəyə enir. Sərnişin metroya hərəkət edən eskalator üzərində dayanmaqla neçə saniyəyə enər?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > Tənliklər sistemini həll etməklə qrafiklərinin kəsişmə nöqtələrinin sayını müəyyən edin.

1) $\begin{cases} x^2 - y = 5 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ x - y = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} -3x^2 + y^2 = 9 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 9x^2 + 4y^2 = 36 \\ -x + y = -4 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = -2x \end{cases}$

6) $\begin{cases} x + 2y^2 = -6 \\ x + 8y = 0 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 5x^2 + 3y^2 = 17 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 4x^2 - 5y^2 = 16 \\ 3x + y = 6 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 15 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = -1 \end{cases}$

11) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ y = x - 4 \end{cases}$

12) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x^2 = 6y \\ y = -x \end{cases}$

14) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 7 \\ y = x - 7 \end{cases}$

16) $\begin{cases} (x - 4)(y - 5) = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

17) $\begin{cases} (x + y)(x - y) = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

18) $\begin{cases} x^2 - x + 1 = y \\ y^2 - y + 1 = x \end{cases}$

- 2 > 20%-li və 10%-li iki duz məhlulu var. 100 q 20%-li məhlula neçə qram 10%-li məhlul əlavə edilsə, 12,5%-li məhlul alınar?

- 3 > Tənlikləri həll edin.

a) $x^5 - x^3 = 0$

b) $x^4 = 16x^2$

c) $x^3 - x^2 = 4(x - 1)^2$

d) $2x^3 + 2x^2 = (x + 1)^2$

e) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 25x^2 - 16$

f) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = 6x^2 - 1$

g) $(x^2 + 6x)^2 - 24 = x^2 + 6x$

h) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x + 2) = 3$

- 4 > Aralarındakı məsafə 18 km olan iki məntəqədən eyni zamanda qarşı-qarşıya iki turist dəstəsi yola düşdü və 2 saat sonra görüşdülər. Bu məntəqələr arasındakı yola birinci dəstənin sərf etdiyi vaxt ikincidən 54 dəqiqə çox olarsa, hər dəstənin sürətini tapın.

- 5 > Şirkət gəlirinin $P = 200n - n^2$ düsturuna uyğun olduğunu aşkar etdi. Burada n işçilərin sayını göstərir.

a) Bu şirkətin neçə nəfər işçisi olduqda gəliri maksimum olacaq.

b) Verilən funksiya üçün təyin oblastını və qiymətlər çoxluğunu müəyyən edin.

c) n dəyişənini P ilə ifadə edin. Bərabərliyin kök altında olan hissəsindəki ifadə üçün hansı məhdudiyyət qeyd edilməlidir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

6 > Tərəf-tərəfə toplama üsulu ilə tənliklər sistemini həll edin

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ xy = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 18 \\ xy = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + xy = 8 \\ y^2 + xy = 8 \end{cases}$

7 > Tərəf-tərəfə bölmə üsulu ilə tənliklər sistemini həll edin.

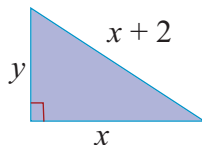
a) $\begin{cases} xy - x = 2 \\ xy^3 - xy^2 = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^3 + x^2y = 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} xy^2 - x = 9 \\ xy^3 - xy = 18 \end{cases}$

8 > Qaydanı pozan sürücü avtomobili saatda 90 km sürətlə sürərək yolun kənarında dayanan polis maşınının yanından ötüb keçir. Polis qaydanı pozan bu avtomobili saxlamaq üçün sabit təcillə sürətini artıraraq hərəkət edir və onun getdiyi yolun (m-lə) zamandan (dəqiqə ilə) asılı dəyişməsini $d = 375t^2$ düsturu ilə ifadə etmək olar. Polis avtomobilə nə qədər vaxta çatar?

9 > Üçbucağın perimetri 24 sm-dir. Şəkildə verilənlərə görə üçbucağın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.



10 > Tənlikləri həll edin.

a) $x^3 + 5x^2 + 15x + 27 = 0$

d) $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2\frac{1}{2}$

b) $x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0$

e) $\frac{x + 6}{x + 7} - \frac{5}{x - 7} = \frac{3x - 7}{x^2 - 49}$

c) $\frac{1}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1} = 12$

f) $\frac{x + 4}{x - 6} - \frac{3}{x + 2} = \frac{x + 25}{x^2 - 4x - 12}$

11 > Düz bucaq təpəsindən iki cisim onun katetləri boyunca eyni vaxtda hərəkətə başlayır və 3 saniyədən sonra onlar arasındakı məsafə 15 m olur. Birinci cismin 3 saniyədə getdiyi məsafənin ikincinin 4 saniyədə getdiyi məsafəyə bərabər olduğunu bilərək, onların sürətlərini tapın.

12 > İsbat edin ki, $y = x^2 + 4$ parabolası ilə $y - x + 3 = 0$ düz xətti kəsişmir.

13 > Düzbucaqlı şəkildə sahənin uzunluğu 60 m, eni isə 8 m-dir. Bu sahənin eni və uzunluğunu neçə metr azaltmaq lazımdır ki, onun sahəsi 2 dəfə, perimetri isə 44 m azalsın.

14 > a -nın hansı qiymətlərində tənliklər sisteminin yeganə həlli var?

a) $\begin{cases} y + 2x = a \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = a \\ yx = 9 \end{cases}$

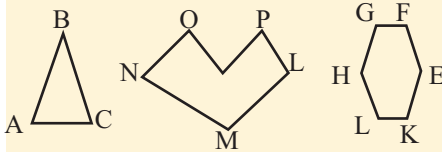
Çoxbucaqlılar

Sınıq xətt, çoxbucaqlı

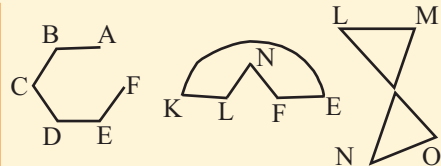
Sınıq xətt elə bir neçə parçadan ibarət fiqurdur ki, onlar birinci parçanın sonu ikinci parçanın başlanğıcı, ikinci parçanın sonu üçüncü parçanın başlanğıcı və s. kimi olmaqla ardıcıl birləşmiş olur. Əgər sınıq xəttin ucları (sonuncu parçanın sonu və birinci parçanın başlanğıcı) üst-üstə düşürsə, ona qapalı sınıq xətt deyilir.

Çoxbucaqlı qonşu parçaları bir düz xətt üzərində olmayan, qonşu olmayan parçaları isə kəsişməyən qapalı sınıq xəttin əmələ gətirdiyi fiqurdur.

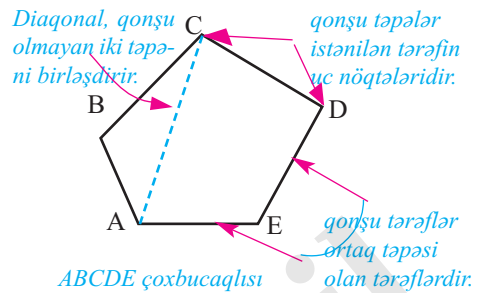
Çoxbucaqlıdır



Çoxbucaqlı deyil

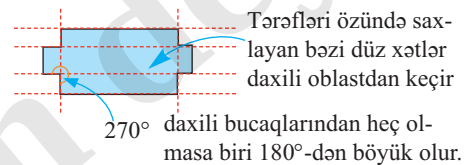
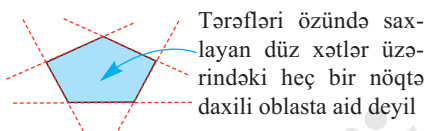


- Çoxbucaqlı müstəvi fiqurdur.
- Tərəfləri müəyyən sayda düz xətt parçalarından ibarətdir.
- Çoxbucaqlı qapalı fiqurdur və müstəvini iki hissəyə ayırır: çoxbucaqlının daxilində qalan sonlu hissə və onun xaricində qalan sonsuz hissə.
- Çoxbucaqlı onun təpələrini göstərən hərflərlə adlandırılır.



Çoxbucaqlılar qabarıq və ya çökük ola bilər. Tərəfləri özündə saxlayan düz xətlər üzərində çoxbucaqlının daxili oblastına aid olan nöqtə yoxdursa, bu çoxbucaqlı **qabarıq**, varsa, **çökük** çoxbucaqlı adlanır.

Qabarıq çoxbucaqlı



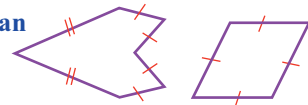
Çökük çoxbucaqlı

Bütün tərəfləri və bütün bucaqları konqruent olan çoxbucaqlı **düzgün çoxbucaqlı** adlanır.

Düzgün çoxbucaqlı



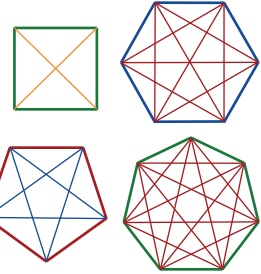
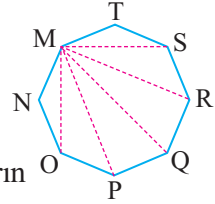
Düzgün olmayan çoxbucaqlı



Çoxbucaqlının təpə nöqtələri, tərəfləri və bucaqlarının sayı eyni olur. n tərəfi olan çoxbucaqlıya n -bucalıq da deyilir. Çoxbucaqlılar tərəflərinin sayına uyğun olaraq üçbucalıq, dördbucalıq, beşbucalıq, altıbucalıq və s. kimi adlandırılır. Qabarıq n -bucalıqın bir təpəsindən $(n - 3)$ sayda diaqonal çəkmək olar.

Çoxbucaqlılar

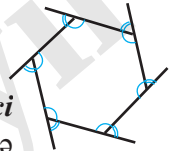
- 1 > Şəkilləki fiqura görə yazın: a) tərəflərinin; b) hər hansı tərəsi ilə qonşu olmayan beş tərəsinin; c) iki qonşu tərəfinin; d) üç diaqonalının adını.
- 2 > a) Dəftərinizdə iki qabarıq, iki çökük çoxbucaqlı çəkin.
b) Dəftərinizdə bir qabarıq, bir çökük beşbucaqlı və onların bütün diaqonallarını çəkin.
- 3 > Dəftərinizdə şəkildə göstərildiyi kimi çoxbucaqlılar və onların bütün diaqonallarını çəkin. Çoxbucaqlıların tərəfləri, bir tərədən çəkilə bilən diaqonalları və diaqonallarının ümumi sayını göstərən cədvəl qurun. Qabarıq n -bucaqlının bütün diaqonallarının sayını göstərən $\frac{n(n-3)}{2}$ düsturunun doğru olduğunu əsaslandırın.
- 4 > a) Qabarıq səkkizbucaqlının; onikibucaqlının cəmi neçə diaqonalı var?
b) 35; 90 diaqonalı olan çoxbucaqlının neçə tərəfi var?
- 5 > a) Diaqonallarının sayı tərəflərinin sayından 2 dəfə çox olan qabarıq çoxbucaqlının tərəflərinin sayını tapın.
b) Diaqonallarının sayı tərəflərinin sayından 6 dəfə çox olan qabarıq çoxbucaqlının bir tərəsindən neçə diaqonal çəkmək olar?



Çoxbucaqlıların daxili və xarici bucaqları

Qabarıq çoxbucaqlının verilmiş tərəsindən çıxan iki tərəfinin əmələ gətirdiyi bucağa, həmin tərədəki **daxili bucağı** deyilir.

Daxili bucağa qonşu olan bucağa isə çoxbucaqlının **xarici bucağı** deyilir. Çoxbucaqlının istənilən tərəsindəki daxili və xarici bucaqlarının (hər tərədəki xarici bucaqlardan biri götürülməklə) cəmi 180° -yə bərabərdir.

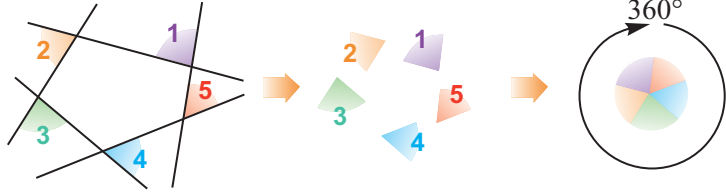


Araşdırma 1. Aşağıdakı cədvəli doldurun. n tərəfi olan qabarıq çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmini hesablamaq üçün düstur yazın.

						...	
Çoxbucaqlının tərəflərinin sayı	3	4	5	6	7	...	n
Bir tərədən çəkilən diaqonallarının sayı	0	1				...	
Üçbucaqların sayı	1	2					
Daxili bucaqlarının cəmi	$1 \cdot 180^\circ$ 180°	$2 \cdot 180^\circ$ 360°					

Çoxbucaqlılar

Araşdırma 2. Kağız üzərində şəkildə göstərildiyi kimi hər tərədəki xarici bucaqları rəngləməklə qabarıq çoxbucaqlı çəkin. Xarici bucaqları kəsin və tərələri eyni nöqtədə olmaqla bir-birini örtməmək şərtilə başqa bir kağızın üzərinə yapışdırın. Bütün xarici bucaqların cəmi haqqında fikirlərinizi söyləyin.



Çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının cəmi

Teorem 1. Qabarıq n -bucaqlının **daxili bucaqlarının** cəmi $180^\circ \cdot (n - 2)$ -yə bərabərdir ($n \geq 3$).

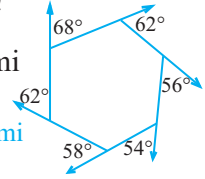
Nəticə 1. Düzgün n -bucaqlının hər bir daxili bucağı $\frac{180^\circ(n - 2)}{n}$ -ə bərabərdir.

Teorem 2. Qabarıq çoxbucaqlının **xarici bucaqlarının** cəmi 360° -yə bərabərdir.

Xarici bucaqların cəmi = açıq bucaqların cəmi – daxili bucaqların cəmi

$$\begin{aligned} \text{Xarici bucaqların cəmi: } 180^\circ \cdot n - 180^\circ(n - 2) &= \\ &= 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$

Nəticə 2. Düzgün n -bucaqlının hər bir xarici bucağı $\frac{360^\circ}{n}$ -ə bərabərdir.



Nümunə 1. Düzgün çoxbucaqlının bir tərəsindəki xarici bucağı 60° -dir.

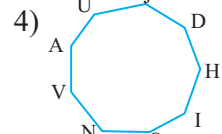
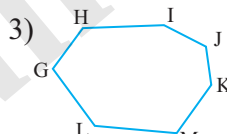
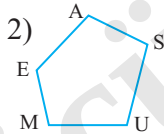
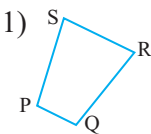
a) çoxbucaqlının daxili bucağının dərəcə ölçüsünü;

b) çoxbucaqlının tərəfləri sayını tapın.

Həlli: a) Daxili bucaq + Xarici bucaq = 180° ; Daxili bucaq = $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$$\text{b) } \frac{360^\circ}{n} = 60^\circ \quad n = \frac{360^\circ}{60^\circ} = 6$$

6 > Şəkildəki hər bir çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmini tapın.



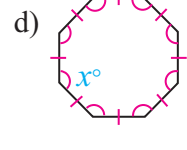
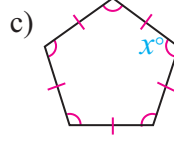
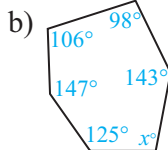
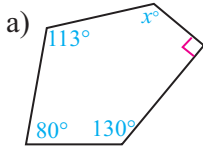
7 > 1) Qabarıq çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 1800° -dir. Bu çoxbucaqlının: a) neçə tərəfi; b) neçə diaqonalı var?

2) Düzgün: a) altıbucaqlının, b) onbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

3) Düzgün çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 1080° -dir. Bu çoxbucaqlının hər bir daxili və xarici bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.

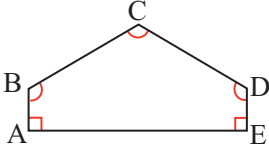
Çoxbucaqlılar

- 8 > Tərəflərinin sayı $n = 8$; $n = 9$; $n = 12$; $n = 15$ olan düzgün çoxbucaqlının daxili və xarici bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.
- 9 > Diaqonallarının sayı 27 olan qabarıq çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmini tapın.
- 10 > Düzgün çoxbucaqlının xarici bucağı daxili bucağının 25%-i qədərdir. Çoxbucaqlının tərəflərinin sayını tapın.
- 11 > Çoxbucaqlının x -lə işarə edilmiş bucağını tapın.

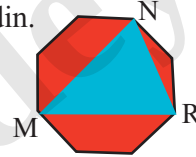


- 12 > Qabarıq beşbucaqlının daxili bucaqları 60° , 80° , 120° , 140° olarsa, beşinci bucağının dərəcə ölçüsünü tapın.
- 13 > Qabarıq altıbucaqlının daxili bucaqları 90° , 110° , 120° , 124° və 116° -dir. Altıbucaqlının altıncı təpəsindəki xarici bucağı tapın.
- 14 > Düzgün çoxbucaqlının verilən daxili bucağına görə tərəflərinin sayını tapın.
1) 120° 2) 150° 3) 140° 4) 160°
- 15 > Düzgün çoxbucaqlının verilən xarici bucağına görə tərəflərinin sayını tapın.
1) 72° 2) 40° 3) 36° 4) 30°

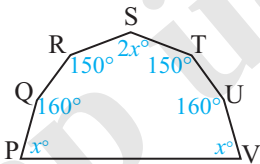
- 16 > a) Şəkildə evin damının öndən görüntüsü təsvir edilmişdir. Qeyd olunmuş işarələmələrə görə hər bir bucağın dərəcə ölçüsünü yazın.



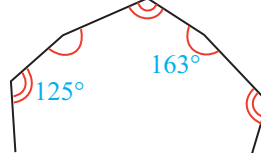
- b) Şəkildə düzgün altıbucaqlı şəklinə olan STOP işarəsi üzərində MNR üçbucağı təsvir edilmişdir. Bu üçbucağın tərəflərinə görə növünü müəyyən edin.



- 17 > a) Şəkildə çadırın öndən görünüşü verilmişdir. Dəyişənlə işarələnmiş bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.



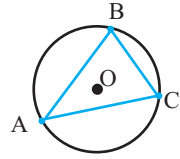
- b) Çoxbucaqlının daxili bucaqları şəkildə göstərilən ölçüdə konqruent bucaqlar ardıcılığından ibarətdir. Xarici bucaqlarından istifadə etməklə çoxbucaqlının tərəflərinin sayını tapın.



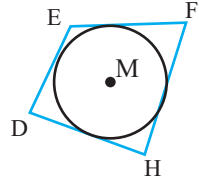
- 18 > Düzgün çoxbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi xarici bucaqlarının cəmindən 11 dəfə çoxdur. Bu çoxbucaqlının neçə tərəfi var?

Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

Tərif 1. Çoxbucaqlının bütün təpələri çevrənin üzərində yerləşirsə, bu çoxbucaqlıya çevrə daxilinə çəkilmiş çoxbucaqlı, çevrəyə isə çoxbucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrə deyilir. Şəkildə $\triangle ABC$ çevrənin daxilinə çəkilmiş üçbucaqdır.

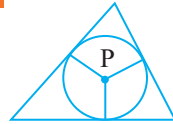


Tərif 2. Çoxbucaqlının bütün tərəfləri çevrəyə toxunursa, bu çoxbucaqlıya çevrə xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlı, çevrəyə isə çoxbucaqlının daxilinə çəkilmiş çevrə deyilir. Şəkildə DEFH çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlıdır.

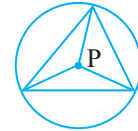


Üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələr

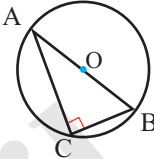
Teorem 1. İstənilən üçbucağın daxilinə çevrə çəkmək olar. Bu çevrənin mərkəzi üçbucağın tənbölənlərinin kəsişmə nöqtəsidir.



Teorem 2. İstənilən üçbucağın xaricinə çevrə çəkmək olar. Bu çevrənin mərkəzi üçbucağın tərəflərinin orta perpendikulyarlarının kəsişmə nöqtəsidir.

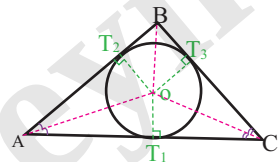


Teorem 3. Çevrə daxilinə çəkilmiş üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdırsa, hipotenuz bu çevrənin diametridir.

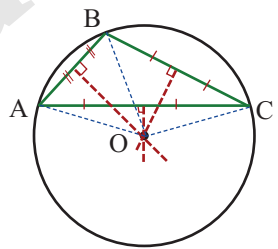


Tərs teorem. Çevrə daxilinə çəkilmiş üçbucağın tərəfi bu çevrənin diametridirsə, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır.

Teorem 1-in isbatı. (mətnlə). ABC üçbucağının bucaqlarının tənbölənlərini çəkək və onların kəsişmə nöqtəsini O hərflə ilə işarə edək. Tənbölən üzərindəki ixtiyari nöqtə bucağın tərəflərindən eyni məsafədədir: $OT_1 = OT_2 = OT_3$. Mərkəzi O nöqtəsində olmaqla radiusu $r = OT_1$ olan çevrə çəkək. Üçbucağın tərəfləri OT_1, OT_2, OT_3 radiuslarına perpendikulyar olduğuna görə T_1, T_2, T_3 nöqtələrində çevrəyə toxunur. Deməli, bu çevrə verilmiş üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrədir.



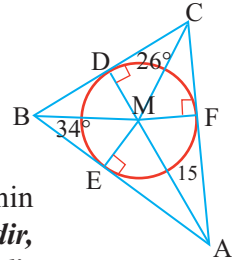
Teorem 2-nin isbatı: $\triangle ABC$ -nin AB və BC tərəflərinin orta nöqtələrindən bu tərəflərə perpendikulyarlar çəkək və onların kəsişmə nöqtəsini O ilə işarə edək. Parçanın orta perpendikulyarının xassəsinə görə $OA = OB = OC$. $\triangle AOC$ bərabəryanlı olduğundan O nöqtəsi həm də AC tərəfinin orta perpendikulyarı üzərindədir. Mərkəzi O nöqtəsində, radiusu $R = AO$ olan çevrə üçbucağın hər üç təpə nöqtəsindən keçməklə xaricə çəkilmiş çevrə olur.



Qeyd: Verilmiş üçbucağın xaricinə yalnız bir çevrə çəkmək olar. Verilmiş çevrənin daxilinə çəkilən üçbucaqlar isə sonsuz saydadır.

Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

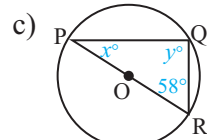
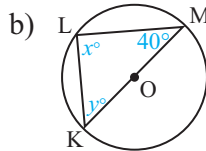
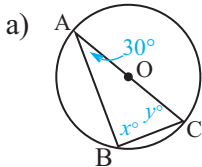
- 1 > M nöqtəsi daxilə çəkilmiş çevrənin mərkəzidir.
 $\angle MBA = 34^\circ$, $\angle MCB = 26^\circ$, $MA = 15$ olarsa,
 tapın: a) $\angle MAC$; b) MF .



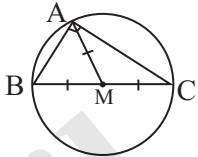
- 2 > Çevrə daxilinə tələb olunan üçbucağı çəkin. Çevrənin mərkəzinin hər bir halda yerini **üçbucağın daxilindədir, üçbucağın xaricindədir, üçbucağın tərəfi üzərindədir** ifadələrindən birini seçməklə müəyyən edin.

a) itibucaqlı üçbucaq b) düzbucaqlı üçbucaq c) korbucaqlı üçbucaq

- 3 > Çevrə daxilinə çəkilmiş üçbucağın dəyişənlə işarələnmiş bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın. O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.

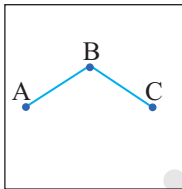


- 4 > AM çevrə daxilinə çəkilmiş üçbucağın medianıdır və uzunluğu 10 sm-dir. $AB = 12$ sm olduğuna görə $\triangle ABC$ -nin sahəsini tapın. M nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.

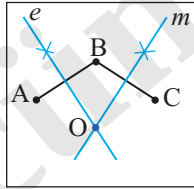


- 5 > Bir düz xətt üzərində olmayan üç nöqtədən keçən çevrənin qurulması.

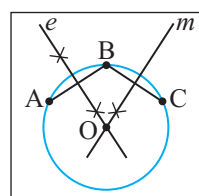
1. Bir düz xətt üzərində olmayan A, B, C nöqtələrini qeyd edin və onları birləşdirən AB və BC parçalarını çəkin.



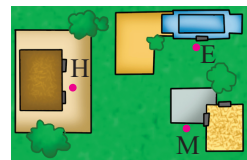
2. AB və BC parçalarının orta perpendikulyarlarını qurun. Orta perpendikulyarların kəsişmə nöqtəsini O hərfi ilə işarə edin.



3. Çevrənin mərkəzi vətərin orta perpendikulyarı üzərində olduğundan O nöqtəsini mərkəz seçməklə A, B, C nöqtələrindən keçən çevrə çəkin.



- 6 > Proqram təminatı və texniki dəstəklə məşğul olan şirkət planda göstərilən H, M və E şirkətlərinə xidmət göstərir və yeni ofis binası kirayələməyi planlaşdırır. Planı dəftərinizə köçürün və bu şirkətin yeni ofisini planda elə yerləşdirin ki, hər üç şirkətdən bərabər məsafədə olsun.



Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının xassələri

Üçbucaqlardan fərqli olaraq istənilən dördbucaqlının daxilinə və xaricinə çevrə çəkmək mümkün deyil.

Teorem 4. Çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı tərəflərinin cəmi bərabərdir: $AB + CD = BC + AD$

Tərs teorem. Dördbucaqlının qarşı tərəflərinin cəmi bərabədirsə, onun xaricinə çevrə çəkmək olar.

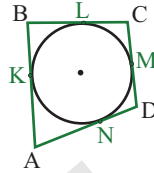
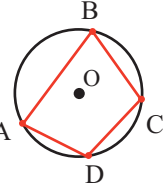
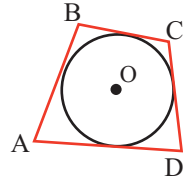
Teorem 5. Çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı bucaqlarının cəmi 180° -yə bərabərdir:

$$\angle A + \angle C = 180^\circ, \angle B + \angle D = 180^\circ$$

Tərs teorem. Dördbucaqlının qarşı bucaqlarının cəmi 180° -ə bərabədirsə, onun xaricinə çevrə çəkmək mümkündür.

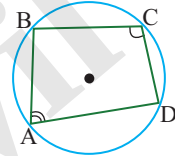
Teorem 4-ün isbatı: K, L, M, N dördbucaqlının tərəflərinin çevrəyə toxunma nöqtələri olsun. Bir nöqtədən çevrəyə çəkilən toxunanların xassəsinə görə $AK = AN$, $BK = BL$, $CM = CL$, $DM = DN$. Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplasaq:

$$\begin{aligned} &AK + BK + CM + DM = AN + BL + CL + DN \\ \text{və ya} \quad &AB + CD = BC + AD. \end{aligned}$$



7 > Teorem 5-in isbatını tamamlayın.

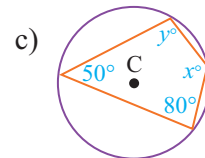
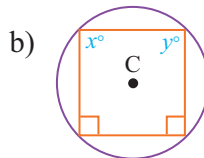
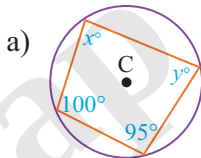
Təklif	Əsası
1. $\angle A = \frac{\angle BCD}{2}, \angle C = \frac{\angle DAB}{2}$	1.
2. $\angle A + \angle C = \frac{\angle BCD + \angle DAB}{2}$	2. Tərəf-tərəfə toplama
3. $\angle A + \angle C = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$	3.



8 > Çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının iki qarşı tərəfinin uzunluqları cəmi 12 sm-dir. Bu dördbucaqlının perimetrini tapın.

9 > Çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının üç tərəfinin uzunluqları 4 sm, 6 sm, 7 sm olarsa, perimetri neçə santimetr ola bilər? Mümkün halları araşdırın.

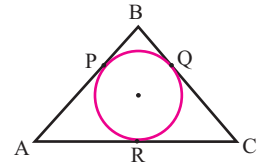
10 > Çevrə daxilinə çəkilmiş dördbucaqlının dəyişənlə işarələnmiş bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.



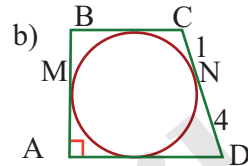
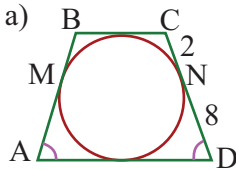
Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

- 11 > a) Çevrə daxilinə çəkilmiş trapesiyanın bərabəryanlı olduğunu göstərin.
 b) Çevrə daxilinə və xaricinə paraleloqramlar çəkin. Bu hansı halda mümkündür? Paraleloqramın növünü müəyyən edin.
- 12 > Bərabəryanlı üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrə toxunma nöqtəsi ilə yan tərəfi 3 sm və 4 sm olan parçalara bölür. Üçbucağın perimetrini tapın. Məsələnin neçə həlli var?

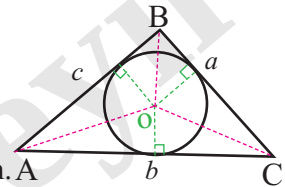
- 13 > Daxilə çəkilmiş çevrə $\triangle ABC$ -nin tərəflərinə P, Q və R nöqtələrində toxunur.



- a) Şəkilə görə konqruent parçaların adlarını yazın.
 b) $AB=10$ sm, $BC=12$ sm, $AC=5$ sm olarsa, AP, PB, BQ, QC, AR, RC parçalarının uzunluqlarını tapın.
 c) $AB = a$, $BC = b$, $AC = c$ qəbul edin. AP, BP, CR parçalarının uzunluqlarını a , b , c dəyişənləri ilə ifadə edin.
- 14 > Şəkildə verilənlərə görə çevrə xaricinə çəkilmiş trapesiyanın perimetrini və sahəsini tapın.



- 15 > a) Üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu üçün $r = \frac{2S}{P}$ düsturunun doğru olduğunu göstərin. Burada S üçbucağın sahəsi, P isə perimetridir.



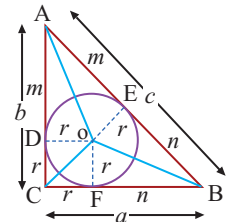
Göstəriş: $S_{\triangle ABC}$ -ni $S_{\triangle AOC}$, $S_{\triangle AOB}$, $S_{\triangle BOC}$ ilə ifadə edin.

b) Bu düsturun daxilinə çevrə çəkmək mümkün olan dördbucaqlı üçün də doğru olduğunu göstərin.

c) Tərəfləri 10; 10; 12 vahid olan üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusunu tapın.

d) Radiusu 5 sm olan çevrə xaricinə çəkilmiş dördbucaqlının qarşı tərəflərinin cəmi 26 sm olarsa, bu dördbucaqlının sahəsini tapın.

- 16 > a) Şəkildən istifadə etməklə düzbucaqlı üçbucağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu üçün $r = \frac{a+b-c}{2}$ düsturunun doğruluğunu göstərin.

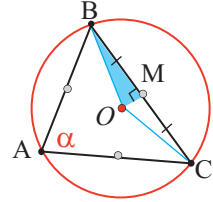


b) Katetləri 6 və 8 vahid olan düzbucaqlı üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

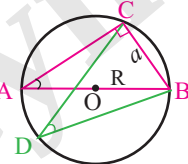
- 17>** Çevrə daxilinə çəkilmiş üçbucağın tərəfinin qarşıdakı bucağın sinusuna nisbəti bu çevrənin diametrinə bərabərdir: $d = \frac{a}{\sin \alpha}$

a) Çevrənin mərkəzinin üçbucağın daxilində yerləşdiyi hal üçün verilmiş isbatı araşdırın, müzakirə edin və dəftərinizdə yazın.

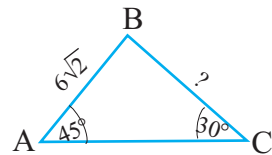


İsbatı:	Təklif	Əsası
1. $\angle BAC = \alpha$, $BC = a$		1. Verilir
2. $\angle BOC = 2\alpha$		2. Daxilə çəkilmiş bucağın xassəsi
3. $\triangle BOC$ bərabəryanlıdır.		3. $BO = OC$ çevrənin radiuslarıdır.
4. $\angle BOM \cong \angle MOC = \alpha$		4. Bərabəryanlı üçbucaqda tənbölənin xassəsi
5. $\triangle BOM$ və $\triangle MOC$ konqruent düzbucaqlı üçbucaqlardır.		5. Konqruentliyin TTT əlaməti
6. $\sin \alpha = \frac{BM}{OB}$		6. BOM düzbucaqlı üçbucaqda iti bucağın sinusunun tərif
7. $\sin \alpha = \frac{BM}{OB} = \frac{2BM}{2OB}$		7. Kəsrin xassəsi
8. $\sin \alpha = \frac{2BM}{2OB} = \frac{BM + MC}{2r} = \frac{a}{d}$		8. $\triangle BOM \cong \triangle MOC$ olduğundan $BM \cong MC$, parçaların toplanması aksiomu, diametrin tərif
9. $\sin \alpha = \frac{a}{d} \quad d = \frac{a}{\sin \alpha}$		9. Bərabərliyin xassəsinə görə sadələşdirmə

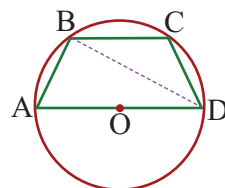
b) Təklifin isbatını əvvəlcə çevrə daxilinə çəkilmiş düzbucaqlı üçbucaq üçün yerinə yetirin. Sonra verilən şəkildən istifadə etməklə bütün üçbucaqlar üçün ümumiləşdirin.



- 18>** Bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfi 10 sm, yan tərəflərinin əmələ gətirdiyi bucaq 120° -dir. Bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunu tapın.
- 19>** Üçbucağın 30° -li bucağının qarşısındakı tərəfinin uzunluğu 8 sm-dir. Bu üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusunu tapın.
- 20>** Verilir: $\triangle ABC$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 6\sqrt{2}$
Tapın: 1) Xaricə çəkilmiş çevrənin radiusunu;
2) BC tərəfinin uzunluğunu.



- 21>** Diametri AD olan çevrə daxilinə çəkilmiş ABCD trapesiyasında $BC = 6$ sm, $\angle CBD = 30^\circ$ olarsa, çevrənin radiusunu və trapesiyanın sahəsini tapın.



Çevrə daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

- 22** > Üçbucağın xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu üçün

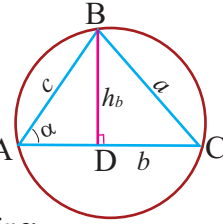
$$R = \frac{abc}{4S}$$

düsturunun doğru olduğunu göstərin. S üçbucağın sahəsi, a, b, c isə onun tərəfləridir.

Həlli: Üçbucağın sahə düsturuna görə $S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha$

$$R = \frac{d}{2} = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{a \cdot b \cdot c}{2 \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha} = \frac{abc}{4S}$$

$d = \frac{a}{\sin \alpha}$ olduğuna görə Kəsrin surət və məxrəci ($b \cdot c$)-yə vurulur Üçbucağın sahə düsturuna nəzər alınır



- 23** > a) Tərəfləri 13 sm, 14 sm, 15 sm olan üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.
b) Oturacağının yan tərəfə nisbəti 4:3 kimi, oturacağa çəkilmiş hündürlüyü isə 20 sm olan bərabəryanlı üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

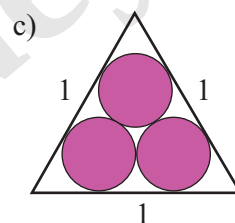
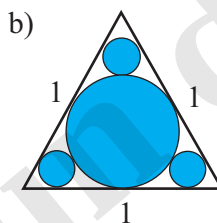
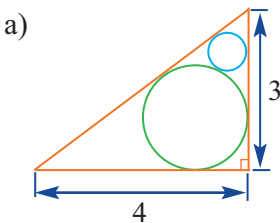
- 24** > a) Bərabərtərəfli üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin mərkəzlərinin medianların kəsişmə nöqtəsində yerləşdiyini əsaslandırın.

$$R = \frac{2}{3} h \quad r = \frac{1}{3} h \quad \text{düsturlarının doğruluğunu göstərin.}$$

Burada R xaricə çəkilmiş çevrənin, r daxilə çəkilmiş çevrənin radiusu, h üçbucağın hündürlüyüdür.

b) Perimetri 9 sm olan bərabərtərəfli üçbucağın xaricinə və daxilinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

- 25** > Şəkilə verilənlərə görə hər bir çevrənin radiusunu tapın.



- 26** > Göstərin ki, çevrə xaricinə çəkilmiş bərabəryanlı trapesiyanın orta xətti yan tərəfinə bərabərdir.
27 > Diaqonalları 6 sm və 8 sm olan rombun daxilinə çəkilmiş çevrənin diametrini tapın.
28 > Oturacaqları 6 sm və 1 sm, yan tərəflərindən biri isə 4 sm olan trapesiyanın daxilinə çəkilmiş çevrənin uzunluğunu tapın.

Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

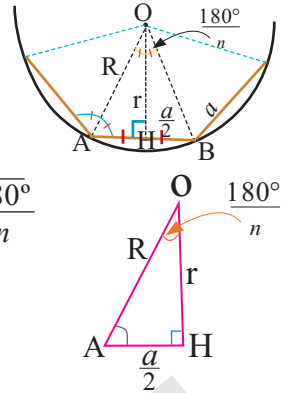
İstənilən düzgün çoxbucaqlının həm daxilinə, həm də xaricinə çevrə çəkmək olar və bu çevrələrin mərkəzləri üst-üstə düşür. Düzgün n -bucaqlının bucaqlarının tənböhlənləri O nöqtəsində kəsişir və alınan bərabəryanlı üçbucaqlar şəkildə göstərilmiş $\triangle AOB$ -yə (BTB əlamətinə görə) konqruyentdirlər. Mərkəzi O nöqtəsində yerləşən OA radiuslu çevrə çəksək, bu çevrə bütün tərəplərdən keçməklə xaricə çəkilmiş çevrə olur. OH radiuslu çevrə isə çoxbucaqlının bütün tərəflərinə toxunmaqla daxilə çəkilmiş çevrə olur. R - düzgün n -bucaqlının xaricinə çəkilmiş çevrənin radiusu, r -daxilə çəkilmiş çevrənin radiusu, a -düzgün çoxbucaqlının tərəfi,

$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{n} \text{ mərkəzi bucaqdır.}$$

$$OA = R, OH = r, AH = \frac{a}{2}, \quad \angle AOH = \frac{180^\circ}{n}$$

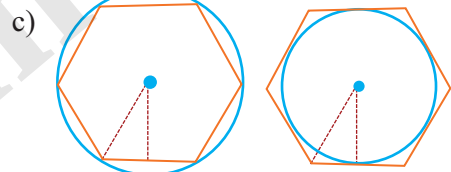
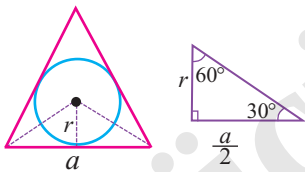
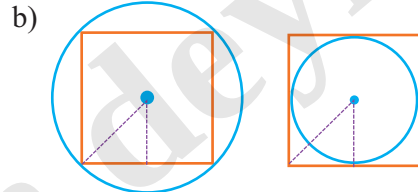
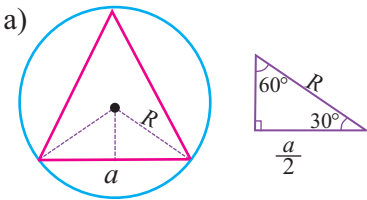
$$\triangle AOH\text{-dan} \quad \frac{AH}{OA} = \frac{\frac{a}{2}}{R} = \sin \frac{180^\circ}{n} \quad R = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$\triangle AOH\text{-dan} \quad \frac{AH}{OH} = \frac{\frac{a}{2}}{r} = \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \quad r = \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}}$$



- 29** > Tərəfi a olan düzgün: a) üçbucağın; b) dördbucaqlının; c) altıbucaqlının xaricinə və daxilinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın.

a) bəndinin həlli üçün uyğun şəkil çəkilmişdir.

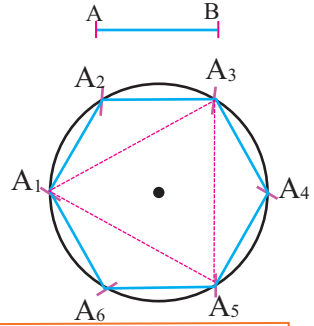


- 30** > a) Düzgün altıbucaqlının böyük diaqonalının xaricə çəkilmiş çevrənin diametri olduğunu şəkil üzərində göstərin. Nəticəni düzgün $2n$ -bucaqlı üçün ümumiləşdirin.
b) Radiusu R olan çevrə daxilə çəkilmiş düzgün altıbucaqlının perimetrini tapın. Bu altıbucaqlının böyük və kiçik diaqonallarının uzunluqlarını R ilə ifadə edin.

Çevrənin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çoxbucaqlılar

Qurma məsələsi: Düzgün altıbucaqlının qurulması.

1. Düzgün altıbucaqlının bir tərəfi uzunluqda AB parçasını çəkin.
 2. Pərgarla radiusu bu parçanın uzunluğuna bərabər olan çevrə çəkin.
 3. Pərgarın vəziyyətini dəyişmədən çevrə boyu eyniölçülü hissələri işarələyin.
 4. Qeyd olunmuş nöqtələri ardıcıl birləşdirin.
- Düzgün altıbucaqlı qurulmuş oldu.

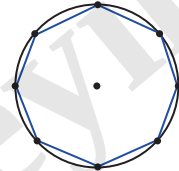
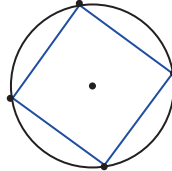
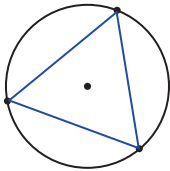


Düzgün $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ altıbucaqlısının, məsələn, A_1, A_3, A_5 təpələrini cüt-cüt birləşdirsək, düzgün üçbucaq qurulmuş olar.

Düzgün dördbucaqlını qurmaq üçün çevrənin qarşılıqlı perpendikulyar iki diametrini çəkmək və onların uclarını ardıcıl birləşdirmək lazımdır.

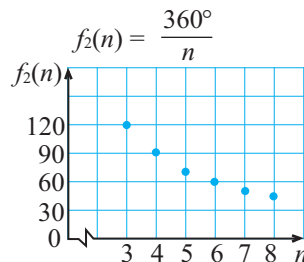
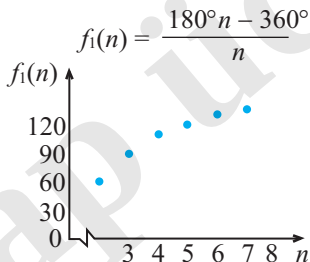
Çevrə daxilinə düzgün n -bucaqlı çəkilərsə, onun tərəflərinin orta perpendikulyarlarının çevrə ilə kəsişmə nöqtələrini qeyd etsək, alınan nöqtələr düzgün $2n$ -bucaqlının digər təpələri olur.

- 31 >** Aşağıdakı şəkillərdən istifadə etməklə dəftərinizdə düzgün üçbucaq, düzgün dördbucaqlı və düzgün səkkizbucaqlı qurun.



Araşdırma 3. $n = 10$; $n = 30$; $n = 50$ olduqda düzgün çoxbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

Şəkildə $f_1(n) = \frac{180^\circ n - 360^\circ}{n}$ və $f_2(n) = \frac{360^\circ}{n}$ funksiyalarının qrafikləri verilmişdir. n -in qiyməti artdıqca, düzgün çoxbucaqlının daxili və xarici bucağının dərəcə ölçüsünün dəyişməsinə təqdim edin.



Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

Düzgün çoxbucaqlının mərkəzi. Düzgün çoxbucaqlının xaricinə (və ya daxilinə) çəkilmiş çevrənin mərkəzi düzgün çoxbucaqlının mərkəzidir. Düzgün çoxbucaqlının **mərkəzi** çoxbucaqlının bütün təpələrindən və bütün tərəflərindən bərabər məsafədədir.

Düzgün çoxbucaqlının apofemi. Düzgün çoxbucaqlının mərkəzindən tərəfinə çəkilmiş perpendikulyara onun **apofemi** deyilir.

Düzgün çoxbucaqlının apofemi daxilə çəkilmiş çevrənin radiusuna bərabərdir.

Aşağıdakı məşğələni verilən addımlarla yerinə yetirin və düzgün çoxbucaqlının apofemindən asılı sahə düsturunu müəyyən edin.

Məşğələ. Apofem və çoxbucaqlının sahəsi

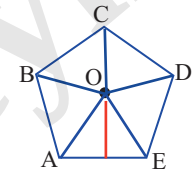
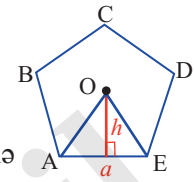
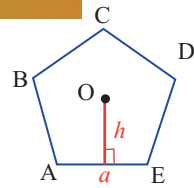
1. Düzgün ABCDE beşbucaqlısını çəkin.
2. O mərkəzindən AE tərəfini yarıya bölən perpendikulyarı çəkin.
3. A və E nöqtələrini O mərkəz nöqtəsi ilə birləşdirin.
4. AOE üçbucağının sahəsini a və h dəyişənləri ilə ifadə edin. Üçbucağın hündürlüyünün çoxbucaqlının hansı ölçüsünə uyğun gəldiyinə diqqət edin.
5. B, C, D təpələrini də O nöqtəsi ilə birləşdirin. Alınan üçbucaqların sahələrini müqayisə edin.
6. Beşbucaqlının sahəsinin bu üçbucaqların sahələri cəminə bərabər olduğuna diqqət edin.

Çoxbucaqlının sahəsi:

$$S = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} ah =$$

$$= \frac{1}{2} (ah + ah + ah + ah + ah) = \frac{1}{2} \cdot 5ah$$

7. $5a$ ifadəsi hansı ölçüyə uyğun gəlir? Çoxbucaqlının sahəsini onun perimetri ilə ifadə edin.



Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

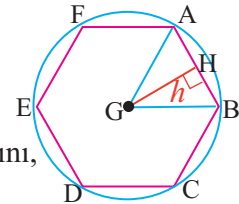
Düzgün n -bucaqlının mərkəzini təpə nöqtələri ilə birləşdirdikdə n sayda konqruent bərabəryanlı üçbucaqlar alınır.

çoxbucaqlının sahəsi = üçbucaqların sayı $\times$ bir üçbucağın sahəsi

$$S = n \cdot \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} (a \cdot n)h$$

$$S = \frac{1}{2} Ph \quad \text{və ya} \quad S = \frac{1}{2} anh$$

a çoxbucaqlının tərəfinin uzunluğunu, n tərəflərinin sayını, h apofemini göstərir.



Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

Nümunə 1. Radiusu 1 vahid olan çevrənin daxilinə düzgün beşbucaqlı çəkilmişdir. Beşbucaqlının sahəsini tapın.

$$\text{Beşbucaqlının sahəsi: } S = \frac{1}{2} Ph$$

Beşbucaqlının h - apofemini və P - perimetrini tapmalıyıq.

$\angle ABC$ mərkəzi bucağı $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ -dir. ABC üçbucağı bərabəryanlı üçbucaqdır və onun BD hündürlüyü həm median, həm də tənböləndir. Deməli, $\angle ABD = 36^\circ$. $\triangle ABD$ üçbucağının tərəflərini tapmaq üçün triqonometrik nisbətlərdən istifadə edək.

$$\cos 36^\circ = \frac{BD}{AB}$$

$$\sin 36^\circ = \frac{AD}{AB}$$

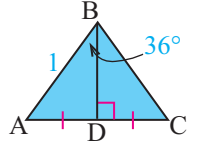
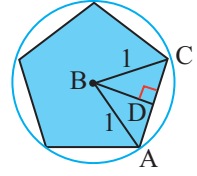
$$BD = AB \cos 36^\circ \approx 1 \cdot 0,8 = 0,8$$

$$AD = AB \sin 36^\circ \approx 1 \cdot 0,6 = 0,6$$

BD beşbucaqlının apofemidir, $h = BD \approx 0,8$;

Beşbucaqlının tərəfi: $AC = 2 \cdot AD = 2 \cdot 0,6 = 1,2$

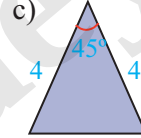
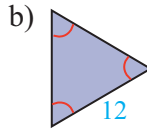
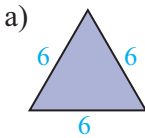
$$S = \frac{1}{2} h \cdot P \approx \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 5 \cdot 1,2 = 2,4 \text{ (kvadrat vahid)}$$



Öyrənmə tapşırıqları

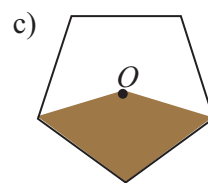
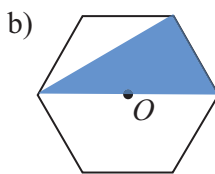
- 1 > Göstərin ki, tərəfinin uzunluğu a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsi üçün $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ düsturu doğrudur.

- 2 > Üçbucaqların sahələrini tapın.



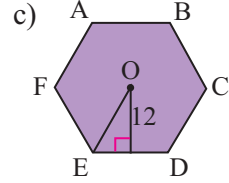
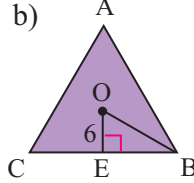
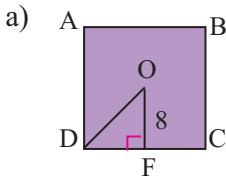
- 3 > “Düzgün altıbucaqlı və düzgün üçbucağın tərəfləri bərabərdirsə, altıbucaqlının sahəsi üçbucağın sahəsindən 6 dəfə böyükdür.” Bu fikri əsaslandırın.

- 4 > Rənglənmiş sahənin 8 sm^2 olduğunu bilərək, düzgün çoxbucaqlının sahəsini tapın. O nöqtəsi çoxbucaqlının mərkəzidir.

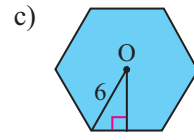
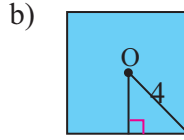
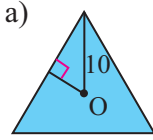


Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

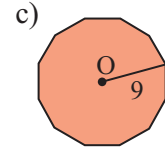
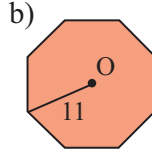
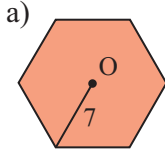
- 5 > Verilən ölçülərə görə düzgün çoxbucaqlının sahəsini tapın. O nöqtəsi çoxbucaqlının mərkəzidir.



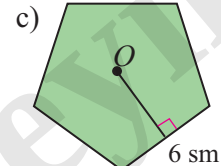
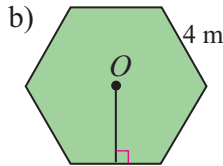
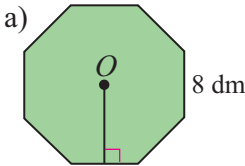
- 6 > Şəkiləki düzgün çoxbucaqlıların perimetrini və sahəsini tapın. O nöqtəsi çoxbucaqlının mərkəzidir.



- 7 > Şəkiləki düzgün çoxbucaqlıların perimetrini və sahəsini tapın.



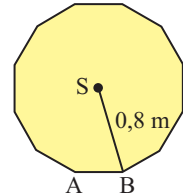
- 8 > Tərəfinin uzunluğu verilmiş düzgün çoxbucaqlıların sahələrini hesablayın. Şəkilə O nöqtəsi düzgün çoxbucaqlının mərkəzidir.



- 9 > Tərəfinin uzunluğu 12 sm olan düzgün doqquzbucaqlının sahəsini tapın.

- 10 > Diametri 12 sm olan çevrənin daxilinə düzgün altıbucaqlı çəkilmişdir. Bu altıbucaqlının apofemini tapın.

- 11 > Muzeydə eksponatın kənarlarına düzgün onikibucaqlı şəklində hasar çəkilmişdir. Sahənin mərkəzindən hər bir dirəyə qədər məsafə 0,8 m-dir. Eksponat üçün neçə kvadrat metr sahə ayrılmışdır?

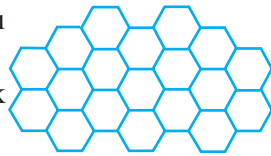


- 12 > a) Tərəfinin uzunluğu a olan düzgün altıbucaqlının apofemini $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ -yə bərabər olduğunu isbat edin.

- b) Sahəsi $54\sqrt{3}$ sm² olan düzgün altıbucaqlının apofemini tapın.

Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

- 13> Mətbəxə tərəfi 6 sm olan düzgün altıbucaqlı formalı metlaxlar döşənməlidir.
- a) Döşəmə üçün ən azı neçə rəng metlax seçmək lazımdır ki, iki qonşu metlax eynirəngli olmasın.
- b) Bir metlaxın sahəsini tapın.
- c) Ölçüləri $2,5 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ olan döşəmə üçün ən azı neçə belə metlax lazımdır?

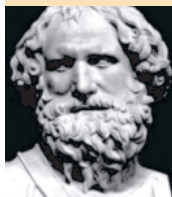


- 14> Məşhur Azərbaycan memarı Əcəmi Naxçıvanının şah əsəri Möminə xatun türbəsi Naxçıvan şəhərinin tarixi mərkəzi olan Atabəylər Memarlıq Kompleksindən dövrümüzə çatmış yeganə abidədir.

Türbə düzgün onbucaqlı formasındadır. Türbənin tutduğu sahəni hesablamaq üçün siz hansı ölçmələri aparardınız? Uyğun planı çəkib göstərin. Müxtəlif mənbələrdən türbənin real ölçüləri haqqında məlumat toplayın.



- 15> Şəkildə çevrənin daxilə və xaricə çəkilmiş düzgün altıbucaqlı təsvir edilmişdir. Daxilə çəkilmiş altıbucaqlının sahəsi 3 kvadrat vahiddirsə, xaricə çəkilmiş altıbucaqlının sahəsi neçə kvadrat vahiddir?



Tarixi məlumat. B.e.ə. 3-cü əsrdə Arximed π -nin ədədi qiymətini müəyyən etmək üçün çevrənin daxilə və xaricə çəkilmiş düzgün çoxbucaqlıların perimetrlərindən istifadə etmişdir. Bu üsulla π -nin qiymətini siz də araşdırın.

1. Çevrənin diametrini vahid qəbul etməklə

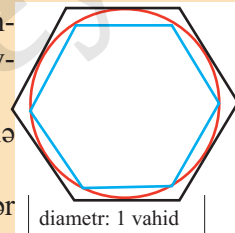
daxilə çəkilmiş altıbucaqlının perimetrini tapın.

2. Diametri vahid olan çevrənin uzunluğunun π -yə bərabər olduğunu göstərin.

3. Çevrənin radiusunu çəkin. Bir tərəfinin uzunluğunu tapmaqla xaricə çəkilmiş altıbucaqlının perimetrini tapın.

4. *Daxilə çəkilmiş altıbucaqlının perimetri* $< \pi < \text{xaricə çəkilmiş altıbucaqlının perimetri}$ bərabərsizliyini yazın.

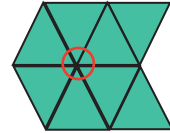
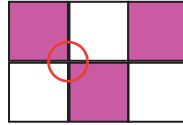
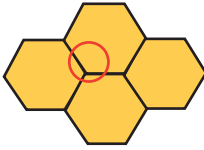
Arximed çoxbucaqlının tərəflərinin sayını 2 dəfə artırmaqla 12 bucaqlı üzərində və nəhayət 96 bucaqlı üzərində hesablamalarını davam etdirmiş və π -nin qiymətinin $3\frac{1}{7}$ -dən böyük, $3\frac{11}{70}$ -dən kiçik olduğunu müəyyən etmişdir.



Düzgün çoxbucaqlının sahəsi

Parqetləmə

Sahənin boşluq qalmayacaq şəkildə fiqurlarla örtülməsi parqetləmə adlanır.



Çoxbucaqlıların ortaq təpədəki bucaqlarının cəmi 360° olduqda parqetləmə boşluq qalmadan sahəni örtmək mümkündür. Düzgün üçbucaq, romb (kvadrat) və düzgün altıbucaqlıdan istifadə etməklə parqetləmə mümkündür. Lakin düzgün beşbucaqlılarla bunu etmək mümkün deyil. Çünki onun bir bucağının dərəcə ölçüsü 108° -dir. Bir təpədə üç beşbucaqlı ortaq təpəli olarsa, onların bucaqları cəmi $3 \cdot 108^\circ = 324^\circ$, dörd beşbucaqlı ortaq təpəli olarsa, $4 \cdot 108^\circ = 432^\circ$ olacaq.

Yalnız düzgün yeddibucaqlı ilə parqetləmə aparmaq mümkündürmü?

- 16 >** a) Qədim abidələr üzərində düzgün fiqurların müxtəlif düzülüşü ilə yeni naxışların yarandığını müşahidə etmək olar. Siz də bu naxışları araşdırın.

Yusif ibn Küseyir Türbəsi. Naxçıvan
Memarı. Əcəmi Əbubəkr oğlu Naxçıvani

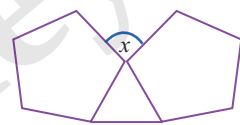
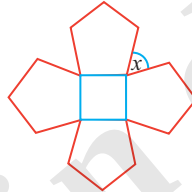
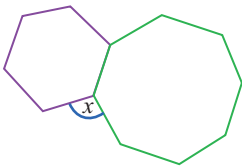


b) Qeyd edilmiş x bucağını tapın. Kompüter proqramlarının köməyi ilə verilən şəkilləri təkrarlamaqla yeni naxışlar yaradın.

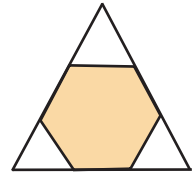
1) Təsvir düzgün altıbucaqlı və səkkizbucaqlıdan ibarətdir

2) Təsvir düzgün beşbucaqlılardan və kvadratdan ibarətdir.

3) Təsvir düzgün beşbucaqlılardan və üçbucaqdan ibarətdir.



- 17 >** Bərabərtərəfli üçbucağın daxilinə sahəsi 12 kvadrat vahidə bərabər olan düzgün altıbucaqlı çəkilmişdir. Bu üçbucağın sahəsini tapın.

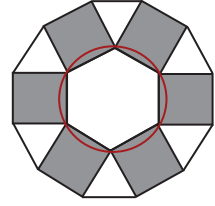


- 18 >** Köşkün döşəməsi düzgün səkkizbucaqlı formasındadır. Səkkizbucaqlının mərkəzindən təpəsinə qədər məsafə 1 m-dir. Köşkün döşəməsi üçün hər birinin sahəsi $0,2 \text{ m}^2$ olan taxtadan neçə dənə lazımdır?

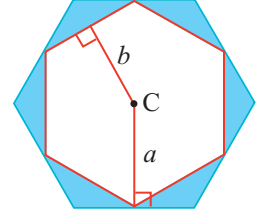


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

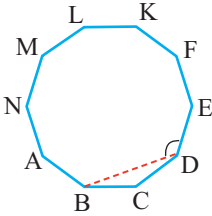
- 1 > Düzgün onikibucaqlı kvadrat və düzgün üçbucaqlarla quraşdırılmışdır. Şəkildəki çevrənin diametri 6 sm olarsa, onikibucaqlının perimetrini tapın.



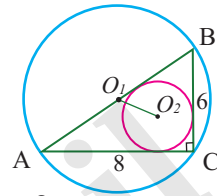
- 2 > Şəkildə göstərilən iki düzgün altıbucaqlıdan kiçik olanın tərəfləri böyük altıbucaqlının tərəflərinin ortalarında yerləşir. a və b altıbucaqlıların apofemləridir. $b = 6\sqrt{3}$ sm olarsa, rəngli hissənin sahəsini tapın.



- 3 > Şəkildə düzgün onbucaqlı təsvir edilmişdir. $\angle BDE$ -nin dərəcə ölçüsünü tapın.



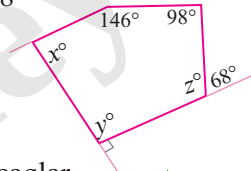
- 4 > Şəkildə $AC = 8$, $BC = 6$, $\angle C = 90^\circ$ $\triangle ABC$ -nin daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin mərkəzləri arasındakı O_1O_2 məsafəsini tapın.



- 5 > Bir bucağı verilən ölçüdə olan düzgün çoxbucaqlı varmı?

1) 155° b) 160° c) 175° d) 168°

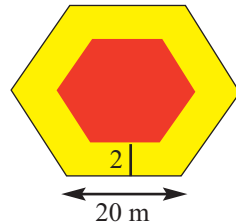
- 6 > Şəkildə verilən ölçülərə görə çoxbucaqlının dəyişənlə işarələnmiş daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.



- 7 > a) Çevrənin daxilinə və xaricinə bərabərtərəfli üçbucaqlar çəkilmişdir. Bu üçbucaqların sahələri nisbətini yazın. Məsələni müxtəlif üsullarla həll edin.
b) Kiçik üçbucağın daxilinə çevrə çəkin. Bu üçbucağın daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiusları nisbətini və uyğun dairələrin sahələri nisbətini yazın.



- 8 > Şəhər parkında düzgün altıbucaqlı şəkildə güllüyün tərəfləri boyu əkilmiş sarı zanbaqlar 2 m enində zolaq təşkil edir. Güllüyün - böyük altıbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu 20 m-dir. Sarı zanbaq əkilmiş hissənin sahəsini tapın.



1. Bərabərsizliklər

2. Vektorlar

Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti
Modullu bərabərsizliklərin həlli
İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər
İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi
Kvadrat bərabərsizliklər
Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

Vektorlar

Koordinat müstəvisində vektorlar

Vektorun istiqaməti

Vektorların toplanması və çıxılması

- Kollinear vektorların toplanması və çıxılması

- Vektorların toplanması

- Paraleloqram qaydası

- Yerdəyişmə və qruplaşdırma xassəsi

- Vektorların komponentlərindən

istifadə etməklə toplanması

Vektorun komponentləri və

trigonometrik nisbətlər

Vektorların tətbiqi ilə məsələ həlli

Vektorun ədədə vurulması



Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti

Bərabərsizliklər sistemi

Araşdırma. Alpinistlər sürətlərini 1 km/saat artırırsalar, zirvəyə qədər 4 km yolu 2 saatdan tez qət edərlər. Əgər onlar sürətlərini 1 km/saat azaltsalar, 2 saata zirvəyə çata bilməzlər. Alpinistlər hansı sürətlə hərəkət edirlər?

Həlli: Alpinistlərin sürətini x qəbul edək.

Sürəti 1 km/saat artırırsalar, 2 saatda getdikləri yol 4 km-dən çox olar.

Uyğun bərabərsizlik: $2(x + 1) > 4$

Sürəti 1 km/saat azaltsalar, 2 saatda getdikləri yol 4 km-dən az olar.

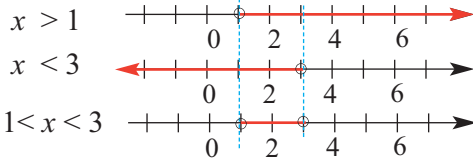
Uyğun bərabərsizlik: $2(x - 1) < 4$

Məsələnin şərtinə görə x -in $2(x + 1) > 4$ və $2(x - 1) < 4$ bərabərsizliklərini ödəyən, yəni hər iki bərabərsizliyi doğru edən qiymətlərini tapmalıyıq.

“Və” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklər { fiqurlu mötərizəsinin köməyi ilə yazılır və onlara bərabərsizliklər sistemi deyilir.

Verilən məsələdə $\begin{cases} 2(x + 1) > 4 \\ 2(x - 1) < 4 \end{cases}$ bərabərsizliklər sistemini həll etməliyik.

Sistemin hər bir bərabərsizliyini eynigüclü bərabərsizliklə əvəz etsək, $\begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}$ alarıq. Sistemə daxil olan bərabərsizliklərin həllər çoxluqlarını ədəd oxu üzərində təsvir edək və onların kəsişməsini (ortaq hissəsini) tapaq.



Bərabərsizliklər sistemini həll etmək üçün hər bir bərabərsizliyi həll edib həllər çoxluğunu tapmaq və bu çoxluqların kəsişməsini, yəni ortaq hissəsini götürmək lazımdır.

Cavab: Sistemin həlli $(1; 3)$ aralığıdır.

Öyrənmə tapşırıqları

1 > $-3; 0; 5$ ədədlərindən hansılar verilmiş bərabərsizliklər sisteminin həllidir?

a) $\begin{cases} 3 - x \leq 7 \\ 1 - 3x > -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 > 2 \\ 9 - 2x > -21 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 7 > 4 \\ 3 - 2x \leq 5 \end{cases}$

2 > Bərabərsizliklər sistemini həll edin. Həllin qrafik təsvirini çəkin.

a) $\begin{cases} 4 - x \leq 8 \\ 1 - 3x > -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2 > 3 \\ 3 - 2x > -17 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 15 > 0 \\ 4x < 12 \end{cases}$

3 > Bərabərsizliklər sistemini həll edin, həllin qrafik təsvirini çəkin.

a) $\begin{cases} 7x - 11 \geq 3 \\ 2x < 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5(x - 3) - x < 1 \\ 3(x - 2) - 2 < 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3 \\ 3 - 3x < 8 - 2x \end{cases}$

4 > Arqumentin hansı qiymətlərində $y = x - 4$ və $y = 8 - x$ funksiyalarının hər ikisi müsbət qiymətlər alır?

5 > Arqumentin hansı qiymətlərində $y = 0,5x + 2$ və $y = 3 - 3x$ funksiyaları eyni zamanda: a) müsbət; b) mənfi; c) -3 -dən böyük; d) 3 -dən kiçik qiymətlər alır?

Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti

6 > Bərabərsizliklər sistemini həll edin.

$$a) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x-2}{3} < 2 \\ \frac{x+1}{3} > 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3} \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{5} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x-5}{6} \leq \frac{3x-1}{4} \\ 5(x+2) > 3(x+3) \end{cases}$$

7 > x -in hansı qiymətlərində ifadənin mənası var?

$$a) \sqrt{x-5} + \sqrt{7-x}$$

$$b) \sqrt{2x+3} - \sqrt{3-x}$$

$$c) \sqrt{x+8} + \sqrt{2x+4}$$

8 > Tam ədədin 2 mislinə ədədin yarısını əlavə etdikdə cəm 92-dən kiçik olur. Bu ədədin 2 mislindən ədədin yarısını çıxıqda isə fərq 53-dən böyük olur. Bu tam ədədi tapın.

9 > 10,8 kq 60 %-li duz məhluluna 20%-li duz məhlulu qarışdırılır. İkinci məhluldan nə qədər qarışdırılmalıdır ki, qarışıqın duzluluğu 40% -dən çox, 30 % -dən isə az olmasın?

10 > Üçbucağın bir tərəfi 5 m, ikinci tərəfi 8 m-dir. Üçbucağın perimetri 22 m-dən kiçikdirsə, üçüncü tərəfin uzunluğu neçə metr ola bilər?

Bərabərsizliklər heyəti

Məsələ. Nərgiz və Elşən ədədlər üzərində qurulmuş oyun oynayırlar. Hər biri bir ədəd kartı çıxarır və üzərinə 5 əlavə edir. Cavab 10-dan kiçik və ya 15-dən böyük olarsa, kartı çıxaran xal qazanır. Elşənin bir kart çıxarıb xal qazandığı situasiyanı bərabərsizliklə ifadə edin.

Çıxarılan kartdakı ədəd x olsun. Tələb olunan situasiyanı $x + 5 < 10$ və ya $x + 5 > 15$ bərabərsizlikləri ilə ifadə etmək olar.

“Və ya” bağlayıcısı ilə əlaqəli bərabərsizliklər [mötərizəsinin köməyiylə yazılır və onlara bərabərsizliklər heyəti deyilir.

Bərabərsizliklər heyətini həll etmək üçün hər bir bərabərsizliyin həllər çoxluğunu tapıb, bu çoxluqların birləşməsini götürmək lazımdır.

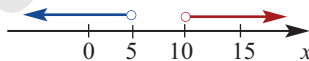
$$\begin{cases} x + 5 < 10 \\ x + 5 > 15 \end{cases} \text{ heyətini həll edək.}$$

$$1) \begin{aligned} x + 5 &< 10 \\ x &< 10 - 5 \\ x &< 5 \end{aligned}$$

heyətin 1-ci bərabərsizliyinin həlli
($-\infty$; 5) aralığıdır.

$$2) \begin{aligned} x + 5 &> 15 \\ x &> 15 - 5 \\ x &> 10 \end{aligned}$$

heyətin 2-ci bərabərsizliyinin həlli (10; $+\infty$) aralığıdır.



Verilmiş bərabərsizliklər heyətinin həlli ($-\infty$; 5) $\cup$ (10; $+\infty$) çoxluğuudur.

Bərabərsizliklər sistemi və bərabərsizliklər heyəti

Öyrənmə tapşırıqları

- 11> Bərabərsizliklər heyətini həll edin.

a) $\begin{cases} x - 1 > 4 \\ x + 1 < -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 12 > 3 \\ 2x + 1 < -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3(x - 1) - x \geq 5 \\ 2(3 - x) - 3 < x \end{cases}$

- 12> Vuruqların işarələrinin müxtəlif variantlarını araşdırmaqla bərabərsizlikləri həll edin.

a) $(x + 1)(x - 2) > 0$

b) $(x - 1)(x - 3) > 0$

c) $(x - 2)(x - 5) < 0$

d) $(x + 3)(x - 6) \leq 0$

Nümunə. a) $(x + 1)(x - 2) > 0$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: İki vuruğun hasilinin müsbət olması üçün vuruqlar eyni işarəli olmalıdır. Deməli, ya $(x + 1)$ və $(x - 2)$ vuruqlarının hər ikisi müsbət, ya da hər ikisi mənfi olmalıdır.

Verilmiş bərabərsizlik $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases}$ heyətinin həllinə gətirilir.

Heyətin birinci sisteminin həlli:

$$\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -1 \\ x > 2 \end{cases}$$

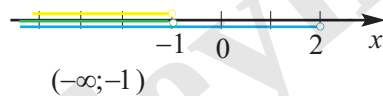
Həndəsi təsviri:



Heyətin ikinci sisteminin həlli:

$$\begin{cases} x + 1 < 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -1 \\ x < 2 \end{cases}$$

Həndəsi təsviri:



Verilmiş bərabərsizliyin həlli $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ olur.

- 13> Kəsrin surət və məxrəcinin işarələrinin müxtəlif variantlarını araşdırmaqla, bərabərsizlikləri həll edin.

a) $\frac{x - 1}{x - 3} < 0$

b) $\frac{x - 2}{x + 1} > 0$

- 14> Hansı ədədin kvadratı bu ədədin 5 mislindən böyük deyildir? Bu şərti ödəyən tam ədədlərin cəmini tapın.

- 15> a -nın hansı qiymətlərində bərabərsizliklər sisteminin heç olmasa bir həlli var?

a) $\begin{cases} x < 9 \\ x > a \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \leq 10 \\ x > a \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq a \end{cases}$

d) $\begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq a \end{cases}$

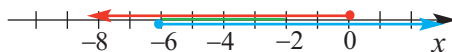
Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər sistemi, bərabərsizliklər heyəti

Modullu bərabərsizlik	Ekvivalent ikiqat bərabərsizlik	Ekvivalent bərabərsizliklər sistemi və heyəti
$ ax + b < c$	$-c < ax + b < c$	$\begin{cases} ax + b < c \\ ax + b > -c \end{cases}$
$ ax + b \leq c$	$-c \leq ax + b \leq c$	$\begin{cases} ax + b \leq c \\ ax + b \geq -c \end{cases}$
$ ax + b > c$	$ax + b > c$ və ya $ax + b < -c$	$\begin{cases} ax + b > c \\ ax + b < -c \end{cases}$
$ ax + b \geq c$	$ax + b \geq c$ və ya $ax + b \leq -c$	$\begin{cases} ax + b \geq c \\ ax + b \leq -c \end{cases}$

Nümunə 1. $|2x + 3| \leq 3 - x$

Həlli: $\begin{cases} 2x + 3 \leq 3 - x \\ 2x + 3 \geq x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq -6 \end{cases}$



Cavab: $[-6; 0]$

Nümunə 2. $|2x - 5| \geq x + 2$

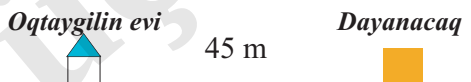
Həlli: $\begin{cases} 2x - 5 \geq x + 2 \\ 2x - 5 \leq -x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 1 \end{cases}$



Cavab: $(-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$

Öyrənmə tapşırıqları.

- Modullu bərabərsizlikləri həll edin. Həlli ədəd oxu üzərində təsvir edin.
 - $|5x + 3| - 4 \geq 9$
 - $|10 - 4x| \leq 2$
 - $|3 + x| + 7 < 10$
 - $|4 - x| < 5$
 - $|3x - 9| + 2 > 7$
 - $|3x + 2| - 1 \geq 10$
 - $|2x + 3| > 4 + x$
 - $6 - 2x > |x + 12|$
 - $|2x + 5| - 1 < 6x - 2$
- a -nın elə qiymətini göstərin ki, $|x - 3| \leq a - 2$ bərabərsizliyinin həlli olsun və bu həlli tapın. a -nın həmin qiyməti üçün $|x - 3| > a - 2$ bərabərsizliyini də həll edin.
- Avtobus dayanacağı Oqtaygilin evindən 45 m aralıdadır. Dayanacağı indiki yerləşdiyi yerdən ən çoxu 30 m uzağa köçürmək planlaşdırılır. Dayanacağın yeni yerinin Oqtaygilin evindən məsafəsini bərabərsizliklə göstərin.



- Oyuncaq topların kütləsinin 150 q olması nəzərdə tutulmuşdur. Topun kütləsinin bundan 20 q ağır və ya yüngül olması normal hesab edilir. Topun kütləsinin dəyişmə intervalını modullu bərabərsizlik yazmaqla müəyyən edin.

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan bərabərsizliklər

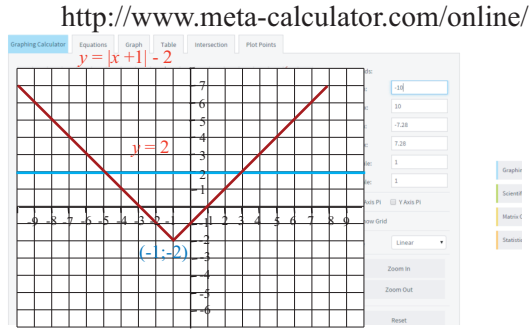
- 5 > Şəkində qrafikalkulyatorda qurulmuş

$$y = |x+1| - 2 \text{ və } y = 2$$

funksiyalarının qrafikləri verilmişdir.

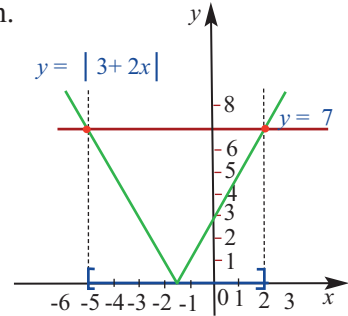
Qrafiki dəftərinizdə çəkin və bu iki qrafikdən istifadə etməklə:

- $|x+1| - 2 = 2$ tənliyinin;
- $|x+1| - 2 < 2$ bərabərsizliyinin;
- $|x+1| - 2 > 2$ bərabərsizliyinin həllərini göstərin.



- 6 > Modullu bərabərsizlikləri həll edin. Həlli qrafik olaraq təqdim edin. a) bəndinə uyğun qrafik verilmişdir.

- $|3 + 2x| < 7$
- $|4 - 2x| > 4$
- $|3x - 6| \leq 6$
- $|x - 1| < 1 - 2x$
- $|x + 2| > 2x + 1$
- $|x - 3| < x + 1$



- 7 > Atəşfəşanlıqda yaranan müxtəlif rənglər istifadə olunan kimyəvi maddənin yanması ilə əldə edilir.

- Tərkibində stronsium olan maddə yanarkən, uzunluğu $|w - 643| < 38$ bərabərsizliyini ödəyən işıq dalğaları yaranır. Bu zaman havada hansı rəng görünür?
- Tərkibində mis olan maddə yanarkən uzunluğu $|w - 455| < 23$ bərabərsizliyini ödəyən işıq dalğaları yaradır. Bu zaman havada hansı rəng görünür?
- Tərkibində barium-xlorid olan maddə yanarkən uzunluğu $|w - 519,5| < 12,5$ bərabərsizliyini ödəyən işıq dalğaları yaradır. Bu zaman havada hansı rəng görünür?

Rəng	Dalğa uzunluğu
Ultrabənövşəyi	$w < 400$
Bənövşəyi	$400 \leq w \leq 424$
Mavi	$424 \leq w \leq 491$
Yaşıl	$491 \leq w \leq 575$
Sarı	$575 \leq w \leq 585$
Narıncı	$585 \leq w \leq 647$
Qırmızı	$647 \leq w \leq 700$
İnfraqırmızı	$w \geq 700$

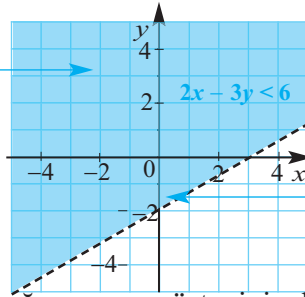
- Tərkibində natrium olan maddə yanarkən uzunluğu $|w - 600| < 5$ bərabərsizliyini ödəyən işıq dalğaları yaradır. Bu zaman havada hansı rəng görünür?

İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər

İkidəyişənli xətti bərabərsizlik

$ax + by < c$, $ax + by \leq c$, $ax + by > c$, $ax + by \geq c$ şəklində olan bərabərsizliklər **ikidəyişənli xətti bərabərsizliklərdir**. $(x;y)$ cütünün bərabərsizliyi doğru ədədi bərabərsizliyə çevirən qiymətlərinə onun həlli deyilir. $ax+by=c$ iki dəyişənli xətti tənliyinin qrafikinə köməyi ilə koordinat müstəvisi üzərində ikidəyişənli xətti bərabərsizliklərin bütün həllərini göstərmək mümkündür. **Məsələn**, $2x - 3y < 6$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğunu $2x - 3y = 6$ ikidəyişənli xətti tənliyinin qrafikinə köməyi ilə göstərək. $2x - 3y = 6$ tənliyinin qrafiki olan düz xətt sərhəd xəttidir.

$2x - 3y = 6$ tənliyinin qrafiki koordinat müstəvisini iki yarımmüstəviyə ayırır. Rənglənmiş yarımmüstəvi hissəsinin bütün nöqtələri $2x - 3y < 6$ bərabərsizliyinin bütün həllərini göstərir.



$2x - 3y < 6$ bərabərsizliyinin bütün həlləri $2x - 3y = 6$ sərhəd xəttinin bir tərəfində yerləşir.

- Bərabərsizliyin həllinə uyğun yarımmüstəvinin düzgün seçildiyinə əmin olmaq üçün növbə ilə hər yarımmüstəvidən sınaq nöqtəsi seçilir. Bərabərsizliyin doğru olduğu nöqtənin yerləşdiyi yarımmüstəvi rənglənir.
- Əgər bərabərsizlik $>$, $<$ işarələri ilə ifadə olunursa, sərhəd xəttini təşkil edən nöqtələr çoxluğu qrafikə aid olmur və $ax + by = c$ tənliyinin qrafiki qırıq xətlərlə çəkilir.
- Əgər bərabərsizlik $\geq$, $\leq$ işarələri ilə ifadə olunursa, sərhəd xəttini təşkil edən nöqtələr çoxluğu qrafikə aid olur və o, bütöv xətt olaraq çəkilir.

Nümunə 1. a) $12x - 6y > 0$

1. Bərabərsizliyi y dəyişəninə görə həll edək:

$$12x - 6y > 0; -6y > -12x, y < 2x$$

2. $y = 2x$ düz xəttini quraq və qırıq xətlərlə çəkək.

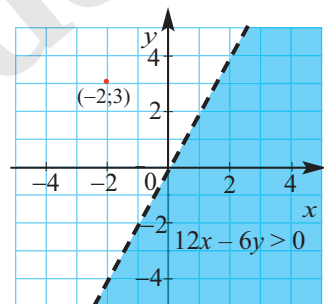
3. $(-2; 3)$ nöqtəsində bərabərsizliyi yoxlayaq.

$$\text{Sol tərəf: } 12x - 6y = 12 \cdot (-2) - 6 \cdot (3) = -42$$

Sağ tərəf: 0.

$$-42 > 0 \text{ bərabərsizliyi doğru deyil. Bu nöqtənin}$$

yerləşdiyi yarımmüstəvinə deyil, digər yarımmüstəvinə rəngləməliyik.

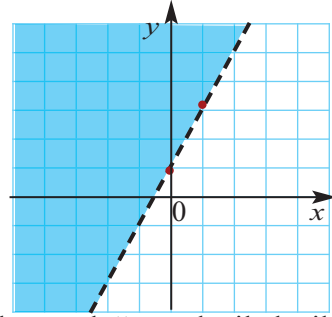


b) $12x - 6y < 0$ bərabərsizliyinin həllini $y = 2x$ xətti funksiyasının qrafikinə görə siz təsvir edin.

İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər

Nümunə 2. Qrafikə uyğun bərabərsizliyi yazın.

1. Sərhəd xəttinin $y = kx + b$ tənliyini müəyyən edək. Qrafik y oxunu $(0, 1)$ nöqtəsində kəsir. Deməli, $b = 1$. Qrafik üzərindəki $(1; 3)$ nöqtəsinə görə $k = 2$ olduğunu müəyyən etmək olar: $y = kx + 1$ bərabərsizliyində $(1; 3)$ nöqtəsinin koordinatlarına görə $3 = k \cdot 1 + 1$ və $k = 2$ alırıq. Sərhəd xəttinin tənliyi: $y = 2x + 1$, sərhəd xətti qırıq xətlərlə çəkildiyindən bərabərsizliyin həllər çoxluğuna daxil deyil. Bərabərsizliyin həllər çoxluğu kimi göstərilmiş hissədən $(-2; 3)$ sınaq nöqtəsinə seçək və yoxlayaq. Sol tərəf $y = 3$, sağ tərəf $2x + 1$: $2(-2) + 1 = -3$. Sol tərəf $>$ sağ tərəf, deməli, $y > 2x + 1$ bərabərsizliyi ödənilir. Yəni şəkildə rənglənmiş yarımmüstəvi $y > 2x + 1$ ikidəyişənli xətti bərabərsizliyin həllər çoxluğudur.



Öyrənmə tapşırıqları

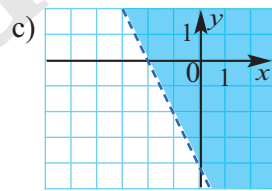
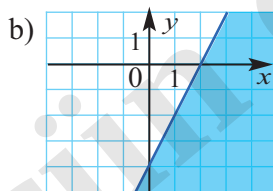
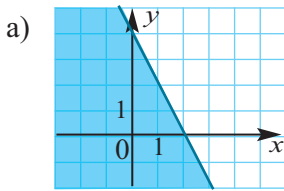
- 1 > Yoxlayın. Koordinatları verilmiş nöqtələrdən hansı bərabərsizliyin həllidir?
- | | | | |
|--------------------|------------------|--------------------------|-----------------|
| a) $x \leq -5$; | (0; 2), (-5; 1) | b) $2y \geq 9$; | (1; -6), (0; 6) |
| c) $y < -2x + 7$; | (-2; 2), (3; -8) | d) $19x + y \geq -0,5$; | (2; 3), (-1; 0) |

- 2 > Bərabərsizliklərin həllini qrafik olaraq təsvir edin.

- | | | | |
|----------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| a) $y < -3$ | b) $x > -2$ | c) $x + y \geq -1$ | d) $x - y \leq -2$ |
| e) $x + y < 4$ | f) $x - y \leq 5$ | g) $x + y > 3$ | h) $3x - y < 3$ |

- 3 > Hansı qrafik hansı bərabərsizliyə aiddir?

- | | | |
|--------------------|------------------|--------------------|
| 1) $2x - y \geq 4$ | 2) $-2x - y < 4$ | 3) $2x + y \leq 4$ |
|--------------------|------------------|--------------------|



- 4 > $x + 2y > 8$ bərabərsizliyinin həllinə uyğun qrafik təsviri çəkin. Tələb olunan göstəriciləri yazın.

- absis oxunu kəsdiyi nöqtəni
- sərhəd xəttinin tənliyini
- ordinat oxunu kəsdiyi nöqtəni
- yoxlama nöqtəsinə (0; 0)

- 5 > Torbada 20 qəpiklik və 50 qəpikliklər olmaqla ən azı 30 manat pul var. Qəpikliklərin sayını göstərən bərabərsizliyi yazın. Həlli qrafik təsvir edin.

İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər

Tətbiq tapşırıqları.

Nümunə 1. Teatra böyükər üçün bir biletin qiyməti 16 manat, uşaqlar üçün isə 4 manatdır. Bilet satışından kassaya daxil olan pul 160 manatdan çox deyil. Satılan biletlərin sayının müxtəlif variantlarını müəyyən edin.

Məsələnin şərtinə uyğun ədədi məlumatlar və dəyişənlər.

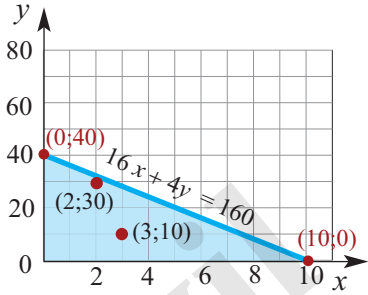
Böyükər üçün bir biletin qiyməti	·	biletlərin sayı	+	Uşaqlar üçün bir biletin qiyməti	·	biletlərin sayı	≤	Daxil olan pul
16		x		4		y		160

Riazi yazılış: $16x + 4y \leq 160$

1. Bərabərsizliyi həll etmək üçün $16x + 4y = 160$ tənliyindən $y = -4x + 40$ yazaq və bu xətti funksiyasının qrafikini quraq. Biletlərin sayı mənfi ədəd ola bilməz. Ona görə də qrafiki yalnız I rübdə quraq. Qrafikin koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini müəyyən edək: $(10;0)$ və $(0;40)$. Bu nöqtələri düz xətt parçası ilə birləşdirək.

2. Qrafik və koordinat oxları ilə hüdudlanmış fiquru rəngləyək.

3. Rəngli hissədən götürülmüş x və y -in istənilən tam qiyməti bu bərabərsizliyin həllidir. $(0;40)$ nöqtəsi: “bütün biletlər uşaqlar üçün alınmışdır, yəni 40 bilet alınmışdır” məlumatına uyğundur. $(0;10)$ nöqtəsi satılan bütün biletlərin böyükər üçün olduğunu göstərir. Həmçinin qrafikin rəngli hissəsindən götürülmüş istənilən nöqtənin koordinatları (tam ədədlərlə) $16x + 4y \leq 160$ bərabərsizliyinə uyğun olmaqla məsələnin həllidir.



- 6 > Torbada gümüş və qızıl pullar var. Hər qızıl pulun kütləsi 5 q, hər gümüş pulun kütləsi 8 q-dır. Torbanın kütləsi 80 q-dan çox deyil.
- a) Qızıl və gümüş pulların sayını göstərən bərabərsizliyi yazın və qrafikini qurun. b) Torbadakı bütün pullar qızıl olarsa, onların sayı neçə ola bilər? Mümkün variantlardan üçünü yazın.
- 7 > Ayşən müsabiqədə kinoya 30 manatlıq kupon qazanıb. Kinoteatrda gündüz seanslarının qiyməti 5 manat, axşam seanslarının qiyməti 7,5 manatdır.
- a) Ayşənin kupona görə gedə biləcəyi axşam və gündüz seanslarının sayını göstərən bərabərsizliyi yazın. Qrafikini qurun. b) Qrafikə görə seansların sayının üç mümkün variantını yazın.
- 8 > **Açıq tipli sual.** Bərabərsizliyin qurulmasını tələb edən məsələ tərtib edin. Məsələn, xərclənən pul ən çoxu 12 manat, 1 kq heyvanın qiyməti 2 manat, 1 kq narın qiyməti 3 manatdır. Bu meyvələrin hər birindən hansı miqdarda almağın mümkün variantlarını qrafik təsvirlə göstərin.

İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

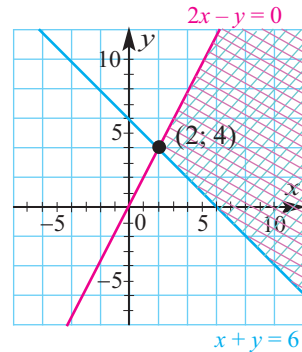
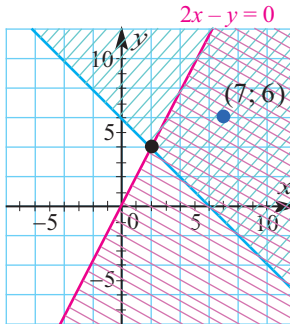
İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

Xətti bərabərsizliklər sisteminə daxil olan bütün bərabərsizliklərin ödənilməsi nöqtələr çoxluğunun koordinatları - $(x; y)$ ədədlər cütü bu sistemin həlləridir. Xətti bərabərsizliklər sisteminin qrafik təsvirinin qurulmasını aşağıdakı nümunə üzərində yerinə yetirək.

Nümunə 1. $\begin{cases} x + y \geq 6 \\ 2x - y \geq 0 \end{cases}$

1. $x + y = 6$ sərhəd xətti vasitəsilə $x + y \geq 6$ bərabərsizliyinə uyğun qrafiki quraq, uyğun sahəni mavi xətlərlə təsvir edək.

2. $2x - y = 0$ tənliyi vasitəsilə $2x - y \geq 0$ bərabərsizliyinin qrafikini



quraq və uyğun müstəvi hissəsini qırmızı xətlərlə təsvir edək.

3. Müstəvinin hər iki rənglə rənglənmiş hissəsində yerləşən nöqtələr çoxluğu verilmiş bərabərsizliklər sisteminin həllidir.

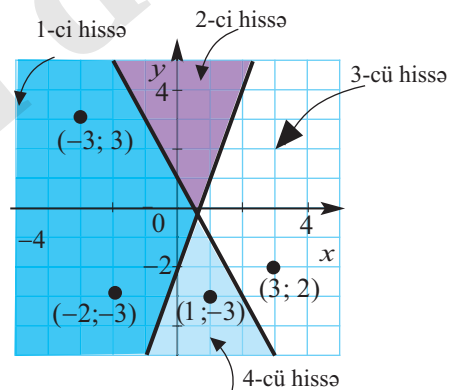
4. Buradan bir nöqtə məsələn, $(7; 6)$ seçək və onun koordinatlarının bu bərabərsizliklər sistemini ödədiyini yoxlayaq:

$$\begin{cases} x + y \geq 6 \\ 2x - y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7 + 6 \geq 6 \\ 2 \cdot 7 - 6 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 13 \geq 6 \\ 8 \geq 0 \end{cases}$$

Hər iki rəngin olduğu sahənin hər bir $(x; y)$ nöqtəsinin koordinatları verilmiş bərabərsizliyin həllidir. Bərabərsizliklərin şərtinə görə sərhəd xətləri də bərabərsizliyin həllinə aiddir, ona görə də bütöv xətlərlə çəkilmişdir.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > **Araşdırma.** $3x - y = 2$ və $2x + y = 1$ tənliklərinə uyğun düz xətlərin qrafikləri koordinat müstəvisini 4 hissəyə ayırmışdır. Qeyd olunmuş nöqtələrin hansı bərabərsizliklər sisteminin həlli olduğunu yoxlamaqla hər hissəyə uyğun bərabərsizliklər sistemini müəyyən edin.



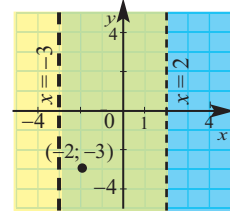
- a) $\begin{cases} 3x - y \leq 2 \\ 2x + y \leq 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y \geq 2 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y \geq 2 \\ 2x + y \leq 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - y \leq 2 \\ 2x + y \geq 1 \end{cases}$

İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

Nümunə 2. Koordinat müstəvisində $-3 < x < 2$ bərabərsizliyini qrafik təsvir edin.

1. $-3 < x < 2$ ikiqat bərabərsizliyini $\begin{cases} x > -3 \\ x < 2 \end{cases}$ bərabərsizliklər sistemi kimi yazmaq.

2. $x > -3$ bərabərsizliyini qrafik təsvir edək: $x = -3$ tənliyinə uyğun düz xətti qırıq xətlə koordinat müstəvisində çəkək. Bu düz xətdən sağda olan yarımmüstəvinin bütün nöqtələri $x > -3$ bərabərsizliyinin həllidir.



3. $x < 2$ bərabərsizliyinin qrafik təsviri: $x = 2$ tənliyinə uyğun düz xətti qırıq xətlə koordinat müstəvisində çəkək. Bu düz xətdən solda qalan yarımmüstəvinin bütün nöqtələri $x < 2$ bərabərsizliyinin həllidir.

4. Koordinat müstəvisində həm $x > -3$, həm də $x < 2$ bərabərsizliyinə aid olan müstəvi hissəsi $-3 < x < 2$ bərabərsizliyinin həllini təsvir edir. $x = -3$ və $x = 2$ qrafikə aid deyil.

5. Yoxlama: $(-2; -3)$ sınaq nöqtəsində yoxlayaq: $-3 < -2 < 2$

2 > Bərabərsizliklər sistemini qrafik üsulla həll edin. Sınaq nöqtəsi seçməklə həllinizi yoxlayın.

a) $\begin{cases} x < 5 \\ x > -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y > -2 \\ y \leq 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + y < 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y < x + 4 \\ y \geq -2x + 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y > -8 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$

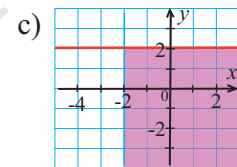
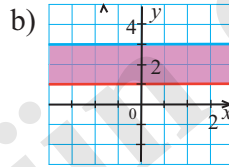
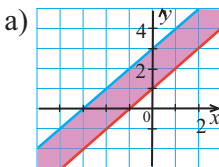
f) $\begin{cases} y > -3x \\ x \leq 5y \end{cases}$

g) $\begin{cases} x - y > 7 \\ 2x + y < 8 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 7x + y > 0 \\ 3x - 2y \leq 5 \end{cases}$

i) $\begin{cases} -x < y \\ x + 3y > 8 \end{cases}$

3 > Hər bir qrafikə uyğun bərabərsizliklər sistemi yazın.

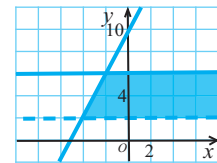
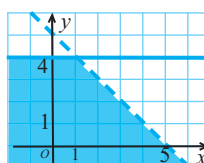
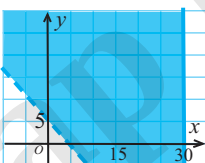


4 > Verilmiş qrafiklərə uyğun bərabərsizliklər sistemi yazın. Sınaq nöqtəsi seçməklə həllinizi yoxlayın. Sistemə neçə bərabərsizlik daxildir?

a) (15; 10)

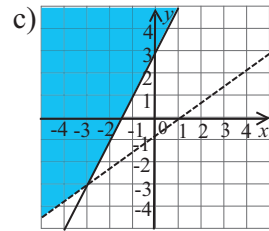
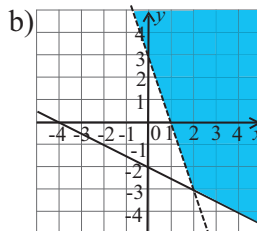
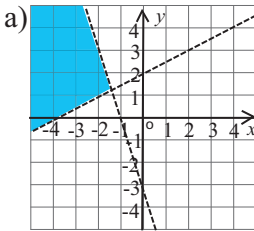
b) (1; 1)

c) (2; 4)



İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

5 > Qrafik təsvirə uyğun bərabərsizliklər sistemini yazın.



Tətbiq tapşırıqları.

Əksər real həyati situasiyalara uyğun xətti bərabərsizliklər sisteminin qrafiki koordinat müstəvisinin birinci rübündə qurulur.

Nümunə 3. İki konveyerdən birində xüsusi qarışıqlardan alınmış metal qazanlar, digərində isə mis qazanlar istehsal edilir. Hər iki konveyer tam gücü ilə işlədikdə gündə ən çoxu 300 qazan istehsal edilir. Paslanmayan metaldan hazırlanmış qazanlara tələbat yüksək olduğundan, onların gündəlik istehsal sayının mis qazanlardan ən azı 150 ədəd çox olmasına çalışılır. Gündəlik istehsal edilən qazanların sayını göstərən bərabərsizliklər sistemi yazın və qrafik təsvir edin.

Həlli: 1. Paslanmayan qazanların sayını x , mis qazanların sayını y qəbul edək. Məsələnin şərtinə görə aşağıdakı bərabərsizliklər sistemini yazsa bilərik:

$$\begin{cases} x + y \leq 300 \\ x - y \geq 150 \end{cases}$$

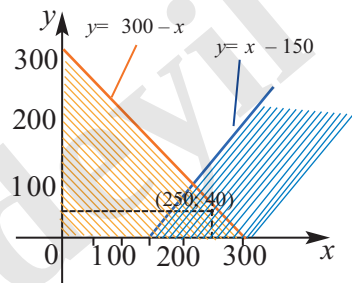
2. $x + y \leq 300$ bərabərsizliyinin həllini $y = 300 - x$ düz xətti və bu xətdən aşağıda qalan yarım-müstəvi hissəsi təsvir edir.

$x - y \geq 150$ bərabərsizliyinin həllini $y = x - 150$ düz xətti və bu xətdən aşağıda qalan yarım-müstəvi hissəsi təsvir edir.

$\begin{cases} x + y \leq 300 \\ y + 150 \leq x \end{cases}$ bərabərsizliklər sisteminin həlli sərhəd xətləri də daxil olmaqla hər iki bərabərsizliyin həllini əhatə edən iki rənglə rənglənmiş müstəvi hissəsinin bütün nöqtələridir.

3. Bu hissədən götürülmüş $(250; 40)$ sınaq nöqtəsi üçün bərabərsizliklər sistemini yoxlayaq. $250 + 40 \leq 300$, $250 - 40 \geq 150$; $290 \leq 300$, $210 \geq 150$. Bərabərsizliyin həlli düzgün müəyyən edilmişdir.

6 > Natiq mağazada satdığı hər yeşik limonaddan 2 manat, hər yeşik keksdən 1 manat qazanc əldə edir. Natiq gündə ən çoxu 15 yeşik satmaqla ən azı 20 manat pul qazanmağı planlaşdırır. Bu şərtlərə görə limonad və keksin yeşiklərlə sayının mümkün variantlarını bərabərsizlik sistemi ilə yazın və qrafik olaraq göstərin.



İkidəyişənli xətti bərabərsizliklər sistemi

- 7 > Sağlam qida rasionunu müəyyənləşdirərkən dietoloq-həkim A və B ərzaqlarını elə qarışdırmaq istəyir ki, qarışıqda ən azı 50 q protein olsun. Alınan qarışığın enerji dəyəri isə 600 kaloridən çox olmasın. Cədvəldə bir fincan ərzaqdakı uyğun qida dəyərləri verilmişdir. Verilən cədvələ görə həkim hər ərzaqdan neçə fincan qarışdırmalıdır?

Ərzaq	Protein (q/fincan)	Enerji dəyəri (kalori/fincan)
A	20	100
B	10	200

- 8 > Ləman idman kompleksinə gəldi və aşağıdakı elanı oxudu.

Məşqlər və bir dəqiqədə sərf olunan kalori:

Qaçış zolağı	orta sürətlə – 6	yüksək sürətlə – 12
Dırmaşma nərdvanları	orta sürətlə – 7	yüksək sürətlə – 10
Velosiped	orta sürətlə – 5	yüksək sürətlə – 12

- a) Ləman bu gün ən çoxu 45 dəqiqə velosiped sürməklə ən azı 400 kalori itirmək istəyir. O, buna neçə dəqiqə yüksək sürətlə, neçə dəqiqə orta sürətlə velosiped sürərək nail ola bilər?
- b) Verilən məlumata görə iki məsələ yazın və qrafik olaraq təqdim edin.
- 9 > Qadın voleybol komandasına daxil olan idmançıların boyu 1 m 60 sm-dən 2 m-ə qədər olmaqla müxtəlifdir. Onların kütləsi isə 55 kq-dan 75 kq-a qədər dəyişir. Bu komandanın oyunçularının boyunu və kütləsini göstərən bərabərsizliklər sistemini yazın və qrafikini çəkin.
- 10 > Üzmə hovuzlarında suyun pH ölçüsü 7,4 və 7,6 vahid arasında, xlorlaşma göstəricisi isə 1,0 və 1,5 PPM-dir (parts per million). pH göstəricisini p , xlorlama səviyyəsini c qəbul etməklə suyun norma daxilində pH və xlorlama səviyyəsini göstərən bərabərsizliklər sistemi yazın və qrafikini qurun.
- 11 > **Açıq tipli sual.** Sərhəd xətti qrafikə aid olan ikidəyişənli bərabərsizlik yazın və qrafikini qurun.
- b) Sərhəd xətti qrafikə aid olmayan bərabərsizlik yazın və qrafikini qurun.
- 12 > Koordinat müstəvisində aşağıdakı bərabərsizliklər sistemi ilə verilmiş nöqtələr çoxluğunu ştrixləməklə göstərin.

a)
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x \geq 2 \\ y \leq 5 \\ 2y - x \geq 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + y \geq -2 \\ y - x \leq 2 \\ 2x + y \leq 2 \end{cases}$$

Kvadrat bərabərsizliklər

Araşdırma:

1) $y = x^2 - 2x - 3$ parabolasının absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrini tapın.

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad x = -1, \quad x = 3$$

2) Təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

$$m = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1, \quad n = m^2 - 2m - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

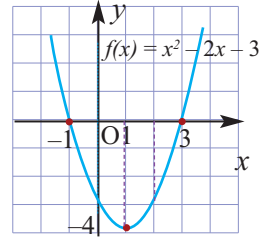
3) Parabolanı qurun.

4) Parabola üzərində yerləşən və absisi $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ olan nöqtələrin ordinatlarının işarələrini müəyyən edin.

5) x -in hansı qiymətlərində parabola absis oxundan aşağıda yerləşir?

6) x -in hansı qiymətlərində parabola absis oxundan yuxarıda yerləşir?

7) 5-ci və 6-cı bənddəki suallara cavab vermək üçün vacib olan hansıdır: təpə nöqtəsinin, yoxsa absis oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin dəqiq tapılması?



- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$ şəkildə olan bərabərsizliklər kvadrat
- $ax^2 + bx + c > 0$ bərabərsizliklərdir ($a \neq 0$).
- $ax^2 + bx + c \geq 0$

Birdəyişənli ikidərəcəli bərabərsizliklərin həllini uyğun kvadrat tənliyi həll etməklə funksiyanın müsbət və ya mənfi qiymətlər aldığı aralıqların tapılmasına gətirmək olar. Bu həll üsulunda vacib olan parabolanın qollarının yuxarıya və ya aşağıya yönəldiyini müəyyən etmək və onun Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinin absislərini bilməkdir.

Nümunə: $y = x^2 - x - 6$ funksiyanın qrafikinə görə aşağıdakı bərabərsizliklərin həllər çoxluğunu yazın.

a) $x^2 - x - 6 \leq 0$ c) $x^2 - x - 6 > 0$

b) $x^2 - x - 6 \geq 0$ d) $x^2 - x - 6 < 0$

$x^2 - x - 6 = 0$ tənliyinin kökləri $x = -2$, $x = 3$ olduğundan

$y = x^2 - x - 6$ parabolası Ox oxunu $x = -2$ və $x = 3$ nöqtələrində

kəsməklə müsbət və mənfi qiymətlər aldığı üç aralığa ayırır.

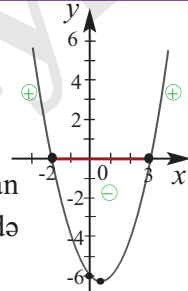
$x^2 - x - 6$ ifadəsinin qiymətlərini hər bir aralıqda müəyyən edək. $y = x^2 - x - 6$

a) $y = x^2 - x - 6$ funksiyanın qrafiki x -in -2 və 3 qiymətlərində absis oxunu kəsir, bu qiymətlər arasında isə Ox oxundan aşağıda yerləşir. Deməli, $x^2 - x - 6 \leq 0$ bərabərsizliyinin həlli: $-2 \leq x \leq 3$

b) x -in -2 və -2 -dən kiçik və ya 3 və 3 -dən böyük qiymətlərində funksiyanın qiyməti ($x^2 - x - 6$ ifadəsinin qiyməti) sıfıra bərabər və ya sıfırdan böyükdür. Deməli, $x^2 - x - 6 \geq 0$ bərabərsizliyinin həlli: $x \leq -2$ və ya $x \geq 3$

c) $x^2 - x - 6 > 0$ bərabərsizliyinin həlli: $x < -2$ və ya $x > 3$

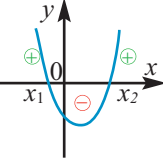
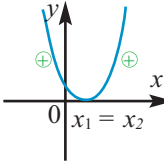
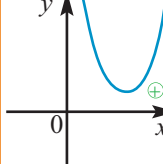
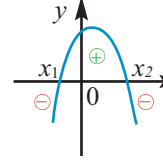
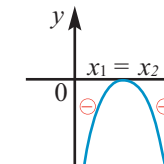
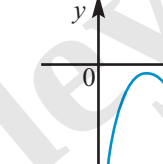
d) $x^2 - x - 6 < 0$ bərabərsizliyinin həlli: $-2 < x < 3$



Kvadrat bərabərsizliklər

Kvadrat bərabərsizlikləri qrafikin köməyiylə həll etmək üçün:

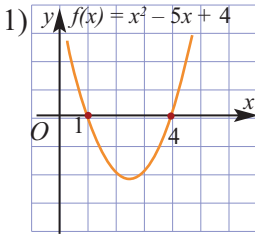
1. a əmsalına görə parabolun qollarının istiqaməti müəyyən edilir
2. Uyğun kvadrat tənliyin həqiqi kökləri (varsa) tapılır, ya da həqiqi kökünün olmadığı müəyyən edilir.
3. Qrafikin Ox oxu ilə kəsişmə nöqtələrinə görə funksiyanın qrafiki sxematik təsvir edilir.
4. Qrafikin sxematik təsvirinə görə verilmiş bərabərsizliyə uyğun işarələrin olduğu intervallar müəyyən edilir.

 $a > 0$ $D > 0$	 $a > 0$ $D = 0$	 $a > 0$ $D < 0$
$ax^2 + bx + c > 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$ax^2 + bx + c \geq 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$ax^2 + bx + c < 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(x_1; x_2)$	$\emptyset$	$\emptyset$
$ax^2 + bx + c \leq 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$[x_1; x_2]$	$\{x_1\}$	$\emptyset$
 $a < 0$ $D > 0$	 $a < 0$ $D = 0$	 $a < 0$ $D < 0$
$ax^2 + bx + c > 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(x_1; x_2)$	$\emptyset$	$\emptyset$
$ax^2 + bx + c \geq 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$[x_1; x_2]$	$\{x_1\}$	$\emptyset$
$ax^2 + bx + c < 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$	$(-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
$ax^2 + bx + c \leq 0$ bərabərsizliyinin həlli		
$(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$

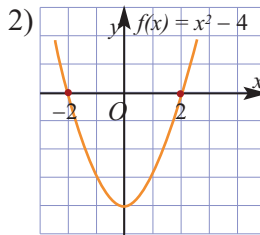
Kvadrat bərabərsizliklər

Öyrənmə tapşırıqları

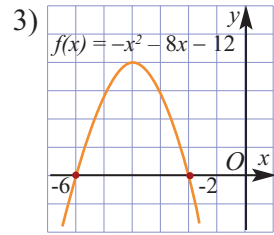
1 > Qrafiklərə görə bərabərsizliklərin həllini yazın.



- a) $x^2 - 5x + 4 \leq 0$
- b) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$
- c) $x^2 - 5x + 4 > 0$
- d) $x^2 - 5x + 4 < 0$



- a) $x^2 - 4 \leq 0$
- b) $x^2 - 4 \geq 0$
- c) $x^2 - 4 > 0$
- d) $x^2 - 4 < 0$



- a) $-x^2 - 8x - 12 \leq 0$
- b) $-x^2 - 8x - 12 \geq 0$
- c) $-x^2 - 8x - 12 > 0$
- d) $-x^2 - 8x - 12 < 0$

2 > Bərabərsizlikləri uyğun funksiyanın qrafikindən istifadə etməklə həll edin.

- a) $x^2 - 7x + 10 > 0$
- b) $x^2 - 4x + 3 < 0$
- c) $x^2 - 9 \geq 0$

3 > Bərabərsizlikləri həll edin.

- a) $x(x + 6) \geq 40$
- b) $-x^2 - 11x - 24 < 0$
- c) $6x^2 > 11x + 35$
- d) $7x + 5 \leq -2x^2$
- e) $-2x^2 - x + 3 > 0$
- f) $-3x^2 + 5x > 2$

4 > İsbat edin ki, bərabərsizlik dəyişənin istənilən qiymətində doğrudur.

- a) $-x^2 + x - 1 < 0$
- b) $6x - x^2 < 10$
- c) $5x^2 - 2x + 1 > 0$

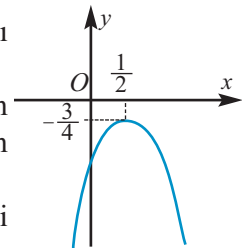
Nümunə: $-x^2 + x - 1 < 0$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: $y = -x^2 + x - 1$ parabolasının qolları aşağı yönəlib.

$-x^2 + x - 1 = 0$ tənliyinin həqiqi kökü olmadığından parabola absis oxunu kəsmir, bütünlüklə bu oxdan aşağıda yerləşir.

Bu, o deməkdir ki, $-x^2 + x - 1 < 0$ bərabərsizliyi dəyişənin istənilən qiymətində ödənilir.

Cavab: $(-\infty; +\infty)$



5 > Bərabərsizlikləri həll edin.

- a) $x^2 + x + 3 > 0$
- b) $2x^2 + x + 1 \geq 0$
- c) $x^2 - 2x + 4 < 0$

Kvadrat bərabərsizliklər

- 6 > Verilən kvadrat bərabərsizliklərdən hansının: a) həlli bütün həqiqi ədədlər çoxluğuudur ($x \in \mathbb{R}$); b) həlli yoxdur ($\emptyset$) ?

a) $x^2 + 1 > 0$

b) $x^2 + 1 < 0$

- 7 > Bərabərsizliyin həllər çoxluğunu tapın.

a) $4x^2 + 4x + 1 > 0$

b) $x^2 + 49 \leq 14x$

c) $40x + 25x^2 + 16 < 0$

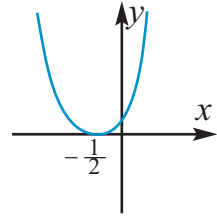
d) $49x^2 + 70x + 25 \geq 0$

Nümunə: $4x^2 + 4x + 1 > 0$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: $y = 4x^2 + 4x + 1$ funksiyasının qrafikini təsvir edək.

$4x^2 + 4x + 1 = 0$ tənliyini ödəyən həqiqi ədəd yeganədir:

$x = -\frac{1}{2}$. Parabola Ox oxuna $(-\frac{1}{2}; 0)$ nöqtəsində toxunur. Qrafikdən görüldüyü kimi, dəyişənin $x = -0,5$ qiymətindən başqa qalan bütün qiymətlərində verilən bərabərsizlik ödənilir.



Cavab: $x \neq -0,5$

- 8 > Bərabərsizlikləri uyğun funksiyanın qrafikini qurmaqla həll edin.

a) $x^2 - 9x + 8 < 0$

d) $x^2 - 2x - 24 \leq 0$

g) $x^2 + 8x + 16 \geq 0$

b) $x^2 + 6x + 5 > 0$

e) $0 > -x^2 + 7x - 12$

h) $-x^2 + 2x + 15 < 0$

c) $4x^2 + 12x + 10 \leq 0$

f) $3x^2 - 3x + 9 > 0$

i) $0 > -x^2 + 4x - 4$

- 9 > Həlli verilən şərtə uyğun kvadrat bərabərsizlik yazın.

a) $-2 \leq x \leq 4$

b) $x < 1$ və ya $x > 10$

c) $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$

d) $x < -\frac{3}{4}$ və ya $x > \frac{2}{3}$

e) $x \leq -3 - \sqrt{5}$ və ya $x \geq -3 + \sqrt{5}$

f) $x \in \mathbb{R}$

g) həlli yoxdur

- 10 > x -in hansı qiymətlərində:

a) $3x^2 - 2x - 1$ üçhədlisi müsbət qiymət alır?

b) $-x^2 + 3x - 2$ üçhədlisi mənfi qiymət alır?

- 11 > Dəyişənin hansı qiymətlərində:

a) $2x^2 + x - 6$ üçhədlisinin qiyməti 4-dən kiçikdir?

b) $-x^2 + 8x + 2$ üçhədlisinin qiyməti 9-dan böyükdür?

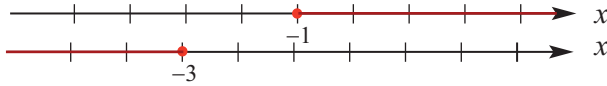
- 12 > Arqumentin hansı qiymətlərində $f(x) = x^2 - 4x$ funksiyasının qiyməti $g(x) = x + 6$ funksiyasının uyğun qiymətindən kiçikdir?

Kvadrat bərabərsizliklər

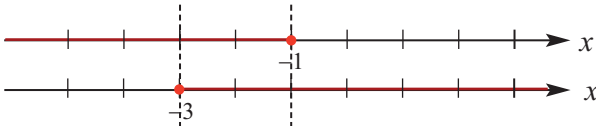
Kvadrat bərabərsizlikləri cəbri üsulla, sol tərəfi vuruqlarına ayıraraq, bərabərsizliyin işarəsinə görə mümkün halları araşdırmaqla həll etmək olar.

Nümunə. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$ bərabərsizliyini $(x + 1)(x + 3) \leq 0$ şəklində yazmaq. İki vuruğun hasili o zaman mənfi olur ki, vuruqlar əks işarəli olsun.

1-ci hal. Tutaq ki, $(x + 1) \geq 0$ və $(x + 3) \leq 0$. Buradan $x \geq -1$ və $x \leq -3$. x -in hər iki bərabərsizliyi ödəyən qiymətləri $x^2 + 4x + 3 \leq 0$ bərabərsizliyinin həllidir. Bu halda x -in belə qiyməti yoxdur.



2-ci hal. Tutaq ki, $(x + 1) \leq 0$ və $(x + 3) \geq 0$. Bu iki bərabərsizliyi həll etsək, $x \leq -1$ və $x \geq -3$ olar.



x -in -1 və -3 qiymətləri də daxil olmaqla onlar arasındakı bütün qiymətləri $x^2 + 4x + 3 \leq 0$ bərabərsizliyinin həllidir: $-3 \leq x \leq -1$

13 > Bərabərsizlikləri uyğun ifadəni vuruqlarına ayırmaqla həll edin.

- a) $x^2 + 3x - 18 \geq 0$ b) $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ c) $4x^2 < 25$
d) $-x^2 - 12x < 32$ e) $x^2 - 4x - 5 > 0$ f) $12x^2 + 3x \leq 0$

14 > Bərabərsizlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

- a) $x^2 + 8x + 7 > 0$ b) $x^2 + 6x + 5 \leq 0$ c) $2x^2 - 11x + 15 \geq 0$
d) $x^2 - 5x > 3x^2 - 18x + 20$ e) $2x^2 + 12x - 11 > x^2 + 2x + 13$

15 > Bərabərsizlikləri iki qrupa- xətti bərabərsizliklərə, kvadrat bərabərsizliklərə ayırın və həll edin:

$y^2 - 3 < 0$	$4(x - 2) < 6x - 3$	$8p^2 - 18 > 0$
$7(3 - y) > 4 + 2y$	$(5x + 2)^2 \leq 4$	$x + 3 \leq 2(x + 1)$
$(3 - 7x)^2 < -1$	$x^2 - 3 < 5x + 3$	$x^2 \geq 4x$

16 > $x^2 + x \geq 6$ bərabərsizliyini həll edin. Aşağıdakı fikirlərdən hansı doğrudur? Cavablarınızı əsaslandırın. Verilən bərabərsizliyin həllər çoxluğu:

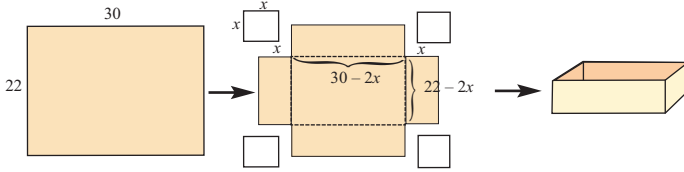
- a) $x(x + 1) \geq 6$ bərabərsizliyinin də həllər çoxluğudur.
b) $x^2 + x - 5 \geq 1$ bərabərsizliyinin də həllər çoxluğudur.
c) $3x^2 + 3x \geq 18$ bərabərsizliyinin də həllər çoxluğudur.
d) $-x^2 - x \leq -6$ bərabərsizliyinin də həllər çoxluğudur.

Kvadrat bərabərsizliklər

Tətbiq tapşırıqları

- 17 > Qutu (ağız açıq) düzəltmək üçün düzbucaqlı formada olan karton təbəqənin künclərindən kvadrat formalı hissələr kəsilib çıxarılır və şəkildə göstərilən qırıq xətlər boyunca qatlanıb yapışdırılır.

Ölçüləri $22\text{sm} \times 30\text{sm}$ olan kartondan qutu hazırlanmalıdır.



- a) Kəsilib çıxarılan kvadrat hissələrin tərəfinin uzunluğunun (sm-lə) hansı tam qiymətində qutunun həcmi 1200 sm^3 olar?
- b) Kəsilib çıxarılan kvadrat hissələrin tərəfinin uzunluğunun (sm-lə) hansı tam qiymətlərində qutunun həcmi ən azı 1200 sm^3 olar?
- 18 > Düzbucaqlı üçbucağın bir kateti digərindən 2 sm uzundur. Kiçik katetinin uzunluğu neçə santimetr olsa, üçbucağın sahəsi ən azı 24 sm^2 olar?
- 19 > Düzbucaqlının bir tərəfi o birindən 7 sm böyükdür. Düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2 -dan kiçik olduqda, həmin tərəfin uzunluğu neçə ola bilər?
- 20 > Hansı qrafik hansı bərabərsizliyə uyğundur? Hansı bərabərsizliklərə uyğun funksiyaların qrafikləri verilməmişdir? Bu qrafikləri də qurun və onlardan istifadə etməklə bərabərsizlikləri həll edin.

a) $x^2 - 3x + 2 > 0$

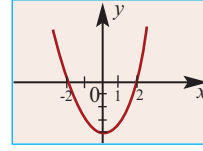
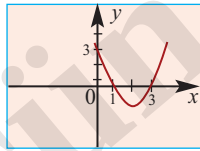
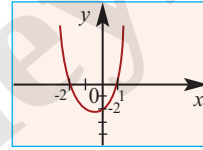
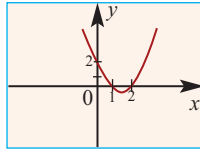
b) $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

c) $x^2 - 2x - 3 < 0$

d) $x^2 + x - 2 \geq 0$

e) $x^2 - x - 2 < 0$

f) $x^2 - 4 > 0$



- 21 > Araşdırmalar göstərir ki, sürücülərin qarşıdakı maneəyə reaksiya müddətini (salisələrlə) $T(x) = 0,005x^2 - 0,23x + 22$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Burada x sürücünün yaşını göstərir: $16 \leq x \leq 70$.

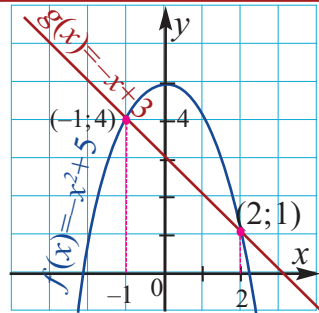
- a) 16 yaşda; b) 35 yaşda sürücünün reaksiya müddəti neçə salisədir?
- c) Hansı yaşda sürücünün reaksiya müddəti 25 salisədən çoxdur?

Salisə zaman ölçü vahididir və saniyənin $\frac{1}{60}$ -nə bərabərdir

Kvadrat bərabərsizliklər

- 22>** Şəkində $-x^2 + 5 \geq -x + 3$ bərabərsizliyinin həlli göstərilmişdir.

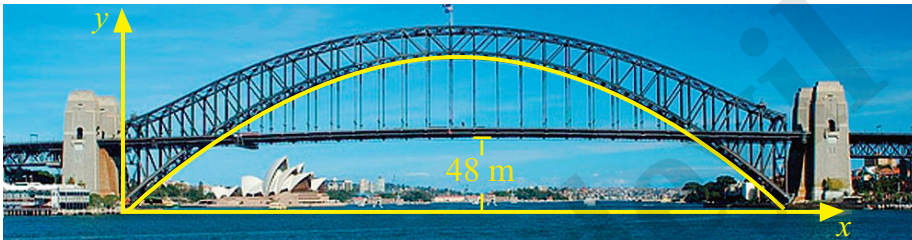
a) x -in $[-1; 2]$ aralığına daxil olan qiymətlərində verilən bərabərsizliyin ödənildiyini yazılı olaraq əsaslandırın.



b) $-x^2 + 5 \geq -x + 3$ bərabərsizliyini sadələşdirərək, $-x^2 + x + 2 \geq 0$ kvadrat bərabərsizlik şəklində yazın və bu bərabərsizliyi qrafik üsulla həll edin.

c) Eyni nəticəni aldınız mı? Verilmiş qrafik həll ilə sizin həlliniz arasında oxşar və fərqli cəhətlər hansılardır?

- 23>** Şəkindəki körpü tağının formasını seçilmiş koordinat sistemində $y = -0,002x^2 + 1,06x$ kimi kvadratik funksiya ilə göstərmək olar. Burada x soldakı dayaqdan olan məsafəni, y isə tağın su səviyyəsindən hündürlüyünü (m-lə) göstərir. Sol dayaqdan hansı məsafələrdə tağ yolun üstündə yerləşir?

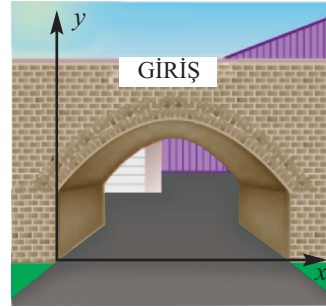


- 24>** Topa vurulmuş zərbədən sonra topun hərəkətini $h(x) = -5x^2 + 20x + 1$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Burada h topun x saniyədən sonra qalxdığı hündürlüyü (metrlə) göstərir. a) Top hansı zaman kəsiyində 16 m-dən daha yüksəkdə olacaq? b) Top neçə saniyə havada qalacaq?

- 25> Ümumiləşdirmə.** Kvadratik funksiyanın qrafikindən və diskriminantdan istifadə etməklə $ax^2 + bx + c \geq 0$ bərabərsizliyinin həllini araşdırın.
- Hansı hallarda bütün həqiqi ədədlər bərabərsizliyin həllidir?
 - Hansı hallarda bərabərsizliyin həlli bir həqiqi ədəddir?
 - Hansı hallarda müəyyən həqiqi ədədlər çoxluğu bərabərsizliyin həllidir, müəyyən həqiqi ədədlər çoxluğu isə həlli deyil?

Kvadrat bərabərsizliklər

- 26** ➤ Hündürlüyü 3,5 m, eni 2,2 m olan maşın arkanın (tağın) altından keçməlidir. Koordinat sistemini şəkildə göstərildiyi kimi seçməklə tağı $y = -0,3x^2 + 1,8x + 1,1$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar (x və y metrə).



- a) Avtomobil arkadan keçə bilərmə? İzah edin.
- b) Hündürlüyü 3,5 m olan maşının arkadan keçə bilməsi üçün onun eni ən çoxu nə qədər olmalıdır?
- c) eni 2,2 m olan maşının arkadan keçə bilməsi üçün onun hündürlüyü ən çoxu nə qədər ola bilər?

- 27** > Bərabərsizlikləri iki üsulla həll edin.

- 1) Kvadratik funksiyanın və xətti funksiyanın qrafiklərini qurmaqla.
- 2) Sadələşdirdikdə alınan kvadratik funksiyanın qrafikini qurmaqla.

- a) $x^2 \leq 15 - 2x$ b) $x^2 + 4x > 3 + 2x$
c) $13x - 7 \leq -2x^2$ d) $x^2 + 4x + 3 < 2x + 1$

- 28** > Bərabərsizlikləri uyğun funksiyanın qrafikini qurmaqla həll edin.

- a) $x^2 - 2x - 3 > 0$ b) $x^2 + 2x - 3 < 0$ c) $x^2 + 5x + 4 \geq 0$
d) $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ e) $x^2 - 3x + 2 \geq 0$ f) $x^2 - 4x < 0$
g) $-x^2 + 3x \geq 0$ h) $-x^2 + 9 \leq 0$ i) $-4x^2 - 16 > 0$

- 29** > Tibbdə kütlə indeksi adlanan göstəricidən normal kütləni müəyyənləşdirmək üçün istifadə edilir. Kütlə indeksi 17-24 arasında olan şəxslərin kütləsi normal hesab edilir. Kütlə indeksi $\dot{I} = \frac{m}{h^2}$ düsturu ilə müəyyən edilir. m burada kütləni (kq), h isə boyu (m-lə) göstərir.

- a) Boyu 1 m 50 sm olan şəxsin kütləsi nə qədər olmalıdır ki, kütlə indeksi 24-dən az olsun.
- b) Kütləsi 54 kq olan şəxsin boyu ən azı nə qədər olmalıdır ki, kütlə indeksi 24-dən çox olmasın.

- 30** ➤ Tahir bağlarında göyərtili ağac üçün düzbucaqlı formasında sahə hasarlaşdırmaq istəyir. Onun hasar üçün 70 m uzunluğunda materialı var. Tahir göyərtili sahəsinin 300 m²-dən çox olmasını istəyirsə, bu sahə hansı ölçülərdə olmalıdır?

Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

İntervallar üsulu

1. Bərabərsizliyə uyğun tənliyi yazın və köklərini tapın.
2. Ədəd oxu üzərində dəyişənin bu qiymətlərinə uyğun nöqtələri qeyd edin. Bu nöqtələrə bərabərsizliyin sərhəd nöqtələri deyəcəyik.
3. Sərhəd nöqtələrinin yaratdığı intervallardan ardıcıl olaraq sınaq nöqtələri seçin və bu intervallardan hansılarının bərabərsizliyin həllər çoxluğuna aid olduğunu müəyyən edin.

Nümunə. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$ bərabərsizliyini həll edin.

Bərabərsizliyi həll etmək üçün:

1. $x^2 + 4x + 3 = 0$ tənliyinin köklərini tapmaq:

$$(x+1)(x+3)=0; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = -3.$$

2. Ədəd oxu üzərində $x_1 = -1$; $x_2 = -3$ nöqtələrini qeyd edək. Göründüyü kimi, sərhəd nöqtələri ədəd oxunu 3 intervala ayırır.



3. Hər intervaldan bir qiymət, sınaq qiymətləri seçək $(-5; -2; 0)$ və bərabərsizliyi yoxlayaq.

İnterval	$(-\infty; -3)$	$(-3; -1)$	$(-1; +\infty)$
Sınaq nöqtəsi	-5	-2	0
Sol tərəfə daxil olan ifadənin qiyməti	$(-5)^2 + 4(-5) + 3 = 8$	$(-2)^2 + 4(-2) + 3 = -1$	$(0)^2 + 4(0) + 3 = 3$
$x^2 - 4x + 3 \leq 0$ ödəyirmi	Yox	Hə	Yox

$x^2 - 4x + 3 \leq 0$ bərabərsizliyi $(-3; -1)$ intervalında və sərhəd nöqtələrində ödənilir.

Cavab: $-3 \leq x \leq -1$



Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 2x - 3 \geq 0$

b) $3x^2 - x - 2 < 0$

c) $x^2 - 3x + 1 \leq 29$

d) $x^2 - 4x > 5$

e) $2x^2 + 5x \geq 7$

f) $2x^2 + 3x > 5$

g) $x^3 - 4x < 0$

h) $x^3 - 9x \geq 0$

i) $x(x+1)(x-2) > 0$

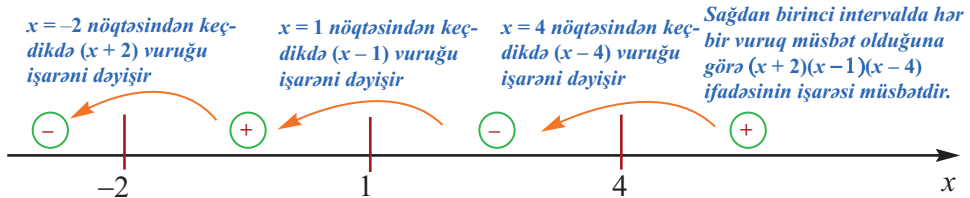
j) $x(x+3)(x-2) > 0$

Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

Araşdırma 1. Sol tərəfi $(x - c)$ şəklində vuruqların hasili, sağ tərəfi 0 olan bərabərsizliklərin həlli zamanı intervallarda işarələrin dəyişməsinə araşdırmaq.

Nümunə. $(x + 2)(x - 1)(x - 4) < 0$

$(x + 2)(x - 1)(x - 4) = 0$ tənliyindən $x = -2$, $x = 1$, $x = 4$ tapılır. Sərhəd nöqtələrini ədəd oxu üzərində qeyd edək və hər bir intervalda (sağdan 1-cidən başlayaraq) $(x + 2)(x - 1)(x - 4)$ ifadəsinin işarəsini müəyyənəldirək.



Göründüyü kimi, bu halda ədəd oxu üzərində bir intervaldan növbəti intervala keçdikdə işarələr növbələnir.

İfadənin sıfırdan kiçik olduğu, yəni mənfi işarəli olduğu aralıqlar verilmiş bərabərsizliyin həllidir. Cavab: $(-\infty; -2) \cup (1; 4)$

Əgər hər bir vuruq $(x - c_k)$ şəklindədirsə, onda sağdan birinci intervalda hasilin işarəsi müsbətdir.

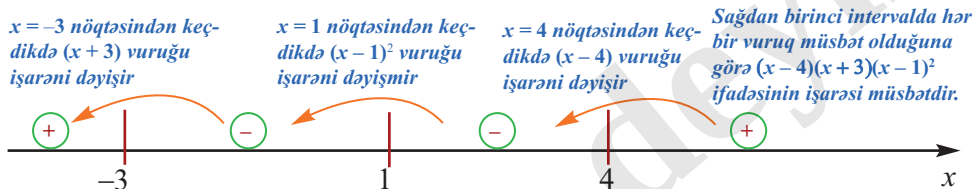
Hər bir vuruq tək dərəcədən daxildirsə, intervallarda işarələr növbələnir.

Araşdırma 2. $(x - c)^{2n}$ şəklində cüt dərəcədən vuruq daxil olan bərabərsizliklər və intervallarda işarələrin dəyişməsi.

Nümunə. $(x - 4)(x + 3)(x - 1)^2 \geq 0$

1) Sərhəd nöqtələrini tapaq. $(x - 4)(x + 3)(x - 1)^2 = 0$, $x = 4$, $x = -3$, $x = 1$

2) Sərhəd nöqtələrini ədəd oxu üzərində qeyd edək.



$(x - 1)^2$ vuruğuna görə $x = 1$ nöqtəsinin sağ və sol ətrafındakı aralıqlarda işarə təkrarlanır.

Bərabərsizlik ifadənin sıfırdan böyük olduğu, yəni müsbət ifadəli olduğu aralıqlarda və sərhəd nöqtələrində ödənilir. Cavab $(-\infty; -3] \cup \{1\} \cup [4; +\infty)$

Əgər $(x - c)^{2n}$ şəklində cüt dərəcədən daxil olan vuruq varsa, c sərhəd nöqtəsinin sağında və solunda işarə təkrarlanır.

2 > Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $(x + 3)(x - 8)(x - 20) < 0$

c) $(x^2 - 9)(x + 4)(x - 5) \leq 0$

e) $x^3 + 2x^2 - 15x \geq 0$

g) $(x - 4)^2 \cdot (x^2 - 8x) < 0$

i) $5x(x - 2)(x - 6)^2 \geq 0$

b) $(x - 3)(x + 2)(x - 1) \geq 0$

d) $(x^2 - 2x)(x - 6) < 0$

f) $(x + 5)^2 \cdot (2x - x^2) \geq 0$

h) $(4x - x^3) \cdot (25 - x^2) < 0$

j) $-3(x + 4)^2(x - 5) \leq 0$

Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

Rasional bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

1. Bərabərsizliyi bir tərəfində rasional ifadə, digər tərəfində sıfır olan ekvivalent bərabərsizlik şəklində yazın.
2. Dəyişənin rasional ifadənin məxrəcini və surətini sıfıra çevirən qiymətlərini tapın. Bu qiymətlər verilən bərabərsizliyin sərhəd nöqtələridir.
3. Sərhəd nöqtələrinin yaratdığı intervallardan ardıcıl olaraq sınaq nöqtələri seçin və bu intervallardan hansılarının bərabərsizliyin həllər çoxluğuna aid olub-olmadığını yoxlayın.

Nümunə. $\frac{x+2}{x-4} \leq 3$ *verilən bərabərsizlik*

1) $\frac{x+2}{x-4} - 3 \leq 0$ *bərabərsizliyin hər iki tərəfinə -3 əlavə edilir*

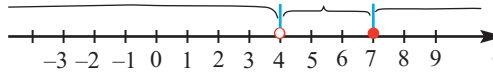
$\frac{-2x+14}{x-4} \leq 0$ *sadələşdirilir*

$\frac{-2(x-7)}{x-4} \leq 0$ *ortaq vuruq mötərizə xaricinə çıxarılır*

$\frac{x-7}{x-4} \geq 0$ *hər iki tərəf (-2) -yə bölünür və bərabərsizliyin işarəsi əksinə dəyişir*

2) Surət və məxrəcinin sıfırlarını tapaq: $x-7=0$, $x=7$, $x-4=0$, $x=4$

3) $x=4$ və $x=7$ nöqtələrini ədəd oxu üzərində qeyd etməklə, onu üç intervala ayırıq: $(-\infty; 4)$, $(4; 7)$ və $(7; +\infty)$



Hər intervaldan sınaq nöqtəsi seçib, bərabərsizliyi yoxlayaq.

$(-\infty; 4)$ intervalı

$x=0$ $\frac{x+2}{x-4} \leq 3$

$\frac{0+2}{0-4} \leq 3; -\frac{1}{2} \leq 3$

doğrudur

$(4; 7)$ intervalı

$x=5$ $\frac{x+2}{x-4} \leq 3$

$\frac{5+2}{5-4} \leq 3; \frac{7}{1} \leq 3$

doğru deyil

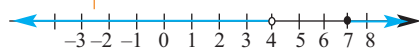
$(7; +\infty)$ intervalı

$x=8$ $\frac{x+2}{x-4} \leq 3$

$\frac{8+2}{8-4} \leq 3; \frac{10}{4} \leq 3$

doğrudur

$x=4$ nöqtəsində uyğun ifadənin mənası olmadığından bu nöqtə həllər çoxluğuna daxil ola bilməz. $x=7$ isə bu çoxluğa daxildir.



Beləliklə, $\frac{x+2}{x-4} \leq 3$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $(-\infty; 4)$ və $[7; +\infty)$ aralıqlarının birləşməsidir. Cavab: $(-\infty; 4) \cup [7; +\infty)$

Qeyd: $\frac{x-7}{x-4} \geq 0$ bərabərsizliyində intervallarda işarələrin dəyişməsi qaydasının tətbiqi ilə də verilmiş bərabərsizliyi həll etmək olar.

Bərabərsizliklərin intervallar üsulu ilə həlli

- 3 > Əvvəlcə tənlikləri həll edin, sonra isə uyğun bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{10}{x-5} = 5 \\ \frac{10}{x-5} < 5 \\ \frac{10}{x-5} > 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{b) } \frac{8}{a+1} = 4 \\ \frac{8}{a+1} > 4 \\ \frac{8}{a+1} < 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{c) } \frac{z+2}{z-6} = -3 \\ \frac{z+2}{z-6} \leq -3 \\ \frac{z+2}{z-6} \geq -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{d) } \frac{w-8}{w+6} = 2 \\ \frac{w-8}{w+6} \leq 2 \\ \frac{w-8}{w+6} \geq 2 \end{array}$$

- 4 > Hədləri sol tərəfə keçirin və vuruqlarına ayırmaqla bərabərsizlikləri həll edin.

$$\text{a) } x^3 \leq 16x \quad \text{b) } (2x-6)^2 \leq x^2 \quad \text{c) } (x^2+x-3)^2 < (x^2-x-5)^2$$

- 5 > Həll edin.

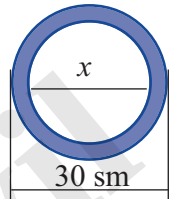
$$\text{a) } |2x-3| > |6-x| \quad \text{b) } |3x-5| < |x-3| \quad \text{c) } |2x-1| < |x+1|$$

Göstəriş: $|p(x)| < |g(x)|$ tipli bərabərsizlikləri ona ekvivalent olan $p^2(x) < g^2(x)$ bərabərsizliyi ilə əvəz edin və hədləri sol tərəfə keçirib, vuruqlara ayırmaqla alınan bərabərsizlikləri həll edin.

- 6 > Binaya su borusu çəkilməsi planlaşdırılır. Borunun xarici diametri 30 sm olmaqla en kəsiyinin sahəsi 60 sm²-dan az, 90 sm²-dan çox olmamalıdır.

a) Məsələnin şərtinə uyğun kvadrat bərabərsizlik yazın və həllini qrafik təsvir edin.

b) Su borusunun daxili diametrinin mümkün ölçülərini müəyyən edin. Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın. $\pi \approx 3$ qəbul edin.



- 7 > Heydər yay tətildə mebel mağazasında atasına kömək edir. Onlar hər stolun daşınması üçün 10 manat və stollar üçün istehsalçı şirkətə hər həftə sabit olaraq 1800 manat ödəyirlər. Biri x manata təklif edildikdə həftədə $(120-x)$ sayda stol satılır. Onlar stolun birini neçə manata təklif etsələr, gəlirlə işləyərlər? Stollar hansı qiymətə satılsa, həftəlik gəlir maksimum olar? Bu halda həftədə neçə stol satılmış olur?

- 8 > Bərabərsizlikləri həll edin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{x-3}{x+7} < 0 \\ \text{d) } \frac{(x-1)(x^2-36)}{x+1} < 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{b) } \frac{2x-10}{x+8} > 0 \\ \text{e) } \frac{x}{x-5} \geq \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{c) } \frac{x}{2x-5} \leq 0 \\ \text{f) } \frac{3x-1}{2x+5} \geq 3 \end{array}$$

- 9 > k -nın hansı qiymətlərində verilmiş tənliyin: a) həqiqi kökü yoxdur; b) iki müxtəlif həqiqi kökü var?

$$1) 3x^2 + kx + 3 = 0$$

$$2) kx^2 - 4x + k - 3 = 0$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 > Bərabərsizlikləri intervallar üsulu ilə həll edin.

- a) $-x^2 - 2x + 48 < 0$ b) $3x^2 + 2x - 5 < 0$ c) $4x^2 - 4x + 1 > 0$
 d) $x^2 + 2x - 15 \leq 0$ e) $24 + 11x + x^2 > 0$ f) $3x^2 - 4x + 1 \leq 0$
 g) $x^2 - 2x + 3 < 0$ h) $x^2 - 2x + 3 > 0$ i) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

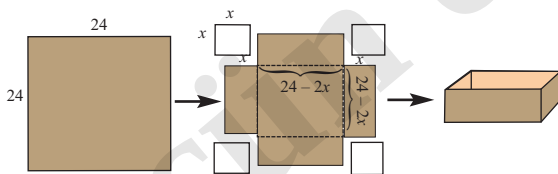
2 > Bərabərsizlikləri həll edin.

- a) $\frac{3x+1}{2x-4} > 0$ b) $\frac{2x-1}{5x+3} \geq 0$ c) $\frac{x-3}{x+3} \leq 5$
 d) $\frac{x^2+x-2}{x^2-2x-3} < 0$ e) $x-17 \geq \frac{60}{x}$ f) $\frac{x^2-x-6}{x-3} \geq 1$
 g) $\frac{x-2}{x-1} < 1$ h) $\frac{x^2+x-1}{x+3} < 1$ i) $\frac{x^2+2}{x+4} \leq 3$
 j) $|2x-3| + 5 < 6$ k) $|5x+3| - 4 \geq x$ l) $|x+5| < |6x-10|$

3 > Mağazanın hər kvadrat metr sahəsi üçün ödənilən aylıq kirayə haqqı (r) ilə əldə edilən gəlir (min manatla) $P(r)$ arasındakı asılılıq təxmini olaraq $P(r) = -6r^2 + 45r - 39$ kimidir. Aşağıdakı tənliyi və bərabərsizlikləri həll edin, hər birini real situasiyaya uyğun təqdim edin.

$$\begin{aligned} -6r^2 + 45r - 39 &= 0 & -6r^2 + 45r - 39 > 0 \\ -6r^2 + 45r - 39 &\geq 15 & -6r^2 + 45r - 39 < 15 \end{aligned}$$

4 > Ölçüləri $24 \text{ sm} \times 24 \text{ sm}$ olan kvadrat formalı karton təbəqənin küncələrindən tərəfi $x \text{ sm}$ ola kvadrat hissələr kəsilib çıxarılır və şəkildə göstəriləni kimi qırıq xətlər boyunca qatlanıb yapışdırılaraq ağzıaçıq qutu düzəldilir. x -in hansı tam qiymətlərində bu qutunun həcmi 800 sm^3 -dən çox olar? Bu qiymətlərdən hansında həcm ən böyük olur?



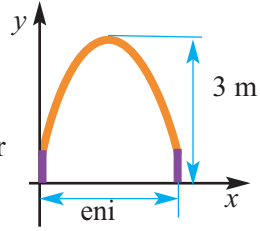
5 > **Açıq tipli sual.** $(x+1)(x-4) < 0$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğunu müəyyən etmək üçün hansı üç nöqtəni seçərdiniz?

6 > Cavid $2x^2 + 12x > 2x + 12$ bərabərsizliyinin həllini $2x(x+6) > 2(x+6)$, $x > 2$ kimi yazmışdır. Cavidin səhvini izah edin.

7 > $x^2 + 6x - 8 \leq 0$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $\frac{1}{2}x^2 + 3x - 4 \leq 0$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğundan 2 dəfə “genişdir” fikri doğrudurmu?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 8 > Bağ evinin girişi təg şəkillidir. Koordinat sistemini şəkildə göstərilədiyi kimi seçməklə təg $g(x) = -0,6x^2 + bx + 0,6$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Girişin hündürlüyü 3 m isə, eni neçə metr olar? Hündürlüyü 2,4 m olan maşının giriş qapısından keçə bilməsi üçün eni ən çoxu nə qədər olmalıdır?

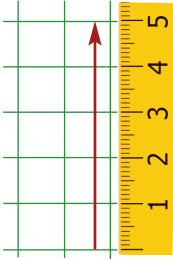


- 9 > Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $\frac{2}{2-x} \leq 3-x$ b) $\frac{1}{x-1} > \frac{-1}{x+2}$ c) $\frac{2x^2+6x-8}{2x^2+5x+3} < 1$

- 10 > Satıcılardan biri aylıq 200 manat maaş, üstəgəl ümumi satışın 2%-i qədər əlavə alır. Digər satıcının aylıq maaşı isə yalnız satışın 10%-i qədər hesablanır. Neçə manatlıq satış reallaşdırılsa, ikinci satıcı birincidən çox qazanmış olar?
- 11 > Bank hesabına 5000 manat pul 8% sadə faiz artımı ilə qoyulmuşdur. Daha neçə manat pul 10% sadə faiz artımı ilə qoyularsa, illik gəlir 800 manatla 950 manat arasında olar?
- 12 > Köpək balıqlarının normal yaşaması üçün suyun temperaturu 5°C -dən 18°C -yə qədər olmalıdır. Köpək balıqlarının yaşaması üçün əlverişli olmayan su temperaturunu bərabərsizliklərlə yazın.
- 13 > İki tam ədədin cəmi 20-yə bərabərdir, onların kvadratları cəmi isə 208-dən kiçikdir. Bu ədədlər cütünü müəyyən edin.
- 14 > Düzbucaqlı şəkildə olan ipək parça uzunluğu enindən 5 dəfə çox olmaqla kəsilir. Parçanın sahəsinin ən azı 500 sm^2 , ən çoxu 720 sm^2 olması şərti ilə, eninin mümkün ölçülərini müəyyən edin.
- 15 > Aslan topu 15 m/san sürətlə hündürlüyü 30 m olan binanın damından yuxarı atdı. Topun yerdən h məsafəsi $h(t) = -5t^2 + 15t + 30$ düsturu ilə hesablanı bilər. Top neçə saniyədən sonra yerdən:
a) 40 m-dən yüksək, 50 m-dən aşağı hündürlükdə;
b) 12 m hündürlükdə olacaq?
- 16 > a -nın hansı qiymətlərində $y = ax^2 + 2x + 1$ parabolasının absis oxu ilə kəsişmə nöqtələri $x = 1$ nöqtəsindən müxtəlif tərəflərdə yerləşir?
- 17 > Bərabərsizliyi ödəyən tam ədədlərin cəmini tapın.
a) $\frac{x^2 - 4x}{|x - 3|} \leq 0$ b) $\frac{|x + 1|}{x^2 - 9} < 0$
- 18 > a -nın hansı qiymətlərində $ax^2 - ax + 1 > 0$ bərabərsizliyi x -in bütün qiymətləri üçün doğrudur?

Vektorlar



Praktik məşğələ.

Verilən miqyasa və istiqamətə görə məsafələrə uyğun düz xətt parçalarını çəkin. İstiqaməti oxla göstərin.

25 km şimala	20 m sağa	4 km sola
1 sm : 5 km	1 sm : 5 m	1 sm : 1 km
250 m yuxarıya	100 m aşağıya	15 km şimala
1 sm : 25 m	1 sm : 20 m	1 sm : 3 km

Vektorlar

Bir çox kəmiyyətlər, məsələn, kütlə, uzunluq, zaman, temperatur və s. yalnız ədədi qiyməti ilə xarakterizə edilir. Bu cür kəmiyyətlər skalyar kəmiyyətlər adlanır. Bəzi kəmiyyətlər isə, məsələn, yerdəyişmə, sürət, təcil, qüvvə və s. tək ədədi qiyməti ilə deyil, həm də istiqaməti ilə müəyyən edilir. Bu cür kəmiyyətlərə vektorial kəmiyyətlər deyilir. Yerdəyişmə vektorial kəmiyyətlərə ən sadə nümunədir. Cism A nöqtəsindən B nöqtəsinə yerdəyişməsi A-dan B-yə doğru yönəlmiş parça ilə - vektorla göstərilir.

Vektor istiqamətlənmiş düz xətt parçası ilə təsvir olunur. Vektoru göstərən parçanın uzunluğuna **vektorun uzunluğu** və ya **modulu** deyilir.

Vektor başlanğıc və son nöqtəsi adlandırılmaqla işarə edilir. Məsələn, $\vec{AB}$ vektoru, burada A vektorun başlanğıc, B isə son nöqtəsidir. Vektor kiçik hərflərlə də işarə edilir, məsələn $\vec{a}$ vektoru. $\vec{a}$ vektorunun uzunluğu $|\vec{a}|$ kimi işarə olunur.

- iki vektorun istiqamətləri eyni, uzunluqları bərabər olarsa, bu vektorlar bərabər vektorlar adlanır.

Şəkilləki $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları bərabər vektorlardır: $\vec{a} = \vec{b}$

- iki vektorun istiqamətləri əks, uzunluqları bərabər olarsa, bu vektorlar əks vektorlar adlanır. Şəkilləki $\vec{p}$ və $\vec{q}$ vektorları əks vektorlardır:

$$|\vec{p}| = |\vec{q}|, \quad \vec{p} = -\vec{q}$$

$\vec{AB}$ vektoru ilə $\vec{BA}$ vektoru əks vektorlardır: $\vec{AB} = -\vec{BA}$

Başlanğıc və son nöqtələri üst-üstə düşən vektor **sıfır vektor** adlanır və $\vec{0}$ kimi işarə edilir. Sıfır vektorunun uzunluğu sıfıra bərabərdir, istiqaməti isə qeyri-müəyyəndir.

Vektorları təsvir edən istiqamətlənmiş parçalar paraleldirsə və ya bir düz xətt üzərindədirsə, onlara **kollinear vektorlar** deyilir. Kollinear vektorlar eyni istiqamətli və ya əks istiqamətli ola bilərlər.

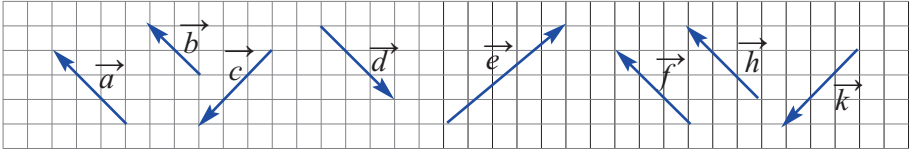
Vektorların eyni istiqamətli olması $\vec{a} \uparrow \vec{b}$ kimi, $\vec{a}$ və $\vec{b}$ eyni istiqamətli olarsa isə $\vec{p} \uparrow \vec{q}$ kimi yazılır.

Şəkillə $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ və $\vec{d}$ vektorları kollinear vektorlardır. Burada $l \parallel m$.

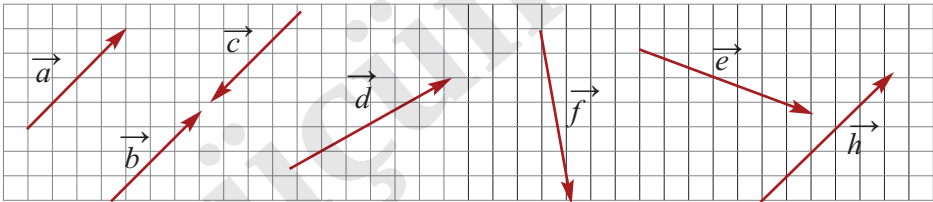
Vektorlar

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Hansı halda vektorial, hansı halda skalyar kəmiyyətdən danışmaq olar?
 - 1) Avtomobil şərqə doğru 60 km/saat sürətlə hərəkət edir.
 - 2) Sevinc əlindəki topu üfqlə 30° bucaq əmələ gətirən istiqamətdə 100 N qüvvə tətbiq etməklə irəli atdı.
 - 3) Həsənin boyu 1 m 75 sm, kütləsi 72 kq-dır.
 - 4) Paraşütçü 20 km/saat sürətlə təyyarədən aşağıya doğru tullandı.
- 2 > Hansı vektorial kəmiyyətdir?
 - 1) 5,6 kq
 - 2) 3,2 m/san, şimal-şərq istiqamətində
 - 3) 9,81 m/san², aşağı
 - 4) $8,8 \times 10^{-3} m^3$
- 3 > Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.



- a) Uzunluğu $\vec{a}$ vektoru ilə eyni olan bütün vektorları yazın.
 - b) İstiqaməti $\vec{a}$ vektoru ilə eyni olan vektorları yazın.
 - c) $\vec{a}$ vektoruna bərabər olan bütün vektorları yazın.
 - d) $\vec{a}$ vektoruna əks vektoru yazın.
- 4 > a) Şəkində velosipedçinin getdiyi yol mavi xətlə göstərilmişdir. Qırmızı xətlə hansı kəmiyyət göstərilmişdir?
- b) Kütlə və çəki kəmiyyətlərindən hansı vektorial, hansı skalyar kəmiyyətdir? Fikirlərinizi izah edin.
- 5 > $\vec{b}$ vektoru ilə kollinear olan vektorları seçib yazın.

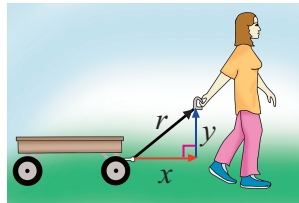


- 6 > Dəftərinizdə çəkin: a) iki kollinear vektor; b) iki əks vektor; c) iki bərabər vektor.
- 7 > Rasimin çəkdiyi şəkildə yerdəyişmə vektoruna uyğun parçanın uzunluğu 6 sm-dir. Şəkil 1 sm : 250 m miqyası ilə təsvir edilmişdirsə, real yerdəyişmə nə qədərdir?

Koordinat müstəvisində vektorlar

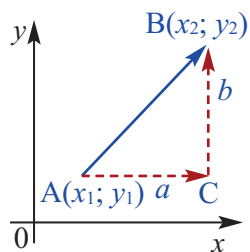
Araşdırma. Nailənin arabaya tətbiq etdiyi qüvvə arabanı irəliyə aparan və arabanı yuxarı dartaan komponentlərə ayrılır. Bu qüvvələr şəkildə hansı hərfklərlə işarə edilmişdir?

Nailənin arabaya tətbiq etdiyi qüvvəni hesablamaq üçün fizikada hansı düsturdan istifadə edilir?



Vektorun koordinat müstəvisində komponentləri ilə ifadə edilməsi

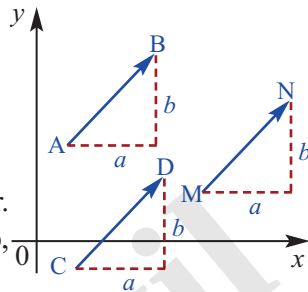
Koordinat müstəvisi üzərində $\vec{AB}$ vektorunu nəzərdən keçirək. Vektorun B son nöqtəsi A başlanğıc nöqtəsinə görə Ox oxu boyunca $|a|$ vahid ($a > 0$ olduqda sağa, $a < 0$ olduqda sola), Oy oxu boyunca $|b|$ vahid ($b > 0$ olduqda yuxarı, $b < 0$ olduqda aşağı) yerini dəyişmişdir. a və b ədədləri ilə müəyyən olunan (həm uzunluğu, həm də istiqaməti ilə) $\vec{AC}$ və $\vec{CB}$ vektorları $\vec{AB}$ vektorunun komponentləridir.



Koordinat müstəvisi üzərində vektor $\vec{AB} = \langle a; b \rangle$ kimi yazılır. $\langle a; b \rangle$ yazılışı vektorun komponentlərlə yazılışı adlanır.

Bərabər vektorların uyğun komponentləri bərabərdir.

Tərsinə, vektorların uyğun komponentləri bərabədirsə, onda vektorlar bərabərdir. Şəkildə $\vec{AB} = \vec{CD} = \vec{MN}$



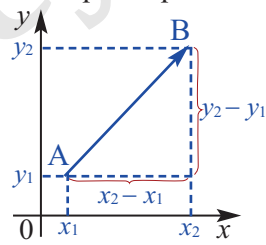
Hər hansı $\vec{AB}$ vektoru verildikdə başlanğıcı müstəvinin istənilən nöqtəsində olmaqla bu vektora bərabər bir vektor qurmaq olar. Deməli, fərqli başlanğıc nöqtələri seçməklə verilən vektora bərabər sonsuz sayda vektor qurmaq olar.

Başlanğıc nöqtəsi $A(x_1; y_1)$, son nöqtəsi isə $B(x_2; y_2)$ olan $\vec{AB} = \langle a; b \rangle$ vektorunu bu nöqtələrin koordinatlarına görə komponentləri ilə ifadə etmək olar.

$x_2 - x_1 = a$, $y_2 - y_1 = b$ olduğundan:

$$\vec{AB} = \langle x_2 - x_1; y_2 - y_1 \rangle = \langle a; b \rangle$$

Burada a və b -yə vektorun koordinatları da deyilir.



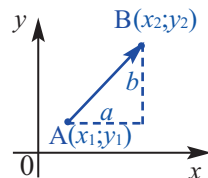
Vektorun uzunluğu

Vektorun uzunluğunu başlanğıc və son nöqtələrinin koordinatlarına görə iki nöqtə arasındakı məsafə düsturundan istifadə etməklə tapmaq olar:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Komponentləri ilə verilmiş $\vec{AB} = \langle a; b \rangle$ vektorunun uzunluğu:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Koordinat müstəvisində vektorlar

Nümunə 1. Başlanğıc nöqtəsi $(-2; 3)$, son nöqtəsi $(3; 7)$ olan $\vec{z}$ vektorunu $\vec{z} = \langle a; b \rangle$ şəklində yazın.

Həlli: $\vec{z}$ vektorunun komponentləri ilə $\vec{z} = \langle x_2 - x_1; y_2 - y_1 \rangle$ yazılışında uyğun koordinatları nəzərə alsaq:

$$\vec{z} = \langle 3 - (-2); 7 - 3 \rangle = \langle 5; 4 \rangle \quad \text{Cavab: } \vec{z} = \langle 5; 4 \rangle$$

Nümunə 2. $\vec{a} \langle 3; 6 \rangle$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi $(2; 3)$ -dür. Bu vektorun son nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

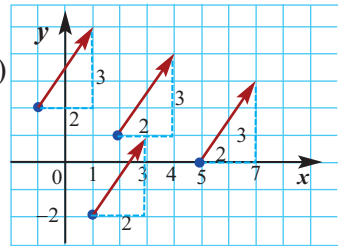
Həlli: $\vec{a}$ vektorunun son nöqtəsinin koordinatlarının $(x; y)$ olduğunu qəbul edək.

$$\langle x - 2; y - 3 \rangle = \langle 3; 6 \rangle, \quad x - 2 = 3, \quad x = 5; \quad y - 3 = 6, \quad y = 9$$

Bu vektorun son nöqtəsi $(5; 9)$ -dur.

Nümunə 3. Başlanğıcı $(-1; 2)$, $(2; 1)$, $(1; -2)$, $(5; 0)$ nöqtələrində olmaqla koordinat müstəvisi üzərində $\langle 2; 3 \rangle$ vektoruna bərabər vektorlar çəkin.

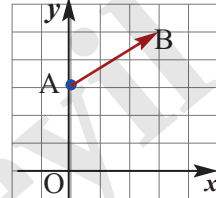
Həlli: Verilən nöqtələr koordinat müstəvisində qeyd edilir. Bu nöqtələrdən başlayaraq komponentləri $\langle 2; 3 \rangle$ vektorunun uyğun komponentlərinə bərabər olan vektorlar qurulur.



Nümunə 4. $A(0; 3)$ və $B(3; 5)$ uyğun olaraq $\vec{AB}$ vektorunun başlanğıc və son nöqtəsidir. Bu vektoru $\vec{AB} = \langle a; b \rangle$ şəklində yazın və uzunluğunu tapın.

Həlli: $\vec{AB} = \langle 3 - 0; 5 - 3 \rangle = \langle 3; 2 \rangle$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

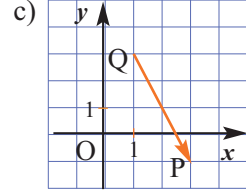
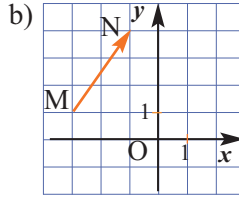
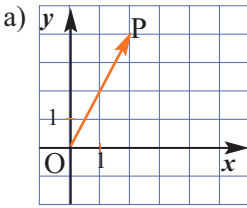


Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > a) P və Q uyğun olaraq $\vec{PQ}$ vektorunun başlanğıc və son nöqtəsidir. Bu vektoru komponentləri ilə yazın və uzunluğunu tapın.
 - 1) $P(0; 0)$, $Q(3; 4)$
 - 2) $P(-5; 1)$, $Q(7; 6)$
 - 3) $P(-4; -3)$, $Q(2; -7)$
 - 4) $P(5; 4)$, $Q(-1; -4)$
 - 5) $P(6; 3)$, $Q(-2; 1)$
 - 6) $P(-6; 0)$, $Q(-5; -4)$
- b) $A(-1; 2)$, $B(3; -4)$, $C(5; 6)$ nöqtələri verilir. $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$, $\vec{CA}$, $\vec{CB}$, $\vec{BA}$ vektorlarını komponentləri ilə yazın.
- 2 > Aslan 2 km şərqə doğru hərəkət etdikdən sonra 1 km şimala tərəf hərəkət etdi. Rəşid isə 1 km şimala doğru hərəkət etdikdən sonra 2 km şərqə doğru hərəkət etdi. Aslan və Rəşidin hərəkətə başladıkları nöqtədən eyni məsafədə uzaqlaşdıqlarını əsaslandırın.
- 3 > Başlanğıcı $(-2; 1)$, $(0; 2)$, $(3; -2)$, $(0; 0)$ nöqtələrində olmaqla koordinat müstəvisi üzərində $\langle 4; 2 \rangle$ vektoruna bərabər vektorlar çəkin.

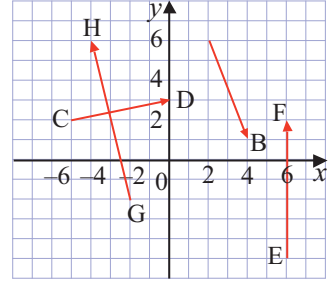
Koordinat müstəvisində vektorlar

- 4 > Koordinat müstəvisi üzərində təsvir edilmiş vektorları komponentləri ilə ifadə edin.



- 5 > Koordinat müstəvisi üzərində təsvir edilmiş vektorları:

- a) başlanğıc və son nöqtələrinin koordinatları ilə ifadə edin.
b) vektorları komponentləri ilə yazın.
c) vektorların uzunluqlarını tapın.



- 6 > Verilən nöqtənin koordinatlarına görə vektorun digər (başlanğıc və ya son) nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

1) Vektor komponentləri ilə: $\vec{a} \langle 1; 3 \rangle$,

Başlanğıc nöqtəsinin koordinatları: a) (2; 3); b) (0; 0); c) (-1; 3)

2) Vektor komponentləri ilə: $\vec{a} \langle -2; 0 \rangle$,

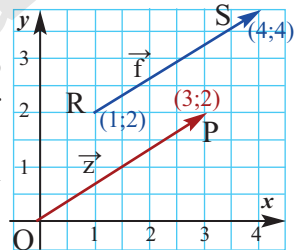
Son nöqtəsinin koordinatları: a) (3;1); b) (5; 0); c) (3;1)

Tətbiq tapşırıqları

- 7 > Avtomobilin sürətini P(1;1) nöqtəsindən Q(4; 5) nöqtəsinə doğru yönəlmiş vektorla təsvir etmək olar. Koordinat müstəvisində bir bölgünü 10 km/saat qəbul edin və avtomobilin sürətini tapın.

- 8 > $\vec{OP}$ vektoru (0; 0) nöqtəsindən (3; 2) nöqtəsinə, $\vec{RS}$ vektoru isə (1; 2) nöqtəsindən (4; 4) nöqtəsinə doğru yönəlmişdir. Bu vektorların bərabər vektorlar olduğunu göstərin.

Göstəriş: vektorların uyğun komponentlərinin bərabər olduqlarını göstərin.



- 9 > Komponentləri ilə yazılışına görə vektorların uzunluqlarını tapın.

a) $\langle 5,1; 6,8 \rangle$ b) $\langle -8; -6 \rangle$ c) $\langle 12; -16 \rangle$

- 10 > A vektorun başlanğıc, B isə son nöqtəsidir. Bu vektoru üzərində saxlayan düz xəttin bucaq əmsalını tapın.

a) A(3;2), B(-1;4) b) A(-4;3), B(2;-1) c) A(1;3), B(2;-1)

Vektorun istiqaməti

Vektorun istiqaməti

Vektorun istiqamətinin təyin edilməsinin tətbiq sahələrinə görə müxtəlif üsulları mövcuddur. Gündəlik həyatda biz istiqaməti sol, sağ, aşağı, yuxarı və ya şərq, qərb, şimal, cənub kimi ifadə edirik.

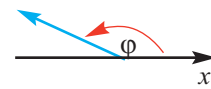
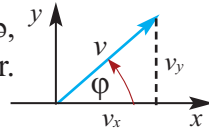
Koordinat müstəvisində vektorun istiqaməti Ox oxunun müsbət istiqamətindən saat əqrəbi hərəkətinin əksinə olmaqla ölçülən bucaqla (buna meyl bucağı deyəcəyik) müəyyən edilir.

Şəkilə $\vec{v} = \langle v_x; v_y \rangle$ vektorunun uzunluğu $|\vec{v}| = v$ ilə, istiqamətini müəyyən edən bucaq isə φ ilə işarə edilmişdir.

vektorun uzunluğu: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

vektorun istiqaməti: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_y}{v_x}$ və ya $\cos \varphi = \frac{v_x}{v}$

Sadəlik üçün bəzən vektor müstəvi üzərində yalnız Ox oxunun müsbət istiqaməti göstərilməklə təsvir edilir.

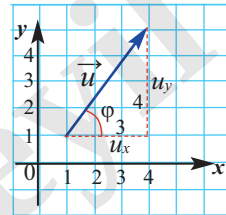


Nümunə 1. Uzunluğu 200 m olan yerdəyişmə vektorunun meyl bucağı 150° -dir. Bu vektoru 1 sm : 100 m miqyası ilə çəkin.

Həlli: Ox oxunun müsbət istiqaməti ilə 150° -li bucaq əmələ gətirən şüa üzərində onun başlanğıcından 1 sm : 100 m miqyasına görə xətkəşlə 2 sm uzunluğunda parça qeyd edilir.

Nümunə 2. $\vec{u} \langle 3; 4 \rangle$ vektorunun uzunluğunu və meyl bucağını müəyyən edin.

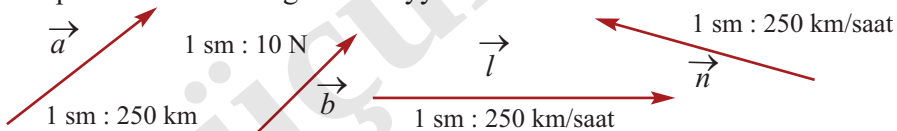
Həlli: Koordinat müstəvisi üzərində ixtiyari nöqtəni vektorun başlanğıc nöqtəsi seçək. Bu nöqtədən üfüqi ox boyunca 3 vahid olmaqla u_x komponentini, şaquli ox boyunca 4 vahid olmaqla u_y komponentini ayıraq və şəkilə göstəriləndiyi kimi $\vec{u}$ vektorunu quraq. Transportirə φ bucağını ölçsək, onun təqribən 53° olduğunu görürük. Bunu hesablamalarla da yoxlayaq.



Vektorun uzunluğu: $|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, meyl bucağı: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{4}{3}$, $\varphi \approx 53^\circ$

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Transportir və xətkəşin köməyiylə ölçmələr aparmaqla vektorların istiqamətini və uzunluğunu müəyyən edin.



- 2 > Verilənlərə görə vektorları xətkəş və transportirin köməyiylə çəkin.

Uzunluğu:

5 km

200 km

1200 m

Meyl bucağı:

20°

170°

150°

Miqyas:

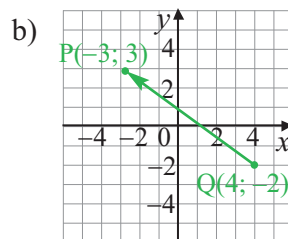
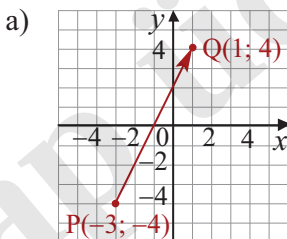
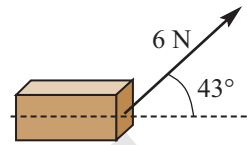
1 sm : 1 km

1 sm : 50 km

? sm : ? km

Vektorun istiqaməti

- 3 > Verilən vektorları çəkin, uzunluğunu və istiqamətini müəyyən edin.
 a) $\langle 5; 5 \rangle$ b) $\langle 5; 1 \rangle$ c) $\langle -1; 1 \rangle$ d) $\langle -6; 8 \rangle$
- 4 > Uyğun vektorları müəyyən miqyasla çəkin.
 a) gəminin hərəkət sürəti 60 km/saat, meyl bucağı 60° -dir.
 b) avtomobilin hərəkət sürəti 80 km/saat, meyl bucağı 0° -dir.
 c) atının yerdəyişməsi 16 km, meyl bucağı 70° -dir.
 d) obyektə 145° bucaq altında tətbiq olunan qüvvə 100 N-dur.
- 5 > P vektorun başlanğıc nöqtəsi, Q son nöqtəsidir. Vektorların uzunluğunu və istiqamətini müəyyən edin.
 a) P(0; 0), Q (-3; 2) b) P(1; -1), Q (-2; 3)
 c) P(4; 2), Q (1; 3) d) P(0; 4), Q (2; 6)
- 6 > a) Topdan meyl bucağı 15° olmaqla atılan mərmə 925 m/san sürətlə bucaq altında hərəkət etdi. Bu vektoru komponentləri ilə yazın.
 b) Gəmi meyl bucağı 60° olmaqla 75 km/saat sürətlə hərəkət edir. Gəminin Ox və Oy oxlarına, başqa sözlə şərq və şimala nəzərən sürətini müəyyən edin.
 c) Şəkildəki qüvvəni komponentləri ilə yazın.
- 7 > Aşağıdakı təkliflərdən hansı doğru, hansı səhvdir?
 a) Əgər $\vec{a} = \vec{b}$ olarsa, onda $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
 b) Əgər $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ olarsa, onda $\vec{a} = \vec{b}$
- 8 > **Riyazi yazı.** a) $\vec{d}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi (1; 2), son nöqtəsi isə (5; -1)-dir. $\vec{f}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi (5; -1), son nöqtəsi isə (1; 2)-dir. Bu vektorların oxşar və fərqli cəhətlərini yazın.
- 9 > Uzunluğu $\vec{KL}\langle 1; 3 \rangle$ vektorunun uzunluğuna bərabər, lakin istiqaməti əks olan vektoru komponentləri ilə yazın. Bunu necə müəyyən etdiyinizi izah edin.
- 10 > Vektorların modulunu və istiqamətini müəyyən edin. Vektorları dəftərinizdə çəkin.



Vektorların toplanması və çıxılması

Kollinear vektorların toplanması və çıxılması

Eyni istiqamətli kollinear vektorların cəmini göstərən vektora bu vektorların əvəzləyicisi deyilir və onun modulu verilən vektorların modulları cəminə bərabər olmaqla, istiqaməti verilən vektorlarla eyni olur.

$$|15| + |5| = 20 \text{ km (sağa)}$$

Əks istiqamətli iki kollinear vektorun əvəzləyici vektorunun modulu bu vektorların modulları fərqinə bərabərdir, istiqaməti isə modulu böyük olan vektorla eynidir.

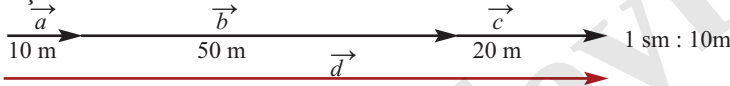
$$|15| - |5| = 10 \text{ km (sola)}$$

Vektorların toplanmasını real həyati situasiyalara uyğun qrafik olaraq yerinə yetirək.

Məsələ 1. Cəmilə finiş xəttinə çatmaq üçün 3 işarəni keçməlidir. O, 10 m şərqə doğru sürüşsə, 1-ci işarəyə, sonra 50 m irəli sürüşsə, 2-ci işarəyə və eyni istiqamətdə daha 20 m keçsə, finiş xəttinə çata bilər. Cəmilənin hərəkətini qrafik olaraq vektorla göstərin.



Miqyas seçək: 1 sm : 10 m. 1-ci vektoru, başlanğıcını 1-ci vektorun son nöqtəsi ilə eyni qəbul etməklə 2-ci vektoru və analogi qaydada 3-cü vektoru çəkək.



Əvəzləyici vektoru $\vec{d}$ ilə işarə edək.

Onun uzunluğunu $|\vec{d}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| + |\vec{c}|$ kimi ifadə etmək olar.

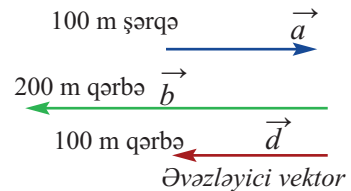
Ümumi yerdəyişmə: $10 \text{ m} + 50 \text{ m} + 20 \text{ m} = 80 \text{ m}$ (şərqə)

Qəbul edilmiş miqyasa görə uzunluğu 8 sm olmaqla $\vec{d}$ vektoru çəkilir.

Məsələ 2. Təsəvvür edin ki, siz 100 m şərqə doğru, daha sonra 200 m qərbə doğru hərəkət etmisiniz.

1 sm : 50 m miqyası ilə verilən vektorları çəkək.

Göründüyü kimi, əvəzləyici vektorun modulu vektorların modullarının fərqinə bərabərdir. İstiqamət isə qərbə doğru olacaq.



Bu halda $\vec{d}$ əvəzləyici vektorunun uzunluğu $|\vec{d}| = |\vec{b}| - |\vec{a}|$

$$200 \text{ m} - 100 \text{ m} = 100 \text{ m (qərbə)}$$

Vektorların toplanması və çıxılması

Kollinear vektorların toplanması və çıxılması

$\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları əksistiqamətli vektorlardırsa, əvəzləyici $\vec{r}$ vektoru:

$|\vec{a}| > |\vec{b}|$ olarsa, $|\vec{r}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$, $\vec{r}$ vektoru $\vec{a}$ vektoru ilə eyni istiqamətdə olur.

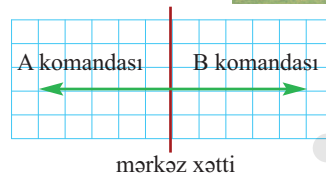
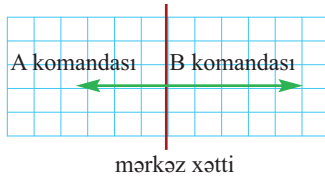
$|\vec{a}| < |\vec{b}|$ olarsa, $|\vec{r}| = |\vec{b}| - |\vec{a}|$, $\vec{r}$ vektoru $\vec{b}$ vektoru ilə eyni istiqamətdə olur.

$|\vec{a}| = |\vec{b}|$ olarsa, $|\vec{r}| = 0$, yəni əks vektorların cəmi $\vec{0}$ vektoruna bərabərdir.

$\vec{u} - \vec{v}$ fərqlini tapmaq üçün $\vec{u}$ -nün üzərinə $-\vec{v}$ -yə əks olan vektoru əlavə etmək lazımdır. Yəni $\vec{u} - \vec{v}$ ifadəsi ilə $\vec{u} + (-\vec{v})$ ifadəsi ekvivalent ifadələrdir.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Şəkildə təsvir edilmiş oyunda tətbiq edilən qüvvələr vektorlarla ifadə edilir. Vektorların istiqaməti ipi dartma istiqamətlərini göstərir. Şəkildə iki raundda ipə tətbiq edilmiş qüvvələr göstərilmişdir.

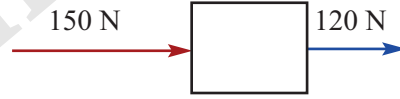
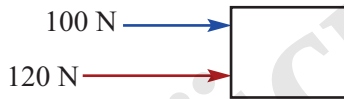


Vektorlara görə 1-ci və 2-ci raundda komandaların nəticələri haqqında fikirlərinizi söyləyin. Bu fikirləri vektorlar üzərində əməllərlə əsaslandırın.

- 2 > Əvəzləyici qüvvənin istiqamətini və modulunu müəyyən edin.

a) Şkafın yerini dəyişmək üçün iki nəfərdən biri 100 N, digəri isə 120 N qüvvə tətbiq etməklə eyni istiqamətdə itələyir.

b) Şkafın yerini dəyişmək üçün iki nəfərdən biri 150 N qüvvə ilə irəli itələyir, digəri isə 120 N qüvvə ilə eyni istiqamətə dartır.

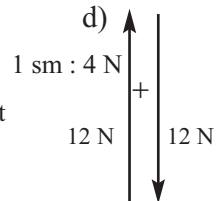


- 3 > Vektorların cəmini və fərqlini göstərən əvəzləyici vektorları çəkin.

a) $\xrightarrow{2 \text{ km}} + \xrightarrow{2 \text{ km}} \quad 1 \text{ sm} : 1 \text{ km}$

b) $\xrightarrow{40 \text{ km/saat}} + \xleftarrow{60 \text{ km/saat}} \quad 1 \text{ sm} : 20 \text{ km/saat}$

c) $\xrightarrow{20 \text{ N}} - \xleftarrow{15 \text{ N}} \quad 1 \text{ sm} : 5 \text{ N}$

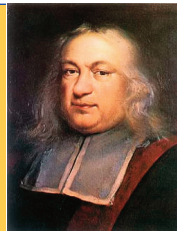


Vektorların toplanması və çıxılması



Rene Dekart

XVII əsrdə yaşamış riyaziyyatçı alimlər Rene Dekart və Pyer Ferma cəbr və həndəsəni bir-birilə əlaqələndirərək riyaziyyatda yeni bir elmi sahə - analitik həndəsəni yaratmışlar. Analitik həndəsə həndəsə məsələlərinin həllində cəbri qaydaların tətbiqini əhatə edir. Vektorlar



Pier Ferma

üzərində əməllərin cəbri qaydada yerinə yetirilməsi imkanları vektorlara aid məsələlərin həllini asanlaşdırdı.

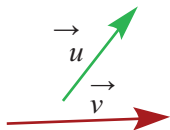
Vektorların toplanması və çıxılması

Kollinear olmayan vektorları toplamaq üçün müxtəlif qaydalar mövcuddur. İki qrafik qaydanı nəzərdən keçirək: 1. Üçbucaq qaydası. 2. Paraleloqram qaydası. Qrafik qaydada vektorları toplayarkən verilən vektorlar və onların cəmini göstərən əvəzləyici vektor müəyyən miqyas seçilməklə xətkəş (mütləq qiyməti) və transportirin (istiqaməti) köməyiylə qurulur.

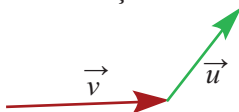
1) Üçbucaq qaydası.

1. Verilir:

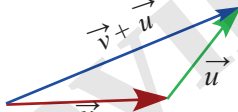
$\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorları



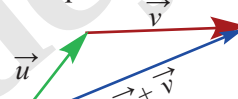
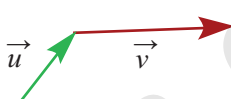
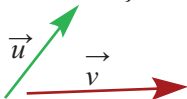
2) $\vec{u}$ vektorunu elə sürüşdürək ki, $\vec{v}$ vektorunun son nöqtəsi ilə $\vec{u}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi üst-üstə düşsün.



3) $\vec{v}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi ilə $\vec{u}$ vektorunun son nöqtəsini birləşdirək. Bu vektor $\vec{v} + \vec{u}$ vektorunu ifadə edən əvəzləyici vektordur.



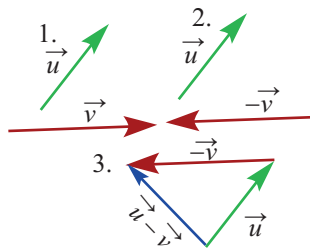
$\vec{v}$ vektorunu sürüşdürməklə də $\vec{u} + \vec{v}$ vektorunu qurmaq olar.



Vektorları istənilən ardıcılıqla toplamaq olar. Toplama əməlinin yerdəyişmə xassəsi vektorları toplama üçün də doğrudur. Bu qayda ilə üç və daha çox vektoru da toplamaq olar.

Vektorların çıxılması. Qrafik qayda ilə $\vec{u}$ və $\vec{v}$ kimi iki vektorun çıxılmasını nəzərdən keçirək, yəni $\vec{u} - \vec{v}$ vektorunu müəyyən edək. Bunun üçün: 1. $\vec{v}$ vektoruna əks vektoru ($-\vec{v}$) çəkək; 2. $-\vec{v}$ -ni elə sürüşdürək ki, $-\vec{v}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi ilə $\vec{u}$ vektorunun son nöqtəsi üst-üstə düşsün.

3. $\vec{u}$ vektorunun başlanğıc nöqtəsi ilə $-\vec{v}$ vektorunun son nöqtəsini birləşdirək. Bu $\vec{u} - \vec{v}$ vektorudur.



Vektorların toplanması və çıxılması

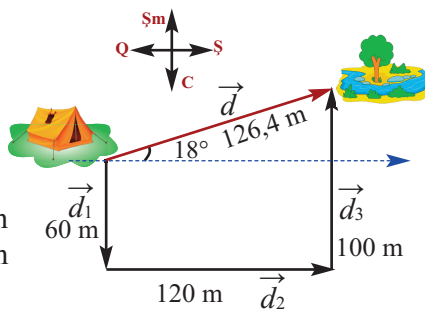
Nümunə 1. Camal düşərgədə qurduqları çadırdan 60 m cənuba, 120 m şərqə, daha sonra 100 m şimala getdi və gölə çatdı. Çadırdan gölə qədər ən yaxın məsafə neçə metrdir?

Həlli:

Miqyas qəbul edək: 1 sm : 40 m

Camalın hərəkətini uyğun vektorlarla miqyasa görə ardıcıl olaraq göstərək.

Camalın hərəkətini göstərən 1-ci vektorun başlanğıc nöqtəsi ilə 3-cü vektorun son nöqtəsini birləşdirək.



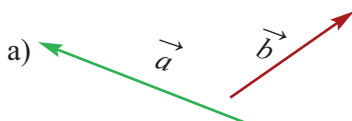
Alınan $\vec{d}$ əvəzləyici vektoru $\vec{d}_1$, $\vec{d}_2$ və $\vec{d}_3$ vektorlarının cəmini ifadə edir. Xətkeşlə ölçməklə və miqyası nəzərə almaqla bu vektorun uzunluğunun 126,5 m, meyl bucağının isə transportirlə ölçmələr aparmaqla 18° olduğunu müəyyən etmək olar.

Cavab: Göl çadırdan 126,5 m məsafədədir.

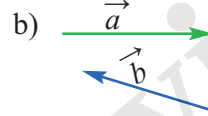
Məsələləri transportir və xətkəşdən istifadə etməklə ölçmə və qurma yolu ilə həll edin.

- 4 > 1) Şəkildə verilmiş vektorları verilmiş miqyasla dəftərinizə köçürün və $\vec{a} + \vec{b}$ vektorunu qurun, modulunu və istiqamətini müəyyən edin.

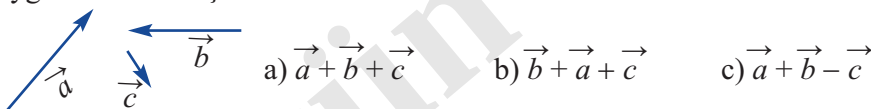
Miqyas 1 sm : 3 km



Miqyas 1 sm : 1 km



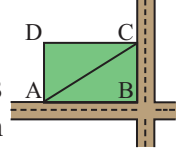
- 5 > Şimal istiqamətində 5 m yerdəyişmə planda 3 sm uzunluğunda parça ilə çəkilmişdir. Bu miqyasla şimal istiqamətində 20 m yerdəyişməni göstərən vektoru çəkin.
- 6 > Şəkildəki $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektorlarından istifadə etməklə aşağıdakı ifadələrə uyğun vektorları çəkin.



- 7 > Elmar parkda 4 km qərbə doğru hərəkət etdikdən sonra, daha 3 km şimala doğru hərəkət etdi. Elmar hərəkətə başladığı nöqtədən neçə kilometr uzaqlaşdı? Yerdəyişmə vektorunun meyl bucağını tapın.
- 8 > Gəmi sahildən cənuba doğru 25 km hərəkət etdikdən sonra istiqamətini şərqə doğru dəyişdi və daha 40 km getdi. Daha sonra isə şimal istiqamətində 15 km qət etdi və dəniz fənərinə çatdı. Gəminin yerdəyişməsini göstərən vektoru qəbul etdiyiniz miqyasla təsvir edin.

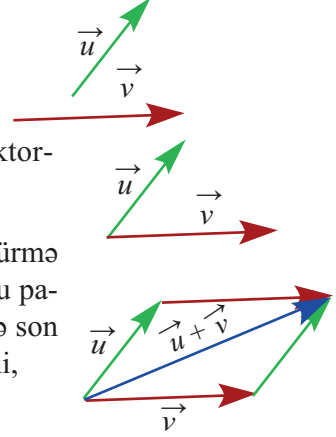
Vektorların toplanması və çıxılması

Araşdırma. Təssəvür edin ki, siz parkda A nöqtəsindən C nöqtəsinə getməlisiniz. Tutaq ki, siz bura gəlmək üçün üç müxtəlif yol seçmişiniz: 1) A nöqtəsindən başlamaqla B nöqtəsinə və oradan C nöqtəsinə gəlməklə; 2) A nöqtəsindən D nöqtəsinə, oradan da C nöqtəsinə gəlməklə; 3) A nöqtəsindən birbaşa C nöqtəsinə gəlməklə. Hər bir yerdəyişməyə uyğun vektorları yazın.



Paraleloqram qaydası

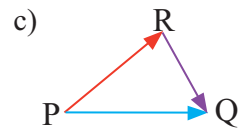
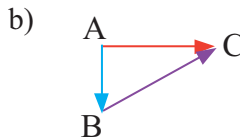
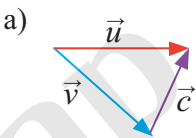
1. Verilir: $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorları
2. $\vec{v}$ vektorunu elə sürüşdürək ki, $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorlarının başlanğıc nöqtələri üst-üstə düşsün.
3. $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorlarını uyğun olaraq paralel köçürmə ilə tərəfləri $\vec{u}$ və $\vec{v}$ olan paraleloqram quraq. Bu paraleloqramın $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorlarının başlanğıc və son nöqtələrini birləşdirən diaqonalı onların cəmini, $\vec{u} + \vec{v}$ vektorunu göstərir.



Xətkeş və transportirin köməyiylə qurulmuş əvəzləyici vektorun uzunluğunu və istiqamətini müəyyən edin.

Əvəzləyici vektoru paraleloqram qaydası ilə transportir və xətkəşdən istifadə etməklə ölçmə və qurmalar aparmaqla tapın.

- 9 > Uzunluqları və meyl bucaqları verilmiş yerdəyişmə vektorlarını müəyyən miqyasla çəkin və paraleloqram qaydası ilə toplayın:
 - a) 1,5 km, meyl bucağı 180° və 3 km, meyl bucağı 45° ;
 - b) 2,5 km, meyl bucağı 80° və 5 km, meyl bucağı 15° ;
 - c) 4 km, meyl bucağı 120° və 2 km, meyl bucağı 30° .
- 10 > Təyyarə 850 km/saat sürətlə şimala doğru uçuş. 50 km/saat sürətlə əsən qərb küləyinin təsiri altında təyyarənin sürəti və istiqaməti necə dəyişəcək? Çəkin, göstərin.
- 11 > Uzunluğu kiçik olan vektoru digər iki vektorun cəmi və ya fərqi kimi ifadə edin.



Vektorların toplanması və çıxılması

Yerdəyişmə və qruplaşdırma xassəsi

İstənilən $\vec{a}$, $\vec{b}$ və $\vec{c}$ vektorları üçün toplanmanın aşağıdakı xassələri doğrudur:

Yerdəyişmə xassəsi: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

Qruplaşdırma xassəsi: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

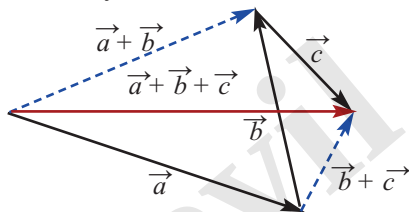
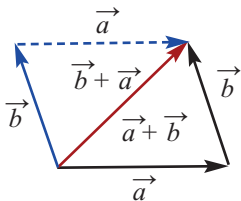
İdentiklik xassəsi: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

Əks vektorların cəmi: $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

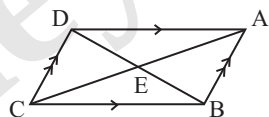
$$\begin{aligned}
 \textbf{Nümunə 1. } (\vec{u} + \vec{v}) - \vec{u} &= (\vec{v} + \vec{u}) - \vec{u} = && \text{yerdəyişmə xassəsi} \\
 &= (\vec{v} + \vec{u}) + (-\vec{u}) = && \text{əksi ilə toplanır} \\
 &= \vec{v} + (\vec{u} + (-\vec{u})) = && \text{qruplaşdırma xassəsi} \\
 &= \vec{v} + \vec{0} = && \text{əks vektorların cəmi ilə toplanır} \\
 &= \vec{v} && \text{identiklik xassəsi}
 \end{aligned}$$

12 > Aşağıdakı şəkilləri ölçmələrlə dəftərinizə köçürün.

- Vektorları toplamada yerdəyişmə və qruplaşdırma xassələrini tətbiq edin.
- Hər bir xassə üçün daha bir nümunə də siz çəkin.



13 > ABCD paraleloqram, E isə onun diaqonallarının kəsişmə nöqtəsidir. Hər bir ifadəyə uyğun vektorun adını yazın.



a) $\vec{AE} + \vec{EB}$

d) $\vec{AB} - \vec{DB}$

g) $\vec{CE} + \vec{DC}$

b) $\vec{DE} + \vec{EB}$

e) $\vec{AE} - \vec{EB} - \vec{BC}$

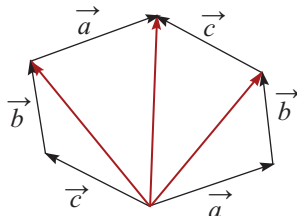
h) $\vec{AD} + \vec{DB}$

c) $\vec{BC} + \vec{BA}$

f) $\vec{BA} + \vec{AE} + \vec{ED} + \vec{DC}$

i) $\vec{AB} - \vec{CB} - \vec{DC}$

14 > Qırmızı rənglə çəkilmiş vektorları $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektorlarının cəmi ilə müxtəlif şəkildə ifadə etməklə vektorlar üzərində toplama əməlinin xassələrini göstərin.

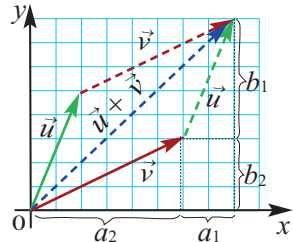


Vektorların toplanması və çıxılması

Vektorların komponentlərindən istifadə etməklə toplanması

Koordinat müstəvisi üzərində komponentləri ilə verilmiş vektorların toplanmasını yerinə yetirək.

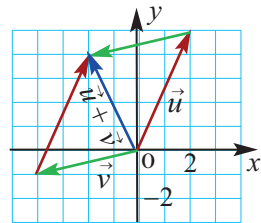
$\vec{u} = \langle a_1; b_1 \rangle$ və $\vec{v} = \langle a_2; b_2 \rangle$ vektorlarının cəmi $\vec{u} + \vec{v} = \langle a_1 + a_2; b_1 + b_2 \rangle$ vektorudur.



Nümunə 1. $\vec{u} = \langle 2; 5 \rangle$ və $\vec{v} = \langle -4; -1 \rangle$ olarsa, $\vec{u} + \vec{v}$ vektorunu komponentləri ilə ifadə edin.

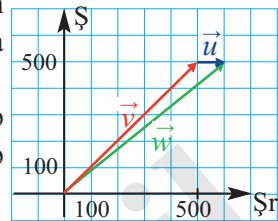
Həlli: $\vec{u} + \vec{v}$ vektorunun komponentlərini tapmaq üçün $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorlarının uyğun komponentlərini - üfüqi (absis oxu üzrə) və şaquli (ordinat oxu üzrə) komponentlərini toplamaq lazımdır.

$$\vec{u} + \vec{v} = \langle 2 + (-4); 5 + (-1) \rangle = \langle -2; 4 \rangle$$



Nümunə 2. Təyyarə şimal-şərq istiqamətində saatda təxminən 707 mil sürətlə uçar. Təyyarənin sürətini $\vec{v} = \langle 500; 500 \rangle$ vektoru ifadə edir. Saatda 40 mil sürətlə qərb küləyi əsir. Küləyin sürətini $\vec{u} = \langle 40; 0 \rangle$ vektoru ifadə edir. Küləyin təsiri ilə təyyarənin sürəti necə dəyişəcək? Bu sürəti ifadə edən vektoru komponentləri ilə göstərin.

$$\vec{w} = \vec{v} + \vec{u} = \langle 500 + 40; 500 + 0 \rangle = \langle 540; 500 \rangle$$

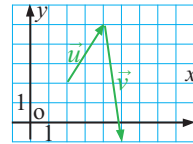
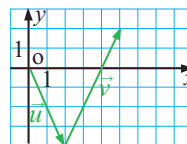
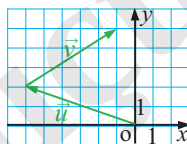
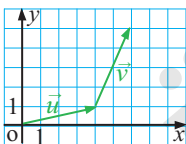


Təyyarənin yekun sürəti: $|\vec{w}| = \sqrt{540^2 + 500^2} \approx 736$ mil/saat

Oxşar qayda ilə göstərmək olar ki, $\vec{u} - \vec{v} = \langle a_1 - a_2; b_1 - b_2 \rangle$

Nümunə 3. $\vec{u} = \langle 2; 5 \rangle$ və $\vec{v} = \langle -5; -1 \rangle$ olarsa, $\vec{u} - \vec{v} = \langle 2 - (-5); 5 - (-1) \rangle = \langle 7; 6 \rangle$

- 15> $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorlarının təsvirini dəftərinizə köçürün. Bu vektorların hər birini komponentləri ilə yazın. $\vec{u} + \vec{v}$ cəmini ifadə edən vektoru komponentləri ilə yazın.



- 16> Təyyarə uçuşu saatda 650 km/saat sürətlə şərq istiqamətində yerinə yetirir. Bir qədər sonra saatda 80 km sürətlə, meyl bucağı 45° olan cənub-şərq küləyi əsməyə başladı. Külək təyyarəni şərqə doğru olan yoldan hər saatda neçə kilometr uzaqlaşdıracaq?

Vektorun komponentləri və triqonometrik nisbətlər

Triqonometrik nisbətlər və vektorun komponentləri

Koordinat müstəvisində verilmiş $\vec{d}$ vektorunun komponentləri $\vec{d} = \langle d_x; d_y \rangle$ yazılışını triqonometrik nisbətlərin köməyiylə ifadə edək. $|\vec{d}| = d$ işarə etsək və

$$\cos \varphi = \frac{d_x}{d} \quad \sin \varphi = \frac{d_y}{d}$$

$$d_x = d \cos \varphi \quad d_y = d \sin \varphi \quad \text{olduğunu nəzərə alsaq, } \vec{d} = \langle d \cos \varphi; d \sin \varphi \rangle$$

$\vec{d} = \langle d \cos \varphi; d \sin \varphi \rangle$ yazılışı da vektorun komponentləri ilə ifadə formasıdır.

Vektorun istiqamətini $\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_y}{d_x}$ kimi də tapmaq olar.

Nümunə 1. Avtomobil meyl bucağı 30° olmaqla saatda 80 km sürətlə şimal-şərqə doğru hərəkət edir. Sürət vektorunu komponentləri ilə yazın.

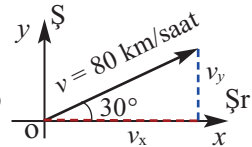
Həlli: Verilənlərə görə: $|\vec{v}| = 80$ (km /saat), $\varphi = 30^\circ$

$$\vec{v} = \langle v_x; v_y \rangle = \langle v \cos \varphi; v \sin \varphi \rangle = \langle 80 \cos 30^\circ; 80 \sin 30^\circ \rangle$$

30° -li bucağın sinus və kosinusunun qiymətlərini nəzərə alsaq:

şərq istiqamətində sürət: $v_x = v \cos \varphi = 80 \cdot \cos 30^\circ \approx 80 \cdot 0,87 \approx 69,6$ (km/saat)

şimal istiqamətində sürət: $v_y = v \sin \varphi = 80 \cdot \sin 30^\circ = 80 \cdot 0,5 = 40$ (km/saat)



Nümunə 2. Topun hərəkəti modulu 18 m, meyl bucağı 40° olan $\vec{d}_1$ və modulu 10 m, meyl bucağı 150° olan $\vec{d}_2$ kimi iki vektorla təsvir edilmişdir. Topun yerdəyişməsini göstərən vektoru (modulunu və meyl bucağını) müəyyən edin.

Həlli: Topun yerdəyişməsi: $\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$

$\vec{d}_1$ və $\vec{d}_2$ vektorlarını komponentləri ilə yazaq:

$$\vec{d}_1 = \langle d_{1x}; d_{1y} \rangle = \langle 18 \cos 40^\circ; 18 \sin 40^\circ \rangle$$

$$\vec{d}_2 = \langle d_{2x}; d_{2y} \rangle = \langle 10 \cos 150^\circ; 10 \sin 150^\circ \rangle$$

$$\text{Burada } d_{1x} = 18 \cos 40^\circ \approx 13,79; \quad d_{1y} = 18 \sin 40^\circ = 11,57;$$

$$d_{2x} = 10 \cos 150^\circ = -10 \cos 30^\circ \approx -8,66;$$

$$d_{2y} = 10 \sin 150^\circ = 10 \sin 30^\circ = 5$$

$\vec{d}$ vektorunun komponentləri yazılışı $\vec{d} = \langle d_x; d_y \rangle$ olsun.

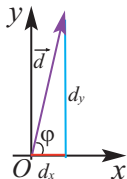
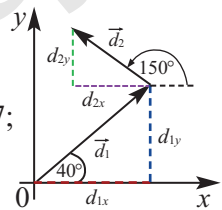
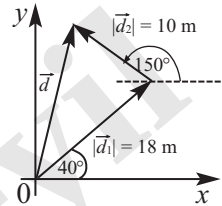
Komponentlərlə verilmiş vektorların toplanmasına görə:

$$d_x = d_{1x} + d_{2x} \approx 13,79 + (-8,66) = 5,13; \quad d_y = d_{1y} + d_{2y} \approx 11,57 + 5 = 16,57$$

Topun Ox və Oy oxları üzrə yekun yerdəyişməsini yeni koordinat y sistemində köçürək, $\vec{d}$ vektorunun uzunluğunu və meyl bucağını

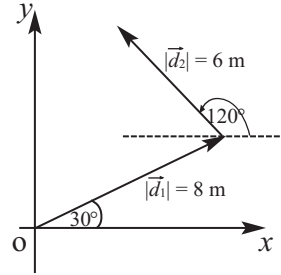
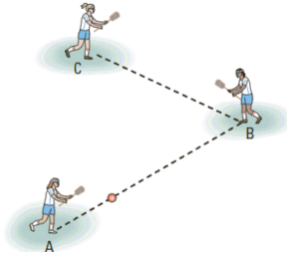
$$\text{tapaq: } d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \approx \sqrt{5,13^2 + 16,57^2} \approx 17,35 \text{ (m)}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_y}{d_x} \approx \frac{16,57}{5,13} \approx 3,23; \quad \varphi \approx 73^\circ$$



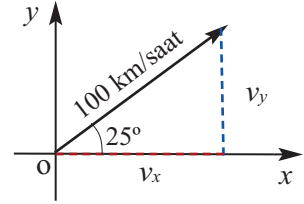
Vektorun komponentləri və triqonometrik nisbətlər

- 1 > Topun hərəkəti vektorlarla koordinat müstəvisi üzərində təsvir edilmişdir. Təsvirə görə Nümunə 2-yə uyğun məsələnin şərtini yazın və məsələni həll edin.



- 2 > Atlı 40 m qərbə, sonra isə 30 m şimala doğru hərəkət etdi. Atlının yerdəyişməsinə göstərən vektorun modulunu və istiqamətini müəyyən edin.

- 3 > Şəkində verilmiş $\vec{v}$ sürət vektorunu triqonometrik nisbətlərin köməyiylə komponentləri ilə yazın.



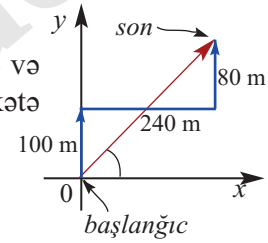
- 4 > Hər bir hala uyğun $\vec{R}$ vektorunu Ox və Oy oxları üzrə komponentləri ilə $\langle R_x; R_y \rangle$ şəklində yazın.

a) meyl bucağı 45° olmaqla, saatda 20 km sürətlə şimal-şərqə hərəkət edən gəminin sürətini göstərən vektorun;

b) 300 km/saat sürətlə qərbə doğru uçan təyyarənin sürətini göstərən vektorun;

c) 10 km/saat sürətlə şimala doğru hərəkət edən velosipedçinin sürətini göstərən vektorun.

- 5 > Təəvvür edin ki, siz 100 m şimal, 240 m şərqə və yenidən 80 m şimala hərəkət etmişiniz. Siz hərəkətə başladığınız nöqtədən neçə metr uzaqlaşmışınız?

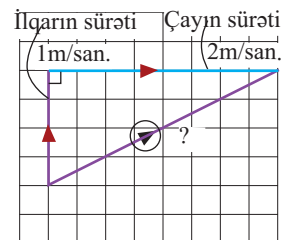


- 6 > İlqar 1 m/san sürətlə sahilə perpendikulyar olmaqla çayda üzür. Çayın axın sürəti 2 m/san, eni isə 40 m olarsa, tapın:

a) İlqarın çayı üzüb keçmə müddətini;

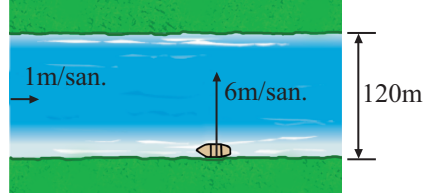
b) İlqarın üzdüyü məsafəni.

c) İlqar çayı sahilə nəzərən hansı bucaq altında üzüb keçəcək?



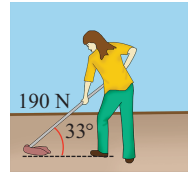
Vektorların tətbiqi ilə məsələ həlli

- 1 > Qayıq eni 120 m olan çayda axına perpendikulyar istiqamətdə hərəkət edir. Qayığın durğun sudakı sürəti 6 m/san, çayın axma sürəti 1 m/san-dir.

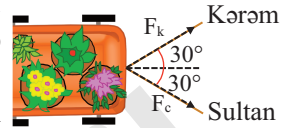


- a) Qayıq çayın bir sahilindən digərinə keçmək üçün nə qədər vaxt sərf edər?
 b) Çayın axını qayığı hərəkətə başladığı nöqtədən neçə metr aşağıya doğru hərəkət etdirəcək?
 c) Qayıq sahilə nəzərən hansı bucaq altında hərəkət edəcək?

- 2 > Gülnar döşəməni silərkən süpürgəni 33° bucaq altında olmaqla 190 N qüvvə tətbiq etməklə hərəkət etdirir. Gülnarın tətbiq etdiyi qüvvənin üfüqi və şaquli komponentlərini (mütləq qiymətcə) tapın.

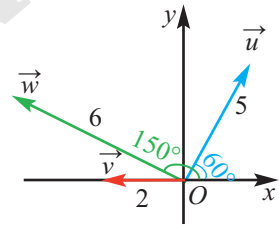


- 3 > Kərəm və Sultan bağ arabasını şəkildə göstərildiyi kimi arabanın hərəkət istiqaməti ilə 30° bucaq əmələ gətirən eyni qüvvə ilə dartırlar.

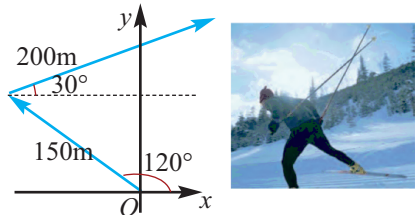


- a) Onların birlikdə tətbiq etdiyi qüvvə 170 nyuton olarsa, hər biri neçə nyuton qüvvə tətbiq etmişdir?
 b) Hər birinin tətbiq etdiyi qüvvə 70 N olarsa, qüvvələrin əvəzləyicisi neçə nyuton olar?
 c) Kərəm və Sultan bir-birinə daha çox yaxınlaşsalar, tətbiq edilən əvəzləyici qüvvə necə dəyişər?

- 4 > Verilənlərə görə $\vec{u}$, $\vec{v}$ və $\vec{w}$ vektorlarını komponentləri ilə yazın.



- 5 > Xizəkçi əvvəlcə meyl bucağı 120° olmaqla 150 m, sonra isə meyl bucağı 30° olmaqla 200 m hərəkət etdi. Xizəkçinin yerdəyişmə vektorunu müəyyən edin.



Vektorun ədədə vurulması

Vektorun ədədə vurulması

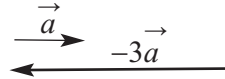
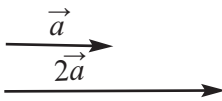
$\vec{a}$ vektorunun k ədədinə ($k \in \mathbb{R}$) hasilini $k \cdot \vec{a}$ kimi işarə edilir və bu vektorun uzunluğu $|k| \cdot |\vec{a}|$ -ya bərabərdir.

$k > 0$, olarsa $k\vec{a}$ vektoru $\vec{a}$ vektoru ilə eyni istiqamətdə olur.

$k < 0$, olarsa $k\vec{a}$ vektoru $\vec{a}$ vektoru ilə əks istiqamətdə olur.

1) $\vec{a}$ vektorunun uzunluğunun 2 dəfə artırılması ilə alınan $2\vec{a}$ vektoru təsvir edilmişdir. Bu vektorlar eyni istiqamətlidir.

2) Şəkilə $\vec{a}$ vektoru və $-3\vec{a}$ vektoru təsvir edilmişdir. Bu vektorlar əks istiqamətlidir.



Verilən vektorla onun (sıfırdan fərqli) ədədə hasilini ifadə edən vektor kollineardır.

$\vec{a} \neq 0$ və $\vec{b}$ vektorları kollineardırsa, onda elə yeganə k ədədi var ki, $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$

Vektorun ədədə vurulmasının xassələri.

1. Qruplaşdırma qanunu.

k və n istənilən ədəd ($k \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{R}$) olduqda

$$(kn) \cdot \vec{a} = k(n \cdot \vec{a})$$

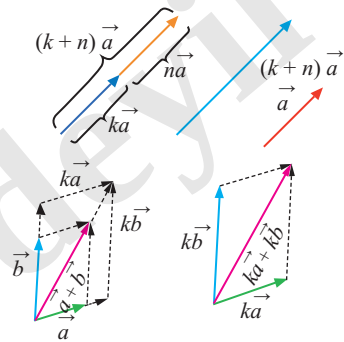
2. Paylama qanunu.

k və n istənilən ədəd ($k, n \in \mathbb{R}$) olduqda

$$(k+n) \cdot \vec{a} = k\vec{a} + n\vec{a}$$

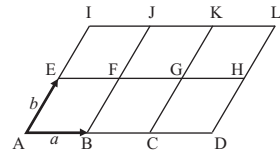
k istənilən ədəd ($k \in \mathbb{R}$) olduqda

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot k = k\vec{a} + k\vec{b}$$



Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Şəkiləki fiqur konqruent paraleloqramlardan təşkil edilmişdir. $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları paraleloqramın tərəfləri üzərindədir. Tələb edilən vektorları bu vektorların köməyiylə ifadə edin.



a) $\vec{AC}$

b) $\vec{KC}$

c) $\vec{AD} + \vec{DL}$

d) $\vec{LI} + \vec{IE}$

Vektorun ədədə vurulması

- 2 > Sürət vektoru qiyməti $v = 400$ km/saat olmaqla, meyl bucağı 30° -dir. Bu şərtə görə aşağıdakı vektorları müəyyən miqyasla dəftərinizdə çəkin.

a) $2\vec{v}$ b) $-3\vec{v}$ c) $0,5\vec{v}$ d) $-5\vec{v}$

- 3 > $\vec{a}$ vektorunu xətkəş və transportirin köməyiylə dəftərinizdə çəkin, $(k+m)\vec{a} = k\vec{a} + m\vec{a}$ bərabərliyinin doğru olduğunu k -nin və m -in verilən qiymətlərinə görə dəftərinizdə çəkməklə həndəsi olaraq göstərin. $\vec{a}$

a) $k = 2$ və $m = 2$ b) $k = -3$ və $m = 2$ c) $k = -2$ və $m = -1$

- 4 > Aşağıda verilən məlumatlara görə $\vec{u}$ və $\vec{v}$ vektorları haqqında hansı fikirləri söyləmək olar?

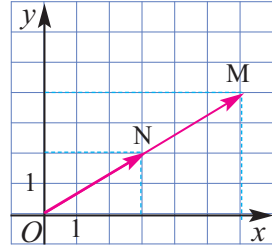
a) $2\vec{u} = 4\vec{v}$ b) $\vec{u} - \vec{v} = 0$ c) $4(\vec{u} + \vec{v}) - 3(\vec{u} - \vec{v}) = 2\vec{u} + 2\vec{v}$

- 5 > Şəkilə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) $\vec{ON}$ vektorunu komponentləri ilə yazın və uzunluğunu hesablayın.

2) $\vec{OM}$ vektorunu komponentləri ilə yazın və uzunluğunu hesablayın.

3) $\vec{ON}$ və $\vec{OM}$ vektorlarının uzunluqlarını və uyğun komponentlərini müqayisə edin.



Komponentləri ilə verilmiş vektorlar üzərində əməllər

Komponentləri ilə verilmiş $\vec{a} \langle a_1; a_2 \rangle$ vektoru üçün $k\vec{a} = \langle ka_1; ka_2 \rangle$

Nümunə 1: $\vec{a} = \langle -2; 5 \rangle$ olduqda, $2\vec{a} = \langle -4; 10 \rangle$

Nümunə 2: $\vec{a} = \langle 3; -2 \rangle$ və $\vec{b} = \langle -1; 4 \rangle$ olduqda,

$$2\vec{a} + 3\vec{b} = 2 \cdot \langle 3; -2 \rangle + 3 \cdot \langle -1; 4 \rangle = \langle 6; -4 \rangle + \langle -3; 12 \rangle = \langle 6 + (-3); -4 + 12 \rangle = \langle 3; 8 \rangle$$

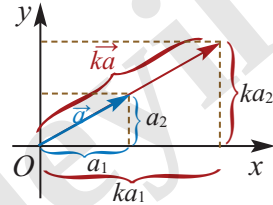
- kollinear vektorların uyğun koordinatları mütənasibdir.
- Tərsinə, $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorlarının uyğun koordinatları mütənasibdirsə, onda bu vektorlar kollineardır.

$a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$ olduqda $\vec{a} \langle a_1; a_2 \rangle$ və $\vec{b} \langle b_1; b_2 \rangle$ vektorlarının kollinearlıq şərti:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$$

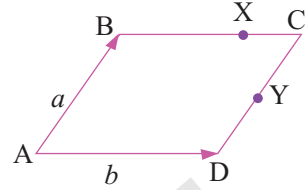
Nümunə 3: m -in hansı qiymətində $\vec{b} \langle -1; 4 \rangle$ və $\vec{a} \langle 3; m \rangle$ vektorları kollineardır?

$$\frac{3}{-1} = \frac{m}{4} \Rightarrow m = -12$$



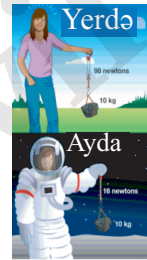
Vektorun ədədə vurulması

- 6 > $\vec{a} = \langle 2; 3 \rangle$ və $\vec{b} = \langle -4; 5 \rangle$ olduqda aşağıdakı vektorları komponentləri ilə yazın :
- a) $2\vec{a} + 3\vec{b}$ b) $\vec{a} + 2\vec{b}$ c) $3\vec{a} - 2\vec{b}$
- 7 > a) $\vec{a} = \langle -6; 2 \rangle$ və $\vec{b} = \langle 2; -4 \rangle$ olarsa, $2\vec{a} + 3\vec{b}$ vektorunun uzunluğunu tapın.
b) $\vec{c} = \langle 2; 3 \rangle$ və $\vec{d} = \langle 1; -3 \rangle$ olarsa, $3\vec{c} - \vec{d}$ vektorunun uzunluğunu tapın.
- 8 > $\vec{f} = \langle 2; -3 \rangle$ vektoru ilə kollinear olan vektorları seçin.
a) $\vec{a} = \langle 4; 6 \rangle$ b) $\vec{b} = \langle 1; -1,5 \rangle$ c) $\vec{c} = \langle -4; 6 \rangle$ d) $\vec{d} = \langle -2; -3 \rangle$
- 9 > k -nın hansı qiymətlərində verilmiş vektorlar kollineardır?
a) $\vec{a} = \langle 2; -3 \rangle$ və $\vec{b} = \langle k; 9 \rangle$ b) $\vec{a} = \langle 3; k \rangle$ və $\vec{b} = \langle k; 12 \rangle$
- 10 > ABCD paraleloqramında $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$. X nöqtəsi BC tərəfi üzərində elə yerləşmişdir ki, $BX = 3 \cdot XC$, Y nöqtəsi isə CD tərəfini yarıya bölür. Tələb olunan vektorları $\vec{a}$ və $\vec{b}$ ilə ifadə edin.
- 1) $\vec{BD}$ 2) $\vec{AX}$ 3) $\vec{BY}$ 4) $\vec{DY}$
5) $\vec{AC}$ 6) $\vec{AY}$ 7) $\vec{DX}$ 8) $\vec{XY}$



Tətbiq tapşırıqları

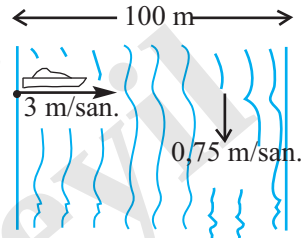
- 11 > Nyuton qanununa görə qravitasiya qüvvəsi $\vec{F}_g$ (nyutonla) cismin kütləsi (kiloqramla) ilə qravitasiya təcilinin (m/san^2 ilə) hasilinə bərabərdir: $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$, bu qüvvəyə cismin çəkisi deyilir və $P = m\vec{g}$ kimi də yazılır. Yerdə qravitasiya təcili $9,8 \text{ m}/\text{san}^2$, Ayda isə $1,6 \text{ m}/\text{san}^2$ -dir. Kütləsi 60 kq olan şəxsin Yerdə və Ayda çəkisini tapın.
- 12 > **Açıq tipli tapşırıq.** Koordinat müstəvisi üzərində başlanğıcı koordinat başlanğıcında olan $\vec{a}$ vektoru çəkin və son nöqtəsinin koordinatlarını qeyd edin. Hər hansı k ədədi seçin və onun $\vec{a}$ vektoru ilə hasilindən alınan $k\vec{a}$ vektorunu çəkin. Bu vektorun son nöqtəsinin koordinatlarını yazın. Tapşırığı eyni k ədədi və fərqli $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ vektorları üçün də yerinə yetirin.
- 13 > A $(-3; 1)$ və B $(6; 7)$ nöqtələri verilir. AB parçasını AC : CB = 1 : 2 nisbətində bölən C nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
- Göstəriş:** C(x; y) olmaqla $\vec{AC}$ və $\vec{AB}$ vektorlarını komponentləri ilə yazın və $\vec{AB} = 3 \cdot \vec{AC}$ bərabərliyindən istifadə edin.
- 14 > A $(1; 1)$, B $(1; 7)$, C $(7; 7)$ nöqtələri verilir. $\triangle ABC$ -nin medianlarının kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

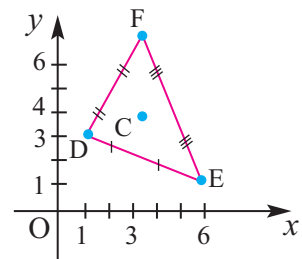
- 1 > $\vec{u} = \langle 6; 2 \rangle$, $\vec{v} = \langle 1; 4 \rangle$, $\vec{d} = \langle 2; 5 \rangle$ və $\vec{z} = \langle -2; -5 \rangle$ olduğuna görə vektorların cəmini tapın.
- a) $\vec{v} + \vec{d}$ b) $\vec{u} + \vec{v}$ c) $\vec{u} + \vec{d}$
d) $\vec{v} + \vec{z}$ e) $\vec{u} + \vec{z}$ f) $\vec{d} + \vec{z}$
- 2 > Verilən koordinatlara görə $\vec{PQ}$ və $\vec{RS}$ vektorlarının bərabər, paralel, əks və ya bunlardan heç biri olmadığını əsaslandırın.
 $P(8; -7)$, $Q(-2; 5)$, $R(8; -7)$, $S(7; 0)$
- 3 > Cismə şaquli və üfüqi istiqamətlərdə tətbiq edilmiş iki qüvvənin əvəzləyicisinin qiyməti 40 N, meyl bucağı 22° -dir. Cismə tətbiq edilmiş qüvvələrin qiymətlərini tapın.
- 4 > $M(3; 5)$ və $C(9; 8)$ nöqtələri verilir. K nöqtəsi MC parçasını $MK : KC = 2 : 1$ nisbətində bölür. MK parçasının uzunluğunu tapın.
- 5 > Qayıq durğun suda 3 m/san sürətlə hərəkət edir. Çayın eni 100 m, axın sürəti isə 0,75 m/san-dir. Qayıq çayın axma istiqamətinə perpendikulyar hərəkətə başlamaqla çayın bir sahilindən digərinə doğru üzür.

- a) Qayığın sürəti saniyədə neçə metr olacaq?
b) Qayıq çayı neçə dərəcə bucaq altında keçəcək?
c) Qayıq çayı nə qədər vaxta keçəcək?
d) Qayıq planlaşdırılan istiqamətdə hərəkətdə çatacağı nöqtədən neçə metr aralıda sahilə yan alacaq?



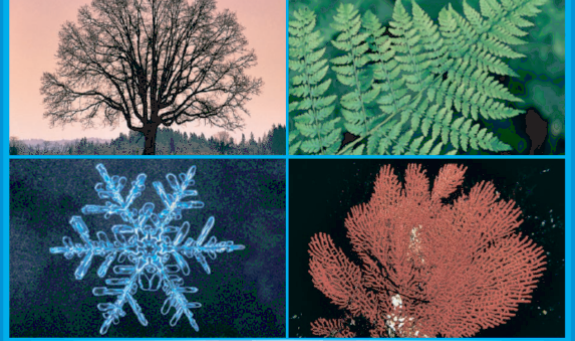
- 6 > Modulu və meyl bucağı verilmiş vektorları komponentləri ilə yazın.
- 1) $|\vec{v}| = 12$; $\varphi = 60^\circ$ 2) $|\vec{v}| = 16$; $\varphi = 120^\circ$
3) $|\vec{v}| = 28$; $\varphi = 150^\circ$ 4) $|\vec{v}| = 4, 9$; $\varphi = 135^\circ$
- 7 > $|\vec{a}| + |\vec{b}| \leq |\vec{a} + \vec{b}|$ təklifini nəzərdən keçirin. a) Təklifi sözlə yazın.
b) Təklif doğrudur, yoxsa yanlış? Cavabınızı əsaslandırın.

- 8 > Medianların kəsişmə nöqtəsi üçbucağın ağırlıq mərkəzi adlanır. $D(1; 3)$ və $E(6; 1)$ nöqtələri $\triangle DEF$ -in təpə nöqtələri, $C(3; 4)$ isə onun ağırlıq mərkəzini göstərir. F təpəsinin koordinatlarını müəyyən edin.



1. Ədədi ardıcılıqlar

2. Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət



Ədədi ardıcılıqlar
 Ədədi silsilə
 Ədədi silsilənin
 n -ci həddinin düsturu
 Ədədi silsilənin
 hədlərinin xassələri
 Ədədi silsilənin ilk
 n həddinin cəmi düsturu
 Həndəsi silsilə
 Həndəsi silsilənin n -ci
 həddinin düsturu
 Həndəsi silsilənin
 hədlərinin xassələri
 Həndəsi silsilənin ilk n
 həddinin cəmi düsturu
 $|q| < 1$ olduqda
 sonsuz həndəsi silsilənin cəmi

Həndəsi çevrilmələr.

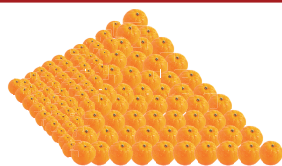
Hərəkət

- Paralel köçürmə
- Paralel köçürmə və vektorlar
- Hərəkət və konqruent fiqurlar



Ədədi ardıcılıqlar

Araşdırma. Satış dəzgahında portağallar 1-ci cərgədə 1, 2-ci cərgədə 4, 3-cü cərgədə 9 və s. portağal olmaqla, oturacağı kvadratşəkilli piramida əmələ gətirərək qat-qat yığılmışdır.



1) İlk 5 qatdakı portağalların sayını göstərən cədvəli tamamlayın.

n	1	2	3		
					
a_n	$1 = 1^2$	$4 = 2^2$	$9 = 3^2$		

2) İstənilən qatdakı (n -ci cərgədəki) portağalların sayını (a_n) tapmaq üçün düstur yazın.

3) Bu düstura görə 4-cü, 7-ci, 10-cu qatdakı portağalların sayını tapın.

4) Portağalların sayının qatların nömrəsindən asılılığını göstərən qrafiki dəftərinizdə çəkin.

Ədədi ardıcılıq

♦ Hər bir ədədin öz ($n = 1, 2, 3, \dots$) nömrəsi olan ədədlər çoxluğuna ədədi ardıcılıq deyilir. Yəni, ədədi ardıcılıq natural ədədlər çoxluğunda təyin olunmuş funksiyadır. Məsələn, 5, 10, 15, 20, 25, ...

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \dots$

♦ Ardıcılığı əmələ gətirən ədədlərə uyğun olaraq ardıcılığın birinci, ikinci, üçüncü, dördüncü və s. hədləri deyirlər. Ardıcılığın hədlərini adətən, hərflərlə işarə edirlər, hərfin indeksi həddin sıra nömrəsini göstərir. Məsələn, birinci hədd a_1 , ikinci hədd a_2 , n -ci hədd a_n və s. Ardıcılığın özünü belə işarə edəcəyik: (a_n) və ya (b_n) və s.

♦ Ardıcılıqlar sonlu və sonsuz ola bilər. Məsələn, ikirəqəmli ədədlər ardıcılığı sonlu ardıcılığa misal ola bilər. Natural ədədlər ardıcılığı isə sonsuz ardıcılıqdır.

♦ Adətən, ardıcılığı onun n -ci həddini n nömrəsinin funksiyası kimi ifadə edən düsturun köməyi ilə verirlər. Belə düstura ardıcılığın n -ci həddinin düsturu deyilir.

Nümunə: 2, 4, 6, 8, ... cüt ədədlər ardıcılığıdır. Onun istənilən həddini $a_n = 2n$ düsturu ilə tapmaq olar. Bu ardıcılığın 10-cu həddi: $a_{10} = 2 \cdot 10 = 20$

Öyrənmə tapşırıqları

1 > Ardıcılıqların növbəti iki həddini yazın.

a) 1; 3; 5; 7; ... b) 1; 10; 100; 1000; ... c) -5; 10; -15; 20; ...

d) $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{3}{3}; \frac{4}{3}; \dots$ e) $\frac{1}{10}; \frac{2}{20}; \frac{3}{30}; \frac{4}{40}; \dots$ f) 1,9; 2,7; 3,5; 4,3; ...

Ədədi ardıcılıqlar

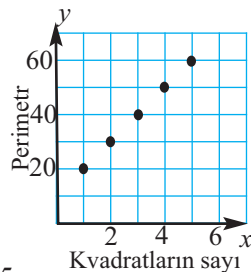
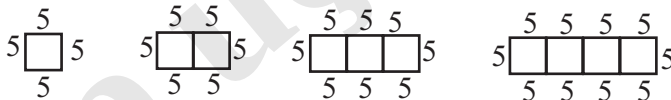
- 2 > Verilən düstura görə ardıcılığın ilk beş həddini yazın.
- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|
| $a_n = n + 1$ | $a_n = 3 - n$ | $a_n = n^2 + 1$ | $f_n = \frac{n-1}{n}$ |
| $a_n = (n+1)^2$ | $a_n = (n-1)^2$ | $a_n = n(n-1)$ | $f_n = \frac{n+2}{2n}$ |
- 3 > a) Hədləri 3-ün bölünəni olan natural ədədlər ardıcılığının ilk yeddi həddini yazın. Onun 5-ci və n -ci həddini göstərin.
b) Artan sıra ilə götürülmüş, 3-ə bölündükdə isə qalıq 1 olan natural ədədlər ardıcılığının ilk beş həddini yazın.
- 4 > a) (a_n) ardıcılığının hansı həddi : 1) $a_7, a_{72}, a_k, a_{k+4}$ həddindən sonra gəlir? 2) a_6, a_{50}, a_k, a_{2k} həddindən əvvəl gəlir?
b) (b_n) ardıcılığının verilmiş iki həddi arasında yerləşən hədlərini sadalayın : 1) b_{11} və b_{15} , 2) b_k və b_{k+3} , 3) b_{n-3} və b_{n+2}
- 5 > 1) Ardıcılıq $b_n = 2n^2 + 1$ düsturu ilə verilmişdir.
a) 4; b) 5; c) 7; d) $k+1$ nömrəli həddini tapın.
2) $c_n = 4n - 1$ düsturu ilə verilən ardıcılığın: a) 27-yə; b) 35-ə; c) 71-ə bərabər həddinin nömrəsini göstərin.
- 6 > 1) $a_n = n^2 - 8n$ düsturu ilə verilən ardıcılığın:
a) 20-yə; b) 48-ə; c) -15-ə; d) 0-a; e) 4-ə.
bərabər həddi varmı? Varsa, bu həddin nömrəsi neçədir?

Tətbiq tapşırıqları

- 7 > Şəkilə göstərilmiş qayda ilə 5-ci addımda quraşdırılmış fiqurda neçə kibrit çöpündən istifadə edilmiş olacaq? İstənilən addımdakı kibrit çöplərinin sayını ifadə edən düstur yazın.



- 8 > Tərəfləri 5 vahid olan kvadratlar şəkilə göstərilən qayda ilə yan-yanı düzülür. a) hər addımda düzülmüş kvadratların yaratdığı fiqurun perimetrini tapın.
b) n -ci addımda yaranan fiqurun perimetrini tapın.
c) Qrafikin bu ardıcılığı ifadə etdiyini izah edin.

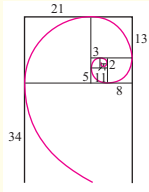


- 9 > $a_n = 4^n - 1$ düsturu ilə verilən ardıcılığın hədləri 3-ə, $c_n = 5^n - 1$ düsturu ilə verilən ardıcılığın hədləri isə 4-ə bölünür. İlk beş hədd üçün bunu yoxlayın.



Təbiətin bir çox hadisələrinin Fibonacci ardıcılığı ilə bağlı olduğu müşahidə edilir.

Fibonacci İtaliyanın Piza şəhərində anadan olmuşdur. O *Liber Abaci* (abakus kitabı və ya hesablama qaydası) əsərini



yazmaqla müasir dövrdə istifadə olunan hind-ərəb onluq say sistemini Avropaya tanıtmışdır. Onun dövründə Avropada ədədlərin yazılışında və hesablamalarda Roma rəqəmlərindən istifadə edilirdi. Fibonacci həmçinin bu əsərində dovşanların çoxalma ardıcılığına aid məsələnin həllinə geniş yer ayırmışdır. Bu ardıcılığın hədləri: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... Bu sıranın hədləri ($n \geq 2$) üçün $F_{n+1} = F_{n-1} + F_n$ doğrudur. Fibonacci sırasını daha 3 addım davam etdirin.

Ardıcılığın verilməsinin rekurrent və ekspilitik üsulları

Ardıcılığın bəzi hədlərindən başlayaraq, onun istənilən həddini ondan əvvəlki (bir və ya bir neçə) hədlərlə ifadə edən düstura **rekurrent düstur** deyilir. (latın sözü rekurre-geri dönmək mənası verir).

Məsələn, 3; 6; 12; 24; ... ardıcılığında $a_1 = 3$ olduqda, $a_{n+1} = 2a_n$ düsturu rekurrent düsturdur və ardıcılığı bu qayda ilə davam etdirmək olar.

Bir çox hallarda isə ardıcılıq onun istənilən n -ci həddini bu həddin nömrəsi ilə ifadə edən düsturla verilir. Ardıcılığın n -ci həddinin düsturla verilməsi **ekspilitik** üsuldur.

Məsələn, $a_n = 2^n - 1$ düsturu ilə verilmiş ardıcılığın ilk 5 həddi:

$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 7, a_4 = 15, a_5 = 31, a_6 = 63$.

10 > Verilən ardıcılıq üçün rekurrent düsturu və n -ci həddin düsturunu yazın.

1. Tək natural ədədlər ardıcılığı; 2. Cüt natural ədədlər ardıcılığı.

11 > Rekurrent düsturla verilmiş ardıcılığın ilk 5 həddini yazın.

- | | |
|----------------------------------|---|
| a) $a_1 = 1, a_n = 3a_{n-1} + 2$ | c) $a_1 = a_2 = a_3 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}$ |
| b) $a_1 = 1, a_n = 2a_{n-1} + 1$ | d) $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ |

12 > Araşdırma. Qruplarla iş. Bir ardıcılıq, iki rekurrent düstur

a) $a_1 = 11$ olarsa, verilən şərtlərlə düsturlardan istifadə edin və ardıcılığın ilk dörd həddini yazın.

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{2} & a_n \text{ cüt ədəd olduqda;} \\ 3a_n + 1 & a_n \text{ tək ədəd olduqda;} \end{cases}$$

b) $a_1 = 6$ olduqda a) bəndindəki düsturlarla verilmiş ardıcılığın ilk dörd həddini yazın.

13 > Ardıcılığın hədləri üçün qanunauyğunluğu müəyyən edin və onun daha dörd həddini yazın.

a) 3; 6; 4; 8; 6; 12; 10; ...

b) 2; 4; 6; 12; 14; ...

Ədədi silsilə

Araşdırma. Dam örtüyü quraşdırılarkən kirəmitlər müəyyən qayda ilə düzülür. Şəkildəki dam örtüyündə kirəmitlərin düzülüş qaydası cədvəldə verildiyi kimidir.



Cərgə	1	2	3	4	5	6	7	8
Kirəmit	3	4	5	6	7	8	9	10

- 1) Hər cərgədəki kirəmitlərin sayı ilə özündən sonrakı cərgədəki kirəmitlərin sayları fərqlərini tapın.
- 2) Bu fərqə və birinci cərgədəki kirəmitlərin sayına görə hər hansı cərgədəki kirəmitlərin sayını tapmaq mümkündürmü?
- 3) Kirəmitlərin sayları ardıcılığını rekurrent və eksplicit üsulla təqdim edin.

Ədədi silsilə, rekurrent qayda

Tərif. Ədədi ardıcılığın ikincidən başlayaraq hər bir həddi özündən əvvəlki həddlə bu ardıcılıq üçün eyni olan bir ədədin cəminə bərabər olarsa, belə ardıcılığa **ədədi silsilə** deyilir. Yəni, istənilən natural n üçün $a_{n+1} = a_n + d$ olarsa, onda (a_n) ardıcılığı ədədi silsilədir, burada d verilən ardıcılıq üçün sabit bir ədəddir. Bu d ədədinə silsilənin fərqi deyilir. Tərifdən belə nəticə çıxır ki, $d = a_{n+1} - a_n$ bərabərliyi istənilən n natural ədədi üçün doğrudur.

Xüsusi halda, $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$

n -ci həddi a_n olan ədədi silsilə simvolik olaraq $\div (a_n)$ kimi işarə olunur. Ədədi silsiləni vermək üçün onun birinci həddini və fərqlərini göstərmək kifayətdir. Ədədi silsilə $a_{n+1} = a_n + d$ rekurrent münasibətilə verilən ardıcılıqdır.

Nümunə 1. Aşağıdakılardan hansının ədədi silsilə olduğunu müəyyən edin.

a) $-6, 0, 6, 12, 18, 24, \dots$ ardıcılığı ədədi silsilədir, çünki iki qonşu hədd arasındakı fərq həmişə sabit qalır.

b) $-1, -3, -6, -10, -15, -21, \dots$ ardıcılığı ədədi silsilə deyil, çünki iki qonşu hədd arasındakı fərq dəyişir.

Ədədi silsilənin fərqi müsbət ədəd, mənfi ədəd və ya sıfır ola bilər. $d > 0$ olduqda, ikincidən başlayaraq hər bir hədd əvvəlki hədddən böyük (artan ardıcılıq), $d < 0$ olduqda isə kiçik (azalan ardıcılıq) olur.

Nümunə 2. a) $a_1 = 2, d = 3$ şərtinə görə ədədi silsilə: 2; 5; 8; 11; 14; 17; ... kimi olar. Bu silsilənin rekurrent düsturu: $a_{n+1} = a_n + 3$

b) $a_1 = 11, d = -4$ şərtinə görə ədədi silsilə: 11; 7; 3; -1; -5; ... kimi olar. Bu silsilənin rekurrent düsturu: $a_{n+1} = a_n - 4$

$d = 0$ olduqda isə bütün hədlər eyni bir ədədə (I həddə) bərabər olmaqla sabit ardıcılıq alınır. Məsələn, 5; 5; 5; ...

Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Verilən ardıcılıqlardan hansı ədədi silsilədir? Bu silsilənin fərqi tapın. Silsilə üçün rekurrent düsturu yazın.
- a) $-1,9; -2,1; -2,5; -3,1; -3,9; \dots$ c) $-1,6; -1,3; -1,0; -0,7; -0,4; \dots$
b) $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; \frac{4}{2}; \frac{5}{2}; \dots$ d) $\frac{13}{2}; \frac{13}{3}; \frac{13}{4}; \frac{13}{5}; \frac{13}{6}; \dots$
- 2 > Ədədi silsilənin naməlum hədlərini tapın:
- a) $x_1; 5; x_3; -3; -7; \dots$ b) $x_1; x_2; 17; 23; \dots$
- 3 > Birinci həddi və silsilə fərqi verilmiş ədədi silsilənin ilk beş həddini yazın.
- a) $a_1 = -1,2$ $d = 2$ b) $a_1 = 3,$ $d = -2$
- 4 > Rekurrent üsulla verilmiş ardıcılığın ilk dörd həddini tapın.
- a) $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n - 3$ b) $a_1 = 1 \frac{2}{3}, a_{n+1} = a_n + \frac{2}{3}$

Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Ədədi silsilənin hər bir həddi özündən əvvəlki hədlə bu ardıcılıq üçün eyni olan bir ədədin cəminə bərabərdir. Bu qaydaya görə:

$$\begin{aligned}a_2 &= a_1 + d \\a_3 &= a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d \\a_4 &= a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d \\a_5 &= a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d \\&\dots\dots\dots\end{aligned}$$

Bu qayda ilə $a_n = a_1 + (n-1)d$ olduğunu yaza bilərik.

$a_n = a_1 + (n-1)d$ düsturu ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturudur.

Nümunə 1. Ədədi silsilədə $a_1 = -2, d = 2,5$ olduqda a_6 və a_9 -u tapaq:

$$\begin{aligned}a_6 &= a_1 + 5d = -2 + 5 \cdot 2,5 = 10,5 \\a_9 &= a_1 + 8d = -2 + 8 \cdot 2,5 = 18\end{aligned}$$

Qeyd edək ki, a_9 -u aşağıdakı üsulla da hesablamaq olar:

$$a_9 = a_1 + 8d = (a_1 + 5d) + 3d = a_6 + 3d = 10,5 + 3 \cdot 2,5 = 18$$

Ümumiyyətlə, $a_n = a_1 + (n-1)d = a_1 + (k-1)d + (n-k)d = a_k + (n-k)d$ yəni, $a_n = a_k + (n-k)d$ bərabərliyi doğrudur.

Buradan da, silsilə fərqi üçün $d = \frac{a_n - a_k}{n - k}$ ($n \neq k$) düsturunu alırıq.

Nümunə 2. Ədədi silsilədə $a_5 = 7, a_9 = 19$ olarsa, $d = ?$ $a_{12} = ?$

Həlli: $d = \frac{a_9 - a_5}{9 - 5} = \frac{19 - 7}{4} = 3, \quad a_{12} = a_9 + 3d = 19 + 9 = 28$

Qeyd: $a_n = a_1 + (n-1)d$ düsturunu $a_n = d \cdot n + (a_1 - d)$ şəklində yazmaqla alırıq: istənilən ədədi silsilə $a_n = k \cdot n + b$ (burada k və b hər hansı ədədlərdir) şəklində düsturla verilə bilər. Bunun tərsi də doğrudur.

Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Ədədi silsilənin daha beş həddini yazın. Silsilə üçün rekurrent qaydanı və n -ci həddinin düsturunu yazın.
- a) 11; 17; 23; ... b) $-6; -2; 2; \dots$ c) $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}; \dots$
d) 3,5; 4,3; 5,1; ... e) $\frac{17}{3}; \frac{15}{3}; \frac{13}{3}; \dots$ f) $-12; -10; -8; \dots$
- 2 > a) a_n ədədi silsiləsinin $a_9, a_{12}, a_{21}, a_{k+2}, a_{2k}$ hədlərini a_1 və d ilə ifadə edin.
b) Ədədi silsilədə $a_1 = -4, d = 3$ olduqda a_6 və a_{15} hədlərini tapın.
- 3 > Ədədi silsilədə verilənlərə görə tələb olunanları tapın.
- a) $a_{12} = -7, d = 3$ b) $a_5 = 6, d = -0,5$ c) $c_1 = -\frac{4}{3}, c_6 = \frac{1}{3}$
 a_1 və a_8 a_1 və a_7 d və c_{11}
d) $c_1 = 0,5, c_{15} = -2,3$ e) $a_5 = -10, a_8 = 8$ f) $a_4 = 7, a_7 = -2$
 d və c_{16} a_1 və a_6 a_1 və a_9
g) $-20; -15; \dots$ olarsa, d və a_{10} h) $5; 4,5; \dots$ olarsa, d və a_9
- 4 > 4 və 40 ədədləri arasında elə dörd ədəd yazın ki, onlar verilmiş ədədlərlə birlikdə ədədi silsilə əmələ gətirsin.
- 5 > 1) Ədədi silsilədə $a_1 = -12, d = 3$ olarsa: a) 6-ya; b) 0-a; c) 9-a bərabər olan hədd varmı?
2) $-2; 5; \dots$ ədədi silsiləsində: a) 53-ə; b) 75-ə bərabər olan hədd varmı? Varsa, bu həddin nömrəsini tapın.
- 6 > $-40; -37; \dots$ ədədi silsiləsində hansı hədlər üçün: a) $a_n > 0$; b) $a_n < 0$ şərti ödənilir?
- 7 > a) $a_1 = -18; d = 1,5$ olarsa, silsilənin ilk müsbət həddini tapın. Bu silsilənin neçə həddi mənfidir?
b) $4,1; 3,9; \dots$ ədədi silsiləsində ilk mənfi həddi tapın.
- 8 > Ədədi silsilədə $x_1 = -45; d = 4$ olarsa, hansı hədlər üçün:
a) $x_n > 99$; b) $x_n < 160$ bərabərsizliyi ödənilir?
- 9 > a) $x_n = 2n - 5$ düsturu ilə verilmiş ardıcılığın ədədi silsilə olduğunu göstərin. Onun birinci həddini və fərqi tapın.
b) $(n + 1)$ -ci və n -ci hədlərin fərqi tapmaqla $a_n = k \cdot n + b$ düsturu ilə verilmiş ardıcılığın ədədi silsilə olduğunu göstərin.
- 10 > a) Ədədi silsilədə $a_n = 2n + 3$ olarsa, a_8 və d -ni tapın. b) Ədədi silsilədə $a_n = 1 - 4n$ olarsa, a_6 və d -ni tapın.
- 11 > Zavod yanvar ayında 120 detal, hər sonrakı ayda əvvəlki aydakından 8 detal artıq hazırladı. Zavod may, dekabr aylarında neçə detal hazırladı?
- 12 > İlk altı həddini göstərməklə: a) artan; b) azalan; c) bütün hədləri mənfi olan; d) bütün hədləri cüt ədəd olan ədədi silsilələrə nümunələr yazın.

Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Tətbiq tapşırıqları

- 13** > Verilənlərə görə ədədi silsilələrin fərfini, altıncı və birinci həddini tapın.
- a) $\begin{cases} a_1 + a_7 = 42 \\ a_{10} - a_3 = 21 \end{cases}$ b) $\begin{cases} a_2 + a_3 + a_4 = 3 \\ a_2 \cdot a_3 = 8 \end{cases}$
- 14** > Cisim birinci saniyədə 6 m , hər sonrakı saniyədə əvvəlkindən 2 m çox yol getmişdir. Cisim: a) beşinci saniyədə, b) ilk 5 saniyə ərzində hansı məsafəni getmişdir?
- 15** > Bir ədədi silsilənin hədlərinə başqa ədədi silsilənin uyğun hədlərini (eyni nömrəli hədlərini) əlavə etdikdə alınan ardıcılıq ədədi silsilə olarmı?
- 16** > Ədədi silsilədə $a_1 = \sqrt{3}$, $a_2 = \sqrt{12}$ olarsa, bu silsilənin neçənci həddi $\sqrt{48}$ -ə bərabərdir?
- 17** > **Coğrafiya.** Alimlərin araşdırmalarına görə Avropa qitəsi Şimali Amerika qitəsindən hər il təxminən $2,2 \text{ sm}$ aralanır. Bu iki qitəyə aid litosfer plitələrinin bir-birindən aralanması İslandiyada daha aydın müşahidə edilir. Müşahidə zonasında 15 m uzunluqda körpü salınmışdır. Plitələrin uzaqlaşması bu qayda ilə davam etsə, bu körpünün uzunluğu: a) 50; b) 100 il sonra neçə metr olmalıdır? Məsələni uyğun ədədi silsilə yazmaqla həll edin.
- 18** > **Arxitektura.** Bakıdakı “İçərişəhər”, “Koroğlu”, “Avtovağzal” metro stansiyalarında şəffaf piramida elementindən istifadə edilmişdir. Məsələn, “İçərişəhər” metro stansiyasının binasında ən yuxarı cərgədə 2 pəncərə, hər sonrakı cərgədə isə əvvəlkindən 2 pəncərə çox olmaqla dizayn edilmişdir. 12-ci cərgədə neçə pəncərə var? Neçənci cərgədə 18 pəncərə var?
- 19** > Verilən a_n ədədi silsilələrinin: a) ilk 5 həddini yazın; b) fərfini tapın; c) qrafik olaraq göstərin.
- $a_n = 4 + 2(n - 1) \quad \left| \quad a_n = \frac{5}{2} - (n - 1) \quad \left| \quad a_n = 4 - 3(n - 1) \quad \left| \quad a_n = \frac{1}{2}(n - 1) \right. \right.$
- 20** > a) Üç ədəd ədədi silsilə təşkil edir. Bu ədədlərin cəmi 12, hasil isə 28-dir. Bu ədədləri tapın.
- b) Üç ədəd ədədi silsilə təşkil edir. Ortadakı ədəd 8-dir. Bu ədədlərin kvadrları cəmi 264-dür. Digər iki ədədi tapın.
- c) 3; 8; 13; ... ; 58 ədədi silsiləsinin neçə həddi var?

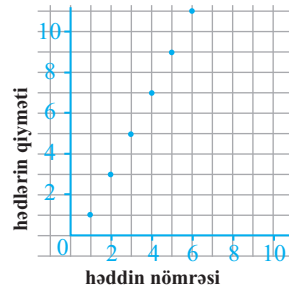


Ədədi silsilənin n -ci həddinin düsturu

- 21> Stolların sayından asılı olaraq stulların sayının necə dəyişdiyini araşdırın. Bu qayda ilə düzülsə: a) 7 stolun; b) 10 stolun; c) n sayda stolun arxasında neçə stul olacaq? **Göstəriş:** $a_n = a_1 + d(n - 1)$ düsturunda a_1 və d -ni tapın.



- 22> a) Qrafikdə $a_n = 2n - 1$ ədədi silsiləsinin hədlərinin nömrələri ilə qiymətləri arasındakı asılılıq əks edilmişdir. Qeyd edilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyini yazın.
b) $f(x) = 2x - 1$ (x həqiqi ədəddir) funksiyasının qrafikini qurun. Ədədi silsilənin qrafiki ilə xətti funksiyanın qrafikinin oxşar və fərqli cəhətlərini göstərin. Xətti funksiyanın düsturundakı bucaq əmsalı ədədi silsilədə nəyi ifadə edir?



- 23> İlk həddi 6, silsilə fərqi 5, sonuncu həddi 66 olan ədədi silsilənin neçə həddi var?
- 24> Əmanət kassasına qoyulmuş əmanət ildə 5% artır. Sadə faiz düsturu ilə hesablandıqda, 3 il müddətinə kassaya qoyulmuş 40000 manat pul hansı məbləğə çevrilər?
- 25> Düzbucaqlı üçbucağın a , b , c tərəfləri artan ədədi silsilə təşkil edir. $c = 10$ sm olarsa, bu üçbucağın sahəsini tapın.
- 26> Hər hansı ardıcılığın hədlərinin tərsi ədədi silsilə yaradırsa, bu ardıcılıqlar **harmonik ardıcılıq** adlanır. Aşağıdakı ardıcılığın harmonik olduğunu izah edin.
 $1, \frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{3}, \dots$
- 27> Ədədi silsilənin ilk 6 həddi koordinat müstəvisində qeyd edilmişdir. Bu nöqtələrdən ikisinin koordinatları (3; 11) və (6; 23) kimidir. Bu ardıcılığın n -ci həddinin düsturunu yazın.
- 28> Ədədi silsilənin bəzi hədləri cədvəllə verilmişdir. Cədvəli dəftərinizdə tamamlayın və silsiləni rekurrent qayda ilə təqdim edin. ($n \in \mathbb{N}$)

n	a_n
1	-3,5
2	1
4	

n	a_n
1	40
7	22
13	

n	a_n
1	
3	30
50	500
150	

Ədədi silsilənin hədlərinin xassələri

Araşdırma 1) Hər hansı ədədi silsilənin ilk 10 həddini yazın. Məsələn, $a_1 = 4$, $d = 3$ olduqda, bu hədlər aşağıda yazılanlar olur:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
4	7	10	13	16	19	22	25	28	31

2) Orta hədlərdən hər hansı birini götürün və onu bu hədlə qonşu olan iki həddin ədədi ortası ilə müqayisə edin. Bərabərlik alındımı?

$$a_1 + a_{10} = a_2 + a_9 = a_3 + a_8 = a_4 + a_7 = a_5 + a_6$$

bərabərlikləri doğrudurmu?

Ədədi silsilə və ədədi orta

Xassə. Ədədi silsilənin ikincidən başlayaraq istənilən həddi, onunla qonşu olan hədlərin ədədi ortasına bərabərdir.

Doğrudan da, $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ bərabərliyindən $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$ alınır.

Ümumi halda, $a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$ olduğundan

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2) \quad \text{bərabərliyi doğrudur.}$$

Bu xassəni belə ümumiləşdirmək mümkündür: ədədi silsilənin hər bir həddi (ikincidən başlayaraq) özündən eyni uzaqlıqda duran hədlərin ədədi ortasına bərabərdir:

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2} \quad (1 \leq k \leq n-1)$$

Bu xassə ədədi silsilə adının verilməsi səbəbini izah edir.

Bunun tərsi də doğrudur: əgər bir ardıcılığın ikincidən başlayaraq istənilən həddi, özündən əvvəlki və sonrakı hədlərin ədədi ortasıdırsa, onda bu ardıcılıq ədədi silsilədir.

Sonlu ədədi silsilənin uclarından eyni uzaqlıqda duran iki həddinin cəmi kənar hədlərin cəminə bərabərdir:

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = a_4 + a_{n-3} = \dots$$

Ümumi halda $m + k = n + p$ olarsa, $a_m + a_k = a_n + a_p$

Öyrənmə tapşırıqları

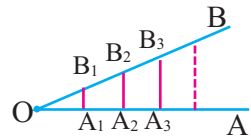
- 1 >** a) Ədədi silsilədə $a_1 = 3$, $a_3 = 7$ olarsa, a_2 -ni tapın.
b) Ədədi silsilədə $a_4 + a_{10} = 6$ olarsa, tapın: 1) $a_5 + a_9$; 2) a_7
c) Ədədi silsilədə $a_8 = 5$ olarsa, $a_1 + a_{15}$ cəmini tapın.
- 2 >** Verilmiş ədədlərin ədədi silsilənin ardıcıl hədləri olduğunu bilərək, x -i tapın.
a) $3x - 4$; 6 ; $x + 6$ b) $x - 2$; x^2 ; $3x + 2$
- 3 >** $\div (x_n)$ ədədi silsiləsinin hədləri üçün bərabərliyi isbat edin.
a) $x_1 + x_9 = x_4 + x_6$ b) $x_3 + x_{12} = x_8 + x_7$ c) $x_4 + x_{n-4} = x_6 + x_{n-6}$

Ədədi silsilənin hədlərinin xassələri

Tətbiq tapşırıqları

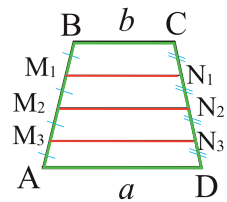
- 4 > Bir üçbucağın bucaqlarının dərəcə ölçüləri ədədi silsilə əmələ gətirir. Bu üçbucağın bucaqlarından birinin dərəcə ölçüsünün 60° olduğunu isbat edin.
- 5 > Üçbucağın perimetri 24 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərinin uzunluqları ədədi silsilə təşkil edir. Orta tərəfin uzunluğunu tapın.

- 6 > $\angle AOB$ -nin OA tərəfi üzərində təpədən başlayaraq bərabər parçalar ayrılmış və bölgü nöqtələrindən paralel düz xətlər çəkilmişdir. $A_1B_1 = 2$ sm olarsa, A_5B_5 parçasının uzunluğunu tapın.



- 7 > ABCD trapesiyasının AB yan tərəfi dörd bərabər hissəyə bölünmüş və bölgü nöqtələrindən oturaqlara paralellər çəkilmişdir.

- a) İsbat edin ki, BC , M_1N_1 , M_2N_2 , M_3N_3 və AD parçalarının uzunluqları ədədi silsilə təşkil edirlər.
b) $AD = 18$ sm, $BC = 6$ sm olduqda M_1N_1 , M_2N_2 , M_3N_3 parçalarının uzunluqlarını tapın.



- 8 > $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ ədədləri ədədi silsilə əmələ gətirərlərsə, $\frac{b}{c} + \frac{b}{a} = 2$ bərabərliyinin doğruluğunu isbat edin.

- 9 > Verilən ədədlər arasında: 1) elə bir ədəd; 2) elə iki ədəd yazın ki, onlar ədədi silsilə əmələ gətirsinlər.

- a) $-1; 5$ b) $30; 50$ c) $12; 48$ d) $0; 20$ e) $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}$

- 10 > Ədədi silsilənin 5-ci həddi c -yə bərabərdir. Bu silsilənin 2-ci həddi ilə 8-ci həddinin cəmini göstərən ifadəni yazın.

- 11 > Həkim xəstənin qəbul etdiyi dərmanı 5 gün ərzində bərabər dozalarla gündəlik 100 mq-dan 300 mq-a qədər artırmaq istəyir. Xəstənin 5 gün ərzində qəbul etdiyi dərmanın miqdarını ardıcıl yazın.

- 12 > a, b, c ədədləri ədədi silsilə təşkil edir.
 $a^2 + ab + b^2, a^2 + ac + c^2, b^2 + bc + c^2$ ardıcılığının da ədədi silsilə olduğunu isbat edin.

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

Praktik məşğələ. 1-dən 100-ə qədər natural ədədlərin cəmini tapmaq. Tutaq ki, bu cəm x -ə bərabərdir. I cərgədə bu cəmin toplananlarını artan sırada, II cərgədə isə azalan sırada yazmaq və bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplayaq.

$$\begin{array}{r}
 x = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\
 + \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 x = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \\
 2x = \underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101}_{100} \\
 x = \frac{101 \cdot 100}{2} = 5050
 \end{array}$$

Alınmış nəticəni $x = \frac{(1 + 100) \cdot 100}{2} = 5050$ şəklində yazmaq olar.

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

İstənilən ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmini S_n ilə işarə edək.

$$\begin{array}{r}
 S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n \\
 + \\
 S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1
 \end{array}$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \dots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Sonlu ədədi silsilənin uclarından eyni uzaqlıqda duran hədlərinin cəmi kənar hədlərin cəminə bərabər olduğundan mötərizə daxili cəmlərin hər biri $(a_1 + a_n)$ -ə bərabərdir. Mötərizə daxili cəmlərin sayı n -ə bərabər olduğu üçün $2S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$, buradan isə $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ alarıq.

Sonlu ədədi silsilənin cəmi kənar hədlərin yarım cəmi ilə hədlərin sayının hasilinə bərabərdir.

$$a_n = a_1 + (n - 1) d \quad \text{olduğundan ilk } n \text{ həddin cəmi düsturunu}$$

$$S_n = \frac{(2a_1 + (n - 1) d) \cdot n}{2} \quad \text{şəklində yazmaq olar.}$$

Nümunə 1. $a_n = 3n + 1$ düsturu ilə verilmiş ədədi silsilənin ilk on iki həddinin cəmini tapmaq.

Həlli. $a_1 = 3 \cdot 1 + 1 = 4$ $a_{12} = 3 \cdot 12 + 1 = 37$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = (4 + 37) \cdot 6 = 246$$

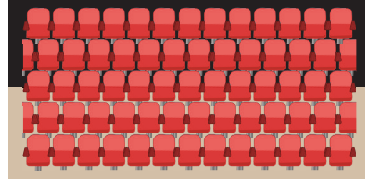
Nümunə 2. $-3; 5; 13; \dots$ ədədi silsiləsində ilk on həddin cəmini tapmaq.

Həlli. $a_1 = -3, a_2 = 5, d = 8, a_{10} = a_1 + 9d = -3 + 72 = 69$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = (-3 + 69) \cdot 5 = 330$$

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

Nümunə 3. Toplantı salonunda 30 sıra var. Birinci sırada 24 yer, hər sonrakı sırada isə bundan 1 yer çoxdur. Salonda neçə yer var?



Həlli: $a_1 = 24, d = 1, n = 30$

Sonuncu sırada: $a_{30} = 24 + 29 \cdot 1 = 53$ yer

var. 30 sırada yerlərin ümumi sayı: $S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = 1155$

Nümunə 4. 5; 7; 9; ... ədədi silsiləsinin ilk neçə həddini toplasaq, 320 alınar?

Həlli: $320 = \frac{(2a_1 + (n-1)d) \cdot n}{2}, \quad \frac{(2 \cdot 5 + (n-1) \cdot 2) \cdot n}{2} = 320,$

$$\frac{(8 + 2n) \cdot n}{2} = 320, \quad n^2 + 4n = 320, \quad n^2 + 4n - 320 = 0$$

$$(n - 16)(n + 20) = 0, \quad n_1 = 16, n = -20.$$

Hədlərin sayı mənfi ədəd ola bilməz, deməli, bu silsilənin ilk 16 həddinin cəmi 320-dir.

$$S_n = \frac{(2a_1 + (n-1)d) \cdot n}{2} = \frac{(n \cdot d + (2a_1 - d)) \cdot n}{2} = \frac{d}{2} \cdot n^2 + \frac{2a_1 - d}{2} \cdot n$$

şəklində yazıb, $\frac{d}{2} = a, \frac{2a_1 - d}{2} = b$ işarə etməklə alırıq ki, istənilən

ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu $S_n = a \cdot n^2 + b \cdot n$ şəklində olur. S_n məlumdursa, ədədi silsilə verilmiş hesab oluna bilər.

Nümunə 5. İlk n həddinin cəmi $S_n = 2n^2 - 3n$ düsturu ilə verilən ədədi silsilənin fərqlərini və birinci həddini tapmaq.

Həlli:

$$a_1 = S_1 = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 = -1$$

$$a_2 = (a_1 + a_2) - a_1 = S_2 - S_1 = (2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2) - (-1) = 3$$

$$d = a_2 - a_1 = 3 - (-1) = 4$$

Diqqət! Bəzi məsələlərin həllində a_n -i müəyyən etmək üçün $a_n = S_n - S_{n-1}$ düsturundan istifadə etmək əlverişlidir.

Öyrənmə tapşırıqları.

1 > Verilənlərə görə ədədi silsilənin uyğun sayda həddinin cəmini tapın.

a) $a_1 = 10, a_{20} = 48$
 $n = 10, S_n = ?$

b) $a_1 = 6,5, a_{20} = 7,5$
 $n = 20, S_n = ?$

c) $a_1 = -13, d = 7,$
 $n = 8, S_n = ?$

d) $a_1 = 9, d = -4,$
 $n = 12, S_n = ?$

e) $-17, -11; \dots$
 $n = 17, S_n = ?$

f) $14,2; 9,6; \dots$
 $n = 11, S_n = ?$

2 > $a_n = 2n - 3$ düsturu ilə verilmiş ədədi silsilənin: a) ilk 15 həddinin cəmini; b) ilk n həddinin cəmini tapın.

Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

- 3 > Ədədi silsilənin ilk 10 həddinin cəmini tapın.
 a) $2 + 6 + 10 + 14 + 18 + \dots$ b) $3 + \frac{7}{2} + 4 + \frac{9}{2} + 5 + \dots$
 c) $8 + 4 + 0 + (-4) + (-8) + \dots$ d) $0,5 + 1,1 + 1,7 + 2,3 + \dots$
- 4 > Verilən sayda hədlərin cəmini və neçə həddinin cəminin verilən ədədə bərabər olduğunu tapın.

$$3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots$$

a) $n = 20$ b) $S_n = 210$
 $S_n = ?$ $n = ?$

$$30 + 24 + 18 + 12 + 6 + \dots$$

a) $n = 15$ b) $S_n = -36$
 $S_n = ?$ $n = ?$

$$-10 + (-5) + 0 + 5 + 10 + \dots$$

a) $n = 15$ b) $S_n = 315$
 $S_n = ?$ $n = ?$

$$45 + 42 + 39 + 36 + 33 + \dots$$

a) $n = 68$ b) $S_n = -48$
 $S_n = ?$ $n = ?$

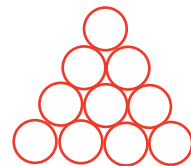
- 5 > Cəmi tapın:
 a) $1 + 2 + 3 + \dots + n$; b) $2 + 4 + 6 + \dots + 2n$; c) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$.
- 6 > Cəmi tapın:
 a) ilk 80 natural ədədin; b) bütün ikirəqəmli ədədlərin;
 c) 3-ə bölünən və 100-dən kiçik olan natural ədədlərin;
 d) 4-ə bölünən və 130-dan kiçik olan natural ədədlərin.

Təbiiq tapşırıqları

- 7 > Ədədi silsilənin birinci həddi 7-yə, fərqi 1,5-ə bərabərdir. Silsilənin 5-ci dən 11-ci-yə qədər (11-ci də daxil olmaqla) hədlərinin cəmini tapın.
- 8 > Cədvəli doldurun.

Nö	a_1	d	n	a_n	S_n
1	2		11	7	
2		-0,4	8	-5,2	
3	0,5			14	72,5
4			7	16	17,5

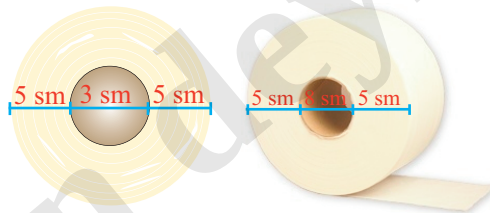
- 9 > Kürələr birinci sırada 1 kürə, ikinci sırada 2 kürə, üçüncü sırada 3 kürə və i.a. olmaqla üçbucaq şəklində düzülmüşdür.
 a) Kürələrin sayı 36 olarsa, onlar neçə sırada düzülmüşdür?
 b) 12 sıradan ibarət üçbucaq düzəltmək üçün neçə kürə lazımdır?



Ədədi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

- 10 > Araşdırma.** 90 fotosəkil 5 cərgədə düzülmüşdür. İki qonşu cərgələrdəki fotosəkillərin sayları fərqi həmişə sabitdir. Bu fotosəkilləri bu qayda ilə neçə variantda düzmək olar?
- 11 >** Saat 1-də bir dəfə, 2-də iki dəfə, 12-də on iki dəfə zəng çalarsa, bu müddət ərzində cəmi neçə dəfə zəng çalmış olar?
- 12 >** Sol tərəfdəki toplananların ədədi silsilənin hədləri olduğunu bilərək, tənliyi həll edin.
- a) $1 + 4 + 7 + \dots + x = 70$ b) $1 + 1,5 + 2 + \dots + x = 27$
- 13 >** Hesablayın. $\frac{2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot \dots \cdot 2^{19}}{4 \cdot 4^4 \cdot 4^7 \cdot \dots \cdot 4^{16}}$
- 14 >** İlk n həddinin cəmi düsturuna görə tələb edilən hədləri tapın.
- a) $S_n = 4n^2 - 3n$ b) $S_n = 2n^2 + n$ c) $S_n = 2n^2 + 3n$
 $a_1 = ?$ və $a_2 = ?$ $a_5 = ?$ və $a_{11} = ?$ neçənci hədd 21-ə bərabərdir?
- 15 >** Ədədi silsilənin 3-cü və 5-ci həddinin cəmi 12-yə bərabərdir. 2-cidən 5-ci-yə qədər (5-ci də daxil olmaqla) olan hədlərinin cəmi 8-ə bərabərdir. Bu silsilənin ilk 5 həddini yazın.
- 16 >** a) Ədədi silsilədə $a_3 = 31$ və $a_7 = 79$ olarsa, a_{11} və S_{31} -i tapın. b) Ədədi silsilədə $S_7 = 203$, $a_5 = 38$ olarsa, a_n üçün düstur yazın və S_{17} -ni tapın.
- 17 > Yaradıcı tətbiq.** Kağız fabrikləri müxtəlif məqsədlər üçün nəzərdə tutulmuş kağızları xüsusi silindrik kartonlara dolanmış rulon şəklində istehsal edir. Kağızın qalınlığı 0,01 sm-dir. Kartonun diametri 3 sm, bütün rulonun diametri 13 sm-dir.

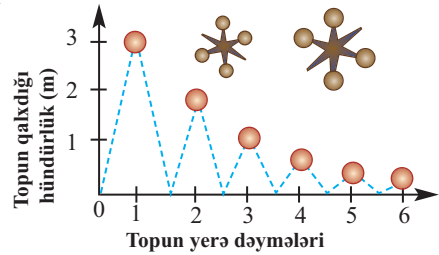
n	d_n (sm)	l_n (sm)
1	3	3π
2		
3		
4		



- a) Kağız dolaqlarının sayını n , hər n -ci dolamada rulonun diametrini d_n , hər dolama addımında dolaqdakı kağızın uzunluğunu l_n qəbul etməklə cədvəl dəftərinizdə doldurun.
- b) $l_1, l_2, l_3, l_4, \dots$ ardıcılığı haqqda fikirlərinizi və ardıcılığın n -ci həddinin düsturunu yazın.
- c) Diametri 13 sm olan rulonda neçə kağız dolağı var? Bu rulondakı kağızın uzunluğu təxminən neçə metrdir?
- d) Diametri 13 sm olan rulondakı kağızın qiyməti 5 manatdır. Bu rulonun diametri 18 sm olduqda onun qiyməti təxminən neçə manat olar?

Həndəsi silsilə

Araşdırma. Top ilk dəfə yerə dəydikdən sonra 3 m yüksəkliyə qalxdı. Hər sonrakı dəfə əvvəl qalxdığı hündürlüyün 60%-i qədər hündürlüyə qalxdı. Qrafik topun yerə dəymə sayı ilə qalxdığı yüksəklik arasındakı əlaqəni göstərir. 1) Topun qalxdığı hündürlükləri $h_1, h_2, h_3, h_4, \dots$ işarə etməklə hər dəfə qalxdığı hündürlüyü yerə ilk dəymədən sonra qalxdığı hündürlüklə ifadə edin.



- 2) Top 8-ci dəfə yerə dəydikdən sonra neçə metr hündürlüyə qalxacaq?
3) Topun n -ci dəfə yerə dəyməsindən sonra qalxdığı hündürlüyü tapmaq üçün $h_n = 3 \cdot (0,6)^{n-1}$ düsturundan istifadə etməyin mümkün olduğunu izah edin.

Həndəsi silsilənin hədləri, rekurrent qayda

Tərif. Hədləri 0-dan fərqli olan ardıcılığın ikincidən başlayaraq hər bir həddi özündən əvvəlki həddin eyni bir ədədə hasilinə bərabər olarsa, belə ardıcılığa **həndəsi silsilə** deyilir. Yəni, istənilən natural n üçün

$$b_n \neq 0 \text{ və } b_{n+1} = b_n \cdot q$$

şərti ödənərsə, onda (b_n) ardıcılığı həndəsi silsilədir. q ədədinə **həndəsi silsilənin vuruğu** deyilir.

Həndəsi silsilə simvolik olaraq $\ddot{::} (b_n)$ kimi işarə edilir.

$b_{n+1} = b_n \cdot q$ düsturu həndəsi silsilənin rekurrent qayda ilə ifadəsidir.

Tərifdən belə nəticə çıxır ki, istənilən n natural ədədi üçün, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ bərabərliyi doğrudur. Xüsusi halda, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \dots$

Nümunə 1. a) $b_1 = 2, q = 3$ olduqda, 2, 6, 18, 54, 162, ... həndəsi silsiləsi,

b) $b_1 = 3, q = -2$ olduqda, 3, -6, 12, -24, 48, ... həndəsi silsiləsi alınır.

$q > 0$ olduqda, həndəsi silsilənin hədləri eyni işarəli olur,

$q < 0$ olduqda isə hədlərin işarələri növbələşir,

$q = 1$ olduqda sabit ardıcılıq alınır.

Nümunə 2. Verilən ədədi ardıcılıqlardan hansı həndəsi silsilədir?

a) 4, 12, 22, 34, 48.

b) 625, 125, 25, 5, 1.

Həlli: Həndəsi silsilənin hər bir həddinin özündən əvvəlki həddə olan nisbəti həmişə sabit qalır. Bu şərti hər iki ardıcılıq üçün yoxlayaq.

a) $\frac{b_2}{b_1} = \frac{12}{4} = 3$ $\frac{b_3}{b_2} = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ Şərt ödənmir, bu ardıcılıq həndəsi silsilə deyil.

b) $\frac{b_2}{b_1} = \frac{125}{625} = \frac{1}{5}$ $\frac{b_3}{b_2} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}$ $\frac{b_4}{b_3} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ $\frac{b_5}{b_4} = \frac{1}{5}$

Şərt ödənilir, bu ardıcılıq həndəsi silsilədir.

Həndəsi silsilə

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Həndəsi silsilənin növbəti iki həddini yazın.

500; 100; 20; ...	$\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \dots$	$7; \frac{14}{3}; \frac{28}{9}; \dots$
16; 24; 36; ...		$0,4; -0,16; 0,064; \dots$
1,25; 1,5; 1,8; ...	$\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{25}{12}; \dots$	$1; \sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2}; \dots$

- 2 > Həndəsi silsilənin 10-cu həddini yazın.

a) 512; -256; 128; -64, ... b) $\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; \frac{8}{5}; \frac{16}{5}; \dots$

- 3 > Həndəsi silsilənin naməlum hədlərini tapın.

a) $y_1; 1; \frac{1}{2}; y_4; \dots$ b) $y_1; y_2; 24; 36; 54; \dots$

- 4 > a) $b_2 = 3$ olduğunu bilərək, $b_{n+1} = 0,3 \cdot b_n$ rekurrent qaydasına görə həndəsi silsilənin ilk 5 həddini yazın.

b) 2, 8, 32, 128, ... ardıcılığı üçün rekurrent qaydanı yazın.

- 5 > **Açıq tipli tapşırıqlar.** Verilənlərə görə həndəsi silsilə qurun və ilk dörd həddini yazın.

a) $q = \frac{1}{2}$ b) $b_1 = 0,5$ c) $b_3 = 20$

- 6 > Verilən ardıcılıqlardan hansı ədədi silsilə, hansı həndəsi silsilədir? Bu silsilələr üçün rekurrent düsturu yazın.

a) 7; 14; 28; 56; 112; ...	d) 1; 2; 5; 26; ...
b) 1000; 500; 250; 125; ...	e) 1; 5; 9; 13; ...
c) 4; 8; 13; 19; ...	f) 200; 20; 2; 0,2; ...

- 7 > Həndəsi silsilənin vuruğunu tapın.

1) 81; 27; 9; ...	2) 4; 8; 16; ...
3) $14; 7; \frac{7}{2}; \dots$	4) $\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \dots$

- 8 > Ardıcılıqlar üçün rekurrent qaydanı yazın və növbəti iki həddini göstərin. Ardıcılıq ədədi silsilə, həndəsi silsilə və ya başqa məntiqi ardıcılıq ola bilər.

a) 1; 7; 13; 19; ...	b) 66; 33; 16,5; 8,25; ...	c) 41; 32; 23; 14; ...
d) 2; 3; 8; 63; ...	e) 2; 5; 11; 23; 47; ...	f) 2; 5; 10; 50; 500; ...

Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Araşdırma. Həndəsi silsilənin $b_{n+1} = b_n \cdot q$ rekurrent münasibətilə verildiyini bilərək, cədvəldə boş xanaların yerinə uyğun ifadəni yazın.

b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
$b_1 \cdot q$	$b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2$	$b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$	$\square \cdot q = \square$	$\square \cdot q = \square$

Hansı nəticəyə gəldiniz?

b_5 -i tapmaq üçün $b_1 \cdot q$ -nin hansı qüvvətinə vurulur?

q -nin bu qüvvət üstü ilə b_5 və b_1 hədlərinin indeksləri arasında hansı əlaqəni görürsünüz?

Sizcə, b_8 -i tapmaq üçün b_1 -i q -nin hansı qüvvətinə vurmaq lazımdır?

Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Həndəsi silsilədə b_n -i tapmaq üçün b_1 -i q^{n-1} -ə vurmaqlıyıq, yəni

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Bu, həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu adlanır.

Həndəsi silsilənin verilməsi üçün onun birinci həddinin və vuruğunun verilməsi kifayətdir.

Nümunə 1. Həndəsi silsilədə $b_1 = 3$, $q = 2$ olduqda b_4 və b_7 -ni tapmaq.

Həlli: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$, $b_7 = b_1 \cdot q^6 = 3 \cdot 2^6 = 192$

Qeyd. $b_7 = b_1 \cdot q^6 = b_1 \cdot q^3 \cdot q^3 = b_4 \cdot q^3 = 24 \cdot 2^3 = 192$ üsulu ilə də hesablamaq olardı.

Ümumiyyətlə, $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = b_1 \cdot q^{k-1} \cdot q^{n-k} = b_k \cdot q^{n-k}$ bərabərliyi doğrudur.

Nümunə 2. Həndəsi silsilədə $b_2 = 4$; $b_5 = 32$ olarsa, b_7 -ni tapmaq.

Həlli: $b_5 = b_2 \cdot q^3$ olduğundan, $q^3 = \frac{b_5}{b_2} = \frac{32}{4} = 8$, $q = 2$ və $b_7 = b_5 \cdot q^2 = 32 \cdot 2^2 = 128$

Nəticə: Hər hansı iki həddi məlumdursa, həndəsi silsilə qurula bilər.

Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturunu başqa yolla da almaq olar.

Tərifə görə

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_2 \cdot q$$

$$b_4 = b_3 \cdot q$$

.....

$$b_n = b_{n-1} \cdot q$$

Bu $(n-1)$ sayda bərabərlikləri tərəf-tərəfə vuraq:

$$b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot \dots \cdot b_{n-1} \cdot b_n = b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot \dots \cdot b_{n-1} \cdot q^{n-1}.$$

Burada sağ və sol tərəflərdə eyni hədləri ixtisar etsək, $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ düsturunu alırıq.

Nəticə: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = b_1 \cdot \frac{q^n}{q} = \frac{b_1}{q} \cdot q^n$ yazmaqla, $\frac{b_1}{q} = c$ işarə etsək, aydın

olur ki, istənilən həndəsi silsilə $b_n = c \cdot q^n$ düsturu ilə verilə bilər.

(Burada c -sıfırdan fərqli hər hansı ədəd, q -silsilə vuruğudur).

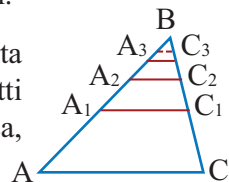
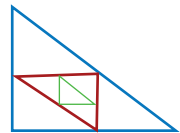
Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Verilənlərə görə tələb olunanları tapın.
- a) $b_1 = 3$; $q = 2$ olarsa, $b_4 = ?$ $b_5 = ?$
b) $b_1 = 24$; $q = 0,5$ olarsa, $b_3 = ?$ $b_4 = ?$
c) $b_6 = 48$; $q = -2$ olarsa, $b_4 = ?$ $b_5 = ?$
d) $b_5 = 64$; $q = 2$ olarsa, $b_1 = ?$ $b_7 = ?$
e) $b_4 = 15$; $b_6 = 135$ olarsa, $q = ?$ $b_7 = ?$
f) $b_1 = 3$; $b_5 = 48$ olarsa, $q = ?$ $b_7 = ?$
- 2 > Həndəsi silsilənin yeddinci həddini tapın.
- a) 2,5; 5; 10; 20; ... b) -0,25; -1; -4; -16; ...
c) $-\frac{64}{81}$; $\frac{32}{27}$; $-\frac{16}{9}$; $\frac{8}{3}$; ... d) 15; -5; $\frac{5}{3}$; $-\frac{5}{9}$; ...
- 3 > Verilənlərə görə həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturunu yazın.
- a) $b_1 = 4$, $q = 3$ c) $b_3 = 72$, $q = 6$ e) $b_1 = -2$, $q = 2$
b) $b_1 = 45$, $q = \frac{1}{3}$ d) $b_1 = 4$, $q = \frac{1}{8}$ f) $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_6 = -16$
- 4 > a) Həndəsi silsilədə $b_1 = 2$, $q = 3$ olarsa, 162-yə bərabər olan həddin nömrəsini tapın.
b) 0,1; 0,3; həndəsi silsiləsində 24,3-ə bərabər olan həddin nömrəsini tapın.
- 5 > Verilənlərə görə həndəsi silsilənin n -ci həddini rekurrent qayda ilə yazın.
- 1) $b_1 = -4$, $q = 6$ 2) $b_1 = 4$, $q = 3$ 3) $b_1 = 2$, $q = -3$ 4) $b_1 = -4$, $q = 2$
- 6 > Verilənlərə görə həndəsi silsilənin ilk 5 həddini yazın. Silsiləni rekurrent münasibətlə və eksplicitlik üsulla verin: 1) $b_4 = 25$, $q = -5$; 2) $b_1 = 4$, $q = 5$

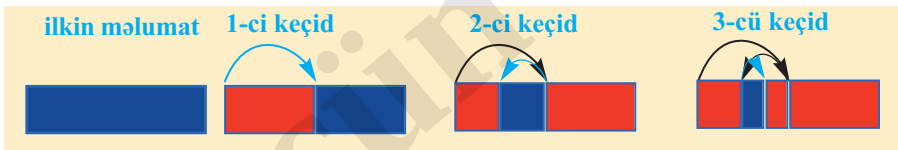
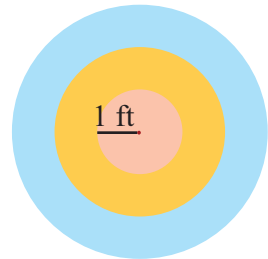
Tətbiq tapşırıqları

- 7 > Katetləri 12 sm və 16 sm olan düzbucaqlı üçbucağın daxilinə təpələri onun tərəflərinin orta nöqtələri olan üçbucaq çəkilmişdir. Eyni qayda ilə ikinci üçbucağın da daxilinə üçbucaq çəkilib və i.a. 6-cı üçbucağın perimetrini tapın.
- 8 > $\triangle ABC$ -də A_1C_1 orta xətti çəkildi, $\triangle A_1BC_1$ -də A_2C_2 orta xətti çəkildi, yeni alınmış $\triangle A_2BC_2$ -də A_3C_3 orta xətti çəkildi və i.a. $\triangle ABC$ üçbucağının sahəsi 3072 sm² olarsa, A_5BC_5 üçbucağının sahəsini tapın.
- 9 > **Maliyyə-mühasibat.** Süd məhsulları istehsalı zavodu 200 min manata yeni avadanlıq aldı. Avadanlığa hər il 10% amortizasiya (köhnəlmə) hesablanır. 3 ildən sonra bu avadanlığın qiyməti neçə manat olacaq?



Həndəsi silsilənin n -ci həddinin düsturu

- 10> Meşə təcrübə sahəsində oduncaq (ağac içinin bərk hissəsi) ildə 10% artır. Sahədə oduncaq əvvəldə 20000 m³ olarsa, 4 ildən sonra nə qədər olar?
- 11> Həndəsi silsilənin birinci və üçüncü həddinin cəmi 15, ikinci və dördüncü həddinin cəmi isə 30 olarsa, ilk dörd həddini tapın.
- 12> Nasos bir dəfəyə çəndəki yanacağın $\frac{1}{10}$ hissəsini çəkir. Nasos 3 dəfə qoşulduqdan sonra çəndə yanacağın neçə faizi qalar?
- 13> Hədəf taxtası dairələrin radiusu 1 ft (feet uzunluq vahididir və 1 ft $\approx$ 30,48 sm) artırılmaqla hazırlanmışdır.
- a) Hədəf taxtasının n -ci halqasının sahəsini göstərən düsturu yazın.
- b) 10-cu halqanın sahəsini kvadrat santimetrlə ifadə edin.
- c) n halqalı hədəf taxtasının sahəsini göstərən düsturu yazın.
- d) $n = 1; 2; 4; 8$ qiymətlərində hədəf taxtasının sahəsinin qiymətini aldığınız düstura görə hesablayın. n -in qiymətinin 2 dəfə artması ilə sahələr necə dəyişir?
- 14> **Kompüter elmi.** Kompüterdə hər hansı element axtarışı binar axtarış üsulu ilə həyata keçirilir. Bu axtarış üsuluna görə ilk olaraq məlumatlar siyahısının ortasına keçilir və axtarılan elementin siyahısının hansı yarım hissəsində olduğu müəyyən edilir. Bununla da məlumatın digər yarısını yoxlamağa ehtiyac qalmır. Daha sonra bu yarım hissə yarıya bölünür və elementin yeri müəyyən edilir. Lazımi element tapılana qədər axtarış bu qayda ilə davam etdirilir.



- a) 2048 elementdən ibarət məlumatlar siyahısında n -ci keçiddən sonra qalan elementlərin sayını göstərən ifadəni yazın.
- b) Axtarılan element ən pis halda ən sonuncu keçiddə tapıla bilər. Bu halda 2048 elementli məlumatlar toplusunda n -in hansı qiymətində axtarılan element tapılacaq?

Həndəsi silsilənin hədlərinin xassələri

Araşdırma. Hər hansı həndəsi silsilənin ilk səkkiz həddini yazaq.

Məsələn, $b_1 = 3$, $q = 2$ olduqda, bu hədlər cədvəldə yazılanlar olur.

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
3	6	12	24	48	96	192	384

$\sqrt{3 \cdot 12} = 6$

$\sqrt{12 \cdot 48} = 24$

Həndəsi silsilənin hədləri və həndəsi orta

Hədləri müsbət olan həndəsi silsilədə ikincidən başlayaraq hər bir hədd onunla qonşu olan hədlərin həndəsi ortasına bərabərdir.

Bu xassə həndəsi silsilə adının verilməsi səbəbini izah edir.

Məsələn, 2, 6, 18, 54, 162, ... ardıcılığında 18 ədədi 6 və 54 arasında həndəsi ortadır. Vuruğu ifadə edən nisbətləri yazmaqla həndəsi ortanı aydın görə bilərik.

Həndəsi silsilənin tərifinə görə $\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \dots = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n}$

bərabərliklərini alırıq. Bu bərabərlikləri cüt-cüt götürməklə alırıq:

$$b_2^2 = b_1 \cdot b_3, \quad b_3^2 = b_2 \cdot b_4, \quad \dots, \quad b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Bu xassə daha ümumi şəkildə aşağıdakı kimi verilir.

Həndəsi silsilədə ikinci həddən başlayaraq hər bir həddin kvadratı özündən eyni uzaqlıqda olan hədlərin hasilinə bərabərdir, yəni:

$$b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}$$

Hədləri müsbət olan həndəsi silsilə üçün bu xassəni

$$b_n = \sqrt{b_{n-k} \cdot b_{n+k}} \quad (1 \leq k \leq n-1) \quad \text{şəklində yazmaq olar.}$$

Həndəsi silsilənin hədlərinin daha bir xassəsi: $n + m = k + l$ olduqda

$$b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_l \quad \text{bərabərliyi doğrudur.}$$

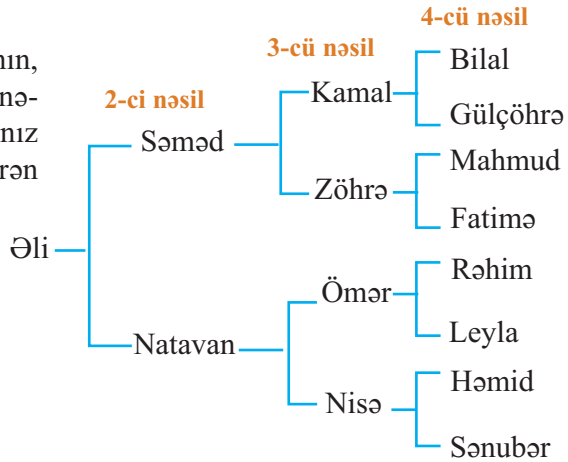
Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > (b_n) həndəsi silsiləsində: a) $b_4^2 = b_3 \cdot b_5$; b) $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$;
c) $b_5 \cdot b_9 = b_6 \cdot b_8$; d) $b_3 \cdot b_7 = b_4 \cdot b_6$; e) $b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_l$ ($n+m = k+l$) olduğunu göstərin.
- 2 > $x - 1$; 8 ; $x + 11$ ədədləri həndəsi silsilənin ardıcıl hədləridir. x -i tapın.
- 3 > $x - 1$; $x + 2$; $x + 8$ ədədləri həndəsi silsilənin ardıcıl hədləridir. x -i tapın.
- 4 > $c_n = 3 \cdot 2^n$ düsturu ilə verilmiş ardıcılığın həndəsi silsilə olduğunu göstərin. Silsilə vuruğunu yazın.
- 5 > $b_1 = 2$, $b_{n+1} = b_n \cdot 3$ rekurrent münasibəti ilə verilmiş ardıcılığın n -ci həddinin düsturunu yazın.
- 6 > $\therefore (b_n)$ həndəsi silsilə olarsa, a) b_1 ; b_3 ; b_5 ; b_7 ; ... b) b_1^2 ; b_2^2 ; b_3^2 ; ... ardıcılığı həndəsi silsilədirmi?

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

Araşdırma. Əli öz ata-anasının, 4 nənə-babasının, 8 ulu nənə-babasının adını yazmaqla yalnız birbaşa valideynləri göstərən nəsil ağacını tərtib etmişdir.

Əlinin 10 nəsil valideynlərinin sayı neçə nəfərdir?



Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmini S_n ilə işarə edək:

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n \quad (1)$$

$q = 1$ olarsa, bütün hədlər b_1 -ə bərabərdir və $S_n = n \cdot b_1$ olar.

$q \neq 1$ olan hala baxaq.

(1) bərabərliyinin hər iki tərəfini q -yə vuraq:

$$q \cdot S_n = b_1 \cdot q + b_2 \cdot q + b_3 \cdot q + \dots + b_{n-1} \cdot q + b_n \cdot q \quad (2)$$

(2) bərabərliyindən (1) bərabərliyini çıxsaq:

$$q \cdot S_n - S_n = b_n \cdot q - b_1 \text{ alırıq.}$$

Buradan isə

$$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1}, \quad (q \neq 1) \quad (3)$$

(3) düsturuna həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu deyilir.

Burada $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ olduğunu nəzərə alsaq, onu

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1) \text{ şəklində yazı bilərik.}$$

Nümunə. Həndəsi silsilədə $b_2 = 6$, $b_5 = 48$ olarsa, ilk altı həddin cəmini tapmaq.

Həlli. $b_5 = b_2 \cdot q^3$ olduğundan $q^3 = \frac{b_5}{b_2} = \frac{48}{6} = 8$, $q = 2$

$$b_2 = b_1 \cdot q \text{ düsturuna görə } b_1 = \frac{b_2}{q} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\text{Onda } S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{3 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1} = 189$$

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

Öyrənmə tapşırıqları

- 1 > Verilənlərə görə həndəsi silsilənin tələb olunan sayda hədlərinin cəmini tapın.
- a) $b_1 = 16$, $q = \frac{1}{2}$ $S_6 = ?$ b) $b_1 = 1$, $q = -2$ $S_5 = ?$
c) $3; 6; \dots$, $S_{10} = ?$ d) $1; -2; 4; \dots$, $S_8 = ?$
- 2 > Verilənlərə görə tələb olunanları tapın.
- 1) $-4 + 12 + (-36) + 108 + \dots$ 2) $160 + (-80) + 40 + (-20) + \dots$
a) $n = 6$, $S_6 = ?$ b) $S_n = -244$, $n = ?$ a) $n = 7$, $S_7 = ?$ b) $S_n = 105$, $n = ?$
- 3 > Həndəsi silsilədə verilənlərə görə tələb olunanları tapın.
- a) $S_4 = 45$, $q = 2$, $b_1 = ?$ b) $S_4 = 130$, $q = \frac{2}{3}$, $b_4 = ?$
c) $b_1 = 2$, $b_5 = 162$ olarsa, $S_6 = ?$ d) $b_2 = \frac{1}{5}$, $b_5 = \frac{1}{625}$ olarsa, $S_5 = ?$
- 4 > Həndəsi silsilə olan $a_n = 3 \cdot 2^n$ ardıcılığının: a) ilk 5 həddinin; b) ilk n həddinin cəmini tapın.
- 5 > Verilən həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu yazın.
- a) $1, y, y^2, y^3, y^4, \dots$ b) $3z, 6z^3, 12z^5, 24z^7, \dots$
- 6 > Həndəsi silsilənin dördüncü və birinci hədlərinin fərqi 26, beşinci və üçüncü hədlərinin fərqi isə 78-dir. Bu silsilənin ilk altı həddinin cəmini tapın.

Tətbiq tapşırıqları

- 7 > Canlı orqanizmə düşən bakteriya 20-ci dəqiqənin sonunda iki yerə bölünür; bunlardan da hər biri sonrakı 20 dəqiqənin sonunda yenə də iki yerə bölünür və i.ə. Bir günün sonunda bir bakteriyadan törənmiş bakteriyaların sayını tapın.
- 8 > Təhlükəsizlik üçün siqnalizasiya cihazları istehsal edən şirkət işə başladıqda ildə 10000 cihaz istehsal edirdi. İstehsalın artımı ildə 20% olmuşdur. a) Şirkət fəaliyyətinin 5- ci ilində neçə cihaz istehsal etmişdir. b) İlk 5 ildə cəmi neçə cihaz istehsal edilmişdir?

Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturu

9 > $x \neq 1$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

a) $1 + x + x^2 + x^3 + x^4$

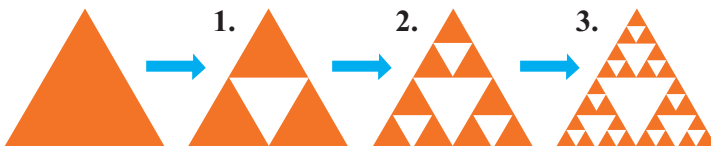
b) $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$

10 > İfadəni sadələşdirin ($n \neq 1$).

a) $\frac{1 + n + n^2 + n^3 + n^4 + n^5}{1 + n + n^2}$

b) $\frac{1 + n + n^2 + n^3}{1 + n + n^2 + n^3 + n^4 + n^5 + n^6 + n^7}$

11 > Polyak alimi Vatslav Serpinski bərabərtərəfli üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirməklə yaranan bərabərtərəfli üçbucaqları kəsib çıxarmaqla “Serpinski xəlbiri” kimi tanınan mozaikanı yaratmışdır. Təsəvvür edin ki, ilkin üçbucaq tərəfləri vahid uzunluqda olan bərabərtərəfli üçbucaqdır.

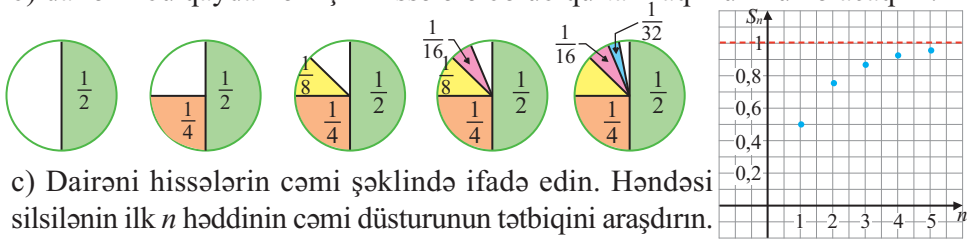


- a) 1-ci addımda kəsilib çıxarılan üçbucağın sayı 1, 2-ci addımda 3, 3-cü addımda 9-dur və s. n -ci addımda kəsilib çıxarılan üçbucaqların sayını göstərən düstur yazın.
- b) Bu qayda ilə 4-cü; 5-ci addımda neçə bərabərtərəfli üçbucaq kəsilib çıxarılmış olacaq?
- c) 3-cü addımda verilən üçbucaqdan bölünməmiş qalan (rəngli) sahəni hesablayın.
- 12 > Hədlərinin sayı cüt olan sonlu həndəsi silsilədə cüt nömrəli hədlərin cəminin, tək nömrəli hədlərin cəminə olan nisbəti silsilə vuruğuna bərabərdir. Bunu isbat edin.
- 13 > Fərrux bir şəkildə baxırdı. Şəkildə bir it çəkilmişdi, itin arxasında 4 balası var idi. Hər balanın arxasınca 4 pişik gedirdi. Hər pişiyin arxasında 4 balası var idi. Hər pişik balasının arxasınca 4 siçan gedirdi. Fərrux bu şəkildə cəmi neçə ayaq sayı bilərdi?
- 14 > Proqram təminatı ilə məşğul olan şirkət oyunun təkmilləşdirilməsi üçün 100 000 manat xərcləməyi planlaşdırır. Şirkətin maliyyə menecerləri bu iş üçün birinci həftə 4000 manat, sonrakı hər həftə isə əvvəlkindən 20% çox olmaqla pul xərcləməli olacaqlar. a) 5-ci həftədə; b) ilk beş həftədə nə qədər pul xərclənəcək? c) Neçənci həftədə artıq xərcləmək üçün yetərinə pul qalmayacaq?
- 15 > Hər biriniz 10 nəsil üçün ata-ana, nənə-baba, ulu nənə və babalarınızın sayını hesablayın. Neçənci nəsildə bu insanların sayı 1 000 000-dan çox olacaq?

$|q| < 1$ olduqda sonsuz həndəsi silsilənin cəmi

Praktik məşğələ. Şəkilə bir dairənin müəyyən qayda ilə hissələrə bölünmə addımları verilmişdir. a) Bu qaydanı sözlə təqdim edin.

b) dairəni bu qayda ilə kiçik hissələrə bölüb qurtarmaq mümkün olacaqmı?



c) Dairəni hissələrin cəmi şəklində ifadə edin. Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunun tətbiqini araşdırın.

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

$$S_1 = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0,75$$

$$S_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \approx 0,88$$

$$S_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \approx 0,94$$

$$S_5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \approx 0,97$$

$$S_n = b_1 \left(\frac{1-q^n}{1-q} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} \right) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

d) n -in qiyməti artdıqca $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ həddinin qiymətini 0-la müqayisə edin.

e) Verilən qrafiki situasiyaya uyğun izah edin. $n \rightarrow \infty$, $S_n \rightarrow 1$ fikrini qrafikə görə təqdim edin.

$|q| < 1$ olduqda sonsuz həndəsi silsilənin cəmi

Əgər həndəsi silsilənin hədləri sayı sonsuz olarsa, onu sonsuz həndəsi silsilə adlandırırlar. Həndəsi silsilənin ilk n həddinin cəmi düsturunu aşağıdakı şəkildə çevirək:

$$S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{b_1 - b_1 q^n}{1 - q} = \frac{b_1}{1 - q} - \frac{b_1}{1 - q} \cdot q^n$$

$|q| < 1$ isə, onda n sonsuz artıqda q^n vuruğu, deməli, $\frac{b_1}{1 - q} \cdot q^n$ hasilı də sıfıra yaxınlaşır. Ona görə də n sonsuz olaraq artıqda S_n cəmi $\frac{b_1}{1 - q}$ ədədinə yaxınlaşır. $\frac{b_1}{1 - q}$ ədədinə $|q| < 1$ olduqda sonsuz həndəsi silsilənin cəmi deyirlər.

Bu cəmi S ilə işarə etsək, yazı bilərik: $S = \frac{b_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$

Nümunə. Sonsuz həndəsi silsilənin cəmi düsturunu 0,(3) dövrü onluq kəsri adi kəsre çevirməklə tətbiq edin.

$$0,3 + 0,03 + 0,003 + 0,0003 + \dots = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots$$

$q = \frac{1}{10}$, $b = \frac{3}{10}$ olduğundan, sonsuz həndəsi silsilənin cəmi düs-

$$\text{turuna görə } 0,(3) = \frac{3}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^3} + \frac{3}{10^4} + \dots = \frac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{9}{10}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

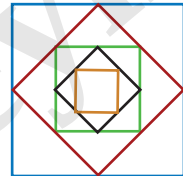
$|q| < 1$ olduqda sonsuz həndəsi silsilənin cəmi

Öyrənmə tapşırıqları

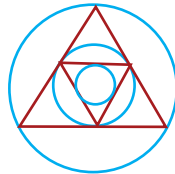
- 1 > Həndəsi silsilənin vuruğunun $|q| < 1$ şərtini ödədiyini yoxlayın və silsilə cəmini tapın.
a) 18; 6; 2; b) 0,3; 0,03; 0,003;
- 2 > Sonsuz həndəsi silsilənin cəmini tapın.
a) $-\frac{1}{8}; \frac{1}{16}; -\frac{1}{32}; \dots$ b) $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \dots$
- 3 > Sonsuz həndəsi silsilənin cəminə və birinci həddinə görə vuruğunu tapın.
a) $S = 4, b_1 = 1$ b) $S = 12, b_1 = 3$ c) $S = -\frac{1}{9}, b_1 = -\frac{1}{6}$
d) $S = 8; b_1 = \frac{1}{2}$ e) $S = -\frac{3\sqrt{3}}{2}; b_1 = \sqrt{3}$ f) $S = \frac{11}{13} \quad b_1 = 1$
- 4 > Toplananları sonsuz həndəsi silsilənin hədləri olan ($|a| < 1$) cəmi tapın
a) $1 + a + a^2 + a^3 + \dots$ b) $1 - a + a^2 - a^3 + \dots$
c) $1 + a^2 + a^4 + a^6 + \dots$ d) $1 - a^3 + a^6 - a^9 + \dots$
- 5 > Dövri onluq kəsrləri adi kəsre çevirin
a) 0,(2) b) 0,(15) c) 2,(6) d) 0,2(7)

Tətbiq tapşırıqları

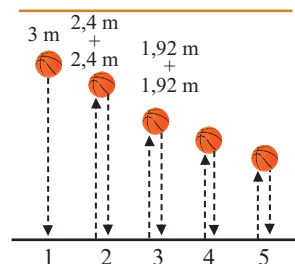
- 6 > Tərəfi 6 sm olan kvadrat verilmişdir. Onun tərəflərinin ortaları ikinci kvadratin təpələridir, ikinci kvadratin tərəflərinin ortaları üçüncü kvadratin təpələridir və s. Bu qayda ilə qurulmuş bütün kvadratların sahələri cəmini tapın.



- 7 > Radiusu 6 sm olan çevrənin daxilinə düzgün üçbucaq çəkilmişdir. Üçbucağın daxilinə çevrə, bu çevrənin daxilinə düzgün üçbucaq çəkilmişdir və s. Çevrələrin uzunluqları cəmini tapın.

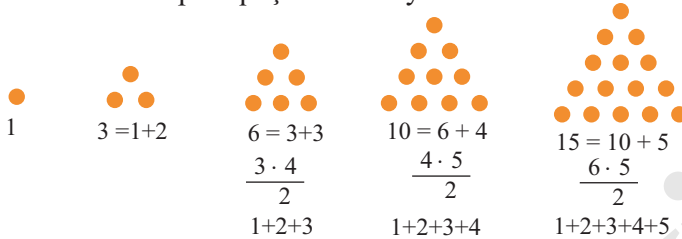


- 8 > Top 3 m yüksəklikdən yerə dəyir. Hər dəfə yerə dəyən top əvvəl qalxdığı hündürlüyün 80%-i qədər yuxarı qalxır. Topun qət etdiyi məsafənin ümumi uzunluğu təxmini neçə metr olar?



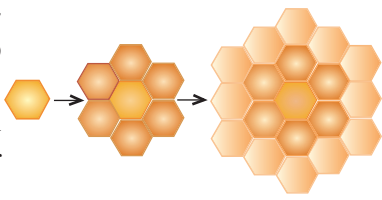
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > Ardıclılığın ilk beş həddini yazın.
- a) $a_1 = 5$
 $a_n = a_{n-1} + 3$
- b) $a_1 = 1$
 $a_n = 4a_{n-1}$
- c) $a_1 = 17$
 $a_n = a_{n-1} + n$
- d) $a_1 = 1, a_2 = 2$
 $a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$
- 2 > İlk n həddinin cəmi $S_n = 2 \cdot (5^n - 1)$ düsturu ilə hesablanan $\therefore (b_n)$ həndəsi silsiləsində S_3, b_1 və b_4 -ü tapın.
- 3 > Ardıclılığın növünü müəyyən edin, növbəti iki həddini yazın.
- a) $5; -3; 5; -3; \dots$
- b) $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \dots$
- c) $\sqrt{3}; 3; 3\sqrt{3}; 9; \dots$
- d) $1; -1; 1; -1; \dots$
- 4 > Tikinti şirkəti 500000 manata buldozer almışdır. Buldozerin qiyməti hər il əvvəlkinə görə 20% ucuzlaşır. Buldozerin qiymətini istənilən n -ci ildə müəyyən etməyə imkan verən düstur yazın. Buldozerin qiyməti neçə ildən sonra 256 min manat olacaq?
- 5 > Aşağıdakı şəkli araşdırın. Ardıclılığın daha 5 həddini yazın. Bu ardıcılığın istənilən həddini tapmaq üçün düstur yazın.



- 6 > Ədədi silsilədə $a_3 + a_6 + a_{24} = 12$ olarsa, ilk 21 həddin cəmini tapın.
- 7 > Ədədi silsilədə $a_4 = 9, a_9 = -6$ olarsa, ilk neçə həddin cəmi 54-ə bərabər olar?
- 8 > 1, 2, 5, 10, $a, 12, b, c$ artan ardıcılığında (a, b, c natural ədədlərdir) hədlərin ədədi ortası 12-yə bərabərdir. b -nin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?
- 9 > Ədədi silsilə əmələ gətirən üç ədədin cəmi 45-ə bərabərdir. Birinci həddən 2, ikinci həddən 9, üçüncü həddən isə 8 çıxsaq, bu ədədlər həndəsi silsilə əmələ gətirir. Ədədi silsilənin hədlərini tapın.
- 10 > (Qədim məsələ) Tacirin 14 gümüş pulu var. Gümüş pulların çəkisi silsilə fərqi 4-ə bərabər olan ədədi silsilə kimi artır. Axırıncı gümüş pulun çəkisi 59 lotdur (lot – qədim ölçü vahididir və 12,8 qrama bərabərdir). Bütün pulların çəkisi nə qədərdir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 11 > 6,6; 5,8; ədədi silsiləsinin müsbət hədlərinin cəmini tapın.
- 12 > İlk n həddinin cəmi $S_n = 2n^2 + 3n$ düsturu ilə verilən ədədi silsilənin birinci həddini və fərqi tapın.
- 13 > Hədləri tam ədədlər olan ədədi silsilədə $a_3 = 11$, ilk 8 həddin cəmi isə 72-dən böyük, 80-dən kiçikdir. a_2 -ni tapın.
- 14 > Həndəsi silsilənin ilk dörd həddinin cəmi 8, sonrakı dörd həddin cəmi isə 4-ə bərabərdir. İlk on iki həddin cəmini tapın.
- 15 > $a, b, 12$ ədədləri həndəsi silsilə, $a, b, 9$ ədədləri isə ədədi silsilə əmələ gətirirsə, a və b ədədlərini tapın.
- 16 > İşçi arılar ilkin olaraq bir düzgün altıbucaqlı hücrə, 2-ci etapda bu altıbucaqlının tərəfləri üzərində yeni hücrələr yaradır və bal pətəyini hörürlər. a) Arılar 4-cü, 5-ci dövrdə neçə altıbucaqlı “hörəcəklər”? b) Arıların istənilən n -ci dövrdə qurduqları altıbucaqlıların sayını tapmaq üçün düstur yazın.
- 
- 17 > Düzxətli hərəkət edən cisim birinci saniyədə 6 m, hər sonrakı saniyədə əvvəlkindən 4 m çox olmaqla yol gedir. a) Cisim ilk 20 saniyə ərzində hansı məsafəni getmişdir? b) Cisim 4800 m məsafəni neçə saniyəyə qət edər?
- 18 > Tahir və Orxan velosiped almaq arzusundadırlar. Velosipedin qiyməti 120 manatdır. Tahir fikirləşir ki, atası ona birinci gün 4 man, hər sonrakı gün isə əvvəlkindən 4 manat çox pul verərsə, yeddi günə lazımı miqdar pul toplaya bilər. Orxan isə hesab edir ki, atası ona birinci gün 1 man., hər sonrakı gün isə əvvəlkindən 2 dəfə çox pul verərsə, yeddi günə lazımı miqdar toplanar. Onlardan hansının fikri doğrudur?
- 19 > 2000-ci ildə fəaliyyətə başlayan iki A və B şirkətindən A şirkətinin mədaxili 2010-ci ilə qədər ədədi silsilə ilə, B şirkətinin mədaxili isə həndəsi silsilə ilə dəyişmişdir. A şirkətinin mədaxili 2000-ci ildə 2 milyon, B şirkətinin isə 25 min manat olmuşdur. A şirkətinin mədaxili hər il 100 min manat artıb, B şirkətinin mədaxili isə hər il əvvəlki ildən 2 dəfə çox olub. Şirkətlərin mədaxilinin n -ci il üçün hesablama düsturunu yazın. 2007-ci ildə bu şirkətlərin mədaxillərini hesablayın və müqayisə edin. 2000-ci ildəki mədaxili birinci hədd kimi qəbul edin.
- 20 > Cəmi tapın.

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \frac{5}{3^5} + \dots$

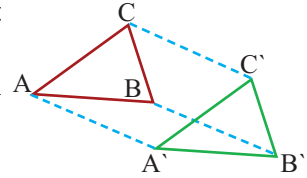
b) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^3} + \frac{5}{2^5} + \frac{7}{2^7} + \dots$

Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

Paralel köçürmə

Paralel köçürmədə nöqtələr paralel (yaxud üst-üstə düşən) düz xətlər üzrə eyni məsafə qədər yerini dəyişir və fiqur özünə konqruyent fiqura çevrilir.

Şəkiləki $A'B'C'$ üçbucağı ABC üçbucağının paralel köçürülməsi ilə alınmışdır. Burada $AA' = BB' = CC'$, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

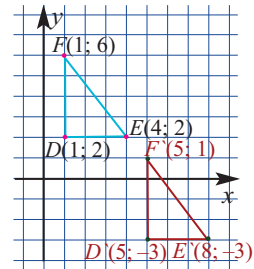


Koordinat müstəvisində verilmiş DEF üçbucağının hər bir nöqtəsi 4 vahid sağa, 5 vahid aşağı köçürülmüşdür.

$$D(1; 2) \rightarrow D'(5; -3)$$

$$E(4; 2) \rightarrow E'(8; -3)$$

$$F(1; 6) \rightarrow F'(5; 1)$$



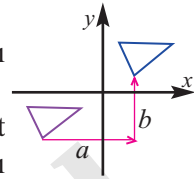
İki nöqtə arasındakı məsafə düsturunu tətbiq etməklə alırıq: $DE = 3$, $D'E' = 3$; $DF = 4$, $D'F' = 4$; $FE = 5$, $F'E' = 5$

Üçbucaqların konqruyentlik əlamətinə görə $\triangle DEF \cong \triangle D'E'F'$

Fiqurun paralel köçürülməsində ixtiyari $A(x; y)$ nöqtəsi

$A'(x'; y')$ nöqtəsinə çevrilir və bu nöqtələrin koordinatları arasında $x' = x + a$, $y' = y + b$ bərabərlikləri doğrudur.

Koordinat müstəvisi üzərində paralel köçürmədə koordinat oxları boyu sağa və yuxarı yerdəyişmə müsbət, sola və aşağı yerdəyişmə isə mənfi vahidlərlə ifadə edilir. Bu a və b ədədləri ilə təyin olunur.



Paralel köçürmədə iki nöqtə arasındakı məsafə dəyişmir.

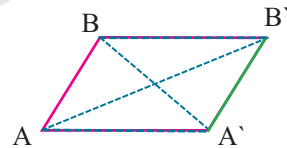
Doğrudan da, paralel köçürmədə ixtiyari iki $A(x_1; y_1)$ və $B(x_2; y_2)$ nöqtələri $A'(x_1 + a; y_1 + b)$ və $B'(x_2 + a; y_2 + b)$ nöqtələrinə çevrilir.

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad A'B' = \sqrt{((x_2 + a) - (x_1 + a))^2 + ((y_2 + b) - (y_1 + b))^2}$$

Buradan $AB = A'B'$. Deməli, paralel köçürmədə məsafə saxlanılır.

AB' parçasının orta nöqtəsinin koordinatları

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + a}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2 + b}{2}$$



$A'B$ parçasının orta nöqtəsinin koordinatları da bunun kimi olur (özünüz yoxlayın). Deməli, $ABB'A'$ dördbucaqlısının diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür. Yəni, bu dördbucaqlı paraleloqramdır.

Paraleloqramın isə qarşı tərəfləri paraleldir.

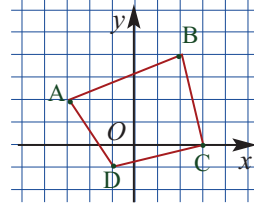
Paralel köçürmədə düz xətt paralel düz xəttə (və ya özünə) çevrilir.

Bir fiqurun digərinə çevrilməsində nöqtələr arasındakı məsafə saxlanarsa, bu çevrilməyə hərəkət deyilir. Paralel köçürmə hərəkətdir.

Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

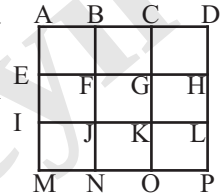
- 1 > Paralel köçürmələri $(x; y) \rightarrow (x + a; y + b)$ şəklində yazın.
 a) 4 vahid sola, 2 vahid aşağı; b) 2 vahid sağa, 2 vahid yuxarı;
 c) 3 vahid sağa, 5 vahid yuxarı; d) 3 vahid sola, 1 vahid yuxarı.
- 2 > Şəkiləki dördbucaqlının verilən paralel köçürülməsini dəftərinizdə təsvir edin.

- a) $(x; y) \rightarrow (x - 1; y + 2)$
 b) $(x; y) \rightarrow (x + 3; y - 2)$
 c) $(x; y) \rightarrow (x - 3; y - 1)$
 d) $(x; y) \rightarrow (x + 1; y + 2)$

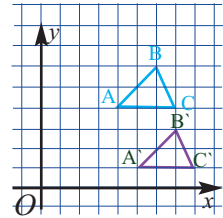


- 3 > Təpə nöqtələri $A(3, -4)$, $B(3; 2)$, $C(5, 1)$ olan $\triangle ABC$ $(x; y) \rightarrow (x - 2; y + 1)$ paralel köçürməsi ilə $\triangle A'B'C'$ -ə çevrilir. $\triangle A'B'C'$ -in təpə nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən edin və üçbucaqları çəkin.
- 4 > Təpə nöqtələri $A(2; -1)$, $B(4; 2)$, $C(-3; 3)$ olan $\triangle ABC$ verilir. Paralel köçürülmədə A nöqtəsi $A'(-1; -1)$ nöqtəsinə çevrilmişdir. Eyni paralel köçürmə ilə B nöqtəsi B' və C nöqtəsi C' -ə çevrilmişdir. B' və C' nöqtələrinin koordinatlarını tapın.
 Bu paralel köçürməni $(x; y) \rightarrow (x + a; y + b)$ şəklində yazın.
- 5 > Şəkilə 9 konqruent düzbucaqlı göstərilmişdir. Burada A nöqtəsi paralel köçürmə ilə G nöqtəsinə çevrilir. Eyni paralel köçürmə ilə aşağıdakı nöqtələrin hər birinin çevrildiyi nöqtəni müəyyən edin.

- a) F b) E c) B d) J e) I



- 6 > $\triangle ABC$ -nin təpə nöqtələri $A(4, 4)$, $B(6, 6)$ və $C(7, 4)$ kimidir, $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 3)$ $\triangle ABC$ -nin $\triangle A'B'C'$ -ə çevrilməsini ifadə edir.
 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ olduğunu isbat edin.



İsbat üçün plan:

- 1) Paralel köçürməni tətbiq etməklə A' , B' , C' nöqtələrinin koordinatlarını tapın.
- 2) İki nöqtə arasındakı məsafə düsturunu tətbiq edin.
- 3) Üçbucaqların konqruentlik əlamətlərindən istifadə edin.

Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

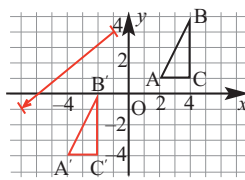
- 7 > Paralel köçürməyə görə fiqurun təpə nöqtələrinin yeni koordinatlarını yazın.
- | | |
|---|--|
| a) 3 vahid Ox oxu və -2 vahid Oy oxu boyunca
$F(-4; 1)$, $A(-2; 5)$, $S(-1; 4)$, $N(-1; 2)$ | b) -4 vahid Ox oxu və -3 vahid Oy oxu boyunca
$D(-4; -3)$, $E(-2; -2)$, $F(-2; -4)$ |
|---|--|

Paralel köçürmə və vektorlar

Hər bir paralel köçürmə bir vektor müəyyən edir. Yəni paralel köçürmədə fiqurun bütün nöqtələrinin yerdəyişməsi bir vektor üzrə icra edilir. Paralel köçürmənin vektorla ifadəsi yazılışları da sadələşdirir. Vektorun $\vec{u} \langle a; b \rangle$ komponentləri Ox oxu və Oy oxu boyunca nöqtənin yerdəyişməsini göstərir. Aşağıdakı şəkildə $\triangle ABC$ -nin $\vec{u} \langle -6; -5 \rangle$ vektoru üzrə paralel köçürməsi təsvir edilmişdir.

Vektorun komponentlərindən istifadə etməklə fiqurun yerdəyişməsini müəyyən etmək olar. ABC üçbucağının bütün nöqtələri $\vec{u} \langle -6; -5 \rangle$ vektorunun uzunluğu qədər yerini dəyişərək $\triangle A'B'C'$ -yə çevrilmişdir.

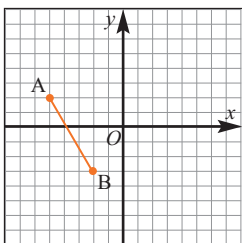
Vektorun uzunluğu $|\vec{u}| = \sqrt{(-6)^2 + (-5)^2} \approx 7,8$ (vahid)



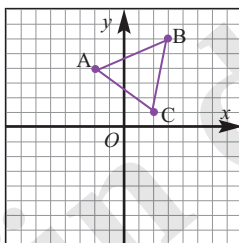
Paralel köçürmə vektoru: $\langle -6; -5 \rangle$

- 8 > Paralel köçürmələrə uyğun vektorları komponentləri ilə yazın:
- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| a) 5 vahid sağa 8 vahid yuxarı; | b) 2 vahid sola, 5 vahid yuxarı; |
| c) 3 vahid sola, 5 vahid aşağı; | d) 4 vahid sola, 5 vahid aşağı. |
- 9 > Verilən vektorlara görə fiqurları paralel köçürün.

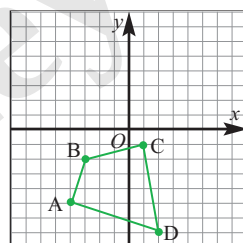
a) $\langle -2; 5 \rangle$



b) $\langle 1; -4 \rangle$



c) $\langle 3; 2 \rangle$



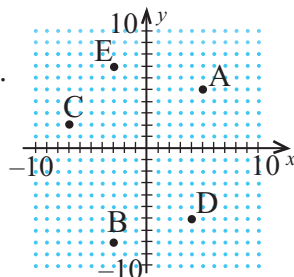
- 10 > $A(-3; -2)$ nöqtəsi $(x; y) \rightarrow (x + 5; y + 3)$ qaydası ilə paralel köçürülmüş, A' nöqtəsinə çevrilmişdir. 1) paralel köçürməni müəyyən edən vektoru yazın; 2) A' nöqtəsinin koordinatlarını yazın.

- 11 > Paralel köçürməni müəyyən edən vektoru yazın.

a) $B \rightarrow D$

b) $A \rightarrow C$

c) $A \rightarrow B$



Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

Hərəkət və konqruent fiqurlar

Tutaq ki, F fiqurunun hər bir nöqtəsinə müstəvinin müəyyən nöqtəsi qarşı qoyulub. Belə nöqtələr çoxluğu ümumi halda F -dən fərqli F' fiqurunu əmələ gətirir. Bu halda deyilir ki, F' fiquru F fiqurunun çevrilməsi ilə alınmışdır. Müstəvi də həndəsi fiqurdur. Müstəvinin özünə çevrilməsində onun ixtiyari nöqtəsi bu müstəvinin nöqtəsinə çevrilir, həm də bu çevrilmədə müstəvinin hər bir nöqtəsinə çevrilən nöqtə var. Fiqurların çevrilməsində nöqtələr arasındakı məsafə saxlanarsa, fiqurun bütün həndəsi xassələri saxlanılır və fiqur özünə konqruent fiqura çevrilir. Belə çevrilmələrə hərəkət deyilir. İki ardıcıl hərəkətin nəticəsi də hərəkətdir.

Teorem. Hərəkətdə parça parçaya çevrilir.

İsbatı. Tutaq ki, verilmiş hərəkətdə MN parçasının ucları uyğun olaraq M' və N' nöqtələrinə çevrilir. İsbat edək ki, MN parçası $M'N'$ parçasına çevrilir. MN parçası üzərində ixtiyari P nöqtəsi götürək: $MP + PN = MN$. P nöqtəsinin çevrildiyi nöqtə P' olsun. Hərəkətdə məsafə saxlandığı üçün $M'N' = MN$, $M'P' = MP$, $N'P' = NP$. Buradan $M'P' + P'N' = M'N'$. Bu, o deməkdir ki, P' nöqtəsi $M'N'$ parçası üzərindədir, yəni MN parçasının P nöqtəsi $M'N'$ parçasının P' nöqtəsinə keçir. $M'N'$ parçasının hər bir P' nöqtəsi üçün MN parçasının elə P nöqtəsi varmı ki, bu hərəkətdə P' -ə keçsin? Bəli, MN üzərində $MP = M'P'$ şərtini ödəyən P nöqtəsi götürsək, bu nöqtə P' -ə keçər. Teorem isbat olundu.

Nəticə: Hərəkətdə üçbucağın hər bir tərəfi konqruent parçaya çevrildiyindən üçbucaq konqruent üçbucağa (TTT əlamətinə görə) çevrilir. Hərəkətdə düz xətt düz xəttə, şüa şüaya, bucaq özünə bərabər bucağa çevrilir.

Paralel köçürmə, mərkəzi simmetriya, ox simmetriyası, dönmə hərəkətdir, yəni bu çevrilmələrdə fiqur konqruent fiqura çevrilir.

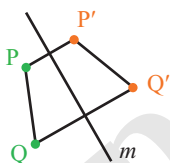
Bunu ox simmetriyası (əksetmə) üzərində araşdıraq.

Teorem. Düz xəttə nəzərən simmetriya çevrilməsi (əksetmə) hərəkətdir.

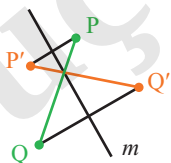
Şəkildə PQ parçasının m xəttinə görə əksətmə hərəkəti təsvir edilmişdir.

PQ parçası və m düz xəttinin vəziyyətinə görə 4 müxtəlif hala baxaq.

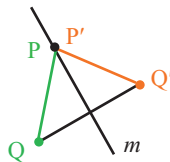
1. P və Q nöqtələri m düz xəttinin bir tərəfindədir.



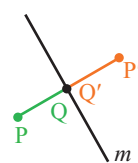
2. P və Q nöqtələri m düz xəttinin müxtəlif tərəfindədir.



3. Nöqtələrdən biri düz xəttin üzərindədir, PQ m düz xəttinə perpendikulyar deyil.



4. Q nöqtəsi m düz xəttinin üzərindədir $PQ \perp m$



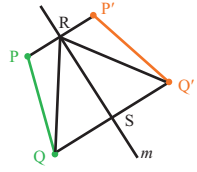
1-ci hala görə teoremi isbat edək.

Mətnlə isbat. Bu halda P və Q nöqtələri m düz xəttindən eyni tərəfdədir.

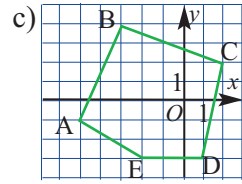
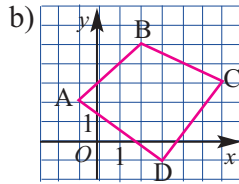
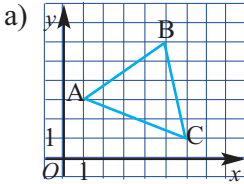
Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

Əksetmə hərəkətinin tərifinə görə RS parçası PP' və QQ' parçalarının orta perpendikulyarı olduğundan $RQ \cong RQ'$ və $\angle QRS \cong \angle Q'RS$.

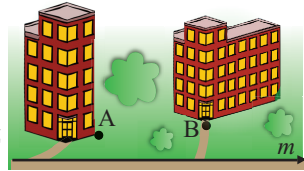
$PR \cong RP'$, $\angle PRQ \cong \angle P'RQ'$ olduğundan TBT əlamətinə görə $\triangle RQP \cong \triangle RQ'P'$. Teorem isbat olundu.



12> Çoxbucaqlıların Ox və Oy oxlarına görə əksetməsini təsvir edin.



13> Düz xətti m yolunun kənarında yerləşən A və B binalarına telefon çəkmək üçün paylayıcı cihazı elə C nöqtəsində yerləşdirmək lazımdır ki, $AC + BC$ minimum olsun və mümkün qədər az kabel işlənilsin. Paylayıcı cihazın yerləşdiyi C nöqtəsini necə müəyyən etmək olar?



Həlli. A nöqtəsinin m düz xəttinə nəzərən əksetməsi ilə çevrildiyi A' nöqtəsini qeyd edək və $A'B$ parçasını çəkək, m düz xətti ilə kəsişməsini C nöqtəsi ilə qeyd edək. $A'B$ parçası A' və B nöqtələri arasındakı ən qısa məsafədir və $AC = A'C$ olduğundan, C nöqtəsi bu məqsədlə seçilmiş ən əlverişli nöqtədir. Doğrudan da, m düz xəttinin başqa bir D nöqtəsi üçün üçbucaq bərabərsizliyindən:

$$AD + DB = A'D + DB > A'B = A'C + CB = AC + CB$$

14> Absis oxu üzərində elə C nöqtəsi tapın ki, $AC + BC$ minimum olsun.

a) $A(1, 5), B(7, 1)$

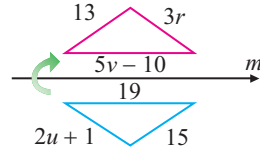
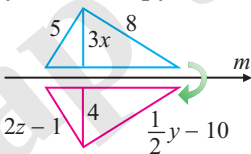
b) $A(2, -2), B(11, -4)$

c) $A(-1, 4), B(6, 3)$

d) $A(-4, 6), B(3, 9)$

Nümunə. Ox oxu üzərində elə C nöqtəsi tapmaq ki, $AC + CB$ məsafəsi ən kiçik olsun. $A(1; 5)$ nöqtəsini Ox oxuna görə simmetrik köçürək: $A'(1; -5)$. $A'(1; -5)$ və $B(7; 1)$ nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyi $y = x - 6$ şəklindədir. Bu düz xəttin Ox oxu ilə kəsişmə nöqtəsi C (6; 0) olur.

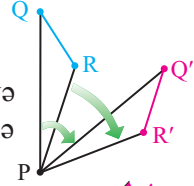
15> Şəkilə m düz xəttinə nəzərən əksetmə hərəkəti təsvir edilmişdir. Dəyişənlərin qiymətlərini tapın.



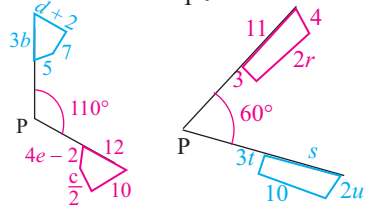
Həndəsi çevrilmələr. Hərəkət

- 16 > Şəkil dönmə hərəkəti nəticəsində Q nöqtəsinin Q', R nöqtəsinin R' nöqtəsinə çevrilməsini əks etdirir. **İsbat edin:** $PQ \cong P'Q'$

İsbat üçün plan: Dönmənin tərifinə görə $PQ \cong P'Q'$, $PR = PR'$ və $\angle QPQ' \cong \angle RPR'$. Bucaqların toplanması və üçbucaqların konqruyentlik əlamətindən istifadə etməklə isbatı tamamlayın.

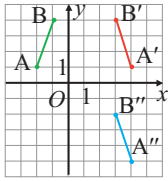


- 17 > Şəildə çoxbucaqlının P nöqtəsi ətrafında dönmə hərəkəti təsvir edilmişdir. Verilənlərə görə dəyişənləri tapın.

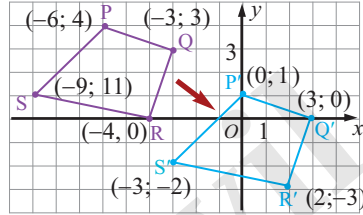


- 18 > Üçbucağın təpələri A(-1, 0), B(2, 3), C(3, -3) nöqtələrindədir. Bu üçbucaq $\vec{u}\langle 4; -2 \rangle$ vektoru ilə paralel köçürülmüşdür. Alınan üçbucağın təpələrinin koordinatlarını yazın.

- 19 > AB parçası hansı iki ardıcıl hərəkət nəticəsində A''B'' parçasına çevrilmişdir?



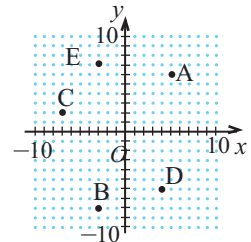
- 20 > Paralel köçürmənin icra olunduğu vektoru şəklə görə yazın.



- 21 > a) $(x; y) \rightarrow (x + 3; y + 2)$ koordinatlarının dəyişməsini sözlə yazın.
 b) A(-3; 5) nöqtəsi Ox oxuna nəzərən əskətmə hərəkəti nəticəsində A' nöqtəsinə çevrilmişdir. A' nöqtəsinin koordinatlarını yazın.
 c) D(3; 4) nöqtəsi koordinat başlanğıcına nəzərən 180° dönmüşdür. D' nöqtəsinin koordinatlarını yazın.
 d) E(-3; 4) nöqtəsi $\vec{u}\langle 4; 5 \rangle$ vektoruna görə paralel köçürmə ilə E' nöqtəsinə çevrilmişdir. E' nöqtəsinin koordinatlarını yazın.

- 22 > Verilən vektora görə paralel köçürmədə C nöqtəsinin çevrildiği nöqtəni göstərin.

a) $\langle 4; 5 \rangle$ b) $\langle 11; -8 \rangle$ c) $\langle 4; -10 \rangle$

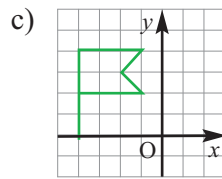
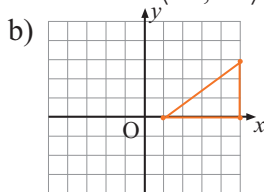
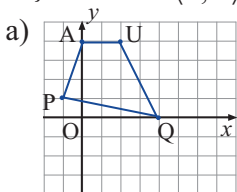


- 23 > Koordinat müstəvisində koordinat başlanğıcına görə hər bir dönmədə (saat əqrəbi və onun əks istiqamətində) koordinatların dəyişmə qaydasını tamamlayın. Şəkil üzərində göstərin.

a) $90^\circ (x; y) \rightarrow (\quad ; \quad)$ b) $180^\circ (x; y) \rightarrow (\quad ; \quad)$
 c) $270^\circ (x; y) \rightarrow (\quad ; \quad)$ d) $360^\circ (x; y) \rightarrow (\quad ; \quad)$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

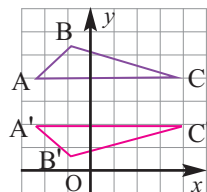
- 1> Şəkilləri dəftərinizdə çəkin. Hər birini verilən vektora görə paralel köçürün. $\langle 3; 0 \rangle$ $\langle -4; -1 \rangle$ $\langle 2; -2 \rangle$



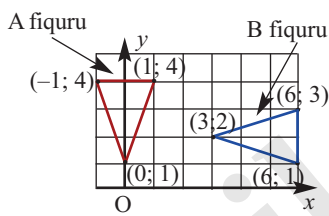
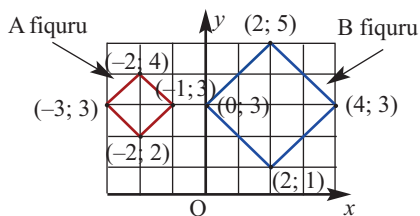
- 2> P(6; -2) nöqtəsi P' nöqtəsinə paralel köçürülmüşdür. Hər bir hal üçün paralel köçürmə vektorunu müəyyən edin.

- a) P' (2; 0) b) P' (-3; 1) c) P' (8; -3)

- 3> $\triangle ABC$ əksətmə hərəkəti ilə $\triangle A'B'C'$ -ə çevrilmişdir. Əksətmə xəttini müəyyən edin.



- 4> Elə iki ardıcıl çevrilmə təsvir edin ki, A fiqurundan B fiqurunu almaq mümkün olsun.

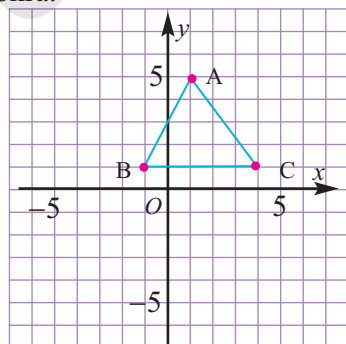


- 5> A (2, -2), B (2, 3), C (-4, -2) $\triangle ABC$ -nin təpə nöqtələridir. Üçbucaq Ox oxuna nəzərən əks edilmiş və koordinat başlanğıcı ətrafında saat əqrəbinin hərəkətinin əksi istiqamətində 90° dönmüş, daha sonra isə 3 vahid aşağı, 2 vahid sola köçürülmüşdür. Hər bir hərəkətə uyğun şəkli çəkin və təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın: a) əksətmədən sonra; b) dönmədən sonra; c) paralel köçürmədən sonra.

- 6> Hər bir çevrilmədən sonra A', B', C' təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.

- 1) $\langle 3; 0 \rangle$ vektoruna görə paralel köçürmə;
- 2) $\langle -4; 2 \rangle$ vektoruna görə paralel köçürmə;
- 3) Oy oxuna nəzərən əksətmə;
- 4) $x = -2$ xəttinə nəzərən əksətmə;
- 5) C nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönmə;

- 6) Koordinat başlanğıcı ətrafında 180° dönmə;
- 7) Mərkəzi A nöqtəsində olmaqla $k = 2$ əmsallı homotetiya;
- 8) Mərkəzi koordinat başlanğıcında olmaqla $k = 2$ əmsallı homotetiya.



Məlumatın qruplaşdırılması
və təqdimi

- Məlumatın qruplaşdırılması
- Məlumatın tezliyi (dağılımı)
- Nisbi tezlik.

Məlumatın təqdimi

- Məlumatın paylanması qrafikləri

Məlumatın analizi və təqdimi

- Tezlik paylanmasına görə ədədi orta
- Tezliyin paylanma şəkli

Hadisələrin mümkün sayı

- Permutasiya
- Təkrarlanan elementli çoxluqda permutasiyaların sayı
- Kombinezon

Permutasiya, kombinezon
və ehtimal



Məlumatın qruplaşdırılması və təqdimi

Məlumatın qruplaşdırılması. Məlumatın tezliyi

Məlumat bazasına görə məlumatın siniflərdə qruplaşdırılmasını, tezliklərin müəyyən edilməsini və tezlik cədvəlinin qurulmasını aşağıdakı nümunə üzərində yerinə yetirək.

Nümunə. Aşağıda verilənlər 50 internet istifadəçisinin yaşı haqqında məlumatı əks etdirir. Məlumatı tezlik cədvəli ilə təqdim edin.

50 40 41 17 11 7 22 44 28 21 19 23 37 51 54 42 88
41 78 56 72 56 17 7 69 30 80 56 29 33 46 31 39 20
18 29 34 59 73 77 36 39 30 62 54 67 39 31 53 44

1. Məlumatı müəyyən intervallarda qruplaşdırmaqla 7 sinfə ayıraq.
2. Hər bir sinfin - intervalın ölçüsünü müəyyən edək. Bunun üçün ən böyük qiymətdən (88) ən kiçik qiyməti (7) çıxaraq və siniflərin sayına bölək:

$$(88 - 7) : 7 \approx 11,57 \approx 12$$

3. Göründüyü kimi, ən kiçik qiymət 7-dir və bu birinci sinfin ən kiçik sərhəd qiymətidir, ən böyük isə 18 olacaq, 2-ci sinfin ən kiçik qiyməti 19, ən böyük qiyməti 30, 3-cü sinfin sərhədləri 31 və 42 olacaq və s. (sərhəd məlumatının intervala daxil olduğunu unutmayın, məlumatların üst-üstə düşməməsinə diqqət edin).

4. Tezlik cədvəlini quraq.

Sinif (yaş)	7-18	19-30	31-42	43-54	55-66	67-78	79-90	
Tel	### I	### ###	### ### III	### III	###	### I	II	
Tezlik	6	10	13	8	5	6	2	Cəmi: 50

Məlumat bazasını sistemləşdirməni və təqdimini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmək olar.

1. Məlumat toplusundakı ədədi qiymətlərə (və ya kateqoriyalara - rəng, növ və s.) görə məlumatlar siniflərdə - intervallarda qruplaşdırılır. Siniflərin sayının 5 ilə 20 arasında olması tövsiyə edilir.

2. Siniflərin - intervalların ölçüsü müəyyən edilir. Bunun üçün məlumatın ən böyük və ən kiçik qiymətləri fərqi siniflərin sayına bölünür. Qismətdə alınan ədədin tam hissəsi sinfin ölçüsü kimi qəbul edilir.

3. Hər bir sinfin-intervalın sərhəd qiymətlərinin ən böyük və ən kiçik qiyməti müəyyən edilir. Birinci intervalın ən kiçik qiyməti verilən məlumatlardan seçilir, ən böyük qiymət isə sinfin ölçüsünə görə tapılır.

4. Tezlik cədvəli qurulur. Cədvəldə siniflərin sərhəd qiymətləri, məlumata uyğun tezlik tellə və ədədlə göstərilir.

Məlumatın qruplaşdırılması və təqdimi

Nisbi tezlik

Məlumatın analizi və təqdimi üçün sinfin - *orta qiyməti, nisbi tezlik* kimi göstəricilərdən istifadə edilir.

Sinfin orta qiyməti (intervalın orta nöqtəsi) sinfin ən kiçik sərhəd qiyməti ilə ən böyük sərhəd qiymətinin cəminin yarısına bərabərdir. Bu göstəriciyə qısaca olaraq **sinfin qiyməti** də deyilir.

Nisbi tezlik sinfin tezliyinin qiymətinin ümumi məlumatın sayına olan nisbəti kimi müəyyən edilir.

Verilən nümunə üzərində bu göstəriciləri müəyyən edək:

Sinif	Tezlik	Sinfin orta qiyməti	Nisbi tezlik
7-18	6	$\frac{7+18}{2} = 12,5$	$\frac{6}{50} = 0,12$
19-30	10	$\frac{19+30}{2} = 24,5$	$\frac{10}{50} = 0,2$
31-42	13	$\frac{31+42}{2} = 36,5$	$\frac{13}{50} = 0,26$
...	...	...	...

12,5; 24,5; 36,5 ardıcılığından göründüyü kimi, birinci sinfin orta qiymətini tapdıqdan sonra hər sonrakı sinfin orta qiyməti özündən əvvəlki ilə sinfin ölçüsünün (bu halda 12-nin) cəminə bərabər olur.

Məlumat bazasını bu göstəricilər daxil olmaqla aşağıdakı cədvəllə təqdim edək.

İstifadəçilərin yaşı və istifadə müddəti			
Sinif (yaş)	Tezlik	Sinfin orta qiyməti (orta yaş)	Nisbi tezlik
7-18	6	12,5	0,12
19-30	10	24,5	0,2
31-42	13	36,5	0,26
43-54	8	48,5	0,16
55-66	5	60,5	0,1
67-78	6	72,5	0,12
79-90	2	84,5	0,04
	Cəmi: 50		Cəmi: 1

Nisbi tezlik müəyyən (verilən) məlumatın ümumi məlumatın hansı hissəsini (kəsrə, faizlə) təşkil etdiyini göstərir. Məsələn, bu araşdırma göstərir ki, istifadəçilərin 26%-ni 31-42 yaşlı şəxslər təşkil edir.

Məlumatın qruplaşdırılması və təqdimi

- 1 > Aşağıdakı məlumatları tələb olunan sayda siniflərdə qruplaşdırın.
- a) **Satış.** Siniflərin sayı: 6
Məlumat: Avqust ayında satışdan əldə olunan məbləğ (manatla)
2114, 2468, 7119, 1876, 4105, 3183, 1932, 1355, 4278, 1030, 2000,
1077, 5835, 1512, 1697, 2478, 3981, 1643, 1858, 1500, 4608, 1000
- b) **Reaksiya müddəti.** Siniflərin sayı: 8
Məlumat: 30 qadının səsli xəbərdarlığa reaksiya müddəti (millisaniyə ilə)
507, 389, 305, 291, 336, 310, 514, 382, 320, 450, 309, 416, 359, 442, 307,
337, 373, 469, 351, 411, 388, 422, 413, 428, 387, 454, 323, 441, 388, 426
- 2 > Aşağıdakı məlumat sırası 50 nəfər şagirdin 100 ballıq sistemlə riyaziyyat fənni üzrə yazdığı qiymətləndirmənin nəticələrini əks etdirir.
43, 88, 25, 93, 68, 81, 29, 41, 45, 87, 34, 50, 61, 75, 51, 96, 20, 13, 18, 35,
25, 77, 62, 98, 47, 36, 15, 40, 49, 25, 39, 60, 37, 50, 19, 86, 42, 29, 32, 61,
45, 68, 41, 87, 61, 44, 67, 30, 54, 28.
- a) Məlumatı siniflərə ayırın.
b) Tezlik cədvəlini tərtib edin.
c) Nisbi tezliyi əks etdirən sütun əlavə etməklə cədvəli yenidən çəkin.
- 3 > Məlumat çoxluğu 45 seçmə nümunəni əhatə edir. Ən kiçik qiymət 0, ən böyük qiymət 28 olmuşdur. Siz bu məlumata görə siniflərin ölçüsünün neçə olmasını təklif edərdiniz? Siniflərə uyğun ədədi intervalları yazın.
- 4 > Sinifdə 26 şagird riyaziyyatdan qiymətləndirmə tapşırıqlarını yerinə yetirdi. Onların aldıkları qiymətlər sağda verildiyi kimi oldu. Məlumatı tezlik və nisbi tezliyi əhatə edən cədvəllə təqdim edin.
- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 2 | 5 | 4 |
| 5 | 4 | 2 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| 1 | 4 | 5 | 4 | 5 | 2 | | | | |
- 5 > 1) İdmançılar kütlələrini ölçmüş və nəticələr aşağıdakı kimi olmuşdur. Məlumatı tezlik cədvəli ilə təqdim edin.
50, 50, 53, 53, 54, 55, 55, 55, 56, 60, 62, 62, 62, 64, 64, 64, 65, 65, 65, 66,
66, 66, 70, 72, 72, 72, 75, 75, 76, 80, 80, 80, 81, 81, 82, 82, 83, 84, 85, 85,
85, 86, 87, 93, 94, 97, 98, 98, 100, 100
- 2) Sizin sinfinizdəki şagirdlərin kütlələrini əks etdirən tezlik cədvəli tərtib edin. Nisbi tezliyə görə müqayisəli məlumatlar təqdim edin.
- 6 > Cədvələ görə tapşırıqları yerinə yetirin.
- a) Hər sinfin ölçüsünü müəyyən edin;
b) Hər sinfin orta qiymətini müəyyən edin;
c) Nisbi tezlikləri hesablayın;

Sinif	Tezlik
10-19	8
20-29	120
30-39	230
40-49	310
50-59	140
60-69	72
70-79	20

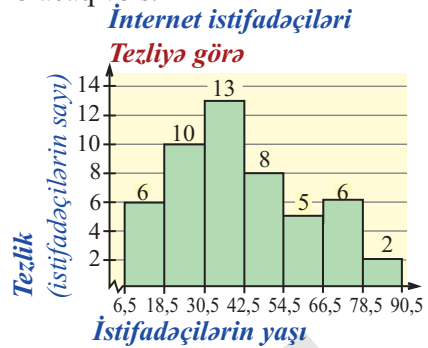
Məlumatın təqdimi. Məlumatın paylanması qrafikləri

Məlumatın paylanması qrafikləri

Tezlik histoqramı. Məlumatın paylanmasını təqdim etmək üçün ən əlverişli formalardan biri histoqramdır. Nəzərdən keçirdiyimiz internet istifadəçiləri haqqında məlumatın tezlik histoqramını quraq:

1. Siniflərin ölçüsü sərhəd qiymətləri ilə və ya sinfin orta qiyməti ilə üfüqi oxda, tezliklərin qiyməti isə şaquli oxda yerləşdirilir.
2. Histoqramın qonşu sütunları toxunmalıdır. Yəni sinfin sərhəd qiymətləri elə müəyyən edilməlidir ki, boşluq yaranmasın. Məsələn 1-ci sinfin ən böyük qiyməti 18, 2-ci sinfin ən kiçik qiyməti 19-dur. Onlar arasında məsafə $19 - 18 = 1$. Bu məsafə iki qonşu sinif arasında bölüşdürülür. Yarısı 0,5 olacaq. 1-ci sinfin sərhəd qiymətləri 6,5-18,5 olacaq və s.

Sinif (yaş)	Sərhədlər	Tezlik
7-18	6,5-18,5	6
19-30	18,5-30,5	10
31-42	30,5-42,5	13
43-54	42,5-54,5	8
55-66	54,5-66,5	5
67-78	66,5-78,5	6
79-90	78,5-90,5	2



Məlumatın təqdimi. Tezlik histoqramından görünür ki, istifadəçilərin yarıdan çoxu yaşı 42-dən az olan şəxslərdir.

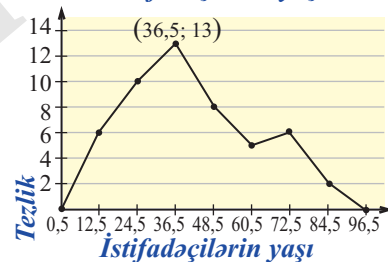
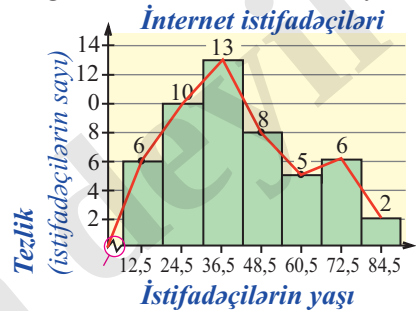
Tezlik poliqonu məlumatın paylanma tezliyini qrafik olaraq əks etdirir. Tezlik poliqonunu 2 üsulla qurmaq olar.

1. Histoqramdan istifadə etməklə:

- histoqram qurulur; • intervalların orta nöqtəsi qeyd edilir (histoqramın sütunu üzərində); • bu nöqtələr birləşdirilir.

2. Tezlik cədvəlindən istifadə etməklə:

- absis oxu üzərində uyğun miqyasla sinfin orta qiyməti, ordinat oxu üzərində sinifə uyğun tezlik qeyd edilir.
- qeyd edilmiş nöqtələr birləşdirilir. Alınan qrafik məlumatın paylanmasını əks etdirən tezlik poliqonu adlanır.

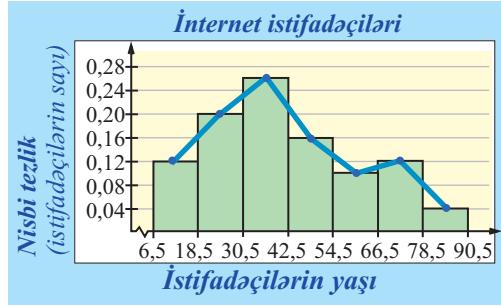


Tezlik poliqonuna görə məlumatı analiz etmək və yeni məlumatlar əldə etmək olar. Məsələn, tezlik poliqonundan (36,5;13) nöqtəsinin koordinatlarına görə müəyyən etmək olar ki, internet istifadəçiləri arasında orta yaşı 36,5 olan sinifdəki şəxslər çoxluq təşkil edir.

Məlumatın təqdimi. Məlumatın paylanması qrafikləri

Nisbi tezlik histoqramı.

Toplanmış məlumatın müqayisəsinin asan, əyani olması üçün bir çox hallarda məlumatı nisbi tezlik histoqramı və ya nisbi tezlik poliqonu ilə təqdim etmək daha əlverişli olur.

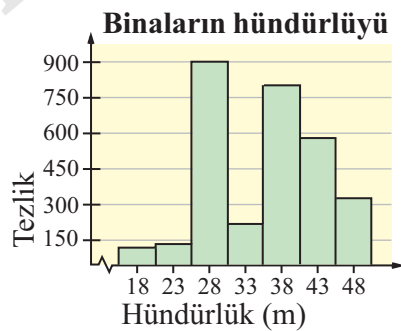
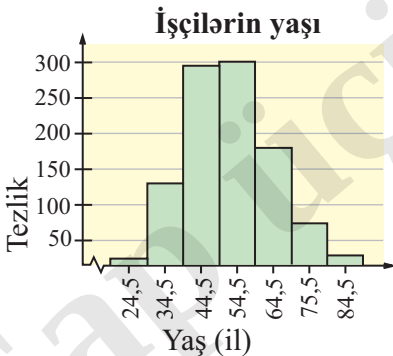


Tezlik histoqramından görünür ki, təxminən 25% istifadəçi 30 ilə 42 yaş arasındadır.

- 1 > Verilən məlumat ailələrin aylıq ərzağa neçə manat pul xərclədikləri haqqında seçmə nümunələr üzərində aparılan araşdırmanın nəticələrini əks etdirir.
- a) Məlumatı uyğun tezlik cədvəli qurun: b) Məlumatı tezlik poliqonu ilə təqdim edin.

279	205	279	266	199	177	162	232	303
192	181	321	309	246	278	50	41	335
116	100	151	240	474	297	170	188	320
429	294	570	342	279	235	434	123	325

- 2 > 1) Histoqramlara görə müəyyən edin:
- a) siniflərin sayını;
- b) siniflərin ölçüsünü;
- c) ən böyük və ən kiçik tezlikli sinifləri və bu siniflərin tezliklərinin təqribi qiymətlərini;
- 2) Hər bir histoqrama uyğun tezlik poliqonunu qurun.

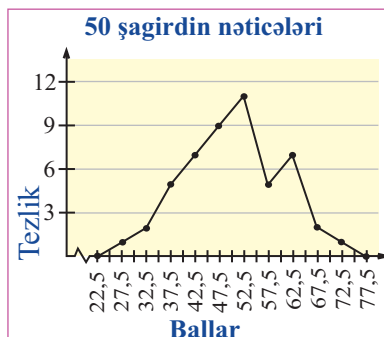


Məlumatın təqdimi. Məlumatın paylanması qrafikləri

- 3 > Tezlik poliqonuna görə tapşırıqları yerinə yetirin.

a) Ən böyük və ən kiçik tezliyi olan sinifləri müəyyən edin.

b) Təxminən neçə nəfərin 50-dən az bal topladığını söyləmək olar?



- 4 > Cədvəl meşədə ağacların hündürlüyü haqqında məlumatı əks etdirir.

a) Nisbi tezliyi əks etdirən sütun əlavə etməklə cədvəli dəftərinizdə çəkin.

b) Uyğun tezlik histqramını və poliqonunu qurun.

Sinif (ağacların hündürlüyü, m)	10-13	14-17	18-21	22-25	26-29	30-33	34-37	38-41
Tezlik (ağacların sayı)	10	15	20	30	30	20	25	15

- 5 > Verilən məlumatları 5 sinifdə qruplaşdırmaqla:

a) tezlik histqramı;

b) nisbi tezlik histqramı;

c) tezlik poliqonu qurun.

d) ən böyük və ən kiçik nisbi tezlikli sinifləri müəyyən edin.

1) **Oyunun nəticələri** (xalların sayı ilə)

Məlumat: 154 257 195 220 182 240 177 228 235 146 174 192 165 207

185 180 264 169 225 239 148 190 182 205 148 188

2) **Kənddə fermerlərin sahələri (hektarla)**

Məlumat: 12 7 9 8 9 8 12 10 9 10 6 8 13

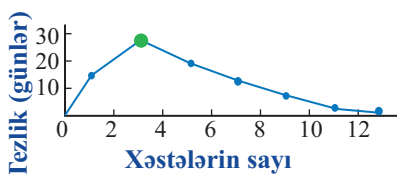
12 10 11 7 14 12 9 8 10 9 11 13 8

- 6 > Tezlik poliqonu bir xəstəxanaya gündəlik təcili yardım vasitəsilə daxil olan xəstələrin sayını göstərir.

a) Yaşıl rəngli nöqtəyə uyğun məlumatı təqdim edin.

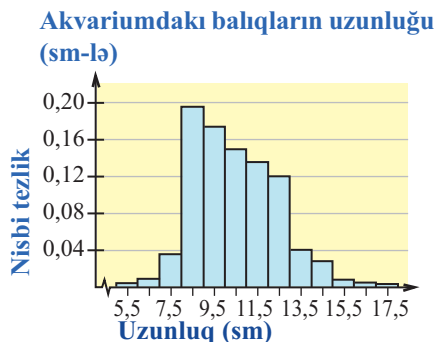
b) Müşahidə neçə günü əhatə edir?

c) Qrafikə uyğun tezlik cədvəli tərtib edin.

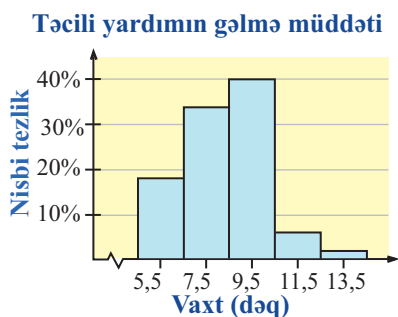


Məlumatın təqdimi. Məlumatın paylanması qrafikləri

- 7 > a) Nisbi tezliyi ən böyük və ən kiçik olan sinfi müəyyən edin;
b) Uzunluğu orta hesabla 12,5 sm olan balıqlar bütün balıqların neçə faizini təşkil edir?



- 8 > a) Histroqrama görə “hər 100 çağırışdan 50-sində təcili yardım 10 dəqiqədən az müddətdə yetişmişdir” fikri doğrudurmu?
b) nisbi tezliyin qiymətinin ən böyük olduğu hala uyğun məlumatı təqdim edin.



- 9 > Aşağıda 40 kiçik şirkətin illik maliyyə dövriyyəsi haqqında məlumat verilmişdir.

İllik dövriyyənin miqdarı (min manatla)	Şirkətlərin sayı
45-dən 55-ə qədər	5
55-dən 65-ə qədər	7
65-dən 75-ə qədər	14
75-dən 85-ə qədər	8
85-dən 95-ə qədər	6

- a) Məlumatla uyğun tezlikləri müəyyən edin.
b) Tezlik qrafikini çəkin.
c) Qrafikə görə dövriyyəsi 85 min manatdan az olan neçə şirkət var?
d) Dövriyyəsi 55 min manatdan az olan şirkətlər bütün şirkətlərin hansı hissəsini təşkil edir?

- 10 > Cədvəldə Sənanın kompüter oyununda topladığı xallar verilmişdir. Bu məlumatlardan ən kiçiyini nəzərə almasanız, ən çox hansı mərkəzə meyilli göstərici dəyişər: ədədi orta, yoxsa median?

Sənanın topladığı xallar

164	128	151	138
158	162	130	162
109	134	157	137

Məlumatın analizi

Bir çox hallarda qruplaşdırılmış məlumatı analiz etmək üçün uyğun ədədi ortanı hesablamaq tələb edilir. Aşağıdakı nümunə üzərində bu cür ədədi ortanı tapma qaydasını araşdıraraq.

Nümunə. Cədvəl bir gündəki telefon danışq-larının müddətinə görə şirkət işçilərinin sayını göstərir. Bu şirkətdə bir nəfər orta hesabla neçə dəqiqə telefonla danışır?

Bu məsələdə qruplaşdırılmış məlumata uyğun ədədi ortanı hesablamaq tələb edilir. Bu halda ədədi orta aşağıdakı qayda ilə hesablanır.

Sinif (danışq müddəti)	Tezlik (İşçilərin sayı)
1–5	12
6–10	26
11–15	20
16–20	7
21–25	11

1. Hər sinfin orta qiyməti tapılır.
2. Hər bir sinfin orta qiyməti ilə tezliyin hasilləri cəmi hesablanır.
3. Tezliklərin cəmi tapılır.
4. İkinci nəticə üçüncü nəticəyə bölünür.

$$\text{Ədədi orta} = \frac{883}{76} \approx 11,6$$

Ədədi ortaya görə demək olar ki, bu şirkətdə hər işçi gündə orta hesabla 11,6 dəqiqə telefonla danışır.

Sinif	Tezlik	Sinfin orta qiyməti	Tezlik × × orta qiymət
1–5	12	3	36
6–10	26	8	208
11–15	20	13	260
16–20	7	18	126
21–25	11	23	253
	76		883

Tezlik paylanmasına görə ədədi orta

$$\bar{x} = \frac{\sum(x \cdot f)}{n} \quad x \text{ sinfin ədədi ortası, } f \text{ tezliyidir,} \\ \sum \text{ işarəsi cəmi göstərir və "siqma" kimi oxunur.}$$

$n = \sum f$ olduğuna diqqət edin.

1. Hər bir sinfin orta qiyməti tapılır.
2. Hər bir sinfin orta qiyməti ilə tezliyin hasilləri cəmi tapılır.
3. Tezliklərin cəmi tapılır.
4. Ümumi məlumata uyğun ədədi orta tapılır.

$$x = \frac{\text{ən böyük qiymət} + \text{ən kiçik qiymət}}{2}$$

$$\sum(x \cdot f)$$

$$n = \sum f$$

$$\bar{x} = \frac{\sum(x \cdot f)}{n}$$

Məlumatın analizi

- 1 > Şirkətdəki 30 işçidən 8 nəfərinin maaşı 120 manat, 22 nəfərinin maaşı 330 manatdır. Şirkətdəki işçilərin orta əmək haqqını tapın.

- 2 > Eyni şirkətin hazırladığı piroqlar şəhərin müxtəlif mağazalarında müxtəlif qiymətə satılır. Bir gün ərzində satılan piroqların sayı və bir ədədinin qiyməti cədvəldə verilmişdir. Şirkət bir piroqu orta hesabla neçə manata satır?

Piroq satışı		
Mağaza	Qiyməti(⁂)	Sayı
A	1,20	120
B	1,50	70
C	1,60	110
D	1,10	200

- 3 > Cədvəldə verilmiş məlumatlara görə ədədi ortanı tapın.

a) Kompüter oyununda toplanan xallara görə orta xalı tapın.

Topladığı xal	Oyunçuların sayı
1–5	2
6–10	5
11–15	9
16–20	8
21–25	3

b) Bir həftə ərzində doğulan körpələrin kütlələri haqqında məlumata görə bir körpənin kütləsinin orta qiymətini tapın.

Kütləsi	Sayı
1–1,5	1
1,5–2	3
2–2,5	8
2,5–3	15
3–3,5	10
4–4,5	9
4,5–5	0

- 4 > Məlumatları siniflərdə qruplaşdırın, cədvəl qurun və ədədi ortanı hesablayın.

a) Məlumat bazası:

30 kolun hündürlüyü (sm-lə)

Siniflərin sayı: 5

67 76 69 68 72 68 65 63 75 69

66 72 67 66 69 73 64 62 71 73

68 72 71 65 69 66 74 72 68 69

b) Məlumat bazası:

20 xəstənin xəstəxanada qalma müddəti (günlə)

Siniflərin sayı: 4

6 9 7 14 4 5 6 8 4 11

10 6 8 6 5 7 6 6 3 11

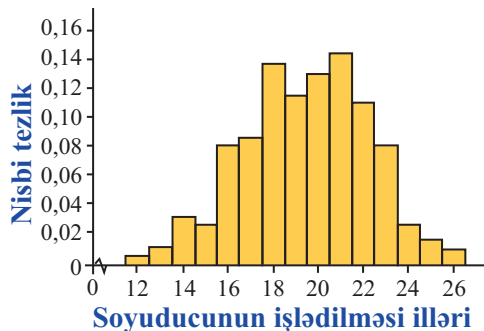
- 5 > Qruplaşdırılmış məlumatlara uyğun ədədi orta hesablanarkən nə üçün sinfin orta qiyməti tapılır? Fikrinizi aşağıdakı nümunə üzərində izah edin. Bir məlumat bazası da siz fikirləşib yazın.

Göldən tutulan balıqların kütləsi (kq)	Balıqların sayı
1–5	2
6–10	5
11–15	9
16–20	8
21–25	3

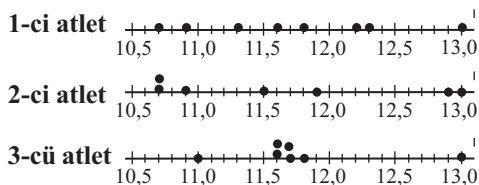
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > Elektron avadanlıqlar istehsal edən şirkət əhali arasında soyuducularını neçə il əvvəl aldıkları haqqında araşdırma aparmışdır. Araşdırma 200 evdə aparılmış və nəticələr histqramla verilmişdir.

- a) Histroqrama görə sinifləri, siniflərin qiymətini, tezlik məlumatlarını əhatə edən cədvəl qurun.
b) hesablama aparmadan ədədi ortanı təxmin edin, ədədi orta 15-ə, 20-yə, yoxsa 25-ə daha yaxındır?
c) Ədədi ortanı hesablayın, təxmini-nizi yoxlayın.



- 2 > Diaqramda üç atletin qaçış nəticələri göstərilmişdir. Hər biri üçün orta nəticəni müəyyən edin. Hansı idmançının daha stabil nəticə göstərdiyini söyləmək olar? Fikrinizi izah edin.



- 3 > Verilən məlumatlara görə tezlik cədvəli qurun.

Uşaqların boyu. Siniflərin sayı: 5. Məlumat: 30 uşağın boyu
67 76 69 68 72 68 65 63 75 69 66 72 67 66 69 73 64 62 71 73
68 72 71 65 69 66 74 72 68 69

- 4 > Verilən məlumatlara görə tezlik poliqonu və nisbi tezlik poliqonu qurun.

a)

Qızların boyu	Sayı
140-145	3
146-151	7
152-157	12
158-163	6
164-169	2

b)

Oğlanların boyu	Sayı
145-150	2
151-156	3
157-162	8
163-168	11
169-174	6

- 5 > Verilən məlumatlara görə nisbi tezlik histqramı qurun. Ədədi ortanı hesablayın.

Oteldə qalma müddəti. Siniflərin sayı: 6

Məlumat: 20 nəfərin oteldə qalma müddəti:

6 9 10 6 11 7 14 6 5 7 6 4 5 6 8 4 11 8 6 3

Permutasiya

Permutasiya - Yerdəyişmə. ${}_nP_n$

Nümunə 1. Tutaq ki, avtomobillər latın əlifbasının üç hərfinin və üç rəqəmin ardıcıl yazılışı ilə nömrələnir. İşarələrin düzülüşünə görə neçə müxtəlif avtomobil nömrəsi hazırlamaq mümkündür? a) hərfin təkrarlanmasına icazə verilir. b) hərfin təkrarlanmasına icazə verilmir.

	Hərflər			Rəqəmlər			Seçimlərin ümumi sayı
a)	26	26	26	10	10	10	$26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 17\,576\,000$
b)	26	25	24	10	10	10	$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 15\,600\,000$

Vurma prinsipi. a elementini n üsulla seçmək mümkündürsə və hər seçmə qarşı b elementini m üsulla seçmək mümkündürsə, (a, b) nizamlı cütünü $m \times n$ sayda üsulla seçmək mümkündür.

Permutasiya. Bəzi hallarda çoxluğa daxil olan elementlərin düzülmə sırasına görə mümkün variantların sayını tapmaq tələb edilir. Biz bu tip məsələləri indiyə qədər budaqlanan diaqram qurmaqla və ya siyahi tutmaqla həll edirdik. Məsələn, 1, 2, 3 rəqəmlərinin hər birindən bir dəfə istifadə etməklə neçə müxtəlif üçrəqəmli ədəd yazmaq olar? 123, 132, 213, 231, 312, 321. Burada hər bir düzülüş **permutasiya** (yerdəyişmə) adlanır. İndi isə biz permutasiya anlayışından istifadə edərək mümkün variantları düsturla hesablayacağıq. Hər hansı rəqəmin 1-ci yerdə seçilməsinin 3, qalan 2 rəqəmdən birinin 2-ci yerdə seçilməsinin 2, üçüncü rəqəmin isə bir variantı var. Deməli, vurma prinsipini tətbiq etsək, verilən rəqəmlərin bütün permutasiyaları sayı $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ -dır. $3 \cdot 2 \cdot 1$ hasilini qısaca olaraq $3!$ kimi yazılır və “üç faktorial” kimi oxunur. $1! = 1$, $2! = 2 \cdot 1 = 2$, $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$... və s. $0! = 1$ qəbul edilir. $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

Hesablamalarda $(n + 1)! = (n + 1) \cdot n!$ və $(n + 2)! = (n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n!$ yazılışlarından istifadə səmərəli olur. Məsələn: $\frac{9!}{7!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 72$

Yalnız elementlərinin düzülüşü ilə fərqlənən (yəni bir çoxluqdan alınə bilən) müxtəlif nizamlanmış çoxluqlar baxılan çoxluğun permutasiyaları (yerdəyişmələri) adlanır.

Permutasiyanın I elementini n elementli çoxluqdan n üsulla, II elementini qalan $(n - 1)$ elementdən $(n - 1)$ üsulla, III elementini qalan $(n - 2)$ elementdən $(n - 2)$ üsulla və s. nəhayət, n -ci (sonuncu) elementi 1 üsulla seçmək olar. Onda bütün permutasiyalar sayı vurma prinsipinə görə

$${}_nP_n = n(n - 1)(n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \text{ olar.}$$

n elementli çoxluğun bütün mümkün permutasiyaları sayı ${}_nP_n$ kimi yazılır və ${}_nP_n = n!$ düsturu ilə hesablanır.

Nümunə 2. 5 nəfərin bir sırada düzülməsinin neçə mümkün variantı var?

Burada $n = 5$, ${}_5P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Permutasiya

- 1 > 1234 ədədinin rəqəmlərini yerdəyişmə etməklə neçə müxtəlif ədəd yazmaq olar?
- 2 > Turnirdə 6 nəfər iştirak edir. Turnir cədvəlində yerlər neçə müxtəlif üsulla bölüşdürülə bilər?
- 3 > 0, 1, 2, 3, 4 rəqəmlərindən, rəqəmləri təkrarlanmamaqla neçə beşrəqəmli ədəd yazmaq olar?
- 4 > Hesablayın.
a) $\frac{8!}{6!}$ b) $\frac{18! - 2 \cdot 17!}{16! + 15!}$ c) $\frac{9! \cdot 5!}{8! \cdot 6!}$ d) $\frac{{}_5P_5 - 2 \cdot {}_3P_3}{{}_4P_4 + 5 \cdot {}_3P_3}$
- 5 > “ATOM” sözündəki hərflərin yerini dəyişərək neçə müxtəlif “söz” düzəltmək olar?
- 6 > Qrupdakı 8 şagird Lalə və Elmirin yanaşı dayanması şərti ilə neçə müxtəlif üsulla cərgəyə düzülə bilər?
- 7 > 6 nəfər dəyirmi masa ətrafında neçə müxtəlif üsulla əyləşə bilər?
- 8 > “EHTİMAL” sözündəki hərfləri yerdəyişmələr edərək müxtəlif “sözlər” düzəldilir. Onların neçəsində saitlər yanaşı yazılır?
- 9 > Sınıfdə 8 şagird var - 5 oğlan, 3 qız. Onların qapıdan çıxma ardıcılıqlarının neçə mümkün variantı var: a) qapıdan əvvəlcə qızlar çıxır; b) qapıdan əvvəlcə oğlanlar çıxır; c) istənilən ardıcılıqda çıxma bilərlər.

Təkrarlanan elementli çoxluqda permutasiyaların sayı

Nümunə 1. “ALTAY” sözündəki hərfləri yerdəyişmə edərək, oxunuşları müxtəlif olan neçə “söz” düzəltmək olar?

Həlli: Əgər hərflər müxtəlif olsaydı $5!$ sayda yerdəyişmələr etməklə müxtəlif sözlər düzəldə bilərdik. Lakin hər bir belə yerdəyişmədə iki A hərfinin yerlərini öz aralarında dəyişdirdikdə oxunuş dəyişmir.

Ona görə də müxtəlif yerləşmələrin sayı $2!$ dəfə az olur və $\frac{5!}{2!} = 60$ saydadır.

Nümunə 2. “BANAN” sözünün hərflərini neçə müxtəlif vəziyyətdə düzmək olar? Məsələn, AABNN, ANABN, BAANN və s.

Həlli: BANAN sözündə iki A, iki N və bir B hərfi var.

5 elementi $5!$ sayda müxtəlif cür düzmək olar. Lakin burada ikisi təkrarlanmaqla 3 müxtəlif element var. Mümkün düzülüşlərin sayı:

$$\frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1}{2 \cdot \cancel{2} \cdot 1} = \frac{60}{2} = 30$$

n elementli təkrarlanan çoxluğun k növ elementi varsa və bunlardan n_1 sayda 1-ci növdən, n_2 sayda 2-ci növdən, n_3 sayda 3-cü növdən, nəhayət n_k sayda k -ci növdən olarsa, permutasiyaların mümkün sayı: $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ olmaqla

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!} \quad \text{kimi hesablanır.}$$

Permutasiya

- 10> a) NƏNƏ; b) NƏVƏ; c) ŞƏLALƏ; d) ELEMENT sözlərinin hərflərini oxunuşu müxtəlif olan neçə variantda düzmək olar?
- 11> Ardıcıl düzülmüş 5 şarın ikisi qırmızı, üçü sarı rəngdədir. Şarları düzmənin görünüşü müxtəlif olan neçə mümkün variantı var?
- 12> Verilən ifadələrə görə elementlərin sayını, neçə elementin təkrarlandığını və neçə dəfə təkrarlandığını yazın. Rəngi dairelərlə göstərin.
- a) $\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$ b) $\frac{12!}{7! \cdot 3! \cdot 2!}$ c) $\frac{8!}{4! \cdot 2! \cdot 2!}$

Nizamlı seçim, nizamsız seçim

Məsələ. Qrupda 8 şagird var. a) qrup nümayəndəsini və divar qəzetinin redaktorunu; b) iki nəfər növbətçini neçə müxtəlif üsulla seçmək olar?

Həlli: a) Qrup nümayəndəsini 8 nəfərdən 8 müxtəlif üsulla, qrup nümayəndəsi seçildikdən sonra redaktoru qalan 7 nəfərdən 7 müxtəlif üsulla seçə bilərik. Vurma qaydasına görə müxtəlif seçimlərin sayı $8 \cdot 7 = 56$.

Şagirdləri 1, 2, ..., 8 ədədləri ilə kodlaşdırsaq, 3; 5 ardıcılığı ilə seçim 5; 3 ardıcılığı ilə seçimdən fərqlənir. Birinci halda 3-cü şagird qrup nümayəndəsi, 5-ci isə redaktor seçilib. İkinci halda isə tərsinə, 5-ci şagird qrup nümayəndəsi, 3-cü şagird isə redaktor seçilib.

b) Bu məsələ ilk baxışdan əvvəlkinə oxşayır. Burada da növbətçilərdən birini 8 nəfərdən 8 üsulla, o birini isə qalan 7 nəfərdən 7 üsulla seçmək olar. Lakin, bu halda məsələ, 3; 5 və 5; 3 seçimləri fərqli deyillər və eyni cütlüyü göstərir. Eyni tərkibli heyətləri nəzərə alaraq məsələnin həlli üçün

$$\frac{8 \cdot 7}{2} = 28 \text{ üsul alırıq.}$$

Oxşar məsələlərdə elementlərin seçim ardıcılığının əhəmiyyətli olub-olmadığına xüsusi diqqət yetirilməlidir.

Öyrənmə tapşırıqları

- 13> 1; 2; 3; 4; 5; 6 rəqəmlərindən rəqəmləri təkrarlamamaqla neçə müxtəlif ikirəqəmli ədəd yazmaq olar?
- 14> Çevrə üzərində A, B, C, D, E nöqtələrini qeyd edin. Bu nöqtələrin hər hansı ikisindən keçməklə neçə müxtəlif düz xətt çəkmək olar?
- 15> Əli, Vüqar, Yaşar, Leyla, İlaha və Toğrul öz aralarında keçirdikləri şahmat yarışında müxtəlif xallar topladılar.
- a) I və II yerləri bölüşdürməyin mümkün variantlarının sayını tapın.
- b) İlk iki yeri tutan şahmatçılar rayon turuna vəsiqə qazandılar. Mümkün variantların sayını tapın.

Permutasiya

Permutasiya - Yerləşdirmə. ${}_nP_r$

Nümunə. Yeddi nəfər arasından üç nəfəri məktəb şagird təşkilatına sədr, müavin və katib seçilməlidir. Bu seçimin neçə variantı var?

Həlli: Sədri 7 nəfərdən 7 üsulla, müavinini qalan 6 nəfərdən 6 üsulla, katibi isə 5 üsulla seçmək mümkündür. Yeddi nəfər arasından üç nəfəri seçmə variantlarının sayı $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ olacaq.

n elementdən hər birində k element olmaqla və bir-birindən ya elementi, ya da düzülüşü ilə fərqlənən permutasiyalara baxaq. n elementli çoxluğun k sayda elementini seçərək nizamlı sıraya düzək. Düzümün 1-ci elementini n elementli çoxluqdan n üsulla, 2-ci elementini qalan $(n - 1)$ elementdən $(n - 1)$ üsulla və s., nəhayət k -cı elementini $(n - k + 1)$ üsulla seçmək olar. Vurma qaydasına görə permutasiyalar sayı:

$${}_nP_k = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1) \quad 0 \leq k \leq n. \quad \text{düsturu ilə hesablanır.}$$

vuruqlar k sayda olmalıdır

Nümunə: ${}_7P_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$, ${}_8P_4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

$(n - k)!$ ifadəsinə vurub bölməklə bu düsturu daha qısa şəkildə yazmaq olar:

$${}_nP_k = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Bu bərabərliyin doğruluğunu verilən nümunə üzərində yoxlayaq:

$$\begin{aligned} 7 \cdot 6 \cdot 5 &= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{7!}{4!} = \frac{7!}{(7 - 3)!} \\ {}_7P_3 &= \frac{7!}{(7 - 3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 210 \end{aligned}$$

- 16 > “AZOT” sözündəki hərflərin hərəsi bir karta yazılıb. Bu kartların hər hansı ikisini yanaşı düzməklə alınan müxtəlif “sözlərin” sayını tapın.
- 17 > Hesablayın. a) ${}_{10}P_3$ b) ${}_7P_2$ c) ${}_8P_3$ d) ${}_5P_4$ e) ${}_7P_4$
- 18 > Hansı böyükdür? a) ${}_8P_2$, yoxsa ${}_6P_3$ b) ${}_{10}P_3$, yoxsa ${}_7P_5$ c) ${}_9P_6$, yoxsa ${}_8P_7$
- 19 > Sadələşdirin. a) $\frac{{}_5P_3}{{}_5P_2}$ b) $\frac{{}_8P_5}{{}_8P_4}$ c) $\frac{{}_7P_3 + {}_6P_3}{{}_{11}P_2}$ d) $\frac{{}_6P_5 + {}_6P_4}{{}_6P_3}$
- 20 > Fidanın 6 iş kostuyumu var. O, bazar ertəsi, çərşənbə axşamı, çərşənbə günləri seminarda iştirak etməlidir. Fidan bu günlərin hər birində müxtəlif kostyumlar geyinirsə, onun neçə müxtəlif seçimi var?
- 21 > 4 məktubu 6 zərfə hər zərfə bir məktubdan artıq olmamaqla neçə müxtəlif üsulla yerləşdirmək olar?
- 22 > Sinifdə 20 şagird var. Sinif iclasını aparmaq üçün sədr və katibi neçə üsulla seçmək olar?
- 23 > Üç sərnişin 5 dayanacaqda hər dayanacaqda ən çoxu biri düşmək şərti ilə neçə müxtəlif üsulla avtobusu tərk edə bilər?
- 24 > 1, 2, 3, 4, 5, 6 rəqəmlərindən rəqəmləri təkrarlanmayan neçə üçrəqəmli ədəd düzəltmək olar? Onların neçəsi 200-dən böyükdür?

Kombinezon, permutasiya

Kombinezon

Nümunə. 7 üzvü olan qrup layihə işini təqdim etmək üçün aralarından üç nəfəri seçməlidir. Qrup üzvləri bunu neçə müxtəlif üsulla edə bilərlər?

Həlli: Üç nəfərin hansı ardıcılıqla seçilməsi əhəmiyyətli deyil. Şagirdlərin hər hansı üçünü çağırır, onları çağırıldıqları ardıcılıqla sıraya düzsək, bütün mümkün halların sayı ${}_7P_3$ olar. Seçilmiş üç nəfərin sıradakı yerlərini $3!$ üsulla dəyişdirməklə alınan müxtəlif permutasiyalar eyni heyəti göstərdiyindən

müxtəlif seçimlərin sayı $3!$ dəfə az, yəni $\frac{{}_7P_3}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ olur.

Elementlərin hansı ardıcılıqla, düzülüşlə seçilməsi tələb edilmədikdə seçimlər *kombinezon* adlanır. Kombinezonlar bir-birindən yalnız elementlə fərqlənirlər. Yəni kombinezon n elementli çoxluğun k elementli alt çoxluğuudur. n elementli çoxluğun k elementli alt çoxluqlarının sayı ${}_nC_k$ ilə işarə edilir və “kombinezon n elementdən k ” kimi oxunur. Bu cür k elementli kombinezonların hər birindən $k!$ sayda permutasiyalar düzəltərsək, bütövlükdə ${}_nP_k$ sayda permutasiya alınır. Vurma prinsipinə görə ${}_nP_k = {}_nC_k \cdot k!$ olur. Deməli,

$${}_nC_k = \frac{{}_nP_k}{k!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$$

Nümunə: ${}_7C_3 = \frac{{}_7P_3}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 35$ vuruqlar k sayda olmalıdır

Kombinezonların sayı düsturunu aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$${}_nC_k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Bu düstur özünəməxsus simmetriyasına diqqət yetirin. Əgər k -nı $(n-k)$ ilə əvəz etsək, eyni düstur alınır. Təkcə məxrəcdəki faktoriallar yerini dəyişəcək: ${}_nC_k = {}_nC_{n-k}$. Asanlıqla göstərmək olar ki, ${}_nC_0 = 1$, ${}_nC_n = 1$, ${}_nC_1 = n$.

Birləşmələrə aid bəzi hesablamalarda Microsoft EXCEL proqramından və ya qrafikalkulyatorlardan istifadə edilməsi zərurəti yaranır.

- 1 > Çevrə üzərində A, B, C, D, E, F nöqtələrini qeyd edib, onları parçalarla birləşdirin. Neçə parça alındı?
- 2 > Hesablayın. a) ${}_4C_3$ b) ${}_4C_4$ c) ${}_5C_2$ d) ${}_6C_3$ e) ${}_6C_1$ f) ${}_7C_3$
- 3 > Müqayisə edin.
a) ${}_8P_2$ və ${}_11C_2$ b) ${}_7P_3$ və ${}_7C_3$ c) ${}_11P_2$ və ${}_11C_2$ d) ${}_7C_3$ və ${}_7C_4$
- 4 > a) 12 növ sərinləşdirici içkidən 3 müxtəlif içki seçmənin neçə mümkün variantı var?
b) 20 nəfər arasından 2 finalçını müəyyən etməyin neçə mümkün variantı var?
c) Şirkət meneceri boş iş yerləri üçün 8 təklif almışdır. O, bu gün onlardan 3 nəfərini söhbətə dəvət edəcək. Neçə mümkün variant var?

Kombinezon, permutasiya

- 5 > $n = 6, k = 2$ olduqda hesablayın: ${}_nP_k$ və ${}_nC_k$. Hansı daha böyükdür?
- 6 > Verilən hər bir kombinezona uyğun bir məsələ yazın.
- a) ${}_{10}C_3$ b) ${}_5C_2$ c) ${}_7C_4$
- 7 > İfadələri sadələşdirin.
- a) $\frac{6!}{5!} - \frac{5!}{4!} + \frac{7!}{6!}$ b) $\frac{7! + 6!}{7! - 6!}$ c) $\frac{{}_7C_3}{{}_6P_3}$ d) ${}_7C_3 : {}_8P_5$

Tətbiq tapşırıqları

- 8 > Hansı halda permutasiyaların, hansı halda kombinezonların tapıldığını müəyyən edin və hesablayın.
- a) 20 növ güldən 3 növ gülün seçilməsi.
- b) Kredit kartının üçrəqəmli kodu.
- c) 12 kitabdan oxunmuş 9 kitabın qeyd edilməsi.
- d) 9 işçidən iki nəfərinin seminarda iştirak üçün seçilməsi.
- e) 10 idmançıdan finişə 1-ci, 2-ci, 3-cü çatması.
- 9 > İdman malları mağazası yeni mövsüm mallarını almağa hazırlaşır. İdman kostyumlarının 6 rəngdə, 4 stildə təklifi var. Mağaza sahibi 4 rəngdə, 2 stildə kostyum seçməyi qərara aldı. Onun neçə seçim imkanı var?

Göstəriş: Seçim imkanı = Rəng sayı $\times$ Stil sayı 6 rəngdən 4-nü seçmə sayı: ${}_6C_4$
4 stildən 2-ni seçmə sayı: ${}_4C_2$

- 10 > Lamiyə öz adının hərfləri ilə 6 kiçik hərfdən ibarət e-mail parolu seçmək istəyir. O, bunu neçə üsulla edə bilər?
- 11 > 10 reklam lövhəsindən 3-ü ağ, 2-i boz, 5-i mavi rəngdədir. Bu lövhələri bir cərgədə düzmənin neçə müxtəlif variantı var?
- 12 > Azər, Anar, Əli, Vəli, Vidadi və Araz dəyirmi masanın ətrafında Əli ilə Vəli yanaşı olmamaq şərti ilə neçə müxtəlif üsulla əyləşə bilərlər?
- 13 > Çevrə üzərində 8 nöqtə qeyd edilmişdir. Təpələri bu nöqtələrdə olan neçə üçbucaq qurmaq olar ?
- 14 > Şəkildə neçə paraleloqram saymaq olar?



- 15 > 10 suala iki cavab - *doğrudur* və *yanlıştır* yazmaqla neçə müxtəlif variantda cavab vermək olar?
- 16 > 5 oğlan və 4 qızdan, hərəsində ən azı 1 qız olmaqla, 3 nəfərlik neçə müxtəlif qrup yaratmaq olar?
- 17 > Qabda 5 ağ, 3 qırmızı kürə var. Qabdan 2-si ağ, 1-i qırmızı olmaqla 3 kürəni çıxarmağın neçə müxtəlif variantı var?
- 18 > 4 oğlan və 4 qız bir sırada neçə mümkün variantda otura bilərlər.
- a) oğlanlar yanaşı, qızlar yanaşı olmaqla; b) bir qız, bir oğlan olmaqla; c) istənilən ardıcılıqda olmaqla.

Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli

- 1 > Hadisələrin növünü, ehtimalının hesablanma qaydasını nəzərdən keçirin və məsələləri həll edin. Hər bir hal üçün bir nümunə də siz yazın.

Ehtimalı hesablama qaydası:
$$P(A) = \frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}}$$

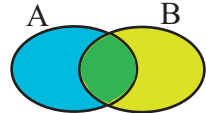
1. Uyuşmayan A və ya B hadisəsinin baş vermə ehtimalı:

$$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B)$$

Nümunə 1. Torbada RİYAZİYYAT sözünün hərfləri kəsilib yığılmışdır. Torbadan ilk olaraq A və ya İ hərfini çıxaran Fərəh prizi udar. Fərəhin prizi udma ehtimalını hesablayın.

2. Uyuşan A və B hadisələrinin baş vermə ehtimalı:

$$P(A \text{ və ya } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ və } B)$$



Nümunə 2. 20 nəfər seminar iştirakçısından 12 nəfəri ingilis, 10 nəfəri alman dilində, bunlardan 4-ü həm ingilis, həm alman dilində danışır. Seminar iştirakçılarından təsadüfi olaraq bir nəfər seçilsə, onun ingilis və ya alman dilində danışan olması ehtimalı nə qədərdir?

3. Asılı olmayan A və B hadisəsinin baş vermə ehtimalı:

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$$

Nümunə 3. Zər və metal pul eyni zamanda atılır. Zərin 6 xal, pulun xəritə üzü düşərsə, Afaq prizi qazanar. Afaqın qazanma ehtimalı nə qədərdir?

4. Asılı olan A və B hadisəsinin baş vermə ehtimalı:

$$P(A\text{-dan sonra } B) = P(A) \cdot P(B \text{ hadisəsi } A\text{-dan sonra})$$

Nümunə 4. Torbada 5 qırmızı, 3 sarı kürə var. Torbaya qaytarılmadan ardıcıl olaraq iki kürə çıxarılır. Bu kürələrin hər ikisinin qırmızı kürə olması ehtimalını tapın.

- 2 > Əvvəlcə uyşmayan və ya uyşan hadisələr olduğunu müəyyən edin. Sonra ehtimalını hesablayın.

- 1) Torbaya Azərbaycan əlifbasının hərfləri yazılmış kartlar yığılmışdır. Təsadüfən çıxarılan kartın: a) A hərfi və ya hər hansı sait olması;
b) L, M və ya N hərflərindən biri olması.
- 2) Bir zər atıldıqda: a) $P(1 \text{ və ya } 5)$; b) $P(\text{tək ədəd və ya } 5\text{-dən kiçik ədəd})$.

- 3 > Əvvəlcə asılı və ya asılı olmayan hadisələr olduğunu müəyyən edin. Sonra ehtimalını hesablayın.

- 1) Bir zər iki dəfə dalbadal atılmışdır:
a) $P(2, \text{sonra } 3)$; b) $P(\text{iki dəfə } 6)$; c) $P(3, \text{istənilən xal})$
- 2) Qutuda üzərində A, B, G, N, L, Ə, M yazılmış hərf kartları var. Dalbadal iki kart çıxarılır. Hadisənin ehtimalını tapın.
a) Kartlar geri qaytarılmadıqda: $P(A, \text{sonra } \text{Ə})$
b) Kartlar geri qaytarıldıqda: $P(L, \text{sonra } N)$

Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli

Permutasiya və ehtimal

Nümunə 1. Qutuda üzərində heç bir məlumat olmayan 6 ədəd CD-dən ikisi xalq musiqisi, ikisi caz, ikisi estrada musiqisidir. Təsadüfi götür-düyünüz iki diskdən birincinin caz, ikincinin estrada musiqisi olma ehtimalını tapın.

$$P(\text{caz, estrada}) = \frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}}$$

Əlverişli halların sayı vurma prinsipinə görə $2 \cdot 2$
iki estrada, iki caz diski olduğu üçün

6 CD-dən ikisinin seçilməsinin mümkün halları sayı: ${}_6P_2$

$$P(\text{caz, estrada}) = \frac{2 \cdot 2}{{}_6P_2} = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 5} = \frac{4}{6 \cdot 5} = \frac{2}{15}$$

Cavab: 1-nin caz, 2-nin estrada musiqisi olma ehtimalı $\frac{2}{15}$ -dir

Kombinezon və ehtimal

Nümunə 2. Torbada 12 tennis topu var, onlardan 4-ü defektlidir. Torbadan iki top çıxarsanız, hər ikisinin defektli olma ehtimalı nə qədərdir?

Həlli: Eyni imkanlı bütün hadisələrin sayı 12 elementdən hər birində 2 element olmaqla kombinezonların sayı qədərdir: ${}_{12}C_2$.

Verilən hadisədə əlverişli hadisələrin sayı 4 elementdən hər birində 2 element olmaqla kombinezonların sayıdır: ${}_4C_2$

$$P(2 \text{ defektli}) = \frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}} = \frac{{}_4C_2}{{}_{12}C_2}$$

$${}_4C_2 = \frac{{}_4P_2}{2!} = \frac{4 \cdot 3}{2!} = 6 \quad {}_{12}C_2 = \frac{{}_{12}P_2}{2!} = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$$

$$P(2 \text{ defektli}) = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

Nümunə 3. Torbada 5 qırmızı, 3 mavi kürə var. Torbadan 2 kürə çıxarsanız, heç olmazsa birinin qırmızı rəngdə olma ehtimalı nə qədərdir?



Həlli: İki kürə çıxarılsa, birinin qırmızı olma hadisəsini E ilə işarə edək. Lakin bir kürənin qırmızı olma variantlarının mümkün sayını tapmaq yorucudur. Biz əvvəlcə bu hadisəni tamamlayan, iki kürədən heç birinin qırmızı rəngdə olmaması hadisəsinin (E') ehtimalını tapaq. Arzu olunan hadisə hər iki kürənin mavi olmasıdır. Bu halda əlverişli halların sayı: ${}_3C_2$
Mümkün halların sayı: ${}_8C_2$

$$P(E') = \frac{{}_3C_2}{{}_8C_2} = \frac{\frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2}}{\frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2}} = \frac{3}{28}$$

E hadisəsinin baş vermə ehtimalı:

$$P(E) = 1 - P(E') = 1 - \frac{3}{28} = \frac{25}{28} \approx 0,89$$

Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli

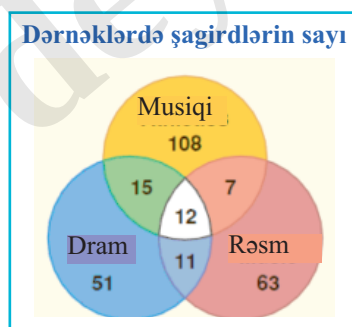
- 4 > Sınıfdə 12 qız, 10 oğlan var. Məktəb şagird təşkilatına beş nümayəndə göndərməlidir. a) Təsadüfi seçimlə nümayəndələrin 3 qız, 2 oğlan seçilməsinin neçə mümkün variantı var? b) Təsadüfi seçilmişlərin beşinin də oğlan olmasının ehtimalı nə qədərdir? c) Təsadüfi seçmələrlə beşinin də qız olmasının ehtimalı nə qədərdir?
- 5 > 2, 3, 5, və 7 rəqəmlərindən rəqəmlərinin təkrarlanmaması şərtilə neçə üçrəqəmli ədəd düzəltmək olar?
Bu ədədlərdən təsadüfi biri seçilərsə, onun cüt ədəd olması ehtimalını tapın.
- 6 > Qutudakı 5 göy, 4 qırmızı kürədən istənilən üçü müxtəlif üsullarla götürülə bilər. Götürülmüş kürələrdən ən azı birinin göy rəngli olması ehtimalını tapın.
- 7 > Konveyer bir buraxılışda 100 batareya istehsal edir və bunlardan ikisinin defektli olduğu məlum olur. Batareyalar hər birində 4 ədəd olmaqla təsadüfi seçimlə qablaşdırılır. a) Təsadüfi seçilmiş bir qutudakı bütün batareyaların defektsiz olmasının ehtimalı nə qədərdir? b) Bu hadisənin tamamlayıcı hadisəsi hansıdır və ehtimalı nə qədərdir?
c) qutudakı 2 batareyanın defektli olması, d) qutudakı 2 batareyanın defektsiz olması, e) qutuda heç olmasa bir batareyanın defektli olması ehtimalı nə qədərdir?
- 8 > 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, və 13 ədədləri yazılaraq torbaya yığılmışdır. Təsadüfi üç ədəd çıxarılsa, bu ədədlərin Pifaqor üçlüyü olma ehtimalı nə qədərdir?
- 9 > Rəna və rəfiqəsi Leyla, həmçinin daha beş şagird məktəb şagird təşkilatının sədri və müavini seçimində iştirak edirlər. a) Rənanın sədr, Leylanın müavin seçilməsinin ehtimalını tapın. b) Hər iki vəzifəyə rəfiqələrin seçilmə ehtimalını tapın.
- 10 > Sınıf rəhbəri üç qız, beş oğlan arasından üç nəfəri məktəb şagird təşkilatına nümayəndə seçməlidir.
a) O, bunu neçə müxtəlif üsulla edə bilər?
b) Bunların neçəsində hər üç nümayəndə oğlan olacaq?
c) Hər üç nümayəndənin oğlan olması ehtimalını tapın.
- 11 > 3 qız, 2 oğlan müxtəlif ardıcılıqla sıraya düzüləndə oğlanların yanaşı olması ehtimalını tapın.
- 12 > Qutuda 4 ağ, 3 qara kürə var. Təsadüfən çıxarılan 2 kürənin:
a) hər ikisinin ağ;
b) hər ikisinin qara;
c) birinin ağ, digərinin qara olması ehtimalını tapın.

Ehtimalın hesablanmasına aid məsələ həlli

- 13 > Torbada 8 qırmızı, 5 sarı kürə var. Geri qaytarılmadan dalbadal iki kürə çıxarılsa, onlardan birincinin qırmızı, ikincinin isə sarı olması ehtimalını hesablayın.
- 14 > Metal pul 3 dəfə dalbadal atılır. Hər üçündə şəkil üzünün düşmə ehtimalı nə qədərdir?
- 15 > 9^a sinfindən 12 nəfər, 9^b-dən 8 nəfər olimpiadanın təşkilati işlərində könüllü olaraq iştirak etmək istəyir. Dalbadal iki nəfər çağırılsa: a) onların hər ikisinin 9^b; b) birinin 9^a, digərinin 9^b; c) hər ikisinin 9^a sinfindən olma ehtimalı nə qədərdir?
- 16 > a) Bir zərin atılmasında tək ədəd və ya sadə ədəd düşmə ehtimalını hesablayın.
b) İki zər birlikdə atılır. Düşən xallar cəminin 7 və ya 11 olması ehtimalını tapın.
- 17 > “Son xəbərləri haradan əldə edirsiniz” sorğusunun nəticəsi: 85% xəbərləri internetdən oxuyur, 35% qəzetlərdən oxuyur, 25% hər ikisindən oxuyur. Məlumatı Venn diaqramı ilə təqdim edin. Respondentlər arasından təsadüfi biri seçilsə, uyğun ehtimalı tapın: a) xəbərləri qəzətdən deyil, internetdən alan şəxs olması; c) məlumatı hər iki mənbədən alan şəxs olması.
- 18 > 1-dən 30-a qədər ədəd kartları qutuya yığılmışdır. Qutudan bir kart çıxarılsa, bu kartdakı ədədin: a) 2-yə və ya 3-ə bölünən ədəd; b) 2-yə bölünüb, 3-ə bölünməyən ədəd; c) həm 2-yə həm də 3-ə bölünən ədəd olması ehtimalını tapın.
- 19 > Qutuda sarı və yaşıl rəngdə 45 kürə var. Kürələrin sayları nisbəti uyğun olaraq 5 : 4 kimidir. Qutudan iki kürə çıxarılsa, hər ikisinin sarı rəngdə olma ehtimalı nə qədərdir?
- 20 > Venn diaqramına görə məsələləri həll edin.

Bir şagird seçilərsə, verilən şərtlərlə ehtimalını hesablayın:

- a) P (musiqi və ya rəsm)
b) P(dram və ya rəsm)
c) P (dram və musiqi və ya dram və rəsm)



- 21 > Torbada 3 iyirmimanatlıq, 2 onmanatlıq, 5 beşmanatlıq var. Geri qaytarılmadan 3 banknot çıxarılsa, birincinin beşmanatlıq, ikincinin onmanatlıq, üçüncünün iyirmimanatlıq olma ehtimalı nə qədərdir?
- 22 > “ARABA” sözündəki hərflərin hərəsini bir karta yazıb qutuya yığdılar. Kartları qutudan bir-bir çıxararaq sıraya düzdükdə “ARABA” sözünün alınması ehtimalını tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1 > 1) Məlumat şirkətdə işləyən işçilərin maaşlarını və onların sayını göstərir. Cədvələ görə tapşırıqları yerinə yetirin.
- | Maaş | Sayı |
|-----------|------|
| 280 - 330 | 5 |
| 331 - 381 | 6 |
| 382 - 412 | 4 |
| 413 - 443 | 3 |
| 444 - 474 | 7 |
- a) Məlumatla görə nisbi tezlik cədvəli qurun.
 b) Neçə nəfərin maaşı 382 manatdan azdır?
 c) Yetmiş iki faiz işçi neçə manatdan az maaş alır?
 d) İşçilər arasından təsadüfi bir nəfər seçilsə, onun 413 manatdan az maaş alan şəxs olması ehtimalı nə qədərdir?
- 2) Şirkətdə bayram şənliyində 3 soyuducu hədiyyə-priz olaraq oynanılır:
 a) hər üç soyuducunu 331 manatdan az maaş alan şəxsin udma ehtimalı;
 b) ən azı birini 331 manatdan az maaş alan şəxsin udma ehtimalı nə qədərdir?
- 2 > Bir qəsəbənin sakinləri arasında evlərində neçə televizor olduğu haqda araşdırma aparılmışdır. Seçmə nümunələrin cavabına görə nəticələr aşağıdakı kimi olmuşdur. Bir evdə orta hesabla neçə televizor var?
- Televizorların sayı: 0 1 2 3 4 5
 Evlərin sayı: 1 8 13 10 5 3
- 3 > Məktəbdə şagirdlərin 56%-i qızlardır. Onların yarısı idmanla məşğul olur. Bu qızların sayı 140 nəfərdir. Məktəbdəki oğlanların 65%-i idmanla məşğul olur. a) Bu məktəbdə neçə şagird var? b) Məktəbdə neçə oğlan, neçə qız şagird var? c) Təsadüfi bir şagird seçilsə, onun idmanla məşğul olan şagird olması ehtimalı nə qədərdir?
- 4 > Məktəbdə 3 nəfər altıncı, 5 nəfər yeddinci, 4 nəfər səkkizinci sinif şagirdləri arasından növbətçilik üçün 3 nəfər şagird seçilməlidir.
 a) Bütün növbətçilərin yeddinci sinifdən olması ehtimalını tapın;
 b) Növbətçilərin heç birinin 7-ci sinifdən olmamasının ehtimalını tapın.
- 5 > Torbadakı hərflərdən üçünün çıxarılmasının neçə mümkün variantı var? Torbadan 3 hərf çıxarılsa, heç olmazsa birinin sait olma ehtimalını tapın.
- a) **A B C D E** b) **E F G H I J K** c) **M N O P**
- 6 > Qabda 6 sarı və 8 ağ kürə var.
 a) Qabdan 3 kürə çıxarmanın neçə mümkün variantı var?
 b) Kürələrin hər üçünün ağ olmasının ehtimalını tapın.
- 7 > “MUĞAN” sözündəki hərfləri yerdəyişmə edərək müxtəlif “sözlər” düzəldilib. Bunlardan neçəsində: a) samitlər yanaşı yazılıb, b) saitlər yanaşı yazılmayıb?
- 8 > Tənlikləri həll edin.
 a) $(n + 2)! = 20 \cdot {}_n P_n$ b) ${}_n P_2 = 90$ c) ${}_n C_2 - {}_n C_1 = 9$

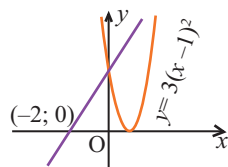
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1 > Qab şəkər tozu ilə tam dolu olarkən onun kütləsi 14,5 kq, yarısı dolu olduqda isə 7,7 kq olur. Boş qabın kütləsini tapın.

2 > $y = kx + b$ düz xətti absis oxunu $(-2; 0)$ nöqtəsində,

$y = 3(x-1)^2$ parabolasını ordinat oxu üzərində kəsir. Düz

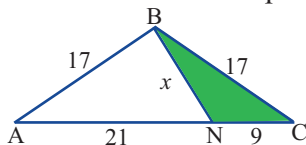
xətt parabola ilə daha hansı nöqtədə kəşir?



3 > a) $x = 4 - \sqrt{5}$ olduqda $x^2 - 8x + 15$;

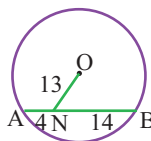
b) $x = \sqrt[3]{7}$ olduqda $(x+3)(x^2 - 3x + 9)$ ifadəsinin qiymətini tapın.

4 > Şəkildə verilənlərə görə rəngli hissənin perimetrini və sahəsini tapın.



5 > Çevrənin radiusunu tapın.

O nöqtəsi çevrənin mərkəzidir.



6 > 56 turisti yerləşdirmək üçün üçnəfərlik və beşnəfərlik çadırlar quruldu. Cəmi 16 çadır quruldusa, onların neçəsi üçnəfərlikdir ?

7 > Ədədi silsilədə $a_1 = -2$, $a_5 = 18$ olarsa, onuncu həddi tapın. Bu silsilənin 50-dən kiçik olan hədlərinin cəmini hesablayın.

8 > Mərkəzi koordinat başlanğıcında olan və verilən nöqtədən keçən çevrənin tənliyini yazın. Uyğun dairədə 45° -li mərkəzi bucağa uyğun sektorun sahəsini tapın.

a) $(0; -10)$ b) $(-3; -1)$ c) $(-4; -4)$ d) $(-6; 4)$

9 > Hər birinin tili 4 sm olan dörd kub üst-üstə qoyulmaqla düzbucaqlı paralelepiped quraşdırılmışdır. Onun həcmi və tam səthinin sahəsini tapın.

10 > Boş xanalara müqayisə işarələrindən ($>$, $<$, $=$) uyğun olanı yazın.

a) $a > b$ olarsa, $(-a) + b \square 0$ b) $a > b$ olarsa, $(-a) - (-b) \square 0$

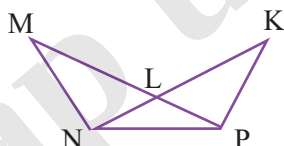
11 > Seymur 32 dəqiqəyə kitabın 24 səhifəsini oxuyursa: a) 40 dəqiqəyə neçə səhifə oxuyar? b) 264 səhifəlik kitabı nə qədər vaxta oxuyar?

12 > Bərabərsizlikləri həll edin:

a) $2(x-3) < 5x$ b) $\frac{x-3}{1-\sqrt{2}} > \sqrt{2} + 1$ c) $1 < 3 - 2x \leq 7$ d) $2|x-3| - 1 < 3$

13 > Verilir: $\triangle MLN \cong \triangle KLP$

İsbat edin: $\triangle MNP \cong \triangle KPN$

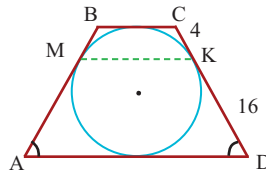
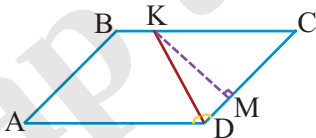
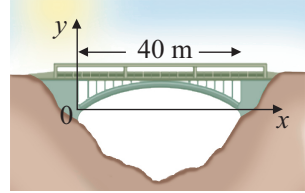


$$14 > \begin{cases} \frac{S}{x+y} = 3 \\ \frac{S}{x-y} = 5 \end{cases}$$

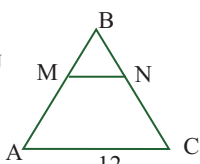
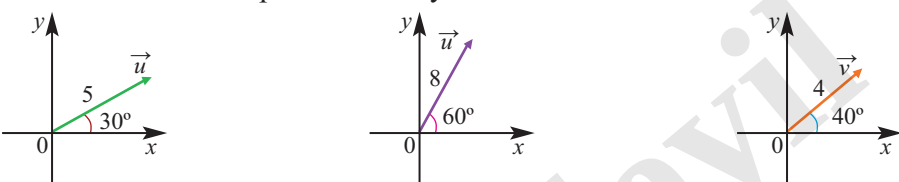
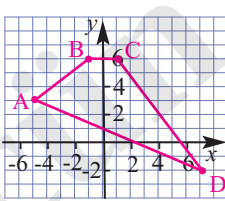
tənliklər sistemindən $\frac{S}{x} + \frac{S}{y}$ cəmini tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 15** > Dolu çəndəki suyun $\frac{2}{7}$ -si günortaya qədər, $\frac{1}{2}$ -i günortadan sonra işlədildi. Günortadan sonra işlədilən su günortaya qədər işlədilən sudan 15 l çoxdursa, çən nə qədər su tutur?
- 16** > Hesablayın. a) $\frac{\Theta KOB(72; 90)}{\Theta BOB(72; 90)}$ b) $\frac{\Theta KOB(36; 45)}{\Theta BOB(36; 45)}$
- 17** > Əkin sahəsində məhsuldarlıq 25 s-dən 30 s-ə qalxdı. Məhsuldarlıq neçə faiz artdı?
- 18** > Düzgün çoxbucaqlının bir tərəfi 8 m, perimetri 64 m-dir. Bu çoxbucaqlının: a) hər bir daxili bucağı neçə dərəcədir? b) bir tərəsindən neçə diaqonal çəkmək olar? c) neçə diaqonalı var?
- 19** > Yarganın üzərindən salınmış 40 m uzunluğundakı körpü şaquli metal çubuqlarla parabolaşəkilli tağa bərkidilmişdir. Koordinat sistemini şəkildə göstəriləndiyi kimi seçməklə tağı $f(x) = -0,08(x - 20)^2 + 32$ funksiyası ilə modelləşdirmək olar. Körpünün orta nöqtəsindən 5 m, 10 m, 20 m məsafələrdə bərkidici çubuqların uzunluqlarını tapın.
- 20** > a) Göstərin ki, $(3 + 2\sqrt{2})$ -nin kvadrat kökü $(1 + \sqrt{2})$ -dir.
b) Hesablayın: $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
- 21** > a) $x = \sqrt{2}$ olduqda $(7x - y)^2 - 2(7x - y)(x - y) + (x - y)^2$
b) $a = \sqrt{2} - 1$ olduqda $\frac{2\sqrt{2} - ab^2}{2 + b^2} + \frac{\sqrt{2}b^2 - 2a}{2 + b^2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.
- 22** > 3 saata 240 km yol gedən avtomobil eyni sürətlə: a) 5 saata hansı məsafəni qət edər? b) 560 km yolu nə qədər vaxta gedər?
- 23** > Torbada kürələr sarı və yaşıl rəngdədir. Sarı kürələrin sayının yaşıl kürələrin sayına nisbəti 4:1 kimidir. Sarı kürələrin yarısını çıxarsaq, torbada qalan sarı kürələrin sayı yaşıl kürələrin sayından 2 ədəd çox olar. 1) Torbada neçə kürə var? 2) Torbaya baxmadan iki kürə çıxarılsa: a) hər ikisinin sarı rəngli olması; b) müxtəlif rəngli olması ehtimalını tapın.
- 24** > ABCD paraleloqram, DK tən bölən, $KM \perp CD$, $KM = 3$ sm, $BK = 2$ sm və $S_{\Delta CKD} = 9$ sm² olarsa, paraleloqramın perimetrini və sahəsini tapın.
- 25** > Şəkildə verilənlərə görə ABCD bərabəryanlı trapesiyasının perimetrini və sahəsini, yan tərəflərinin çevrəyə toxunma nöqtələrini birləşdirən MK parçasının uzunluğunu tapın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 26** > a) Üçbucağın tərəflərinin uzunluqları nisbəti $2 : 3 : 4$ kimidir. Üçbucağın perimetri 54 sm olarsa, tərəflərinin uzunluqlarını tapın.
b) Yan tərəfi 10 sm, oturacağa çəkilmiş hündürlüyü 8 sm olan bərabəryanlı üçbucağın perimetrini, sahəsini, daxilinə və xaricinə çəkilmiş çevrələrin radiuslarını tapın
- 27** > l düz xəttinin tənliyi $3x - 2y = 6$ kimidir. m düz xətti l düz xəttini $x = 2$ nöqtəsində kəsir. $(-1; 6)$ və $(x; 2)$ nöqtələri m düz xəttinin üzərində yerləşirsə, x koordinatını tapın.
- 28** > a) Diaqonalları 6 sm və 8 sm olan rombun sahəsini, perimetrini, hündürlüyünü və daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusunu tapın.
b) Perimetri 28 sm, hündürlükləri 3 sm və 4 sm olan paraleloqramın sahəsini tapın.
- 29** > Hesablayın.
a) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} - \sqrt{117^2 - 108^2}$ b) $(\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28}$ c) $\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}}$
- 30** > $x^2 - 2x + y^2 + 1 = 4$ çevrəsinin:
a) mərkəzinin koordinatlarını;
b) radiusunu tapın;
c) uyğun dairənin sahəsini hesablayın.
- 31** > $MN \parallel AC$
 $S_{AMNC} = 8 \cdot S_{\triangle MBN}$
 $AC = 12$ isə
 MN -i tapın.
- 
- 32** > Hər bir vektoru komponentləri ilə yazın.
- 
- 33** > Müəllim 30 şagirdin test imtahanında orta balını hesablayarkən şagirdlərdən birinin balı 50 əvəzinə 350 göstərilmiş olduğundan orta bal 70 olmuşdur. Yol verilmiş səhv düzəldilərsə, orta bal neçə olacaq?
- 34** > Koordinat müstəvisi üzərində təsvir edilmiş dördbucaqlının perimetrini və sahəsini hesablayın.
- 
- 35** > Hesablayın.
a) $\frac{9^5 \cdot 2^9}{36^4}$ b) $\frac{4^{-3} \cdot 9^{-2}}{6^{-5}}$
c) $2^{\frac{7}{3}} \cdot 32^{\frac{5}{6}} : 8^{\frac{3}{2}}$
- 36** > a) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ tənliyinin köklərinin cəmini və hasilini tapın.
b) $x^2 + (1 - 2m)x + m - 3 = 0$ köklərinin cəmi onların hasilindən 3 vahid böyükdür. m -i tapın və tənliyi həll edin.
- 37** > a) 300 ədədini 20% artırıb, yeni ədədi 20% azaltsaq, hansı ədəd alınar?
b) Malın qiymətini 10% azaldıb, sonra yenidən 10% artırdılar. Qiymət necə dəyişdi?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 38 > 1) Bərabəryanlı üçbucağın iki tərəfinin uzunluqları verilib: 8,4 m və 3,2 m. Bu üçbucağın perimetrini tapın. Məsələnin neçə həlli var?
2) Üçbucağın uzunluqları 6 və 8 vahid olan tərəfləri arasındakı bucaq:
a) 90°-dən kiçik; b) 90°-dən böyük olduqda üçüncü tərəfinin uzunluğu hansı tam qiymətlər ala bilər?

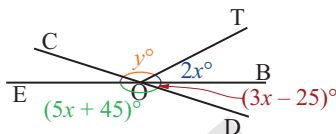
- 39 > Tənlikləri həll edin :

a) $\frac{x-1}{2} + \frac{x}{3} = 1$ b) $\frac{x+1}{x+3} = \frac{2}{x}$ c) $\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

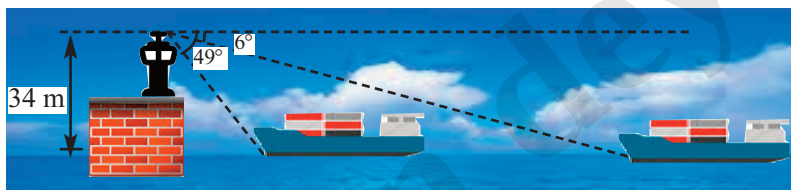
- 40 > a) Perimetri 64 sm olan düzbucaqlı hansı ölçülərdə olsa, sahəsi ən böyük olar?
b) Sahəsi 25 m² olan düzbucaqlı hansı ölçülərdə olsa, perimetri ən kiçik olar?
41 > 16 bənövşə, 32 çobanyastığı, 24 nərgiz güllərindən eyni tərkibli olmaqla ən çoxu neçə dəstə bağlamaq olar? Bu halda hər dəstədə olan müxtəlif növ güllərin sayını tapın.

- 42 > Bakteriyaların artması üçün əlverişli şərait olduqda onların hər biri 20 dəqiqədə 2 yeni bakteriyaya bölünür. Bu şəraitdə 4 saat ərzində 1 bakteriyadan nə qədər yaranar ?

- 43 > Şəkildəki bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.

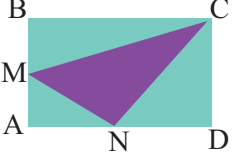
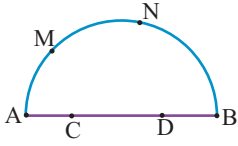
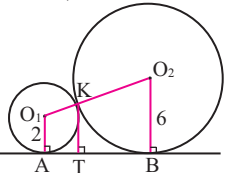


- 44 > Dəniz fənəri qülləsindəki müşahidəçi qülləyə doğru hərəkət edən qayıq əvvəlcə 6° bucaq altında gördü. Beş dəqiqə sonra isə qayıq 49° bucaq altında müşahidə edildi. Müşahidəçi gölün səthindən 34 m hündürlükdədir. Qayığın sürətini (m/dəq ilə) hesablayın.

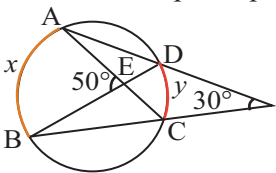
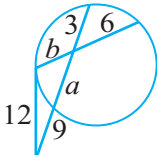
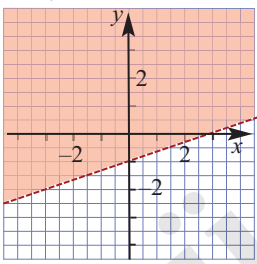
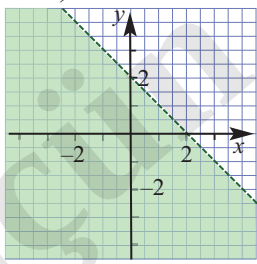


- 45 > Səbinənin pulu Gülərin pulunun $\frac{4}{5}$ hissəsi qədərdir. Kənanın pulu Səbinənin pulunun $\frac{7}{8}$ hissəsi qədərdir. Kənanın 28 manat pulu varsa, Səbinə və Gülərin nə qədər pulu var?
46 > 1) Radiusu 15 sm olan dairənin 60°-li mərkəzi bucağının söykəndiyi qövsün uzunluğunu tapın. Cavabı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
2) 60°-li qövsünün uzunluğu: a) 3π ; b) 5π olan çevrənin radiusunu tapın.
47 > Kvadratik funksiyanın qrafiki olan parabolanın təpə nöqtəsini və koordinat oxları ilə kəsişmə nöqtələrini tapın və parabolunu qurun. Kvadratik funksiyaları $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində yazın.
a) $y = x^2 + 8x + 1$ b) $x^2 + 4x - 2$ c) $2x^2 + 4x + 6$ d) $3x^2 + 12x + 9$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 48 > Hesablayın. a) $\frac{7,1^2 - 1,5^2 + 8,6 \cdot 2,4}{6,3^2 - 2,3^2}$ b) $\frac{2,1^3 - 0,9^3}{1,2} + 0,9 \cdot 2,1$
- 49 > Məxrəci irrasionallıqdan azad edin. a) $\frac{8}{3\sqrt{5}}$ b) $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$ c) $\frac{4}{\sqrt[3]{36}}$
- 50 > Uzunluğu 120 m, eni 25 m olan sahəyə qalınlığı 20 sm olan beton tökülməlidir. Beton daşıyan maşın bir reysə 12 m³ beton daşıyır. Bu sahəni betonlamaq üçün bir betondaşıyan maşın neçə reys etməlidir?
- 51 > Ədədləri standart şəkildə yazın.
a) 3560 b) 0,000204 c) 21 020 000 d) $0,32 \cdot 10^7$ e) $3580 \cdot 10^9$
- 52 > Bir tədbirdə iştirak edənlər masaların ətrafında 5-5 otursalar, 3 nəfər ayaq üstə qalar, 8-8 otursalar, 3 masa boş qalar. Bu tədbirdə neçə nəfər iştirak edir?
- 53 > ABCD düzbucaqlısında E və K tərəflərin orta nöqtələridir.
 $S_{ABCD} = 64 \text{ sm}^2$ olarsa, $S_{MNC} = ?$
- 
- 54 > Təpələri yarımçevrənin və diametrin üzərində qeyd edilmiş nöqtələrdə olmaqla neçə üçbucaq qurmaq olar?
- 
- 55 > A (1 ; 3), B (-2 ; 1) və C (4 ; 2) nöqtələri verilir. $\vec{AB} - 2 \cdot \vec{CA}$ vektorunu komponentləri ilə yazın və uzunluğunu hesablayın.
- 56 > Lətifin il ərzində riyaziyyat fənni üzrə summativ qiymətləndirmələrdə aldığı qiymətlər aşağıdakı kimidir: bir “2”, dörd “3”, üç “4”, iki “5”. Bu məlumatlara görə ədədi ortanı, modanı və medianı tapın.
- 57 > İki ardıcıl natural ədədin cəminin kvadratı onların kvadratlari cəmindən 24 vahid böyükdür. Bu ədədləri tapın.
- 58 > Tənliklər sistemini həll edin.
a) $\begin{cases} 3x - 2y = \frac{1}{2} \\ 4y - x = \frac{1}{2} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(y+1) = 0 \\ x+5xy+y=4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + xy = 15 \\ y^2 + xy = 10 \end{cases}$
- 59 > Radiusları 2 və 6 olan iki çevrə K nöqtəsində xaricdən toxunur. K nöqtəsindən çevrələrin ortaq AB toxunanına qədər məsafəni tapın.
- 
- 60 > Paralel köçürmədə A(-2; 1) nöqtəsi A'(-1; 3) nöqtəsinə çevrilir. Bu paralel köçürmədə: a) B(-1; 1) nöqtəsi hansı nöqtəyə çevrilir; b) Hansı nöqtə C'(-3; 1) nöqtəsinə çevrilir?
- 61 > Samir bir işi təklikdə 9 saata, Nadirlə birlikdə isə 6 saata yerinə yetirir. Nadir təklikdə bu işi neçə saata yerinə yetirər?

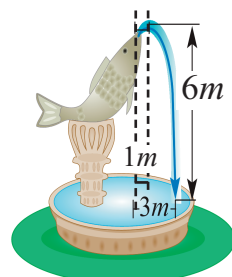
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 62** > Ədədləri artan sırada düzün. $a = \frac{71}{72}$, $b = \frac{72}{73}$, $c = \frac{75}{74}$, $d = \frac{76}{75}$
- 63** > Avtobuslardan biri ilk dayanacağa 30 dəqiqədən, ikincisi 36 dəqiqədən, üçüncüsü 45 dəqiqədən bir gəlir. Hər üç avtobus eyni vaxtda ilk dayanacaqdan çıxarlarsa, hansı müddətdən sonra yenidən ilk dayanacaqda görüşürlər?
- 64** > Tənlikləri həll edin.
 a) $4x = x^3$ b) $x^3 - x^2 - 2x = 0$ c) $x^3 + x^2 = 4x + 4$
 d) $(5x + 1)^2 + 6(5x - 7) = 0$ e) $(x^2 + 2x + 4)^2 - 7(x^2 + 2x + 4) + 12 = 0$
- 65** > İki nasosdan biri hovuzu 15 saata, digəri isə 10 saata doldurur. Üçüncü nasos dolu hovuzu 18 saata boşaldır. Hər üç nasos eyni vaxtda qoşulsa, hovuz neçə saata dolar?
- 66** > Bir kisə qəndin əvvəlcə $\frac{1}{3}$ hissəsi, sonra isə qalan qəndin $\frac{3}{5}$ hissəsi satıldı.
 a) Satılan qənd bütün qəndin hansı hissəsidir?
 b) Cəmi 45 kq qənd var idisə, kisədə nə qədər qənd qaldı?
- 67** > Verilənlərə görə a) b)
- a) 
- b) 
- 68** > Uyğunluğu müəyyən edin (c_n ardıcılığın n -ci həddi, S_n ilk n həddin cəmidir)
 1. $S_n = n^2 + n$ A) $c_3 = 12$ B) $c_3 = 5$ C) $c_3 = 6$
 2. $S_n = n^2$ D) həndəsi silsilədir E) $c_n = 2n - 1$
 3. $S_n = 3(2^n - 1)$
- 69** > Səbətdəki almaları qablara dörd-dörd, altı-altı, səkkiz-səkkiz yığıqda hər dəfə 3 alma artıq qalır. Səbətdə ən azı neçə alma var?
- 70** > Hər bir qrafikə uyğun bərabərsizliyi yazın. a) b)
- a) 
- b) 
- 71** > Mərkəzi $C(-1; 2)$ nöqtəsində olan, $k = 2$ əmsallı homotetiyada $A(3; 5)$ nöqtəsinin çevrildiyi $N(x; y)$ nöqtəsinin koordinatlarını tapın. CA, CN parçalarının uzunluqlarını hesablayın və müqayisə edin.
- 72** > Təpə nöqtəsi $(1; -5)$ olan və $(0; -3)$ nöqtəsindən keçən kvadratik funksiyanın tənliyini $y = a(x - m)^2 + n$ şəklində yazın və qrafikini qurun.
- 73** > $(2ab^2)^3 \cdot (3a^2b)^2$ birhədlisinin əmsalını və qüvvətini göstərin.
- 74** > 60%-li 400 q duz məhlulundan 25%-i götürülərək yerinə həmin miqdarda su töküldü. Alınmış qarışıq neçə faizli oldu?

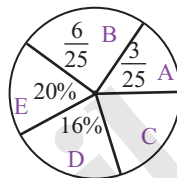
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 75 > $a, b \in \mathbb{N}$, $a : b = 2 : 5$, $\angle KOB(a; b) - \angle BOB(a; b) = 45$ olarsa, $a + b$ cəmini tapın.
- 76 > Üçbucağın xarici bucaqlarının dərəcə ölçüləri nisbəti 3:4:5 kimidir. Bu üçbucağın daxili bucaqlarını tapın.
- 77 > Durgun suda sürəti 20 km/saat olan motorlu qayıq 18 km axın əksinə, 11 km axın istiqamətində gedərək, bütün yola saat yarım vaxt sərf etdi. Çayın axma sürətini tapın.
- 78 > Bərabərsizlikləri həll edin.
- a) $x^2 + 3x - 18 \geq 0$ c) $3x^2 - 16x + 5 \leq 0$ e) $4x^2 < 25$
b) $-x^2 - 12x < 32$ d) $2x^2 - 4x - 5 > 0$ f) $0,5x^2 + 3x \leq -6$

- 79 > Su fontanının hündürlüyünü kvadratik funksiya ilə modelləşdirmək olar. Şəkildə su şırnağı su-atan mənbədən 1 m uzaqlıqda olmaqla maksimum 6 m hündürlüyə qalxır və 3 m məsafədə yerə tökülürsə, suyun qalxdığı hündürlüyün (H) suatandan olan məsafədən (d) asılılığını $H(d)$ funksiyası ilə ifadə edin.

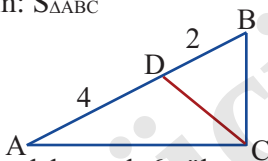


- 80 > Dairəvi diaqramda 125 sualı olan sınaq imtahanındakı doğru cavabların paylanması göstərilmişdir. Ən çox doğru cavab hansı bənddədir? Uyğun bəndlə neçə doğru cavab göstərilmişdir?

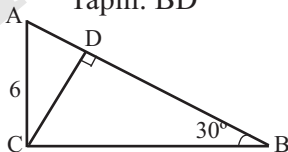


- 81 > Verilən çevrələrin kəsişmə nöqtələrinin koordinatlarını müəyyən edin.
- a) $x^2 + (y + 2)^2 = 13$ b) $(x + 1)^2 + y^2 = 5$ c) $x^2 + y^2 = 25$
və $x^2 + (y - 3)^2 = 8$ və $(x - 4)^2 + y^2 = 10$ və $(x - 8)^2 + (y - 4)^2 = 25$
- 82 > Bakı ilə Gəncə arasındakı məsafə 350 km-dir. Xəritə üzərində bu məsafə 7 sm-dirsə, bu xəritə hansı miqyasla çəkilmişdir?

- 83 > Verilir: $\angle ACB = 90^\circ$, CD tənbölən, $AD = 4$ sm, $BD = 2$ sm.
Tapın: $S_{\triangle ABC}$



- 84 > Verilir: $\angle C = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 6$.
Tapın: BD



- 85 > Anbardakı taxılı 6 yük maşını 80 gündə daşıyır. Bu taxılı 8 belə yük maşını neçə gündə daşıyır? Anbardakı taxılı 30 günə daşımaq üçün neçə yük maşını lazım gələr?

- 86 > 1) c -nin hansı qiymətində $(c^2 - 1)x = c - 1$ tənliyinin: a) yeganə həlli var; b) sonsuz sayda həlli var; c) həlli yoxdur?
2) c -nin hansı qiymətində tənliklər sisteminin bir həlli var? $\begin{cases} 4x + y = c \\ y = x^2 \end{cases}$

I Bölmə

- s. 8-11** №8 b) $\frac{8}{9}$ №13 d) -3 və $\frac{2}{3}$; f) 1 və $\sqrt{3} - 1$ №14 a) 2 №23 2) $A \cap (B \cup C)$
- s.13-15** №1 a) B, C və D nöqtələri b) $m = -2$ №3 $V = 64 \text{ sm}^3$ a) 512 sm^3 b) 61 sm^3 artar №4 c) 2; e) 3; f) 4; g) 5. №10 a) $\sqrt[3]{1,2} < \sqrt[3]{7} < 2 < \sqrt[3]{9}$ №11 a) $x = 2$; c) $x = 3$ №14 1) $a = 2^2 \cdot 3 = 12$; 2) 96 sm^2 №16 2-ci soyuducu №21 $h \approx 37,3 \text{ m}$ №22 b) $\approx 342 \text{ q}$ №24 b) $\approx 4,5 \text{ sm}$
- s.16-21** №3 a) 2 və 3; b) 2 və 3; c) 1 və 2; d) 0 və 1; e) 1 və 2 №6 a) 2; c) 3; d) 2 №7 c) 48; f) 0; g) 2; h) -8 №9 a) $2x$; b) 0 №10 b) 0 №11 1 №14 d) ± 2 ; e) -2 №19 a) 2; d) 40; e) 1 №20 a) 12 b) 6 №21 a) 1; c) 2; f) 6 №22 a) 4; c) 2 №25 a) x ; b) a ; h) xy №26 $2m^2$ №30 a) $\frac{y}{x}$, d) $|x|$ №31 a) $a^2 + 4a + 4$; c) $x^2 - 1$ №32 a) $4\sqrt{2}$; b) $2\sqrt[3]{3}$ №33 a) $4x\sqrt{x}$; b) $3a\sqrt[3]{a^2x}$ №34 h) $x\sqrt[4]{2y}$, $x \geq 0$, $y > 0$ №35 a) $9\sqrt[5]{y}$ b) $x\sqrt[5]{2x^3}$ №36 a) $\sqrt[3]{54}$; d) $-\sqrt[4]{48}$ №37 d) $\sqrt[4]{2x}$, $x > 0$; e) $-\sqrt[4]{-3c^3}$, $c < 0$ №41 a) 3. №42 a) $\sqrt[4]{b}$ №43 a) 2; b) 4; c) $1,5\sqrt{3}$ №47 a) $3\sqrt[4]{3}$; c) $2\sqrt[5]{4}$ №48 a) 1 №49 b) $x = 16$, $x > 16$, $0 \leq x < 16$
- s.22-26** №3 a) 10; b) $\frac{1}{3}$; f) 10; h) 1 №5 b) 6 №9 d) a^3 №11 a) a ; b) $m^{0,5}$; c) $d^{0,5}$ №12 b) 2 №13 a) 6 №14 b) $3x$ №17 a) $0,1a$; c) $10a$ №18 a) $x = a^2$; b) $x = a^{-3}$ №19 c) 3 №20 c) $x^{\frac{11}{24}}$ №21 c) $x^{0,5}$ №22 a) $2x$; b) $x - y$; c) $y - 1$ №23 c) $c^{\frac{4}{3}} - 1$ №24 a) $b^{0,5} (b^{0,5} + 1)$; c) $(c - 3^{0,5})(c + 3^{0,5})$; g) $(x^{\frac{1}{3}} - 3)(x^{\frac{1}{3}} + 3)$ №25 a) $a^{0,5} + b^{0,5}$; d) $b^{\frac{1}{6}}$ №26 a) 5 №282) 5saat №30 b) $h = 12 \text{ sm}$ №31 paralelepipedin həcmi böyükdür №34 d) $b = \frac{a}{\sqrt[3]{A^2 - 1}}$
- s.27** №1 a) 6; b) 1; c) -1 ; e) 1 №3 a) $4\sqrt[3]{9}$ c) $4\sqrt{8}$ №4 b) $\approx 1,9 \text{ m}$ №5 a) 1 №6 d) $4 - \sqrt{3}a^4$; e) $4\sqrt[4]{2c^3}$; f) $-\sqrt[4]{-2c^3}$ №7 b) $\sqrt[5]{b}$; c) $\sqrt[6]{a}$ №10 a) ± 2 ; c) -1 №11 $2a^3$ №12 $\frac{2}{a}$ №13 a) $x \geq 3$; b) $x \in R$; c) $x \leq 2$; d) $x \leq 0$
- s.29-30** №4 d) $\approx 4,18 \text{ mm}$ №5 a) $\approx 2,36 \text{ sm}$ №6 $\approx 62,8 \text{ sm}$ №9 a) 150° , 90° , 120°
- s.31-34** №3 a) 4 b) 93° №5 a) 16; b) 30 №7 25 №9 b) 48; 26 №10 a) 10 b) 3 №11 21 №13 I hal-1sm, II hal-7sm №14 144 m №15 a) 12 sm; b) 10 sm; c) 48 sm.
- s.35-36** №1 40° , 180° , 210° . №2 95° , 60° , 120° . №5 1) 63° ; 2) 110° ; 3) 36° , 30°
- s.37-39** №4 b) 8; c) 9; d) 15. №6 c) 3,9 m; d) 36° №8 b) 2; d) 12 №9 a) $AD = 14 \text{ sm}$, $AB = 16 \text{ sm}$, $DC = 17 \text{ sm}$, $BC = 19 \text{ sm}$, $P = 66 \text{ sm}$ №10 3) 12 №11 a) $15\sqrt{3}$; b) 36 №12 $9\sqrt{7} \text{ sm}$
- s.40-42** №5 a) 19° ; b) 17° №6 d) 14° ; e) 26° №7 a) 30° b) 44° №9 40° №10 1) b) 58° , 122° №11 c) 55°
- s.43-44** №4 a) 2; b) 25; c) 2 №5 6,5 m №6 5,8 km №7 a) 2; e) 8 №9 b) $c = 5$, $d = 6$; c) $x = 11$
- s.45-46** №1 130° №2 50° №5 b) 8 №7 89° ; 41° №8 e) 154° ; 76° №10 a) $\approx 13,4 \text{ km}$; b) $\approx 67 \text{ man}$

II Bölmə

- s.49-55** №2 b) 9 №3 a) -1 ; 2 №7 1) $a = \frac{1}{4}$ №16 b) $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 2$, $y = 2(x - 3)^2 + 2$ №20 a) $x = 5$ №21 c) $y = -4(x - 2)^2 + 5$; d) $y = \frac{1}{5}(x + 3)^2 - 10$ №23 a) $y = -(x - 2)^2 - 1$;
- s.56-57** №1 1) a) 2; b) 1; c) 2; №2 a) 1) yuxarı; 2) $m = 15$, $n = -100$; 3) $x = 15$; 4) 2; b) 1) aşağı; 2) $m = 0$, $n = 14$; 3) $x = 0$; 4) 2; c) 1) yuxarı; 2) $m = -18$, $n = -8$; 3) $x = -18$; 4) 2; №3 a) $f(x) = (x - 8)(x + 3)$; $g(x) = (x - 1)^2$; $p(x) = 4(x - 2)(x - 3)$ b) $f(x)$: (8; 0), (-3; 0), (0; -24); $g(x)$: (1; 0), (0; 1); $p(x)$: (2; 0), (3; 0), (0; 24) №4 a) $y = (x - 10)(x - 4)$ №6 a) 2; $x = 2$; c) $2\sqrt{3}$; $x = 2$; d) 4; $x = 1$ №7 a) $m = 1$, $n = -8$; b) $m = -2,5$, $n = -\frac{1}{6}$; c) $m = -1$, $n = 4$
- s.58-61** №2 1) a) (3; 0), (-1; 0); b) (0; -3); c) (1; -4); d) $y = (x - 1)^2 - 4$. 3) a) (-1; 0), (-5; 0); b) (0; 5); c) (-3; -4); d) $y = (x + 3)^2 - 4$. №6 a) absis oxunu (2; 0); (6; 0), ordinat oxunu (0; 12) nöqtəsində kəsir. Təpə nöqtəsi (4; -4). $\Theta KQ = -4$. Təyin oblastı $(-\infty; +\infty)$, qiymətlər çoxluğu $[-4; +\infty]$. №7 a) $\Theta KQ = 8$; b) $\Theta BQ = 4$; f) $\Theta BQ = 0,5$ №9 $y = -\frac{1}{20}(x - 5)^2 + 20$ №10 d) (1; 14); f) (2; 48) №15 a) $b = -2$, $c = -3$; b) $b = -4$, $c = 3$; c) $b = -4$, $c = 4$;

Cavablar

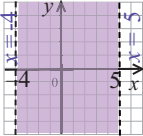
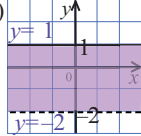
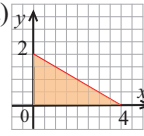
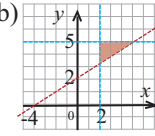
- s.64-65 №1c)** $S = 12x - x^2$; d) $x = 6$ sm *olduqda* $S_{\max} = 36$ sm² **№2** a) *hər dəfə* 50 qəpik *olmaqla beş dəfə bahalanma apardıqda* b) 1125 manat **№4** a) $t_1 = 1$ san, $t_2 = 3$ san; b) $t = 2$ san, $h_{\max} = 21$ m c) $\approx 4,05$ san **№5** 3-cü gün; 290 bilet **№6** 20 m
- №7** 1) $y = 2,24 - \frac{8}{7}x^2$ (x və y metrə) 2) a) 1,68 m **№8** 1) $y = \frac{1}{40}x^2$
- s.67-68 №4** a) $y = 2|x|$; b) $y = 1 - |x - 3|$ c) $y = 0,5|x + 2|$ **№6** b) 10-cu həftə, 4000 albom
- s.69 №1** $b = -3$; $c = 2$ **№2** (5; 0), (-3; 0), (0; -15) **№3** $y = (x + 3)^2 - 2$ **№4** $k = 10$ **№5** $[2; +\infty)$ **№7** $y = x^2 - x - 2$ **№8** 20 m **№12** $a = 4$, $b = -6$ və ya $a = -4$, $b = 6$
- s.70-73 №3** a) 1) 10; 2) 5; 3) 13 b) $RQ = \sqrt{68}$, $PT = 5$ **№4** a) $P = 18$; b) $P = 4\sqrt{17}$ **№5** 5 **№7** (-2; -2) **№8** 5 **№9** 1) a) $x=10$, $y=10$; b) $2\sqrt{13}$ **№11** $k = -1$; $k = -7$, *iki nöqtə* **№12** (6; 0) **№13** a) $y = 2x + 4$ və $y = 2x - 1$; c) $\sqrt{5}$ **№15** 15 m **№16** a) $P = 12$ **№17** 10 km **№20** a) *bərabərənlikdir*; b) *müxtəlif tərəflidir*
- s.74-81 №1** b) $x^2 + y^2 = 12$; c) $x^2 + y^2 = 15$ **№2** b) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 1$; f) $(x + 5)^2 + (y - 9)^2 = 20$ **№3** a) ± 12 ; b) ± 13 **№4** b) $M(1; 2)$, $r = 4$ **№5** b) $M(-8; -20)$, $r = 22$; d) $M(2; -1)$, $r = 1$ f) $M(1; -3)$, $r = 5$ **№7** a) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 17$, (-1; 2), (-1; 4) **№9** a) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 49$ b) (10; -2), (-4; -2) **№12** b) $y = -\frac{4}{5}x - \frac{41}{5}$ **№15** 10 **№16** 5 **№17** a) *toxunan*; d) *kəsən* **№18** $(x - 12)^2 + y^2 = 64$ **№21** a) 10; b) 7 **№27** 13; $\frac{7\sqrt{3}}{26}$ **№29** a) $9\sqrt{3}$
- s.82-83 №1** a) $\approx 39,3$ sm² b) $\approx 37,7$ sm² **№2** a) $\approx 1,14$ m² **№3** b) $\approx 8,94$ m **№4** $9\sqrt{3} - 1,5\pi \approx 10,87$ sm² **№8** $\approx 0,61$ m² **№10** a) $12,5(\pi - 1)$; b) $6,25\pi - 12$ **№11** $8\pi - 16$
- s.84 №3** a) (4; 3); c) 5π ; d) $y = -\frac{4}{3}x$ **№4** b) (-6; 0), (2; 0) **№6** $12,5\pi$ **№7** $16\sqrt{3} - 8\pi$

III Bölmə

- s. 86-88 №1** a) 3; e) ± 1 **№2** b) 0; 2 c) 0; ± 2 ; e) 0; ± 4 ; **№3** 1) 0; 4; -5, 3) -2; $\pm 0,5$ 10) ± 3 ; 1, 5 **№4** a) *iki həqiqi ədəd*; b) *bir həqiqi kökü var*; c) *üç həqiqi kökü var* **№5** c) ± 2 i) ± 2 ; ± 3 **№6** -2; 1; 3; $a = -2$ **№7** a) 5; b) 1; ± 3 **№8** 10 *il* **№9** a) ± 3 ; d) ± 2 ; ± 1 f) 1; 2 i) 4; -0,5 **№10** a) ± 1 ; ± 2 b) 3; ± 1 c) ± 1 ; -2; -4; f) ± 1 ; g) 1; 2; 3; 6 **№11** b) 12; 4 **№12** a) $k = 2$ b) $k = -1$ **№13** a) 56; b) *son 4 həftədə orta bal 52,5 olmaq şərti ilə* **№14** a) $r = \frac{A - P}{Pt}$; d) $v_0 = \frac{s}{t} - \frac{gt}{2}$ **№15** b) $\approx 31,25$ m
- s. 89-90 №1** a) $\emptyset$; b) -4; 3 g) ± 4 ; i) -2,5 **№2** a) 3 c) ± 4 f) $\emptyset$; h) 6; -1 **№3** a) $\emptyset$; d) 0; f) -1 **№4** b) $a = \frac{b}{3b + 2}$; f) $a = \frac{b(x + 1)}{x - 1}$ **№5** Rəhim-6saat, Cəmil-3 saat **№6** 4 saat, 12saat **№7** 9000 **№8** 40 sah **№9** 10man, 12,25 man **№10** a) 4 kq **№12** 20 oyun **№13** 36; 37
- s. 92-94 №4** b) ± 4 ; g) ± 3 ; i) -4; 3; l) 1 **№5** g) -0,6; 3; l) 1 **№9** $|x - 110| = 15$ **№12** $|x - 48| = 2,4$
- s. 95-101 №7** b) (2; 2), (1; 3); c) (4; 2), d) (-1; 3), (-3; 1) **№8** a) (3; 9), (-1; 1); b) (1; 2), (-2; 5); e) (6; -1), (3; 5) **№12** a) $b > 7$; b) $b = -5$ **№13** $k = -2$ və $k = 10$ **№14** $b < 0$ **№15** a) (-2; -4) (4; 2) **№16** 2) $y = 4 - (x + 3)^2$, $y = -x - 1$ **№19** $t_1 = 1$ san və $t_2 = 3$ san **№20** 8m×8m **№22** b) ≈ 14 san **№23** a) 7,5 **№28** a) (1; -2), (-1; 2) **№29** d) *bir həlli var*; e) *həlli yoxdur*
- s. 102-103 №1** 430 **№2** 0,8 man; 1,1 man **№3** 1000man, 3000man **№4** 2350man, 3050man **№5** 6 l, 4 l **№6** 88 kq xalis ipək, 32 kq işə 85%-li **№9** 60sm² **№10** 20 dəq, 30 dəq **№11** 96 km/saat, 64 km/saat **№12** 56 san
- s. 104-105 №11** (1; -4), (2; -1); 2) (3; 3), (-3; -3); 5) (1; -2), (-1; 2); 10) (0; -1), (-1; 0) **№3** c) 1; 2 e) 0; ± 5 **№4** 4 km/saat, 5 km/saat **№5** a) 100 nəfər **№7** b) (-2; 5), (2; 1); c) (3; 2) **№9** 6; 8; 10 **№10** f) -1 **№11** 4m/san, 3 m/san **№14** a) $a = 0$; b) $a = \pm 6$
- s. 107-109 №5** a) 7; b) 12; **№7** 1) a) 12; b) 54; 2) a) 120°; 60°; b) 144°; 36° **№9** 1260° **№10** $n = 10$ **№11** a) 127° **№12** 140° **№14** 1) 6; 2) 12; 3) 9; 4) 18 **№15** 3) $n = 10$ 4) $n = 12$
- s. 111-117 №1** a) 30°; b) 7,5 **№3** a) $x = 90^\circ$, $y = 60^\circ$; b) $x = 90^\circ$, $y = 50^\circ$; c) $x = 32^\circ$, $y = 90^\circ$ **№4** 96 sm² **№8** 24 sm **№12** I hal-22 sm; II-hal 20 sm **№14** a) 40; 80 **№15** d) 130sm² **№16** b) $R = 5$, $r = 2$; **№18** 10 sm **№19** $R = 8$ sm **№20** 2) 12sm **№21** $R = 6$ sm $S = 27\sqrt{3}$ sm²

- №23** a) $r=4\text{ sm}$, $R=8,125\text{ sm}$; **№25** a) $r_1=1$; $r_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ b) $r=\frac{\sqrt{3}}{6}$; $r_1=\frac{\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$
№27 $4,8\text{ sm}$ **№28** $2,4\pi\text{ sm}$ **№30** b) $P=6R$, $d_b=2R$, $d_k=\sqrt{3}R$
s.119-122 **№2** a) $9\sqrt{3}$ **№4** a) 48 sm^2 ; b) 24 sm^2 c) 20 sm^2 **№5** a) 256 ; c) $288\sqrt{3}$ **№6** c) $54\sqrt{3}$
№7 a) $P=42$; $S=\frac{147\sqrt{3}}{2}$; c) $P\approx 56$; $S=243$ **№8** b) $24\sqrt{3}\text{ m}^2$ **№12** b) $3\sqrt{3}\text{ sm}$
№16 b) 1) $x=105^\circ$; 2) $x=54^\circ$; 3) $x=84^\circ$
s. 123 **№1** 36 sm **№2** $72\sqrt{3}\text{ sm}^2$ **№3** 126° **№4** $\sqrt{5}$ **№8** $\approx 226\text{ m}^2$

IV Bölmə

- s.125-127** **№2** a) $[-4; 2]$; b) $(1; 10)$ c) $\emptyset$ **№3** a) $[2; 4]$ b) $(-\infty; 4)$ **№4** $(4; 8)$ **№5** a) $(-4; 1)$
c) $(-10; 2)$ **№6** a) $(-1; 8)$; c) $(-0,5; +\infty)$ **№7** a) $[5; 7]$; c) $[-2; +\infty)$ **№8** 36
№9 $10,8\text{ kq-dan az}$, $32,4\text{ kq-dan çox olmamaq şərti ilə}$ **№10** 3 m-dən böyük ,
 9 m-dən kiçik **№11** a) $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$; c) $(1; +\infty)$ **№12** b) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
d) $[-3; 6]$ **№13** a) $(1; 3)$ b) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ **№14** 15 **№15** b) $a < 10$ olduqda
s.128-129 **№1** a) $(-\infty; -3,6] \cup [2; +\infty)$ b) $[2; 3]$; c) $(-6; 0)$; h) $(-\infty; -2)$; i) $(1,5; +\infty)$; **№3** $|x - 45| \leq 30$
№4 $|x - 150| \leq 20$ **№5** a) -5 ; 3 b) $(-5; 3)$ c) $(-\infty; -5) \cup (3; +\infty)$ **№7** b) mavi c) yaşıl
s.131-132 **№3** a) $2x+y \leq 4$; b) $2x-y \geq 4$; c) $-2x-y < 4$ **№5** $2x+5y \geq 300$ **№6** a) $5x+8y \leq 80$
s.133-136 **№2** a)  b)  **№12** a)  b) 
№3 a) $y \geq x + 1$; $y \leq x + 3$ b) $y \leq 4$; $y \geq 2$ c) $x \geq -2$; $y \leq 2$ **№4** a) $y > 5 - x$; $x \leq 30$;
b) $y < 5 - x$; $y \leq 4$ **№6** $x + y \leq 15$; $2x + y \geq 20$
s.139-144 **№2** a) $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$; b) $(1; 3)$; c) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ **№3** a) $(-\infty; -10] \cup [4; +\infty)$
d) $[-2,5; -1]$; e) $(-1,5; 1)$ **№5** a) $(-\infty; +\infty)$; c) $\emptyset$ **№7** b) $x=7$; c) $\emptyset$; d) $(-\infty; +\infty)$
№8 a) $(1; 8)$; b) $(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$; d) $[-4; 6]$; i) $x \neq 2$ **№10** a) $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$
b) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ **№11** a) $(-2,5; 2)$; b) $(1; 7)$ **№12** $(-1; 6)$ **№13** a) $(-\infty; -6] \cup [3; +\infty)$
b) $[1; 5]$; e) $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$ **№14** b) $[-5; -1]$ c) $(-\infty; 2,5] \cup [3; +\infty)$; d) $(2,5; 4)$
e) $(-\infty; -12) \cup (2; +\infty)$ **№17** a) 5 sm ; b) 4 sm , 5 sm **№19** 7 sm-dən çox , 12 sm-dən az
№21 c) $> 58\text{ yaş}$ **№23** *sol dirəkdən 50m-dən 480m qədər məsafədə* **№24** a) $t \in (1; 3)$
№26 a) *keçə bilməz* b) 2 m c) $\approx 3,439\text{ m}$ **№30** *eni 15 m-dən çox, 20 m-dən az olsa*
s.145-148 **№1** a) $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$; c) $[-4; 7]$; d) $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$; h) $[-3; 0] \cup [3; +\infty)$
№2 c) $[-4; -3] \cup [3; 5]$; f) $[0; 2] \cup \{-5\}$; g) $(0; 4) \cup (4; 8)$; i) $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
j) $\{-4\} \cup [5; +\infty)$ **№3** a) 7 ; $(-\infty; 5) \cup (7; +\infty)$; $(5; 7)$ **№4** b) $[2; 6]$ **№5** a) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
№6 $\approx 27,9\text{ sm-dən çox}$, $28,6\text{ sm-dən az}$ **№8** a) $(-7; 3)$; b) $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$ f) $[-5\frac{1}{3}; -2\frac{1}{2}]$
s.149-150 **№1** c) $x \neq 0,5$; g) $\emptyset$; h) $(-\infty; +\infty)$ **№2** d) $(-2; -1) \cup (1; 3)$; e) $[-3; 0] \cup [20; +\infty)$
f) $[-1; 3) \cup (3; +\infty)$ h) $(-\infty; -3) \cup (-2; 2)$; i) $(-\infty; -4) \cup [-2; 5]$; **№9** b) $(-2; -0,5) \cup (1; +\infty)$
c) $(-\infty; -1,5) \cup (-1; 11)$ **№13** 9 və 11 ; 10 və 10 . **№16** $a \in (-3; 0)$ **№18** $a \in [0; 4)$
s.152 **№3** a) $\vec{f}, \vec{h}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{k}$; b) $\vec{b}, \vec{f}, \vec{h}$; c) $\vec{f}, \vec{h}$; d) $\vec{d}$
s.154,155 **№15** $\langle -8; -2 \rangle$, $|\vec{PQ}| = \sqrt{68}$ **№4** a) $\vec{OP} = \langle 2; 4 \rangle$; c) $\vec{QP} = \langle 2; -4 \rangle$ **№7** $\vec{PQ} = \langle 3; 4 \rangle$, $|\vec{PQ}| = 5$,
 $v = 50\text{ km/saat}$ **№8** a) $\vec{OP} = \langle 3; 2 \rangle$, $\vec{RS} = \langle 3; 2 \rangle \Rightarrow \vec{OP} = \vec{RS}$ **№10** a) $-0,5$
s.156,157 **№3** a) $|\vec{a}| \approx 7,2$ $\varphi = 45^\circ$. **№5** a) $\vec{PQ} = \langle -3; 2 \rangle$, $|\vec{PQ}| = \sqrt{13}$ $\varphi \approx 144^\circ$
s.159-164 **№2** a) 220 N ; b) 270 N **№7** $\approx 143^\circ$, 5 km **№13** a) $\vec{AB}$; b) $\vec{DB}$; d) $\vec{AD}$; f) $\vec{BC}$; i) $\vec{AD}$

Cavablar

- s.166** №4 a) $\langle 10\sqrt{2}; 10\sqrt{2} \rangle$; b) $\langle -300; 0 \rangle$ №5 300 m №6 a) 40 san; b) ≈ 89 m
s.167 №1 c) $\approx 81^\circ$ №2 $F_{ii} \approx 159$ N, $F_{ij} \approx 103,5$ N №4 $\vec{w} = \langle -3\sqrt{3}; 3 \rangle$ №5 $|\vec{u}| = 250$ (m), $\varphi \approx 67^\circ$
s.168,170 №1 $\vec{AC} = 2\vec{a}$; b) $\vec{KC} = -2\vec{b}$ №6 a) $\langle -8; 21 \rangle$ c) $\langle 14; -1 \rangle$ №7 a) 10 b) 13 №9 b) $k = \pm 6$
 №10 2) $\vec{AX} = \vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$; 3) $\vec{BY} = \vec{b} - 0,5\vec{a}$ №13 C(0; 3) №14 (3; 5)

V Bölmə

- s.173-175** №3 a) 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21. $a_5 = 15$, $a_n = 3n$, $n \in N$ №5 1) a) $b_4 = 33$; b) $b_5 = 51$;
 c) $b_7 = 99$; d) $b_{k+1} = 2k^2 + 4k + 3$, $k \in N$ 2) a) $c_n = 27$ $n=7$; b) $c_n = 35$ $n=9$ №6 a) $a_n = 20$
 $n=10$; d) $a_n = 0$ $n=8$ №7 $a_n = 3n+1$ №10 1) $a_{n+1} = a_n + 2$ $a_1 = 1$, $n \in N$
 $\forall a_n = 2n-1$, $n \in N$; 2) $a_{n+1} = a_n + 2$, $a_1 = 2$, $n \in N$ $\forall a_n = 2n$, $n \in N$
 №11 a) 1; 5; 17; 53; 161 №12 a) $a_1 = 11$, $a_2 = 34$, $a_3 = 17$, $a_4 = 52$
s.177 №1 b) $a_{n+1} = a_n + 0,5$; $a_1 = 0,5$ c) $a_{n+1} = a_n + 0,3$; $a_1 = -1,6$ №2 a) $x_1 = 9$, $x_3 = 1$
s.178-180 №1 b) $a_n = 4n - 10$ $\forall a_{n+1} = a_n + 4$, $a_1 = -6$. №3 a) $a_1 = -40$, $a_8 = -19$
 №4 11,2; 18,4; 25,6; 32,8 №6 a) $n \geq 5$, $a_n > 0$ №10 b) $a_6 = -23$, $d = -4$
 №11 152; 208 №13 a) $d = 3$, $a_1 = 12$, $a_6 = 27$. №16 $a_4 = \sqrt{48}$ №20 a) 1; 4; 7 $\forall 7$; 4; 1
 c) 12 hədd №23 13 həddi var №24 46000 manat №25 24 sm² №27 $a_n = 4n - 1$
s.181,182 №1 b) 1) $a_5 + a_9 = 6$; 2) $a_7 = 3$ №2 b) $x = 0$, $x = 2$. №5 8 sm №6 10 sm
 №7 b) 9 sm; 12 sm; 15 sm №9 1) a) -1; 2; 5. e) $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{1}{3}$. №10 $a_2 + a_8 = 2a_5 = 2c$
s.184-186 №1 c) 92 №2 a) 195; b) $n^2 - 2n$ №5 a) $\frac{n(n+1)}{2}$; b) $n(n+1)$; c) n^2 №6 c) 1683
 №7 122,5 №9 a) 8 b) 78 №12 a) 19 №13 0,25 №14 a) $a_1 = 1$; $a_2 = 9$ c) 5-ci hədd
s.188 №3 a) $y_1 = 2$, $y_4 = 0,25$. №4 a) 10; 3; 0,9; 0,27; 0,081 №7 1) $q = \frac{1}{3}$; 3) $q = 0,5$
s.190-191 №1 c) $b_4 = 12$, $b_5 = -24$ №4 a) $n = 5$ b) $n = 6$ №5 2) $b_{n+1} = 3b_n$, $b_1 = 4$ №7 $P_6 = 1,5$ sm
 №8 3 sm² №12 72,9% №13 d) 4 dəfə artar №14 a) $b_n = 2^{11-n}$ b) $n = 11$
s.192 №2 $x = 5$, $x = -15$ №3 $x = 4$ №4 $q = 2$ №5 $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ №6 b) hə
s.194-195 №1 a) 31,5; c) 3069 №3 a) $b_1 = 3$ №5 a) $\frac{y^n - 1}{y - 1}$, ($y \neq 1$) №7 2^{72} №10 a) $n^3 + 1$ №13 1364
s.197 №1 a) $S = 27$ №3 e) $q = \frac{1}{3}$ №4 a) $\frac{1}{1-a}$ b) $\frac{1}{1+a}$ c) $\frac{1}{1-a^2}$ d) $\frac{1}{1+a^3}$ №6 72 sm²
s.198-199 №2 $S_3 = 248$, $b_1 = 8$, $b_4 = 1000$ №6 84 №7 $S_4 = S_9 = 54$ №10 462 lot və ya 5913,6 q
 №11 30,6 №12 $a_1 = 5$, $d = 4$ №13 12 №15 $a = 3$, $b = 6$ və ya $a = 27$, $b = 18$ №20 a) $\frac{3}{4}$
s.201-205 №7 a) $F(-4;1) \rightarrow F'(-1;-1)$; $A(-2;5) \rightarrow A'(1;3)$, $S(-1;4) \rightarrow S'(2;2)$, $N(-1;2) \rightarrow N'(2;0)$
 №8 a) $\vec{u}(5;8)$, d) $\vec{u}(-4;-5)$ №10 1) $\langle 5;3 \rangle$ 2) $A'(2;1)$ №14 c) $C(3;0)$
səh 206 №2 a) $u = \langle -4;2 \rangle$ №5 c) $A'(-4;-1)$, $B'(1;-1)$, $C'(-4;-7)$

VI Bölmə

- s.219-221** №2 720 №3 96 №4 d) 2 №5 24 №7 5! №8 5! · 3! №9 a) 3! · 5! b) 5! · 3!
 c) 8! №10 a) 6, b) 12, c) 180, d) 840 №11 10 №12 a) 6 element, 3 elementin hər biri
 2 dəfə təkrarlanır; №13 30 №14 10 №15 a) 30 b) 15 №17 a) 720 №18 a) ${}_8P_2 < {}_6P_3$
 №19 b) 4 №20 120 №21 360 №22 380 №23 60 №24 120; 100-ü
s.222-223 №2 a) 4; d) 20 №4 a) 220 №5 ${}_nP_k > {}_nC_k$ №8 a) *kombinezon*; b) *permutasiya*;
 №10 6! №11 1260 №13 56 №14 60 №15 2^{10} №16 74 №18 b) $2! \cdot 4! \cdot 4!$; c) 8!
s.224-227 №4 a) 9900 №5 24, $P = \frac{1}{4}$ №6 $\frac{20}{21}$ №8 $P = \frac{1}{28}$ №9 a) $\frac{1}{42}$ №10 a) 56; b) 10; c) $\frac{5}{28}$
 №11 $\frac{2}{5}$ №12 a) $P = \frac{2}{7}$; b) $\frac{1}{7}$; c) $\frac{4}{7}$ №13 $\frac{10}{39}$ №14 $\frac{1}{8}$ №16 a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{2}{9}$
 №18 a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{6}$ №19 $\frac{10}{33}$ №21 $\frac{1}{24}$ №22 $\frac{1}{20}$
s.228 №4 a) $\frac{1}{22}$ b) $\frac{21}{22}$ №5 a) 10; 0,9 №6 a) 364; b) $\frac{2}{13}$ №7 a) 36; b) 72 №8 c) 6
s.229-236 №24 28 sm, 24 sm² №31 4 №33 60 №37 1% azaldı №54 16 №65 9 saat
 №69 27 №74 45% №79 a) $H(d) = 6 - 1,5(d-1)^2$ №81 c) (5;0), (4;3) №83 7,2 sm²

RİYAZİYYAT 9

Ümumtəhsil məktəblərinin 9-cu sinfi üçün
«Riyaziyyat» fənni üzrə dərslik

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:

Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

Məsləhətçi:

Çingiz Qacar
Azərbaycan Milli Elmlər
Akademiyasının həqiqi üzvü,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru

İxtisas redaktoru:

İlham Hüseynov
fizika-riyaziyyat elmləri üzrə fəlsəfə doktoru

Dil redaktoru:

Asəf Həsənov

Kompüter tərtibatı:

Rəşad Musayev

Bədii tərtibatı:

Leyla Bəşirova

Korrektoru:

İlahiyə Musayeva

*Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin
03.06.2016-cı il tarixli 369 №-li
əmrinə əsasən təsdiq edilmişdir.*

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi – 2016

Kağız formatı: 70×100 ¹/₁₆.

Fiziki çap vərəqi 15,0.

Səhifə sayı 240.

Tiraj: 112500. Pulsuz.

“Radius” MMC-nin mətbəəsində çap olunmuşdur.